***ECCENTRIC DISTANCE SUM* DAN *ADJACENT ECCENTRIC DISTANCE SUM INDEX* GRAF *COMMUTING* DAN *NON COMMUTING* DARI GRUP DIHEDRAL**

SKRIPSI

OLEH
NURUL HIDAYATI
NIM. 15610033

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

***ECCENTRIC DISTANCE SUM* DAN *ADJACENT ECCENTRIC DISTANCE SUM INDEX* GRAF *COMMUTING* DAN *NON COMMUTING* DARI GRUP DIHEDRAL**

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Nurul Hidayati
NIM. 15610033

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

***ECCENTRIC DISTANCE SUM* DAN *ADJACENT ECCENTRIC DISTANCE SUM INDEX* GRAF *COMMUTING* DAN *NON COMMUTING* DARI GRUP DIHEDRAL**

SKRIPSI

Oleh
Nurul Hidayati
NIM. 15610033

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 07 Mei 2019

Pembimbing I,

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

Pembimbing II,

Ach. Nashichuddin, MA
NIP. 19730705 200003 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

***ECCENTRIC DISTANCE SUM* DAN *ADJACENT ECCENTRIC DISTANCE SUM INDEX* GRAF *COMMUTING* DAN *NON COMMUTING* DARI GRUP DIHEDRAL**

SKRIPSI

Oleh
Nurul Hidayati
NIM. 15610033

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 23 Mei 2019

Penguji Utama	:	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....
Ketua Penguji	:	Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Anggota Penguji	:	Ach. Nashichuddin, M.A	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Nurul Hidayati
NIM	: 15610033
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: *Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Commuting* dan *Non Commuting* dari Grup Dihedral

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 07 Mei 2019
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
6F29FAFF458597617
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Nurul Hidayati
NIM. 15610033

MOTO

I Entrust My Affairs to Allah

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Bapak Sujarwo, ibu Sutarminah,
adik Ilham Ali Shodiq, dan Firninda Khoirun Ni'mah
serta teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2015
dan Pondok Pesantren Sabilurrosyad angkatan 2016.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam semoga tercurah kepada nabi Muhammad Saw yang telah membimbing manusia kepada jalan yang terang.

Proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu, ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan juga doa agar segala sesuatu yang telah diberikan dibalas oleh Allah Swt dengan balasan yang sebaik-baiknya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan ilmu, nasihat, motivasi, dan arahan kepada penulis.
5. Ach. Nashichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan ilmu, nasihat, motivasi, dan arahan kepada penulis.

6. Seluruh dosen Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah ikhlas dan sabar dalam mendidik dan memberikan ilmu kepada penulis.
7. Bapak dan ibu yang dengan ikhlas dan sabar merawat, mendidik, dan membesarkan penulis serta senantiasa memberikan doa, nasihat, dan motivasi kepada penulis.
8. Teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2015 dan Pondok Pesantren Sabilurrosyad yang telah berjuang bersama dalam menuntut ilmu.
9. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materil.

Penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis maupun bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Mei 2019

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Hidayati, Nurul. 2019. ***Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Commuting* dan *Non Commuting* dari Grup Dihedral**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) Ach. Nashichuddin, M.A.

Kata kunci: *eccentric distance sum index*, *adjacent eccentric distance sum index*, graf *commuting*, graf *non commuting*, grup dihedral.

Penelitian ini membahas pola umum *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *commuting* dan *non commuting* dari grup dihedral D_{2n}. Keduanya diperoleh dengan terlebih dahulu menentukan anggota grup dihedral yang saling komutatif sehingga membentuk graf *commuting*, kemudian menentukan anggota grup dihedral yang tidak saling komutatif, dan dibentuk graf *non commuting*. Kemudian mencari jumlah jarak, eksentrisitas titik, dan derajat titik. Hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. *Eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah
   a. $\xi^d(C(D_{2n})) = \begin{cases} 14n^2 - 12n + 1, & n \text{ ganjil} \\ 2(7n^2 - 10n + 1), & n \text{ genap} \end{cases}$
   b. $\xi^{sv}(C(D_{2n})) = \begin{cases} 8n^2 - 1, & n \text{ ganjil} \\ \frac{2(4n^3 - 13n + 3)}{3(n-1)}, & n \text{ genap} \end{cases}$
2. *Eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah
   a. $\xi^d(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} 8(n-1)^2, & n \text{ ganjil} \\ 2(5n^2 - 14n + 12), & n \text{ genap} \end{cases}$
   b. $\xi^{sv}(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} \frac{7n^2 - 14n + 8}{n}, & n \text{ ganjil} \\ \frac{2(4n^3 - 19n^2 + 36n - 24)}{n(n-2)}, & n \text{ genap} \end{cases}$

ABSTRACT

Hidayati, Nurul. 2019. **Eccentric Distance Sum and Adjacent Eccentric Distance Sum Index of Commuting and Non Commuting Graph of Dihedral Group**. Thesis. Departement of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) Ach. Nashichuddin, M.A.

Keywords: eccentric distance sum index, adjacent eccentric distance sum index, commuting graph, non commuting graph, dihedral group.

This study discusses the eccentric distance sum and the adjacent eccentric distance sum index of commuting and non commuting graph of dihedral group D_{2n}. Both were obtained by first determining the dihedral group members that commutative to each other to form commuting graph, then define the dihedral group members are not mutually commutative, and formed a non commuting graph. Then look for the amount of distance, eccentricity of vertices, and degree of vertices. The results of this study are as follows:

1. Eccentric distance sum and adjacent eccentric distance sum index of commuting graph of the dihedral group for $n \geq 3$ are
   a. $\xi^d(C(D_{2n})) = \begin{cases} 14n^2 - 12n + 1, & n \text{ is odd} \\ 2(7n^2 - 10n + 1), & n \text{ is even} \end{cases}$
   b. $\xi^{sv}(C(D_{2n})) = \begin{cases} 8n^2 - 1, & n \text{ is odd} \\ \frac{2(4n^3-13n+3)}{3(n-1)}, & n \text{ is even} \end{cases}$
2. Eccentric distance sum and adjacent eccentric distance sum index of non commuting graph of the dihedral group for $n \geq 3$ are
   a. $\xi^d(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} 8(n-1)^2, & n \text{ is odd} \\ 2(5n^2 - 14n + 12), & n \text{ is even} \end{cases}$
   b. $\xi^{sv}(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} \frac{7n^2-14n+8}{n}, & n \text{ is odd} \\ \frac{2(4n^3-19n^2+36n-24)}{n(n-2)}, & n \text{ is even} \end{cases}$

ملخص

الهداية، نور. 2019. **Adjacent Eccentric Distance Sum** و **Eccentric Distance Sum Index ف مخطط تبادلية و غير تبادلية من زمرة زوجية**. البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (1) الدكتور عبد الشاكر الماجستير (2) أحمد ناصيح الدين الماجستير.

الكلمة المفتاحية: *eccentric distance sum index*، *adjacent eccentric distance sum index*، مخطط تبادلي، مخطط غير تبادلية، زمرة زوجية.

بحث هذا البحث عن عموم النمط من *eccentric distance sum* و *adjacent eccentric distance sum index* من مخطط تبادلية و غير تبادلية من زمرة زوجية. يتم الحصول على كلاهما عن خلال تحديد أعضاء زمرة زوجية الذي يبدؤوا بالتبادل فيما بينهم لتشكيل مخطط تبادلية ثم تحديد أعضاء زمرة زوجية ليسوا متبادلين لتشكيل مخطط غير تبادلية. ثم تحديد مبلغ المسافة و اللإنحراف القمم و درجة القمم و من هم حصل على نتيجة البحث على النحو التالي:

1. *Eccentric distance sum* و *adjacent eccentric distance sum index* عن مخطط تبادلية من زمرة زوجية لقيمة $n \geq 3$ هو:

أ. $$\xi^{d}(C(D_{2n})) = \begin{cases} 14n^2 - 12n + 1, & n \text{ وتر} \\ 2(7n^2 - 10n + 1), & n \text{ شفع} \end{cases}$$

ب. $$\xi^{sv}(C(D_{2n})) = \begin{cases} 8n^2 - 1, & n \text{ وتر} \\ \frac{2(4n^3 - 13n + 3)}{3(n-1)}, & n \text{ شفع} \end{cases}$$

2. *Eccentric distance sum* و *adjacent eccentric distance sum* عن مخطط غير تبادلية من زمرة زوجية لقيمة $n \geq 3$ هو:

أ. $$\xi^{d}(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} 8(n-1)^2, & n \text{ وتر} \\ 2(5n^2 - 14n + 12), & n \text{ شفع} \end{cases}$$

ب. $$\xi^{sv}(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} \frac{7n^2 - 14n + 8}{n}, & n \text{ وتر} \\ \frac{2(4n^3 - 19n^2 + 36n - 24)}{n(n-2)}, & n \text{ شفع} \end{cases}$$

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Al-Quran adalah kitab suci agama Islam yang diturunkan oleh Allah kepada Nabi Muhammad sebagai pedoman. Dalam al-Quran Allah memerintahkan manusia khususnya kaum muslim untuk senantiasa melakukan kebaikan kepada sesama. Allah berfirman dalam surat al-Hujurat ayat 10:

إِنَّمَا ٱلۡمُؤۡمِنُونَ إِخۡوَةٞ فَأَصۡلِحُواْ بَيۡنَ أَخَوَيۡكُمۡۚ وَٱتَّقُواْ ٱللَّهَ لَعَلَّكُمۡ تُرۡحَمُونَ ١٠

"Orang-orang beriman itu Sesungguhnya bersaudara. sebab itu damaikanlah (perbaikilah hubungan) antara kedua saudaramu itu dan takutlah terhadap Allah, supaya kamu mendapat rahmat."

Allah berfirman: *"Sesungguhnya orang-orang mukmin adalah bersaudara"*, maksudnya seluruh kaum muslimin adalah satu saudara karena agama. Sebagaimana sabda Rasulullah yang artinya: *"Seorang muslim adalah saudara bagi muslim lainnya, tidak boleh mendhalimi dan membiarkannya"* (Ghoffar dan Al-Atsari, 2004). Karena itu, menurut Shihab (2002) bagi orang beriman yang tidak terlibat langsung dalam pertikaian antar kelompok, hendaknya mendamaikan pertikaian walaupun terjadi hanya antara kedua saudara. Sebagaimana Islam mengajarkan manusia tentang hubungan persaudaraan, matematika juga membahas tentang keterhubungan suatu titik. Keterhubungan titik ini dijelaskan dalam teori graf.

Graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi (Abdussakir, dkk, 2009).

Jika v adalah titik pada graf G, maka himpunan semua titik di G yang terhubung langsung dengan v disebut lingkungan dari v dan ditulis $N_G(v)$. Derajat titik v di graf G, ditulis $\deg_G(v)$, adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v. Jika hanya terdapat satu graf G, maka penulisan $\deg_G(v)$ disingkat menjadi $\deg(v)$ dan $N_G(v)$ menjadi $N(v)$. Derajat titik didefinisikan sebagai $\deg(v) = |N(v)|$ (Abdussakir, dkk, 2009).

Misalkan G graf terhubung dan misalkan u dan v titik di G. Eksentrisitas titik u di G dinotasikan dengan $e(u)$, adalah jarak terbesar dari u ke semua titik di G. Jarak (*distance*) dari u dan v di G, dinotasikan dengan $d(u,v)$, adalah panjang lintasan u-v di G (Abdussakir, dkk, 2009). Sedangkan $D(v) = \sum_{u \in V(G)} d(u,v)$ adalah jumlah semua jarak dari titik v (Yu dan Feng, 2011).

Eeccentric distance sum index diperkenalkan oleh Gupta, Singh, dan Madan (2002) yang didefinisikan sebagai penjumlahan dari perkalian antara eksentrisitas dan jarak pada setiap titik di G, yaitu $\xi^d(G) = \sum_{v \in V(G)} e(v)D(v)$. Sardana dan Madan (2003) memperkenalkan *adjacent eccentric distance sum index* sebagai penjumlahan dari perkalian antara eksentrisitas dan jarak yang dibagi dengan *degree* atau derajat pada masing-masing titik di G, yaitu $\xi^{sv}(G) = \sum_{v \in V(G)} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$.

Penelitian tentang *eccentric distance sum index* dan *adjacent eccentric distance sum index* telah banyak dilakukan oleh ilmuwan-ilmuwan sebelumnya, di antaranya *eccentric distance sum index* pada graf pohon dan graf *unicyclic* (Yu dan Feng, 2011), *eccentric distance sum index* dari pohon *Volkmann* (Songhori, 2012), perhitungan *eccentric distance sum index* pada operasi graf (Azari dan Iranmanesh, 2013), *total eccentricity, adjacent eccentric distance sum* dan *Gutman index* dari graf molekular (Gao, dkk, 2014), *adjacent eccentric distance sum index* pada graf (Qu dan Cao, 2015), dan *eccentric distance sum index* pada graf terhubung (Bielak dan Broniszewska, 2017).

Konsep terbaru yang dikembangkan oleh para ilmuwan matematika dari teori graf adalah graf yang dibangun oleh grup, misalnya graf invers (Salama dan Rafat, 2012), graf Cayley (Lubotzky, dkk, 2004), graf konjugasi (Erfanian dan Tolue, 2012), graf *commuting* (Akbari dan Ghandehari, 2004), dan graf *non commuting* (Abdollahi, dkk, 2006). Graf *commuting* pertama kali diperkenalkan oleh Akbari dan Ghandehari (2004) dan graf *non commuting* pertama kali diperkenalkan oleh Abdollahi, dkk (2006).

Misal G grup berhingga dan X adalah *subset* dari G. Graf *commuting* $C(G,X)$ adalah graf yang memiliki himpunan titik X dan dua titik berbeda akan terhubung langsung jika saling komutatif di G. Jadi, titik x dan y akan terhubung langsung di $C(G,X)$ jika dan hanya jika $xy = yx$ di G. Misal G grup non abelian dan $Z(G)$ adalah *center* dari G. Graf *non commuting* Γ_G adalah suatu graf yang mana titik-titiknya merupakan himpunan dari $G\backslash Z(G)$ dan dua titik x dan y terhubung langsung jika dan hanya jika $xy \neq yx$ (Rahayuningtyas, dkk, 2015).

Penelitian tentang graf *commuting* dan *non commuting* telah banyak dilakukan, di antaranya diameter pada graf *commuting* (Akbari, dkk, 2006), graf *non commuting* pada grup dihedral D_{2n} (Talebi, 2008), bilangan *clique* pada graf *non commuting* (Alireza, dkk, 2012), graf *commuting* untuk elemen order 3 pada grup simetri (Nawawi dan Rowley, 2015), spektrum *Laplacian*, spektrum *signless*

Laplacian, dan *detour* spektrum dari graf *commuting* dan *non commuting* dari grup dihedral (Abdussakir, dkk, 2017), dan spektrum *Laplacian* graf *commuting* pada grup berhingga (Dutta, dkk, 2018).

Mengacu pada penelitian-penelitian sebelumnya, penulis tertarik mengkaji tentang *eccentric distance sum index* dan *adjacent eccentric distance sum index* pada graf *commuting* dan *non commuting* yang dibangun dari grup dihedral menarik untuk dikaji. Dengan demikian penulis mengambil judul "*Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Commuting* dan *Non Commuting* dari Grup Dihedral".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana rumus *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral?
2. Bagaimana rumus *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral?

1.3 Tujuan Penulisan

Sesuai rumusan masalah, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui rumus *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral.
2. Mengetahui rumus *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral.

1.4 Manfaat Penulisan

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Memberikan informasi tentang *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral.
2. Memberikan informasi tentang *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral.

1.5 Metode Penelitian

Penelitian ini termasuk ke dalam jenis penelitian kepustakaan. Penelitian dilakukan dengan mencari dan mengkaji buku-buku, catatan-catatan, serta penelitian-penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan obyek permasalahan yang diteliti. Langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral.
   a. Menggambar graf *commuting* dari grup dihedral D_6.
   b. Mencari nilai *degree*, jumlah jarak, dan eksentrisitas titik pada graf *commuting* dari grup dihedral D_6.
   c. Mencari nilai *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *commuting* dari grup dihedral D_6.
   d. Mengulang langkah a, b, dan c untuk grup dihedral D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, dan D_{16}.
   e. Merumuskan pola *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *commuting* dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, dan D_{16}.

f. Menentukan konjektur tentang pola *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *commuting* dari grup dihedral.

g. Menghasilkan suatu teorema dari pola *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *commuting* dari grup dihedral dan disertai bukti.

2. Menentukan *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral.

a. Menggambar graf *non commuting* dari grup dihedral D_6.

b. Mencari nilai *degree*, jumlah jarak, dan eksentrisitas titik pada graf *non commuting* dari grup dihedral D_6.

c. Mencari nilai *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *non commuting* dari grup dihedral D_6.

d. Mengulang langkah a, b, dan c untuk grup dihedral D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, dan D_{16}.

e. Merumuskan pola *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *non commuting* dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, dan D_{16}.

f. Menentukan konjektur tentang pola *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *non commuting* dari grup dihedral.

g. Menghasilkan suatu teorema dari pola *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *non commuting* dari grup dihedral dan disertai bukti.

1.6 Sistematika Penulisan

Penelitian ini dilakukan dengan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi menjadi beberapa subbab dengan sistematika sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, manfaat penulisan, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka berisi tentang kajian-kajian dan literatur pendukung objek permasalahan yang dikaji, antara lain: grup, grup berhingga, grup dihedral, *center* grup, graf, derajat titik, graf terhubung, eksentrisitas titik, graf *commuting*, graf *non commuting*, *eccentric distance sum index*, *adjacent eccentric distance sum index*, dan kajian tentang persaudaraan dalam Islam.

Bab III Pembahasan

Pembahasan berisi tentang bagaimana pola *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* pada graf *commuting* dan *non commuting* dari grup dihedral dan pembuktian teorema yang dirumuskan serta kajian persaudaraan dalam teori graf.

Bab IV Penutup

Penutup berisi kesimpulan terkait pembahasan, dan saran bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Grup

Misalkan G adalah himpunan dengan operasi biner yang memasangkan setiap pasangan berurutan (a, b) di G yang dinotasikan dengan ab. G dikatakan grup dengan operasi biner tersebut jika memenuhi aksioma berikut:

1. Asosiatif, yaitu $(ab)c = a(bc), \forall\, a, b, c \in G$.
2. Identitas. Terdapat elemen e (yang disebut identitas) di G sedemikian hingga $ae = ea = a, \forall\, a \in G$.
3. Invers. Untuk setiap elemen a di G ada elemen b di G (disebut invers dari a) sedemikian hingga $ab = ba = e$ (Gallian, 2013).

Contoh:

Misalkan $\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat dengan operasi biner penjumlahan, maka $(\mathbb{Z}, +)$ adalah grup karena berlaku:

a) Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$ maka $a + (b + c) = (a + b) + c$. Jadi operasi $+$ bersifat asosiatif di $\mathbb{Z}$.

b) Terdapat anggota identitas yaitu 0 terhadap operasi $+$ di $\mathbb{Z}$ sedemikian hingga $a + 0 = 0 + a = a$, untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$.

c) Untuk $a \in \mathbb{Z}$ terdapat a^{-1} yaitu $(-a) \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

Berdasarkan a), b), dan c) $\mathbb{Z}$ memenuhi aksioma grup maka terbukti bahwa $(\mathbb{Z}, +)$ adalah grup.

2.1.1 Grup Berhingga

Misalkan G adalah grup. G dikatakan grup berhingga jika memiliki anggota yang berhingga. Banyaknya anggota di G disebut order dari G yang dinotasikan dengan $o(G)$ atau $|G|$. Sebaliknya, jika G tidak memiliki anggota yang berhingga maka G disebut grup tak berhingga (Gilbert dan Gilbert, 2015). Sebagai contoh $(\mathbb{Z}_6,+)$ merupakan grup berhingga karena order dari $\mathbb{Z}_6$ adalah 6 atau $|\mathbb{Z}_6| = 6$, yaitu $\mathbb{Z}_6 = \{0,1,2,3,4,5\}$ sedangkan $(\mathbb{Z},+)$ adalah grup tak berhingga.

2.1.2 Grup Dihedral

Misal G grup dan $g \in G$. Order dari g adalah bilangan bulat terkecil n sehingga $g^n = e$, e adalah unsur identitas di G. Order dari G ditulis $|g|$. Grup dihedral adalah grup himpunan simetri-simetri dari segi-n beraturan yang dinotasikan dengan D_{2n} untuk setiap n bilangan positif dan $n \geq 3$. Karena grup dihedral akan digunakan secara ekstensif, maka akan diberikan beberapa notasi dan perhitungan yang akan mempermudah pengamatan grup dihedral D_{2n} sebagai grup abstrak, diantaranya:

1. $1, r, r^2, \dots, r^{n-1}$ adalah unsur yang berbeda dan $r^n = 1$, jadi $|r| = n$.
2. $|s| = 2$.
3. $s \neq r^i$, $\forall i$.
4. $sr^i \neq sr^j, \forall 0 \leq i, j \leq n-1$ dengan $i \neq j$. Jadi

$$D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$$

   yaitu setiap anggota dapat dituliskan secara tunggal dalam bentuk $s^k r^i$ untuk $k = 0$ atau 1 dan $0 \leq i \leq n-1$.

5. $sr = r^{-1}s$.

6. $sr^i = r^{-1}s, \forall\, 0 \le i \le n$.

Sebagai contoh D_8 adalah grup dihedral yang memuat semua simetri pada bangun segiempat sehingga anggotanya adalah $D_8 = \{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$ (Dummit dan Foote, 1991).

2.1.3 Center Grup

Misalkan G grup, *center* dari grup G ditulis $Z(G)$ adalah subset dari G yang saling komutatif dengan setiap anggota di G, didefinisikan sebagai

$Z(G) = \{z \in G \mid zx = xz, \forall x \in G\}$ (Gallian, 2013).

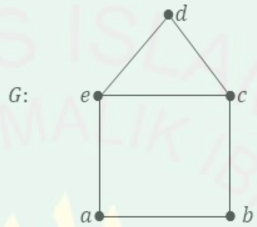
Contoh:

Misalkan $(M_6, +)$ adalah grup, dengan $M_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, maka *center* dari M_6 adalah M_6 karena operasi penjumlahan bersifat komutatif di M_6 dan untuk sebarang $g \in M_6$ berlaku $g + a = a + g, \forall a \in M_6$.

2.2 Graf

Graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi. Banyaknya unsur di $V(G)$ disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$, dan banyaknya unsur di $E(G)$ disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G masing-masing cukup ditulis p dan q (Abdussakir, dkk, 2009).

Sisi $e = (u, v)$ menghubungkan titik u dan v. Jika e adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung, u dan e serta v dan e disebut terkait langsung, dan u dan v disebut ujung dari e. Jika dua sisi e_1 dan e_2 terkait langsung pada satu titik yang sama, maka disebut terhubung langsung (*adjacent*). Untuk selanjutnya, sisi $e = (u, v)$ akan ditulis $e = uv$ (Abdussakir, dkk, 2009). Adapun contoh graf ditunjukkan pada Gambar 2.1 sebagai berikut



Gambar 2.1 Graf

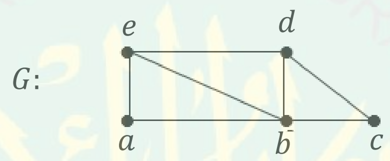
Graf dengan order 1 disebut graf trivial (*trivial graph*). Sedangkan graf dengan order lebih dari dua disebut graf nontrivial (*nontrivial graph*). Graf dengan ukuran 0 (nol) disebut graf kosong. Sedangkan graf tak kosong adalah graf yang memiliki satu atau lebih sisi. Pada sebarang graf kosong, tidak ada dua titik yang terhubung. Di sisi lain terdapat graf komplit yang setiap dua titik yang berbeda terhubung langsung. Ukuran dari graf komplit dari order n adalah $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$. Untuk setiap graf G dengan order n dan ukuran m berlaku $0 \leq m \leq \binom{n}{2}$. Graf komplit dinotasikan sebagai K_n (Chartrand, dkk, 2016).

2.2.1 Derajat Titik

Jika v adalah titik pada graf G, maka himpunan semua titik di G yang terhubung langsung dengan v disebut lingkungan dari v dan ditulis $N_G(v)$.

Derajat titik v di graf G, ditulis $\deg_G(v)$, adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v. Jika hanya terdapat satu graf G, maka penulisan $\deg_G(v)$ ditulis $\deg(v)$ dan $N_G(v)$ menjadi $N(v)$. Derajat titik juga didefinisikan sebagai $\deg(v) = |N(v)|$ (Abdussakir, dkk, 2009).

Titik dengan derajat 1 disebut titik akhir (*end-vertex*). Sedangkan sisi yang terkait langsung dengan titik akhir disebut *pendant edge*. Titik di G dapat disebut titik ganjil atau titik genap, bergantung pada derajat titik itu di G genap atau ganjil (Chartrand, dkk, 2016). Sebagai contoh, akan dihitung derajat titik dari graf berikut



Gambar 2.2 Graf G dengan 5 Titik

Berdasarkan Gambar 2.2 diperoleh derajat titik dari graf G yaitu $\deg(a) = 2; \deg(b) = 4; \deg(c) = 2; \deg(d) = 3; \deg(e) = 3$.

2.2.2 Graf Terhubung

Misal G graf dan $u, v \in V(G)$. Jalan u - v pada graf G adalah barisan berhingga yang berselang-seling $W \coloneqq u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_n, v_n = v$ antara titik dan sisi, yang dimulai dari titik dan diakhiri dengan titik, dengan $e_i = v_{i-1}v_i, i = 1,2,3, \dots n$ adalah sisi di G. v_o disebut titik awal, v_n disebut titik akhir, dan titik $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}$ disebut titik internal, serta n menyatakan panjang dari W. Jika $v_0 \neq v_n$, maka W disebut jalan terbuka. Jika $v_0 = v_n$ maka W disebut jalan tertutup (Chartrand, dkk, 2016).

Karena dalam graf dua titik hanya akan dihubungkan oleh tepat satu sisi, maka jalan u-v

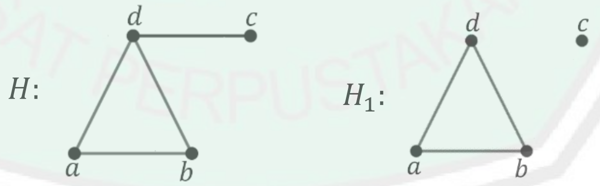
$W: u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \ldots, e_n, v_n = v$

dapat ditulis menjadi

$W: u = v_0, v_1, v_2, \ldots, v_{n-1}, v_n = v.$

Jalan W yang semua sisinya berbeda disebut *trail*. Jalan terbuka yang semua titiknya berbeda disebut lintasan. Setiap lintasan pasti *trail*, namun tidak semua trail merupakan lintasan (Abdussakir, dkk, 2009).

Misalkan u dan v titik berbeda pada graf G. Titik u dan v dikatakan terhubung, jika terdapat lintasan u-v di G. Suatu graf G dikatakan terhubung, jika untuk setiap titik u dan v yang berbeda di G terhubung. Dengan kata lain, suatu graf G dikatakan terhubung jika untuk setiap titik u dan v di G terdapat lintasan u-v di G. Sebaliknya, jika terdapat dua titik u dan v di G tetapi tidak terdapat lintasan u-v di G, maka G dikatakan tak terhubung (Abdussakir, dkk, 2009). Graf H pada gambar berikut adalah graf terhubung dan graf H_1 adalah graf tak terhubung.



Gambar 2.3 Graf Terhubung dan Tak Terhubung

2.2.3 Eksentrisitas Titik

Jarak (*distance*) dari u dan v di G, dinotasikan dengan $d(u, v)$, adalah panjang lintasan u-v terpendek di G (Abdussakir, dkk, 2009). Sedangkan $D(v)$

adalah jumlah semua jarak dari v ke semua titik di G, didefinisikan sebagai $D(v) = \sum_{u \in V(G)} d(v,u)$ (Yu dan Feng, 2011). Diberikan graf G_1 pada Gambar 2.4.

G_1:

Gambar 2.4 Graf G_1

Berdasarkan graf pada Gambar 2.4, jumlah jarak titik dalam graf G_1 adalah sebagai berikut

$$D(a) = d(a,b) + d(a,c) + d(a,d)$$
$$= 1 + 2 + 1 = 4$$
$$D(b) = d(b,a) + d(b,c) + d(b,d)$$
$$= 1 + 1 + 1 = 3$$
$$D(c) = d(c,a) + d(c,b) + d(c,d)$$
$$= 2 + 1 + 1 = 4$$
$$D(d) = d(d,a) + d(d,b) + d(d,c)$$
$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

Eksentrisitas titik v pada suatu graf terhubung G disimbolkan $e(v)$ adalah jarak terbesar antara titik v dengan sebarang titik pada graf G. Eksentrisitas titik v didefinisikan sebagai $e(v) = \max\{d(v,u) | u \in V(G)\}$ (Padmapriya dan Mathad, 2017). Berdasarkan Gambar 2.4, diperoleh eksentrisitas titik sebagai berikut

$$e(a) = \max\{d(a,b), d(a,c), d(a,d)\}$$
$$= \max\{1, 2, 1\} = 2$$

$$e(b) = \max\{d(b,a), d(b,c), d(b,d)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1\} = 1$$

$$e(c) = \max\{d(c,a), d(c,b), d(c,d)\}$$

$$= \max\{2,1, 1\} = 2$$

$$e(d) = \max\{d(d,a), d(d,b), d(d,c)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1\} = 1.$$

2.3 Graf *Commuting*

Misal G grup berhingga dan X adalah *subset* dari G. Graf *commuting* $C(G,X)$ adalah graf yang memiliki himpunan titik X dan dua titik berbeda akan terhubung langsung jika dan hanya jika $xy = yx$ di G (Rahayuningtyas, dkk, 2015).

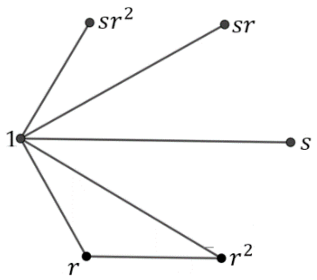
Contoh:

Misalkan $(D_6,\circ)$ adalah grup dihedral D_6 dengan $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$ yang dioperasikan terhadap operasi komposisi. Misal $X \subset D_6$ dengan $X = D_6$, akan ditunjukkan tabel Cayley sebagai berikut.

Tabel 2.1 Tabel Cayley dari D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan Tabel 2.1 diperoleh anggota grup dihedral yang saling komutatif yaitu 1 dan r, 1 dan r^2, 1 dan s, 1 dan sr, 1 dan sr^2, r dan r^2, sehingga diperoleh graf *commuting* sebagai berikut



Gambar 2.5 Graf Commuting dari D_6

2.4 Graf *Non Commuting*

Misal G grup non abelian dan $Z(G)$ adalah *center* dari G. Graf *non commuting* Γ_G adalah suatu graf yang titik-titiknya merupakan himpunan dari $G \backslash Z(G)$ dan dua titik x dan y terhubung langsung jika dan hanya jika $xy \neq yx$ (Rahayuningtyas, dkk, 2015).

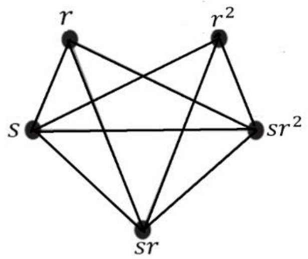
Contoh:

Misalkan $(D_6, \circ)$ adalah grup dihedral D_6 dengan $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$ yang dioperasikan terhadap operasi komposisi, dan $Z(D_6)$ adalah *center* dari D_6. Ditunjukkan tabel Cayley sebagai berikut

Tabel 2.2 Tabel Cayley dari D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan Tabel 2.2, diperoleh *center* D_6 atau $Z(D_6) = \{1\}$. Sehingga anggota D_6 yang tidak saling komutatif dengan operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, s dan sr, s dan sr^2, dan sr dan sr^2, diperoleh graf *non commuting* sebagai berikut



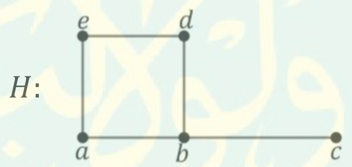
Gambar 2.6 Graf *Non Commuting* dari D_6

2.5 *Eccentric Distance Sum Index*

Eccentric distance sum index didefinisikan sebagai jumlah perkalian antara total jarak dan eksentrisitas titik yang didefinisikan sebagai berikut

$$\xi^d(G) = \sum_{v \in V(G)} e(v)D(v)$$ (Bielak dan Broniszewska, 2017).

Diketahui graf sebagai berikut



Gambar 2.7 Graf H

Berdasarkan Gambar 2.7, diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada graf H yang merupakan jumlah semua jarak dari titik v dengan semua titik di H. Jumlah jarak masing-masing titik pada H dijabarkan sebagai berikut

$$D(a) = d(a,b) + d(a,c) + d(a,d) + d(a,e)$$

$$= 1 + 2 + 2 + 1 = 6$$

$$D(b) = d(b,a) + d(b,c) + d(b,d) + d(b,e)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 2 = 5$$

$$D(c) = d(c,a) + d(c,b) + d(c,d) + d(c,e)$$

$$= 2 + 1 + 2 + 3 = 8$$

$$D(d) = d(d,a) + d(d,b) + d(d,c) + d(d,e)$$

$$= 2 + 1 + 2 + 1 = 6$$

$$D(e) = d(e,a) + d(e,b) + d(e,c) + d(e,d)$$

$$= 1 + 2 + 3 + 1 = 7$$

Dapat diperoleh juga eksentrisitas titik pada graf H yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di H. Eksentrisitas titik pada H dijabarkan sebagai berikut

$$e(a) = \max\{d(a,b), d(a,c), d(a,d), d(a,e)\}$$

$$= \max\{1, 2, 2, 1\} = 2$$

$$e(b) = \max\{d(b,a), d(b,c), d(b,d), d(b,e)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1, 2\} = 2$$

$$e(c) = \max\{d(c,a), d(c,b), d(c,d), d(c,e)\}$$

$$= \max\{2, 1, 2, 3\} = 3$$

$$e(d) = \max\{d(d,a), d(d,b), d(d,c), d(d,e)\}$$

$$= \max\{2, 1, 2, 1\} = 2$$

$$e(e) = \max\{d(e,a), d(e,b), d(e,c), d(e,d)\}$$

$$= \max\{1, 2, 3, 1\} = 3$$

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada graf H sebagai berikut

$$\xi^d(H) = \sum_{v \in V(H)} e(v)D(v)$$

$$= \big(e(a)D(a)\big) + \big(e(b)D(b)\big) + \big(e(c)D(c)\big) + \big(e(d)D(d)\big) + \big(e(e)D(e)\big)$$

$= (2 \times 6) + (2 \times 5) + (3 \times 8) + (2 \times 6) + (3 \times 7)$

$= 12 + 10 + 24 + 12 + 21$

$= 79$

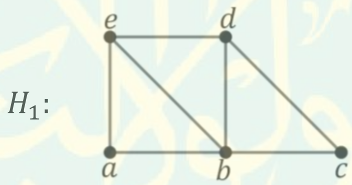
Jadi, *eccentric distance sum index* dari graf H pada Gambar 2.7 adalah 79.

2.6 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index*

Diberikan graf G $e(v)$ dan $\deg(v)$ adalah eksentrisitas dan derajat titik dari titik v di G. *Adjacent eccentric distance sum index* dari graf G didefinisikan sebagai

$$\xi^{sv}(G) = \sum_{v \in V(G)} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} \qquad \text{(Qu dan Cao, 2015).}$$

Diberikan graf sebagai berikut



Gambar 2.8 Graf H_1

Berdasarkan Gambar 2.8, diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada graf H_1 yang merupakan jumlah semua jarak dari titik v dengan semua titik di H_1. Jumlah jarak masing-masing titik pada H_1 dijabarkan sebagai berikut

$$D(a) = d(a,b) + d(a,c) + d(a,d) + d(a,e)$$

$$= 1 + 2 + 2 + 1 = 6$$

$$D(b) = d(b,a) + d(b,c) + d(b,d) + d(b,e)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

$$D(c) = d(c,a) + d(c,b) + d(c,d) + d(c,e)$$

$$= 2 + 1 + 1 + 2 = 6$$

$$D(d) = d(d,a) + d(d,b) + d(d,c) + d(d,e)$$

$$= 2 + 1 + 1 + 1 = 5$$

$$D(e) = d(e,a) + d(e,b) + d(e,c) + d(e,d)$$

$$= 1 + 1 + 2 + 1 = 5$$

Diperoleh pula eksentrisitas titik pada graf H_1 yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di H_1. Eksentrisitas titik pada H_1 dijabarkan sebagai berikut

$$e(a) = \max\{d(a,b), d(a,c), d(a,d), d(a,e)\}$$

$$= \max\{1, 2, 2, 1\} = 2$$

$$e(b) = \max\{d(b,a), d(b,c), d(b,d), d(b,e)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1, 1\} = 1$$

$$e(c) = \max\{d(c,a), d(c,b), d(c,d), d(c,e)\}$$

$$= \max\{2, 1, 1, 2\} = 2$$

$$e(d) = \max\{d(d,a), d(d,b), d(d,c), d(d,e)\}$$

$$= \max\{2, 1, 1, 1\} = 2$$

$$e(e) = \max\{d(e,a), d(e,b), d(e,c), d(e,d)\}$$

$$= \max\{1, 1, 2, 1\} = 2$$

Dapat diketahui juga derajat titik pada graf H_1 yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada H_1 yaitu $\deg(a) = 2$, $\deg(b) = 3$, $\deg(c) = 2$, $\deg(d) = 3$, dan $\deg(e) = 3$.

Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada H_1 adalah sebagai berikut

$$\xi^{sv}(H_1) = \sum_{v \in V(H_1)} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \left(\frac{e(a)D(a)}{\deg(a)}\right) + \left(\frac{e(b)D(b)}{\deg(b)}\right) + \left(\frac{e(c)D(c)}{\deg(c)}\right) + \left(\frac{e(d)D(d)}{\deg(d)}\right) + \left(\frac{e(e)D(e)}{\deg(e)}\right)$$

$$= \left(\frac{2 \times 6}{2}\right) + \left(\frac{1 \times 4}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 6}{2}\right) + \left(\frac{2 \times 5}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 5}{3}\right)$$

$$= 6 + 1{,}3 + 6 + 3{,}3 + 3{,}3$$

$$= 19{,}9$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* dari graf H_1 pada Gambar 2.8 adalah 19,9.

2.7 Persaudaraan dalam Islam

Sebagai makhluk sosial, manusia dianjurkan untuk menjalin hubungan yang baik dengan sesamanya. Sama halnya dengan Islam, Islam mengajarkan manusia untuk menjalin hubungan yang baik dengan sesama muslim seperti layaknya hubungan persaudaraan. Sebagaimana firman Allah dalam surat al-Hujurat ayat 10:

إِنَّمَا ٱلۡمُؤۡمِنُونَ إِخۡوَةٞ فَأَصۡلِحُواْ بَيۡنَ أَخَوَيۡكُمۡۚ وَٱتَّقُواْ ٱللَّهَ لَعَلَّكُمۡ تُرۡحَمُونَ ١٠

"Orang-orang beriman itu Sesungguhnya bersaudara. sebab itu damaikanlah (perbaikilah hubungan) antara kedua saudaramu itu dan takutlah terhadap Allah, supaya kamu mendapat rahmat."

Dalam firman Allah: *"Sesungguhnya orang-orang mukmin adalah bersaudara"*, maksudnya seluruh kaum muslimin adalah satu saudara karena agama. Sabagaimana sabda Rasulullah yang artinya: *"Seorang muslim adalah saudara bagi muslim lainnya, tidak boleh menzhalimi dan membiarkannya"* (HR. Muslim, at-Tirmidzi, Abu Dawud, Ahmad). Dalam hadis shahih lain Rasulullah bersabda yang artinya: *Perumpamaan orang-orang mukmin dalam cinta dan kasih sayang mereka adalah seperti satu tubuh. Jika salah satu bagian tubuh merasa sakit, maka seluruh anggota badan akan merasa demam dan susah tidur.* *"*Allah berfirman: *"Karena itu, damaikanlah antara kedua saudaramu,"* yaitu dua golongan yang bertikai. *"Dan bertawakkallah kepada Allah"* dalam seluruh urusan kalian, *"Supaya kamu mendapat rahmat"* (Ghoffar dan Al-Atsari, 2004).

Thabathaba'i menulis bahwa hendaknya kita menyadari bahwa firman Allah: *"Sesungguhnya orang-orang mukmin bersaudara"* merupakan ketetapan syariat berkaitan dengan persaudaraan antara orang-orang mukmin dan yang mengakibatkan dampak keagamaan serta hak-hak yang ditetapkan agama. Hubungan kekeluargaan antara anak, bapak atau saudara, ada yang ditetapkan agama atau undang-undang serta memiliki dampak tertentu seperti hak kewarisan, nafkah, dan lain-lain, dan ada juga yang ditetapkan hanya berdasarkan ketentuan umum, seperti hubungan pertalian keturunan atau rahim. Dengan demikian, persaudaraan antar sesama manusiapun berbeda-beda, walau semua dapat dinamai saudara. Ayat di atas jelas mengisyaratkan bahwa persatuan dan kesatuan, serta hubungan harmonis antar anggota masyarakat kecil atau besar akan melahirkan limpahan rahmat bagi mereka semua (Shihab, 2002).

Di samping menjelaskan bahwa manusia yang beriman adalah saudara, Allah juga menjelaskan tata cara yang dapat dilakukan dan harus dihindari agar hubungan persaudaraan terjalin dengan baik. Sebagaimana dalam surat al-Hujurat ayat 11:

يَـٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوا۟ لَا يَسْخَرْ قَوْمٌ مِّن قَوْمٍ عَسَىٰٓ أَن يَكُونُوا۟ خَيْرًا مِّنْهُمْ وَلَا نِسَآءٌ مِّن نِّسَآءٍ عَسَىٰٓ أَن يَكُنَّ خَيْرًا مِّنْهُنَّ ۖ وَلَا تَلْمِزُوٓا۟ أَنفُسَكُمْ وَلَا تَنَابَزُوا۟ بِٱلْأَلْقَـٰبِ ۖ بِئْسَ ٱلِٱسْمُ ٱلْفُسُوقُ بَعْدَ ٱلْإِيمَـٰنِ ۚ وَمَن لَّمْ يَتُبْ فَأُو۟لَـٰٓئِكَ هُمُ ٱلظَّـٰلِمُونَ ﴿١١﴾

"Hai orang-orang yang beriman, janganlah sekumpulan orang laki-laki merendahkan kumpulan yang lain, boleh Jadi yang ditertawakan itu lebih baik dari mereka. dan jangan pula sekumpulan perempuan merendahkan kumpulan lainnya, boleh Jadi yang direndahkan itu lebih baik. dan janganlah suka mencela dirimu sendiri dan jangan memanggil dengan gelaran yang mengandung ejekan. seburuk-buruk panggilan adalah (panggilan) yang buruk sesudah iman dan Barangsiapa yang tidak bertobat, Maka mereka Itulah orang-orang yang zalim."

Allah memerintahkan manusia untuk melakukan *ishlah* atau berbuat kebaikan. Dalam ayat ini, Allah menerangkan cara yang dapat dilakukan untuk berbuat *ishlah*. yaitu dengan tidak menertawakan dan merendahkan orang lain dan tidak mengolok olok orang lain dengan panggilan yang jelek.

Kata *yaskhar* (*memperolok-olokkan*) yaitu menyebut kekurangan pihak lain dengan tujuan menertawakan yang bersangkutan, baik dengan ucapan, perbuatan atau tingkah laku (Shihab, 2002). Allah melarang mengolok-olok orang lain, yakni mencela dan menghinakan mereka. Sebagaimana hadits Rasulullah yang artinya: *"Kesombongan itu adalah menolak kebenaran dan merendahkan manusia"* (Ghoffar dan Al-Atsari, 2004).

Berkaitan dengan perbuatan *ishlah*, Allah memperjelas perintah-Nya dengan firman-Nya: *"Dan berpeganglah kamu semuanya kepada tali (agama) Allah dan janganlah kamu bercerai berai, dan ingalah akan nikmat Allah kepadamu ketika kamu dahulu (masa Jahiliyah) bermusuh-musuhan…"*. Dalam tafsir Al-Qurthubi dijelaskan bahwa Allah memerintahkan untuk bersatu dan melarang bercerai-berai. Karena sesunguhnya bercerai-berai akan membawa dalam kebinasaan sedangkan persatuan akan menuai keselamatan (Al-Qurthubi, 2008).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 *Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Commuting* dari Grup Dihedral

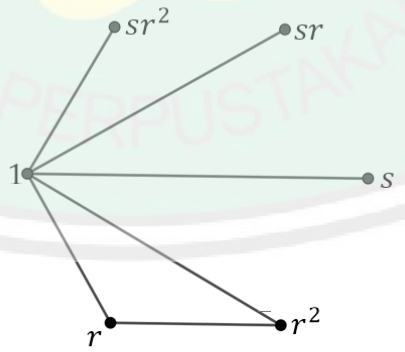
3.1.1 Grup Dihedral D_6

Grup dihedral D_6 dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.1 Tabel Cayley dari D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan Tabel 3.1 diperoleh anggota grup dihedral D_6 yang saling komutatif yaitu 1 dan r, 1 dan r^2, 1 dan s, 1 dan sr, 1 dan sr^2, dan r dan r^2. Graf *commuting* yang dihasilkan yaitu



Gambar 3.1 Graf $C(D_6)$

Berdasarkan Gambar 3.1, diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $C(D_6)$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $C(D_6)$. Jumlah jarak masing-masing titik pada $C(D_6)$ dijabarkan sebagai berikut

$$D(1) = d(1,r) + d(1,r^2) + d(1,s) + d(1,sr) + d(1,sr^2)$$
$$= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$$
$$D(r) = d(r,1) + d(r,r^2) + d(r,s) + d(r,sr) + d(r,sr^2)$$
$$= 1 + 1 + 2 + 2 + 2 = 8$$
$$D(r^2) = d(r^2,1) + d(r^2,r) + d(r^2,s) + d(r^2,sr) + d(r^2,sr^2)$$
$$= 1 + 1 + 2 + 2 + 2 = 8$$
$$D(s) = d(s,1) + d(s,r) + d(s,r^2) + d(s,sr) + d(s,sr^2)$$
$$= 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9$$
$$D(sr) = d(sr,1) + d(sr,r) + d(sr,r^2) + d(sr,s) + d(sr,sr^2)$$
$$= 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9$$
$$D(sr^2) = d(sr^2,1) + d(sr^2,r) + d(sr^2,r^2) + d(sr^2,s) + d(sr^2,sr)$$
$$= 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9$$

Diperoleh pula eksentrisitas titik pada $C(D_6)$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $C(D_6)$. Eksentrisitas titik pada $C(D_6)$ dijabarkan sebagai berikut

$$e(1) = \max\{d(1,r), d(1,r^2), d(1,s), d(1,sr), d(1,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,1,1,1\} = 1$$
$$e(r) = \max\{d(r,1), d(r,r^2), d(r,s), d(r,sr), d(r,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,2,2,2\} = 2$$
$$e(r^2) = \max\{d(r^2,1), d(r^2,r), d(r^2,s), d(r^2,sr), d(r^2,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,2,2,2\} = 2$$

$$e(s) = \max\{d(s,1), d(s,r), d(s,r^2), d(s,sr), d(s,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,2,2,2,2\} = 2$$
$$e(sr) = \max\{d(sr,1), d(sr,r), d(sr,r^2), d(sr,s), d(sr,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,2,2,2,2\} = 2$$
$$e(sr^2) = \max\{d(sr^2,1), d(sr^2,r), d(sr^2,r^2), d(sr^2,s), d(sr^2,sr)\}$$
$$= \max\{1,2,2,2,2\} = 2$$

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $C(D_6)$ sebagai berikut

$$\xi^d\big(C(D_6)\big) = \sum_{v \in V(C(D_6))} e(v)\mathrm{D}(v)$$
$$= \big(e(1)D(1)\big) + \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big) + \big(e(sr^2)D(sr^2)\big)$$
$$= (1 \times 5) + (2 \times 8) + (2 \times 8) + (2 \times 9) + (2 \times 9) + (2 \times 9)$$
$$= 5 + (2 \times 16) + (3 \times 18)$$
$$= 91$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $C(D_6)$ adalah 91, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $C(D_6)$ adalah 91.

Berdasarkan Gambar 3.1, dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_6)$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_6)$ yaitu $\deg(1) = 5$, $\deg(r) = 2$, $\deg(r^2) = 2$, $\deg(s) = 1$, $\deg(sr) = 1$, dan $\deg(sr^2) = 1$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_6)$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}(C(D_6)) = \sum_{v \in V(C(D_6))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{\left(e(1)D(1)\right)}{\deg(1)} + \frac{\left(e(r)D(r)\right)}{\deg(r)} + \frac{\left(e(r^2)D(r^2)\right)}{\deg(r^2)} + \frac{\left(e(s)D(s)\right)}{\deg(s)}$$

$$+ \frac{\left(e(sr)D(sr)\right)}{\deg(sr)} + \frac{\left(e(sr^2)D(sr^2)\right)}{\deg(sr^2)}$$

$$= \left(\frac{1 \times 5}{5}\right) + \left(\frac{2 \times 8}{2}\right) + \left(\frac{2 \times 8}{2}\right) + \left(\frac{2 \times 9}{1}\right) + \left(\frac{2 \times 9}{1}\right) + \left(\frac{2 \times 9}{1}\right)$$

$$= \frac{5}{5} + \left(2 \times \frac{16}{2}\right) + \left(3 \times \frac{18}{1}\right)$$

$$= 1 + 16 + (18 \times 3)$$

$$= 71$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_6)$ adalah 71, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $C(D_6)$ adalah 71.

3.1.2 Grup Dihedral D_8

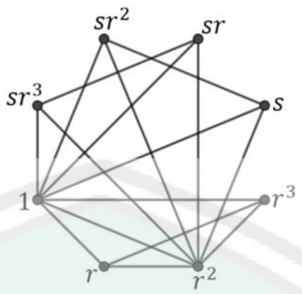
Grup dihedral D_8 dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.2 Tabel Cayley dari D_8

$\circ$	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
1	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
r	r	r^2	r^3	1	sr^3	s	sr	sr^2
r^2	r^2	r^3	1	r	sr^2	sr^3	s	sr
r^3	r^3	1	r	r^2	sr	sr^2	sr^3	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	1	r	r^2	r^3
sr	sr	sr^2	sr^3	s	r^3	1	r	r^2
sr^2	sr^2	sr^3	s	sr	r^2	r^3	1	r
sr^3	sr^3	s	sr	sr^2	r	r^2	r^3	1

Berdasarkan Tabel 3.2, diperoleh anggota grup dihedral D_8 yang saling komutatif terhadap operasi komposisi yaitu 1 dan r, 1 dan r^2, 1 dan r^3, 1 dan s, 1 dan sr, 1 dan sr^2, 1 dan sr^3, r dan r^2, r dan r^3, r^2 dan r^3, r^2 dan s, r^2 dan sr,

r^2 dan sr^2, r^2 dan sr^3, s dan sr^2, dan sr dan sr^3. Graf *commuting* yang dihasilkan yaitu



Gambar 3.2 Graf $C(D_8)$

Berdasarkan Gambar 3.2, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $C(D_8)$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $C(D_8)$ yaitu $D(1) = 7$, $D(r) = 11$, $D(r^2) = 7$, $D(r^3) = 11$, $D(s) = 11$, $D(sr) = 11$, $D(sr^2) = 11$, dan $D(sr^3) = 11$. Diperoleh juga eksentrisitas titik pada $C(D_8)$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $C(D_8)$ yaitu $e(1) = 1$, $e(r) = 2$, $e(r^2) = 1$, $e(r^3) = 2$, $e(s) = 2$, $e(sr) = 2$, $e(sr^2) = 2$, dan $e(sr^3) = 2$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $C(D_8)$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\xi^d\big(C(D_8)\big) &= \sum_{v \in V(C(D_8))} e(v)\mathrm{D}(v) \\
&= \big(e(1)D(1)\big) + \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(r^3)D(r^3)\big) \\
&\quad + \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big) + \big(e(sr^2)D(sr^2)\big) \\
&\quad + \big(e(sr^3)D(sr^3)\big) \\
&= (1 \times 7) + (2 \times 11) + (1 \times 7) + (2 \times 11) + (2 \times 11) + (2 \times 11) \\
&\quad + (2 \times 11) + (2 \times 11)
\end{aligned}$$

$= (2 \times 7) + (6 \times 22)$

$= 146$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $C(D_8)$ adalah 146, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $C(D_8)$ adalah 146.

Berdasarkan Gambar 3.2, dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_8)$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_8)$ yaitu $\deg(1) = 7$, $\deg(r) = 3$, $\deg(r^2) = 7$, $\deg(r^3) = 3$, $\deg(s) = 3$, $\deg(sr) = 3$, $\deg(sr^2) = 3$, dan $\deg(sr^3) = 3$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_8)$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}(C(D_8)) = \sum_{v \in V(C(D_8))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{(e(1)D(1))}{\deg(1)} + \frac{(e(r)D(r))}{\deg(r)} + \frac{(e(r^2)D(r^2))}{\deg(r^2)} + \frac{(e(r^3)D(r^3))}{\deg(r^3)}$$

$$+ \frac{(e(s)D(s))}{\deg(s)} + \frac{(e(sr)D(sr))}{\deg(sr)} + \frac{(e(sr^2)D(sr^2))}{\deg(sr^2)}$$

$$+ \frac{(e(sr^3)D(sr^3))}{\deg(sr^3)}$$

$$= \left(\frac{1 \times 7}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 11}{3}\right) + \left(\frac{1 \times 7}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 11}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 11}{3}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 11}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 11}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 11}{3}\right)$$

$$= 1 + 1 + \left(\frac{22}{3} \times 6\right)$$

$$= 46$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_8)$ adalah 46, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $C(D_8)$ adalah 46.

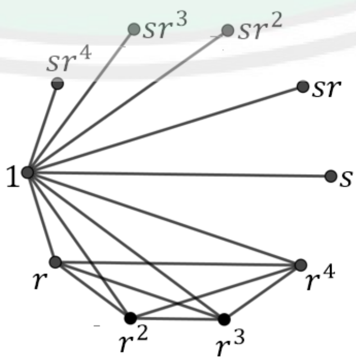
3.1.3 Grup Dihedral D_{10}

Grup dihedral D_{10} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.3 Tabel Cayley dari D_{10}

	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
1	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r	r	r^2	r^3	r^4	1	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3
r^2	r^2	r^3	r^4	1	r	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2
r^3	r^3	r^4	1	r	r^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr
r^4	r^4	1	r	r^2	r^3	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	1	r	r^2	r^3	r^4
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s	r^4	1	r	r^2	r^3
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr	r^3	r^4	1	r	r^2
sr^3	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2	r^2	r^3	r^4	1	r
sr^4	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3	r	r^2	r^3	r^4	1

Berdasarkan Tabel 3.3, diperoleh anggota grup dihedral D_{10} yang saling komutatif terhadap operasi komposisi yaitu 1 dan r, 1 dan r^2, 1 dan r^3, 1 dan r^4, 1 dan s, 1 dan sr, 1 dan sr^2, 1 dan sr^3, 1 dan sr^4, r dan r^2, r dan r^3, r dan r^4, r^2dan r^3, r^2 dan r^4, dan r^3 dan r^4. Graf *commuting* yang dihasilkan yaitu



Gambar 3.3 Graf $C(D_{10})$

Berdasarkan Gambar 3.3, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $C(D_{10})$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $C(D_{10})$ yaitu $D(1) = 9$, $D(r) = 14$, $D(r^2) = 14$, $D(r^3) = 14$, $D(r^4) = 14$, $D(s) = 17$, $D(sr) = 17$, $D(sr^2) = 17$, $D(sr^3) = 17$, dan $D(sr^4) = 17$. Diperoleh juga eksentrisitas titik pada $C(D_{10})$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $C(D_{10})$ adalah $e(1) = 1$, $e(r) = 2$, $e(r^2) = 2$, $e(r^3) = 2$, $e(r^4) = 2$, $e(s) = 2$, $e(sr) = 2$, $e(sr^2) = 2$, $e(sr^3) = 2$, dan $e(sr^4) = 2$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $C(D_{10})$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\xi^d\big(C(D_{10})\big) &= \sum_{v\in V(C(D_{10}))} \mathrm{e}(v)\mathrm{D}(v) \\
&= \big(e(1)D(1)\big) + \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(r^3)D(r^3)\big) \\
&\quad + (e(r^4)D(r^4)) + \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big) \\
&\quad + \big(e(sr^2)D(sr^2)\big) + \big(e(sr^3)D(sr^3)\big) + (e(sr^4)D(sr^4)) \\
&= (1 \times 9) + (2 \times 14) + (2 \times 14) + (2 \times 14) + (2 \times 14) + (2 \\
&\quad \times 17) + (2 \times 17) + (2 \times 17 + (2 \times 17) + (2 \times 17) \\
&= 9 + (4 \times 28) + (5 \times 34) \\
&= 291
\end{aligned}$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $C(D_{10})$ adalah 291, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $C(D_{10})$ adalah 291.

Berdasarkan Gambar 3.3, dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_{10})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_{10})$ yaitu $\deg(1) = 9$, $\deg(r) = 4$, $\deg(r^2) = 4$, $\deg(r^3) = 4$, $\deg(r^4) = 4$, $\deg(s) = 1$, $\deg(sr) = 1$,

$\deg(sr^2) = 1$, $\deg(sr^3) = 1$, dan $\deg(sr^4) = 1$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_{10})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}\big(C(D_{10})\big) = \sum_{v\in V(C(D_{10}))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{\big(e(1)D(1)\big)}{\deg(1)} + \frac{\big(e(r)D(r)\big)}{\deg(r)} + \frac{\big(e(r^2)D(r^2)\big)}{\deg(r^2)} + \frac{\big(e(r^3)D(r^3)\big)}{\deg(r^3)}$$

$$+ \frac{\big(e(r^4)D(r^4)\big)}{\deg(r^4)} + \frac{\big(e(s)D(s)\big)}{\deg(s)} + \frac{\big(e(sr)D(sr)\big)}{\deg(sr)}$$

$$+ \frac{\big(e(sr^2)D(sr^2)\big)}{\deg(sr^2)} + \frac{\big(e(sr^3)D(sr^3)\big)}{\deg(sr^3)} + \frac{\big(e(sr^4)D(sr^4)\big)}{\deg(sr^4)}$$

$$= \left(\frac{1\times 9}{9}\right) + \left(\frac{2\times 14}{4}\right) + \left(\frac{2\times 14}{4}\right) + \left(\frac{2\times 14}{4}\right) + \left(\frac{2\times 14}{4}\right)$$

$$+ \left(\frac{2\times 17}{1}\right) + \left(\frac{2\times 17}{1}\right) + \left(\frac{2\times 17}{1}\right) + \left(\frac{2\times 17}{1}\right) + \left(\frac{2\times 17}{1}\right)$$

$$= \frac{9}{9} + \left(4\times\frac{28}{4}\right) + \left(5\times\frac{34}{1}\right)$$

$$= 1 + 28 + (34\times 5)$$

$$= 199$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_{10})$ adalah 199, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $C(D_{10})$ adalah 199.

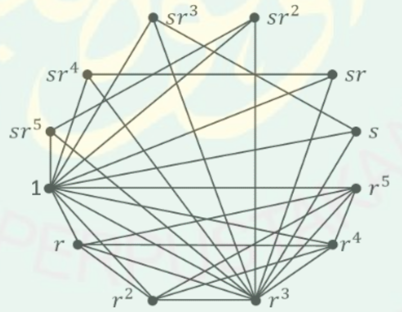
3.1.4 Grup Dihedral D_{12}

Grup dihedral D_{12} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.4 Tabel Cayley dari D_{12}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3
r^3	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2
r^4	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr
r^5	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2
sr^4	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r
sr^5	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1

Berdasarkan Tabel 3.4, diperoleh anggota grup dihedral D_{12} yang saling komutatif terhadap operasi komposisi yaitu 1 dan r, 1 dan r^2, 1 dan r^3, 1 dan r^4, 1 dan r^5, 1 dan s, 1 dan sr, 1 dan sr^2, 1 dan sr^3, 1 dan sr^4, 1 dan sr^5, r dan r^2, r dan r^3, r dan r^4, r dan r^5, r^2 dan r^3, r^2 dan r^4, r^2 dan r^5, r^3 dan r^4, r^3 dan r^5, r^3 dan s, r^3 dan sr, r^3 dan sr^2, r^3 dan sr^3, r^3 dan sr^4, r^3 dan sr^5, r^4 dan r^5, s dan sr^3, sr dan sr^4, dan sr^2 dan sr^5. Graf *commuting* yang dihasilkan yaitu



Gambar 3.4 Graf $C(D_{12})$

Berdasarkan Gambar 3.4, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $C(D_{12})$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $C(D_{12})$ yaitu $D(1) = 11$, $D(r) = 17$, $D(r^2) = 17$, $D(r^3) = 11$, $D(r^4) = 17$, $(r^5) = 17$, $D(s) = 19$,

$D(sr) = 19$, $D(sr^2) = 19$, $(sr^3) = 19$, $D(sr^4) = 19$, dan $D(sr^5) = 19$. Diperoleh juga eksentrisitas titik pada $C(D_{12})$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $C(D_{12})$ yaitu $e(1) = 1$, $e(r) = 2$, $e(r^2) = 2$, $e(r^3) = 1$, $e(r^4) = 2$, $e(r^5) = 2$, $e(s) = 2$, $e(sr) = 2$, $e(sr^2) = 2$, $e(sr^3) = 2$, $e(sr^4) = 2$, dan $e(sr^5) = 2$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $C(D_{12})$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\xi^d\big(C(D_{12})\big) &= \sum_{v \in V(C(D_{12}))} e(v)\mathrm{D}(v) \\
&= \big(e(1)D(1)\big) + \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(r^3)D(r^3)\big) \\
&\quad + \big(e(r^4)D(r^4)\big) + \big(e(r^5)D(r^5)\big) + \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big) \\
&\quad + \big(e(sr^2)D(sr^2)\big) + \big(e(sr^3)D(sr^3)\big) + \big(e(sr^4)D(sr^4)\big) \\
&\quad + \big(e(sr^5)D(sr^5)\big) \\
&= (1 \times 11) + (2 \times 17) + (2 \times 17) + (1 \times 11) + (2 \times 17) + (2 \\
&\quad \times 17) + (2 \times 19) + (2 \times 19) + (2 \times 19) + (2 \times 19) + (2 \times 19) \\
&\quad + (2 \times 19) \\
&= (2 \times 11) + (4 \times 34) + (6 \times 38) \\
&= 386
\end{aligned}$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $C(D_{12})$ adalah 386, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $C(D_{12})$ adalah 386.

Berdasarkan Gambar 3.4, dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_{12})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_{12})$ yaitu $\deg(1) = 11$, $\deg(r) = 5$, $\deg(r^2) = 5$, $\deg(r^3) = 11$, $\deg(r^4) = 5$, $\deg(r^5) = 5$, $\deg(s) = 3$, $\deg(sr) = 3$, $\deg(sr^2) = 3$, $\deg(sr^3) = 3$, $\deg(sr^4) = 3$, dan $\deg(sr^5) = 3$.

Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_{12})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}\big(C(D_{12})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{12}))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{\big(e(1)D(1)\big)}{\deg(1)} + \frac{\big(e(r)D(r)\big)}{\deg(r)} + \frac{\big(\varepsilon(r^2)D(r^2)\big)}{\deg(r^2)} + \frac{\big(\varepsilon(r^3)D(r^3)\big)}{\deg(r^3)}$$

$$+ \frac{\big(e(r^4)D(r^4)\big)}{\deg(r^4)} + \frac{\big(\varepsilon(r^5)D(r^5)\big)}{\deg(r^5)} + \frac{\big(\varepsilon(s)D(s)\big)}{\deg(s)} + \frac{\big(\varepsilon(sr)D(sr)\big)}{\deg(sr)}$$

$$+ \frac{\big(e(sr^2)D(sr^2)\big)}{\deg(sr^2)} + \frac{\big(\varepsilon(sr^3)D(sr^3)\big)}{\deg(sr^3)} + \frac{\big(\varepsilon(sr^4)D(sr^4)\big)}{\deg(sr^4)}$$

$$+ \frac{\big(e(sr^5)D(sr^5)\big)}{\deg(sr^5)}$$

$$= \left(\frac{1 \times 11}{11}\right) + \left(\frac{2 \times 17}{5}\right) + \left(\frac{2 \times 17}{5}\right) + \left(\frac{1 \times 11}{11}\right) + \left(\frac{2 \times 17}{5}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 17}{5}\right) + \left(\frac{2 \times 19}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 19}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 19}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 19}{3}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 19}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 19}{3}\right)$$

$$= \left(2 \times \frac{11}{11}\right) + \left(4 \times \frac{34}{5}\right) + \left(6 \times \frac{38}{3}\right)$$

$$= 105{,}2$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_{12})$ adalah 105,2, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $C(D_{12})$ adalah 105,2.

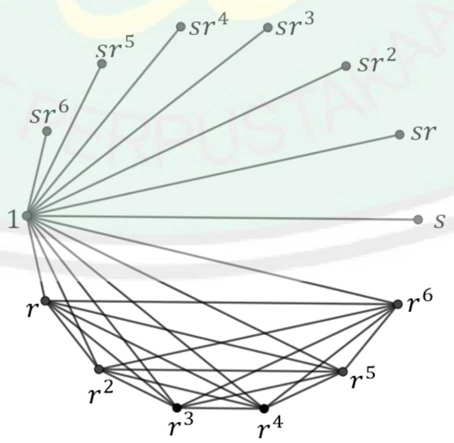
3.1.5 Grup Dihedral D_{14}

Grup dihedral D_{14} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.5 Tabel Cayley dari D_{14}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3
r^4	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2
r^5	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr
r^6	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2
sr^5	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r
sr^6	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1

Berdasarkan Tabel 3.5, diperoleh anggota grup dihedral D_{14} yang saling komutatif terhadap operasi komposisi yaitu 1 dan r, 1 dan r^2, 1 dan r^3, 1 dan r^4, 1 dan r^5, 1 dan r^6, 1 dan s, 1 dan sr, 1 dan sr^2, 1 dan sr^3, 1 dan sr^4, 1 dan sr^5, 1 dan sr^6, r dan r^2, r dan r^3, r dan r^4, r dan r^5, r dan r^6, r^2 dan r^3, r^2 dan r^4, r^2 dan r^5, r^2 dan r^6, r^3 dan r^4, r^3 dan r^5, r^3 dan r^6, r^4 dan r^5, r^4 dan r^6 dan r^5 dan r^6. Graf *commuting* yang dihasilkan yaitu



Gambar 3.5 Graf $C(D_{14})$

Berdasarkan Gambar 3.5, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $C(D_{14})$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $C(D_{14})$ yaitu $D(1) = 13$, $D(r) = 20$, $D(r^2) = 20$, $D(r^3) = 20$, $D(r^4) = 20$, $D(r^5) = 20$, $D(r^6) = 20$, $D(s) = 25$, $D(sr) = 25$, $D(sr^2) = 25$, $D(sr^3) = 25$, $D(sr^4) = 25$, $D(sr^5) = 25$, dan $D(sr^6) = 25$. Diperoleh juga eksentrisitas titik pada $C(D_{14})$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $C(D_{14})$ yaitu $e(1) = 1$, $e(r) = 2$, $e(r^2) = 2$, $e(r^3) = 2$, $e(r^4) = 2$, $e(r^5) = 2$, $e(r^6) = 2$, $e(s) = 2$, $e(sr) = 2$, $e(sr^2) = 2$, $e(sr^3) = 2$, $e(sr^4) = 2$, $e(sr^5) = 2$, dan $e(sr^6) = 2$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $C(D_{14})$ sebagai berikut

$$
\begin{aligned}
\xi^d(C(D_{14})) &= \sum_{v \in V(C(D_{14}))} e(v)\mathrm{D}(v) \\
&= \big(e(1)D(1)\big) + \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(r^3)D(r^3)\big) \\
&\quad + \big(e(r^4)D(r^4)\big) + \big(e(r^5)D(r^5)\big) + \big(e(r^5)D(r^6)\big) + \big(e(s)D(s)\big) \\
&\quad + \big(e(sr)D(sr)\big) + \big(e(sr^2)D(sr^2)\big) + \big(e(sr^3)D(sr^3)\big) \\
&\quad + \big(e(sr^4)D(sr^4)\big) + \big(e(sr^5)D(sr^5)\big) + \big(e(sr^6)D(sr^6)\big) \\
&= (1 \times 13) + (2 \times 20) + (2 \times 20) + (2 \times 20) + (2 \times 20) + (2 \\
&\quad \times 20) + (2 \times 20) + (2 \times 25) + (2 \times 25) + (2 \times 25) + (2 \times 25) \\
&\quad + (2 \times 25) + (2 \times 25) + (2 \times 25) \\
&= 13 + (6 \times 40) + (7 \times 50) \\
&= 603
\end{aligned}
$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $C(D_{14})$ adalah 603, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $C(D_{14})$ adalah 603.

Berdasarkan Gambar 3.5, dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_{14})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_{14})$ yaitu $\deg(1) = 13$, $\deg(r) = 6$, $\deg(r^2) = 6$, $\deg(r^3) = 6$, $\deg(r^4) = 6$, $\deg(r^5) = 6$, $\deg(r^6) = 6$, $\deg(s) = 1$, $\deg(sr) = 1$, $\deg(sr^2) = 1$, $\deg(sr^3) = 1$, $\deg(sr^4) = 1$, $\deg(sr^5) = 1$, dan $\deg(sr^6) = 1$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_{14})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}(C(D_{14})) = \sum_{v \in V(C(D_{14}))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{(e(1)D(1))}{\deg(1)} + \frac{(e(r)D(r))}{\deg(r)} + \frac{(e(r^2)D(r^2))}{\deg(r^2)} + \frac{(e(r^3)D(r^3))}{\deg(r^3)}$$

$$+ \frac{(e(r^4)D(r^4))}{\deg(r^4)} + \frac{(e(r^5)D(r^5))}{\deg(r^5)} + \frac{(e(r^6)D(r^6))}{\deg(r^6)} + \frac{(e(s)D(s))}{\deg(s)}$$

$$+ \frac{(e(sr)D(sr))}{\deg(sr)} + \frac{(e(sr^2)D(sr^2))}{\deg(sr^2)} + \frac{(e(sr^3)D(sr^3))}{\deg(sr^3)}$$

$$+ \frac{(e(sr^4)D(sr^4))}{\deg(sr^4)} + \frac{(e(sr^5)D(sr^5))}{\deg(sr^5)} + \frac{(e(sr^6)D(sr^6))}{\deg(sr^6)}$$

$$= \left(\frac{1 \times 13}{13}\right) + \left(\frac{2 \times 20}{6}\right) + \left(\frac{2 \times 20}{6}\right) + \left(\frac{2 \times 20}{6}\right) + \left(\frac{2 \times 20}{6}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 20}{6}\right) + \left(\frac{2 \times 20}{6}\right) + \left(\frac{2 \times 25}{1}\right) + \left(\frac{2 \times 25}{1}\right) + \left(\frac{2 \times 25}{1}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 25}{1}\right) + \left(\frac{2 \times 25}{1}\right) + \left(\frac{2 \times 25}{1}\right) + \left(\frac{2 \times 25}{1}\right)$$

$$= \frac{13}{13} + \left(6 \times \frac{40}{6}\right) + \left(7 \times \frac{50}{1}\right)$$

$$= 1 + 40 + (50 \times 7)$$

$$= 391$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_{14})$ adalah 391, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $C(D_{14})$ adalah 391.

3.1.6 Grup Dihedral D_{16}

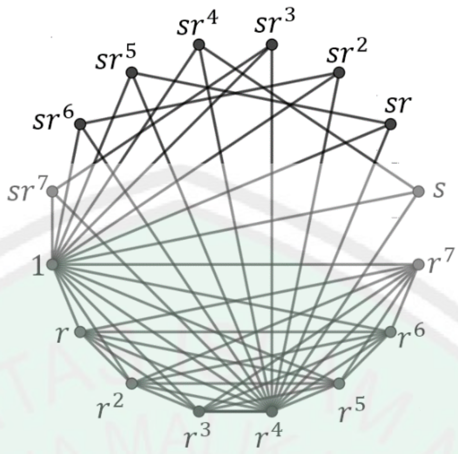
Grup dihedral D_{16} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.6 Tabel Cayley dari D_{16}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^4	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3
r^5	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2
r^6	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr
r^7	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3
sr^5	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2
sr^6	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r
sr^7	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1

Berdasarkan Tabel 3.6, diperoleh anggota grup dihedral D_{16} yang saling komutatif terhadap operasi komposisi yaitu 1 dan r, 1 dan r^2, 1 dan r^3,1 dan r^4, 1 dan r^5, 1 dan r^6, 1 dan r^7, 1 dan s, 1 dan sr, 1 dan sr^2, 1 dan sr^3, 1 dan r^4, 1 dan sr^5, 1 dan sr^6, 1 dan sr^7, r dan r^2, r dan r^3, r dan r^4, r dan r^5, r dan r^6, r dan r^7, r^2 dan r^3, r^2 dan r^4, r^2 dan r^5, r^2 dan r^6, r^2 dan r^7, r^3 dan r^4, r^3 dan r^5, r^3 dan r^6, r^3 dan r^7, r^4 dan r^5, r^4 dan r^6, r^4 dan r^7, r^4 dan s, r^4 dan sr, r^4 dan sr^2, r^4 dan sr^3, r^4 dan sr^4, r^4 dan sr^5, r^4 dan sr^6, r^4 dan sr^7, r^5 dan r^6,

r^5 dan r^7, r^6 dan r^7, s dan sr^4, sr dan sr^5, sr^2 dan sr^6, dan sr^3 dan sr^7. Graf *commuting* yang dihasilkan yaitu



Gambar 3.6 Graf $C(D_{16})$

Berdasarkan Gambar 3.6, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $C(D_{16})$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $C(D_{16})$ yaitu $D(1) = 15$, $D(r) = 23$, $D(r^2) = 23$, $D(r^3) = 23$, $D(r^4) = 15$, $D(r^5) = 23$, $D(r^6) = 23$, $D(r^7) = 23$, $D(s) = 27$, $D(sr) = 27$, $D(sr^2) = 27$, $D(sr^3) = 27$, $D(sr^4) = 27$, $D(sr^5) = 27$, $D(sr^6) = 27$, dan $D(sr^7) = 27$. Diperoleh juga eksentrisitas titik pada $C(D_{16})$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $C(D_{16})$ yaitu $e(1) = 1$, $e(r) = 2$, $e(r^2) = 2$, $e(r^3) = 2$, $e(r^4) = 1$, $e(r^5) = 2$, $e(r^6) = 2$, $e(r^7) = 2$, $e(s) = 2$, $e(sr) = 2$, $e(sr^2) = 2$, $e(sr^3) = 2$, $e(sr^4) = 2$, $e(sr^5) = 2$, $e(sr^6) = 2$, dan $e(sr^7) = 2$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $C(D_{16})$ sebagai berikut

$$\xi^d\big(C(D_{16})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{16}))} e(v)\mathrm{D}(v)$$

$$= \big(e(1)D(1)\big) + \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(r^3)D(r^3)\big)$$
$$+ \big(e(r^4)D(r^4)\big) + \big(e(r^5)D(r^5)\big) + \big(e(r^6)D(r^6)\big)$$
$$+ \big(e(r^7)D(r^7)\big) + \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big)$$
$$+ \big(e(sr^2)D(sr^2)\big) + \big(e(sr^3)D(sr^3)\big) + \big(e(sr^4)D(sr^4)\big)$$
$$+ \big(e(sr^5)D(sr^5)\big) + \big(e(sr^6)D(sr^6)\big) + \big(e(sr^7)D(sr^7)\big)$$
$$= (1 \times 15) + (2 \times 23) + (2 \times 23) + (2 \times 23) + (1 \times 15) + (2$$
$$\times 23) + (2 \times 23) + (2 \times 23) + (2 \times 27) + (2 \times 27) + (2 \times 27)$$
$$+ (2 \times 27) + (2 \times 27) + (2 \times 27) + (2 \times 27) + (2 \times 27)$$
$$= (2 \times 15) + (6 \times 46) + (8 \times 54)$$
$$= 738$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $C(D_{16})$ adalah 738, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $C(D_{16})$ adalah 738.

Berdasarkan Gambar 3.6, dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_{16})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_{16})$yaitu $\deg(1) = 15$, $\deg(r) = 7$, $\deg(r^2) = 7$, $\deg(r^3) = 7$, $\deg(r^4) = 15$, $\deg(r^5) = 7$, $\deg(r^6) = 7$, $\deg r7 = 7$, $\deg(s) = 3$, $\deg(sr) = 3$, $\deg(sr^2) = 3$, $\deg(sr^3) = 3$, $\deg(sr^4) = 3$, $\deg(sr^5) = 3$, $\deg(sr^6) = 3$, dan $\deg(sr^7) = 3$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_{16})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}\big(C(D_{16})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{16}))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{\left(e(1)D(1)\right)}{\deg(1)} + \frac{\left(e(r)D(r)\right)}{\deg(r)} + \frac{\left(e(r^2)D(r^2)\right)}{\deg(r^2)} + \frac{\left(e(r^3)D(r^3)\right)}{\deg(r^3)}$$

$$+ \frac{\left(e(r^4)D(r^4)\right)}{\deg(r^4)} + \frac{\left(e(r^5)D(r^5)\right)}{\deg(r^5)} + \frac{\left(e(r^6)D(r^6)\right)}{\deg(r^6)}$$

$$+ \frac{\left(e(r^7)D(r^7)\right)}{\deg(r^7)} + \frac{\left(e(s)D(s)\right)}{\deg(s)} + \frac{\left(e(sr)D(sr)\right)}{\deg(sr)}$$

$$+ \frac{\left(e(sr^2)D(sr^2)\right)}{\deg(sr^2)} + \frac{\left(e(sr^3)D(sr^3)\right)}{\deg(sr^3)} + \frac{\left(e(sr^4)D(sr^4)\right)}{\deg(sr^4)}$$

$$+ \frac{\left(e(sr^5)D(sr^5)\right)}{\deg(sr^5)} + \frac{\left(e(sr^6)D(sr^6)\right)}{\deg(sr^6)} + \frac{\left(e(sr^7)D(sr^7)\right)}{\deg(sr^7)}$$

$$= \left(\frac{1 \times 15}{15}\right) + \left(\frac{2 \times 23}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 23}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 23}{7}\right) + \left(\frac{1 \times 15}{15}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 23}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 23}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 23}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 27}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 27}{3}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 27}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 27}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 27}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 27}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 27}{3}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 27}{3}\right)$$

$$= \left(2 \times \frac{15}{15}\right) + \left(6 \times \frac{46}{7}\right) + \left(8 \times \frac{54}{3}\right)$$

$$= 185{,}4285$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_6)$ adalah 185,4285, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $C(D_6)$ adalah 185,4285.

Berdasarkan *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* yang diperoleh pada $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}$, diperoleh pola umum *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* D_{2n} sebagai berikut

Tabel 3.7 *Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Commuting* Grup Dihedral D_{2n} dengan $n \geq 3$ dan n Ganjil

n	Graf Commuting	Eccentric Distance Sum Index	Adjacent Eccentric Distance Sum Index
3	D_6	$91 = 126 - 35$ $= 14(9) - 36 + 1$ $= 14(3^2) - 12(3) + 1$	$71 = 72 - 1$ $= 8(9) - 1$ $= 8(3^2) - 1$
5	D_{10}	$291 = 350 - 59$ $= 14(25) - 60 + 1$ $= 14(5^2) - 12(5) + 1$	$199 = 200 - 1$ $= 8(25) - 1$ $= 8(5^2) - 1$
7	D_{14}	$603 = 686 - 83$ $= 14(49) - 84 + 1$ $= 14(7^2) - 12(7) + 1$	$391 = 392 - 1$ $= 8(49) - 1$ $= 8(7^2) - 1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$2n$	D_{2n}	$14n^2 - 12n + 1$	$8n^2 - 1$

Tabel 3.8 *Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Commuting* Grup Dihedral D_{2n} dengan $n \geq 4$ dan n Genap

n	Graf *Commuting*	*Eccentric Distance Sum Index*	*Adjacent Eccentric Distance Sum Index*
4	D_8	$146 = 2(73)$ $= 2(112-39)$ $= 2(7(16)-40+1)$ $= 2(7(4^2)-10(4)+1)$	$46 = \frac{2(207)}{9}$ $= \frac{2(256-49)}{3(3)}$ $= \frac{2(4(64)-52+3)}{3(4-1)}$ $= \frac{2(4(4^3)-13(4)+3)}{3(4-1)}$
6	D_{12}	$386 = 2(193)$ $= 2(252-59)$ $= 2(7(36)-60+1)$ $= 2(7(6^2)-10(6)+1)$	$105{,}2 = \frac{2(789)}{15}$ $= \frac{2(864-75)}{3(5)}$ $= \frac{2(4(216)-78+3)}{3(6-1)}$ $= \frac{2(4(6^3)-13(6)+3)}{3(6-1)}$
8	D_{16}	$738 = 2(369)$ $= 2(448-79)$ $= 2(7(64)-80+1)$ $= 2(7(8^2)-10(8)+1)$	$185{,}4285 = \frac{2(1947)}{21}$ $= \frac{2(2048-101)}{3(5)}$ $= \frac{2(4(512)-104+3)}{3(8-1)}$ $= \frac{2(4(8^3)-13(8)+3)}{3(8-1)}$
⋮	⋮	⋮	⋮
$2n$	D_{2n}	$2(7n^2-10n+1)$	$\frac{2(4n^3-13n+3)}{3(n-1)}$

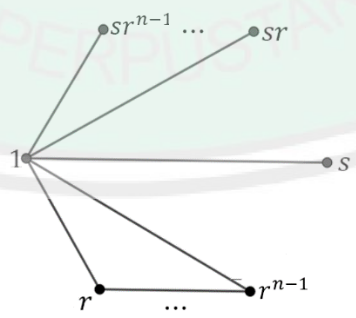
Teorema 1

Misalkan D_{2n} adalah grup dihedral dengan $n \geq 3$ dan n ganjil. $C(D_{2n})$ adalah graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n}. *Eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n} adalah

$$\xi^d\big(C(D_{2n})\big) = 14n^2 - 12n + 1$$

Bukti:

Misalkan $(D_{2n},\circ)$ dengan $n \geq 3$ dan n ganjil adalah grup dihedral. $C(D_{2n})$ adalah graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n} yang memiliki himpunan titik $V\big(C(D_{2n})\big) = \{1, r^i, sr^j \big| i = 1,\ 2, \dots, n-1,\ j = 1,2, \dots, n\}$. Karena $1 \circ r^i = r^i \circ 1$ dan $1 \circ sr^j = sr^j \circ 1$ maka 1 terhubung langsung dengan semua titik di D_{2n}. $r^i \circ r^k = r^k \circ r^i$ dengan $i \neq k$ maka r^i terhubung langsung dengan r^k. Karena $n \geq 3$ dan n ganjil, $r^i \circ sr^j = sr^{n-i+j}$ dan $sr^j \circ r^i = sr^{j+i}$, $n - i + j \neq j + i$ diperoleh $r^i \circ sr^j \neq sr^j \circ r^i$ maka r^i tidak terhubung langsung dengan sr^j. $sr^j \circ sr^l = sr^{-j+l}$ dan $sr^l \circ sr^j = sr^{-l+j}$, sehingga $-j + l \neq -l + j$ diperoleh $sr^j \circ sr^l \neq sr^l \circ sr^j$ dengan $j \neq l$ maka sr^j tidak terhubung langsung dengan sr^l sehingga diperoleh graf *commuting* sebagai berikut



Berdasarkan graf tersebut diketahui:

1. 1 terhubung langsung dengan r^i dan sr^j maka $d(1,r^i) = d(1,sr^j) = 1$ sehingga diperoleh

$$D(1) = \sum_{i=1}^{n-1} d(1,r^i) + \sum_{j=1}^{n} d(1,sr^j)$$

$$= (n-1)1 + n \cdot 1$$

$$= 2n - 1$$

2. r^i terhubung langsung dengan 1 maka $d(r^i,1) = 1$, r^i terhubung langsung dengan r^k dengan $k \neq i$ maka $d(r^i,r^k) = 1$, dan r^i tidak terhubung langsung dengan sr^j maka $d(r^i,sr^j) = 2$ sehingga diperoleh

$$D(r^i) = d(r^i,1) + \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n-1} d(r^i,r^k) + \sum_{j=1}^{n} d(r^i,sr^j)$$

$$= 1 + (n-2)1 + n \cdot 2$$

$$= 3n - 1$$

3. sr^j terhubung langsung dengan 1 maka $d(sr^j,1) = 1$, sr^j tidak terhubung langsung dengan r^i maka $d(sr^j,r^i) = 2$, dan sr^j tidak terhubung langsung dengan sr^l dengan $j \neq l$ maka $d(sr^j,sr^l) = 2$ sehingga diperoleh

$$D(sr^j) = d(sr^j,1) + \sum_{i=1}^{n-1} d(sr^j,r^i) + \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq j}}^{n} d(sr^j,sr^l)$$

$$= 1 + (n-1)2 + (n-1)2$$

$$= 4n - 3$$

Didapatkan juga nilai eksentrisitas yaitu $e(1) = 1$ dan $e(r^i) = e(sr^j) = 2$, maka *eccentric distance sum index* pada $C(D_{2n})$ sebagai berikut

$$\xi^d\big(C(D_{2n})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{2n}))} D(v)e(v)$$

$$= D(1)e(1) + \sum_{i=1}^{n-1} D(r^i)e(r^i) + \sum_{j=1}^{n} D(sr^j)e(sr^j)$$

$$= (2n-1)1 + (n-1)(3n-1)2 + n(4n-3)2$$

$$= 2n - 1 + 6n^2 - 8n + 2 + 8n^2 - 6n$$

$$= 14n^2 - 12n + 1$$

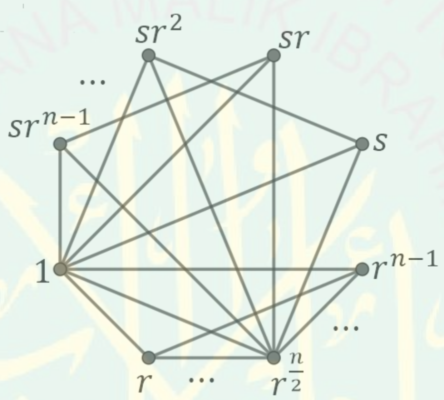
Teorema 2

Misalkan D_{2n} adalah grup dihedral dengan $n \geq 4$ dan n genap. $C(D_{2n})$ adalah graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n}. *Eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n} adalah

$$\xi^d\big(C(D_{2n})\big) = 2(7n^2 - 10n + 1)$$

Bukti:

Misalkan $(D_{2n},\circ)$ dengan $n \geq 4$ dan n genap adalah grup dihedral. $C(D_{2n})$ adalah graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n} yang memiliki himpunan titik $V\big(C(D_{2n})\big) = \{1, r^i, sr^j \,|\, i = 1,2,\ldots,n-1,\ j = 1,2,\ldots,n\}$. Karena $1 \circ r^i = r^i \circ 1$ dan $1 \circ sr^j = sr^j \circ 1$ maka 1 terhubung langsung dengan semua titik di D_{2n}. $r^i \circ r^k = r^k \circ r^i$ dengan $i \neq k$ dan $i \neq \frac{n}{2}$ maka r^i terhubung langsung dengan r^k. $r^i \circ sr^j = sr^{n-i+j}$ dan $sr^j \circ r^i = sr^{j+i}$, sehingga $n - i + j \neq j + i$ diperoleh $r^i \circ sr^j \neq sr^j \circ r^i$ dengan $i \neq \frac{n}{2}$ maka r^i tidak terhubung langsung dengan sr^j. Karena $n \geq 4$ dan n genap $r^{\frac{n}{2}} \circ r^k = r^k \circ r^{\frac{n}{2}}$ dan $r^{\frac{n}{2}} \circ sr^j = sr^j \circ r^{\frac{n}{2}}$ maka $r^{\frac{n}{2}}$ terhubung langsung dengan semua titik di D_{2n}. $sr^j \circ sr^l = sr^{-j+l} = r^{\frac{n}{2}}$ dan $sr^l \circ sr^j = sr^{-l+j} = r^{\frac{n}{2}}$, $-j + l = -l + j = \frac{n}{2}$ diperoleh $sr^j \circ sr^l = sr^l \circ sr^j$ dengan $j \neq l$ maka sr^j terhubung langsung dengan sr^l. $sr^j \circ sr^l = sr^{-j+l} \neq r^{\frac{n}{2}}$ dan $sr^l \circ sr^j = sr^{-l+j} \neq r^{\frac{n}{2}}, -j + l \neq -l + j \neq \frac{n}{2}$ diperoleh $sr^j \circ sr^l \neq sr^l \circ sr^j$ dengan $j \neq l$ maka sr^j tidak terhubung langsung dengan sr^l sehingga diperoleh graf *commuting* sebagai berikut



Berdasarkan graf tersebut diketahui:

1. 1 terhubung langsung dengan r^i dan sr^j maka $d(1, r^i) = d(1, sr^j) = 1$ sehingga diperoleh

$$D(1) = \sum_{i=1}^{n-1} d(1, r^i) + \sum_{j=1}^{n} d(1, sr^j)$$

$$= (n-1)1 + n \cdot 1$$

$$= 2n - 1$$

2. $r^{\frac{n}{2}}$ terhubung langsung dengan $1, r^i$, dan sr^j maka $d\left(r^{\frac{n}{2}}, 1\right) = d\left(r^{\frac{n}{2}}, r^i\right) = d\left(r^{\frac{n}{2}}, sr^j\right) = 1$, dengan $i \neq \frac{n}{2}$, sehingga diperoleh

$$D\left(r^{\frac{n}{2}}\right) = d\left(r^{\frac{n}{2}},1\right) + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq\frac{n}{2}}}^{n-1} d\left(r^{\frac{n}{2}},r^{i}\right) + \sum_{j=1}^{n} d\left(r^{\frac{n}{2}},sr^{j}\right)$$

$$= 1 + (n-2)1 + n\cdot 1$$

$$= 2n - 1$$

3. r^i terhubung langsung dengan 1 maka $d(r^i,1) = 1$, r^i terhubung langsung dengan r^k dengan $k \neq i$ dan $i \neq \frac{n}{2}$ maka $d(r^i,r^k) = 1$, dan r^i tidak terhubung langsung dengan sr^j maka $d(r^i,sr^j) = 2$, sehingga

$$D(r^i) = d(r^i,1) + \sum_{\substack{k=1\\ k\neq i}}^{n-1} d(r^i,r^k) + \sum_{j=1}^{n} d(r^i,sr^j)$$

$$= 1 + (n-2)1 + n\cdot 2$$

$$= 3n - 1$$

4. sr^j terhubung langsung dengan 1 maka $d(sr^j,1) = 1$, sr^j tidak terhubung langsung dengan r^i dengan $i \neq \frac{n}{2}$ maka $d(sr^j,r^i) = 2$, sr^j terhubung langsung dengan $r^{\frac{n}{2}}$ maka $d\left(sr^j,r^{\frac{n}{2}}\right) = 1$, sr^j terhubung langsung dengan sr^l dengan $j \neq l$ dan $-j + l = -l + j = \frac{n}{2}$ maka $d(sr^j,sr^l) = 1$, dan sr^j tidak terhubung langsung dengan sr^l dengan $j \neq l$ dan $-j + l \neq -l + j \neq \frac{n}{2}$ maka $d(sr^j,sr^l) = 2$, sehingga diperoleh

$$D(sr^j) = d(sr^j,1) + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq\frac{n}{2}}}^{n-1} d(sr^j,r^i) + d\left(sr^j,r^{\frac{n}{2}}\right) + d(sr^j,sr^l)$$

$$+ \sum_{\substack{l=1\\ l\neq j\\ -j+l\neq -l+j\neq\frac{n}{2}}}^{n} d(sr^j,sr^l)$$

$$= 1 + (n-2)2 + 1 + 1 + (n-2)2$$

$$= 4n - 5$$

Didapatkan juga nilai eksentrisitas yaitu $e(1) = e\left(r^{\frac{n}{2}}\right) = 1$ dan $e(r^i) = e(sr^j) = 2$ maka

$$\xi^d\big(C(D_{2n})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{2n}))} D(v)e(v)$$

$$= D(1)e(1) + D\left(r^{\frac{n}{2}}\right)e\left(r^{\frac{n}{2}}\right) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq \frac{n}{2}}}^{n-1} D(r^i)e(r^i)$$

$$+ \sum_{j=1}^{n} D(sr^j)e(sr^j)$$

$$= (2n-1)1 + (2n-1)1 + (n-2)(3n-1)2 + n(4n-5)2$$

$$= 4n - 2 + 6n^2 - 14n + 4 + 8n^2 - 10n$$

$$= 14n^2 - 20n + 2$$

$$= 2(7n^2 - 10n + 1)$$

Teorema 3

Misalkan D_{2n} adalah grup dihedral dengan $n \geq 3$ dan n ganjil. $C(D_{2n})$ adalah graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n}. *Adjacent eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n} adalah

$$\xi^{sv}\big(C(D_{2n})\big) = 8n^2 - 1$$

Bukti:

Misalkan $(D_{2n}, \circ)$ dengan $n \geq 3$ dan n ganjil adalah grup dihedral. $C(D_{2n})$ adalah graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n} yang memiliki himpunan titik

$V(C(D_{2n})) = \{1, r^i, sr^j | i = 1,\ 2, \dots, n-1,\ j = 1,2, \dots, n\}$. Berdasarkan definisi graf *commuting* diperoleh graf *commuting* seperti pada Teorema 1. Diperoleh pula jumlah jarak dan eksentrisitasnya sebagaimana Teorema 1. Dapat diketahui pula derajat titiknya yaitu $\deg(1) = 2n-1$, $\deg(r^i) = n-1$, dan $\deg(sr^j) = 1$, maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_{2n})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}(C(D_{2n})) = \sum_{v \in V(C(D_{2n}))} \frac{D(v)e(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{D(1)e(1)}{\deg(1)} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{D(r^i)e(r^i)}{\deg(r^i)} + \sum_{j=1}^{n} \frac{D(sr^j)e(sr^j)}{\deg(sr^j)}$$

$$= \frac{(2n-1)1}{2n-1} + \frac{(n-1)(3n-1)2}{n-1} + \frac{n(4n-3)2}{1}$$

$$= 1 + 6n - 2 + 8n^2 - 6n$$

$$= 8n^2 - 1$$

Teorema 4

Misalkan D_{2n} adalah grup dihedral dengan $n \geq 4$ dan n genap. $C(D_{2n})$ adalah graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n}. *Adjacent eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n} adalah

$$\xi^{sv}(C(D_{2n})) = \frac{2(4n^3 - 13n + 3)}{3(n-1)}$$

Bukti:

Misalkan $(D_{2n},\circ)$ dengan $n \geq 4$ dan n genap adalah grup dihedral. $C(D_{2n})$ adalah graf *commuting* dari grup dihedral D_{2n} yang memiliki himpunan titik $V(C(D_{2n})) = \{1, r^i, sr^j | i = 1,2, \dots, n-1,\ j = 1,2, \dots, n\}$. Berdasarkan definisi graf *commuting* diperoleh graf *commuting* seperti pada Teorema 2. Diperoleh pula jumlah jarak dan eksentrisitasnya sebagaimana Teorema 2. Dapat diketahui pula derajat titiknya yaitu $\deg(1) = \deg\left(r^{\frac{n}{2}}\right) = 2n - 1$, $\deg(r^i) = n - 1$, dan $\deg(sr^j) = 3$ maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $C(D_{2n})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}(C(D_{2n})) = \sum_{v \in V(C(D_{2n}))} \frac{D(v)e(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{D(1)e(1)}{\deg(1)} + \frac{D\left(r^{\frac{n}{2}}\right)e\left(r^{\frac{n}{2}}\right)}{\deg\left(r^{\frac{n}{2}}\right)} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq \frac{n}{2}}}^{n-1} \frac{D(r^i)e(r^i)}{\deg(r^i)}$$

$$+ \sum_{j=1}^{n} \frac{D(sr^j)e(sr^j)}{\deg(sr^j)}$$

$$= \frac{(2n-1)1}{2n-1} + \frac{(2n-1)1}{2n-1} + \frac{(n-2)(3n-1)2}{n-1} + \frac{n(4n-5)2}{3}$$

$$= 1 + 1 + \frac{6n^2 - 14n + 4}{n-1} + \frac{8n^2 - 10n}{3}$$

$$= \frac{6n - 6 + 18n^2 - 42n + 12 + 8n^3 - 18n^2 + 10n}{3n-3}$$

$$= \frac{8n^3 - 26n + 6}{3n - 3}$$

$$= \frac{2(4n^3 - 13n + 3)}{3(n-1)}$$

3.2 *Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Non Commuting* dari Grup Dihedral

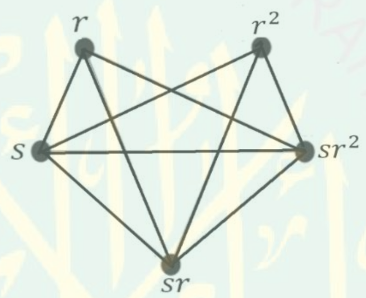
3.2.1 Grup Dihedral D_6

Grup dihedral D_6 dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.9 Tabel Cayley dari D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan Tabel 3.9, diperoleh *center* D_6 atau $Z(D_6) = \{1\}$. Sehingga anggota grup dihedral D_6 yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, s dan sr, sr dan sr^2 diperoleh graf *non commuting* sebagai berikut



Gambar 3.7 Graf $\Gamma(D_6)$

Berdasarkan Gambar 3.7, diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $\Gamma(D_6)$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $\Gamma(D_6)$. Jumlah jarak masing-masing titik pada $\Gamma(D_6)$ sebagai berikut

$$D(r) = d(r,r^2) + d(r,s) + d(r,sr) + d(r,sr^2)$$

$$= 2 + 1 + 1 + 1 = 5$$

$$D(r^2) = d(r^2,r) + d(r^2,s) + d(r^2,sr) + d(r^2,sr^2)$$

$$= 2 + 1 + 1 + 1 = 5$$

$$D(s) = d(s,r) + d(s,r^2) + d(s,sr) + d(s,sr^2)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

$$D(sr) = d(sr, r) + d(sr, r^2) + d(sr, s) + d(sr, sr^2)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

$$D(sr^2) = d(sr^2, r) + d(sr^2, r^2) + d(sr^2, s) + d(sr^2, sr)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

Diperoleh pula eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_6)$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_6)$. Eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_6)$ dijabarkan sebagai berikut

$$e(r) = \max\{d(r, r^2), d(r, s), d(r, sr), d(r, sr^2)\}$$

$$= \max\{2, 1, 1, 1\} = 2$$

$$e(r^2) = \max\{d(r^2, r), d(r^2, s), d(r^2, sr), d(r^2, sr^2)\}$$

$$= \max\{2, 1, 1, 1\} = 2$$

$$e(s) = \max\{d(s, r), d(s, r^2), d(s, sr), d(s, sr^2)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1, 1\} = 1$$

$$e(sr) = \max\{d(sr, r), d(sr, r^2), d(sr, s), d(sr, sr^2)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1, 1\} = 1$$

$$e(sr^2) = \max\{d(sr^2, r), d(sr^2, r^2), d(sr^2, s), d(sr^2, sr)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1, 1\} = 1$$

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_6)$ sebagai berikut

$$\xi^d(\Gamma(D_6)) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_6))} e(v)\mathrm{D}(v)$$

$$= \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big)$$

$$+ \big(e(sr^2)D(sr^2)\big)$$

$$= (2 \times 5) + (2 \times 5) + (1 \times 4) + (1 \times 4) + (1 \times 4)$$

$$= 2 \times (2 \times 5) + 3 \times (1 \times 4)$$

$$= 32$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_6)$ adalah 32, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $\Gamma(D_6)$ adalah 32.

Berdasarkan Gambar 3.1, dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_6)$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_6)$ yaitu $\deg(r) = 3$, $\deg(r^2) = 3$, $\deg(s) = 4$, $\deg(sr) = 4$, dan $\deg(sr^2) = 4$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_6)$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}(\Gamma(D_6)) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_6))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{\big(e(r)D(r)\big)}{\deg(r)} + \frac{\big(e(r^2)D(r^2)\big)}{\deg(r^2)} + \frac{\big(e(s)D(s)\big)}{\deg(s)} + \frac{\big(e(sr)D(sr)\big)}{\deg(sr)} + \frac{\big(e(sr^2)D(sr^2)\big)}{\deg(sr^2)}$$

$$= \left(\frac{2 \times 5}{3}\right) + \left(\frac{2 \times 5}{3}\right) + \left(\frac{1 \times 4}{4}\right) + \left(\frac{1 \times 4}{4}\right) + \left(\frac{1 \times 4}{4}\right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{2 \times 5}{3}\right) + 3 \times \left(\frac{1 \times 4}{4}\right)$$

$$= 6{,}667 + 3$$

$$= 9{,}667$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_6)$ adalah 9,667, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $\Gamma(D_6)$ adalah 9,667.

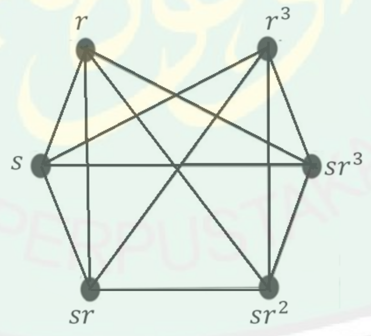
3.2.2 Grup Dihedral D_8

Grup dihedral D_8 dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.10 Tabel Cayley dari D_8

$\circ$	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
1	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
r	r	r^2	r^3	1	sr^3	s	sr	sr^2
r^2	r^2	r^3	1	r	sr^2	sr^3	s	sr
r^3	r^3	1	r	r^2	sr	sr^2	sr^3	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	1	r	r^2	r^3
sr	sr	sr^2	sr^3	s	r^3	1	r	r^2
sr^2	sr^2	sr^3	s	sr	r^2	r^3	1	r
sr^3	sr^3	s	sr	sr^2	r	r^2	r^3	1

Berdasarkan Tabel 3.10, diperoleh $Z(D_8) = \{1, r^2\}$. Sehingga anggota grup dihedral D_8 yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r^3 dan s, r^3 dan sr, r^3 dan sr^2, r^3 dan sr^3, s dan sr, s dan sr^3, sr dan sr^2, dan sr^2 dan sr^3 diperoleh graf *non commuting* sebagai berikut



Gambar 3.8 Graf $\Gamma(D_8)$

Berdasarkan Gambar 3.8, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $\Gamma(D_8)$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $\Gamma(D_8)$ yaitu $D(r) = 6$, $D(r^3) = 6$, $D(s) = 6$, $D(sr) = 6$, $D(sr^2) = 6$, dan $D(sr^3) = 6$. Diperoleh juga eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_8)$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_8)$ yaitu $e(r)=2$, $e(r^3)=2$, $e(s)=2$, $e(sr)=2$, $e(sr^2)=2$, dan $e(sr^3)=2$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_8)$ sebagai berikut

$$\xi^d\big(\Gamma(D_8)\big) = \sum_{v\in V(\Gamma(D_8))} e(v)\mathrm{D}(v)$$

$$= \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^3)D(r^3)\big) + \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big) + \big(e(sr^2)D(sr^2)\big) + \big(e(sr^3)D(sr^3)\big)$$

$$= (2\times 6) + (2\times 6) + (2\times 6) + (2\times 6) + (2\times 6) + (2\times 6)$$

$$= 6 \times (2\times 6)$$

$$= 72$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_8)$ adalah 72, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $\Gamma(D_8)$ adalah 72.

Berdasarkan Gambar 3.8, dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_8)$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_8)$ yaitu $\deg(r)=4$, $\deg(r^3)=4$, $\deg(s)=4$, $\deg(sr)=4$, $\deg(sr^2)=4$, dan $\deg(sr^3)=4$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_8)$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}\big(\Gamma(D_8)\big) = \sum_{v\in V(\Gamma(D_8))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{\big(e(r)D(r)\big)}{\deg(r)} + \frac{\big(e(r^3)D(r^3)\big)}{\deg(r^3)} + \frac{\big(e(s)D(s)\big)}{\deg(s)} + \frac{\big(e(sr)D(sr)\big)}{\deg(sr)} + \frac{\big(e(sr^2)D(sr^2)\big)}{\deg(sr^2)} + \frac{\big(e(sr^3)D(sr^3)\big)}{\deg(sr^3)}$$

$$= \left(\frac{2 \times 6}{4}\right) + \left(\frac{2 \times 6}{4}\right) + \left(\frac{2 \times 6}{4}\right) + \left(\frac{2 \times 6}{4}\right) + \left(\frac{2 \times 6}{4}\right) + \left(\frac{2 \times 6}{4}\right)$$

$$= 6 \times \left(\frac{2 \times 6}{4}\right)$$

$$= 18$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_8)$ adalah 18, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $\Gamma(D_8)$ adalah 18.

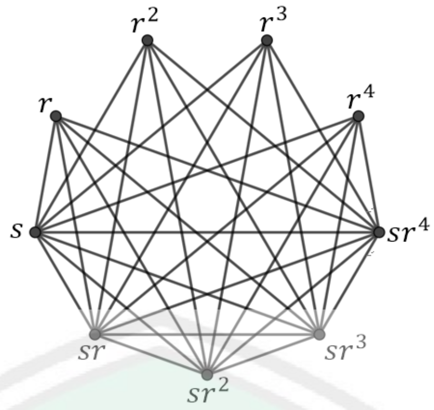
3.2.3 Grup Dihedral D_{10}

Grup dihedral D_{10} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.11 Tabel Cayley dari D_{10}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
1	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r	r	r^2	r^3	r^4	1	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3
r^2	r^2	r^3	r^4	1	r	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2
r^3	r^3	r^4	1	r	r^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr
r^4	r^4	1	r	r^2	r^3	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	1	r	r^2	r^3	r^4
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s	r^4	1	r	r^2	r^3
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr	r^3	r^4	1	r	r^2
sr^3	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2	r^2	r^3	r^4	1	r
sr^4	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3	r	r^2	r^3	r^4	1

Berdasarkan Tabel 3.11, diperoleh $Z(D_{10}) = \{1\}$. Sehingga anggota grup dihedral D_{10} yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r dan sr^4, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, r^2 dan sr^3, r^2 dan sr^4, r^3 dan s, r^3 dan sr, r^3 dan sr^2, r^3 dan sr^3, r^3 dan sr^4, r^4 dan s, r^4 dan sr, r^4 dan sr^2, r^4 dan sr^3, r^4 dan sr^4, s dan sr, s dan sr^2, s dan sr^3, s dan sr^4, sr dan sr^2, sr dan sr^3, sr dan sr^4, sr^2 dan sr^3, sr^2 dan sr^4, dan sr^3 dan sr^4 diperoleh graf *non commuting* sebagai berikut



Gambar 3.9 Graf $\Gamma(D_{10})$

Berdasarkan Gambar 3.9, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $\Gamma(D_{10})$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $\Gamma(D_{10})$ yaitu $D(r) = 11$, $D(r^2) = 11$, $D(r^3) = 11$, $D(r^4) = 11$, $D(s) = 8$, $D(sr) = 8$, $D(sr^2) = 8$, $(sr^3) = 8$, dan $D(sr^4) = 8$. Diperoleh pula eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{10})$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_{10})$ yaitu $e(r) = 2$, $e(r^2) = 2$, $e(r^3) = 2$, $e(r^4) = 2$, $e(s) = 1$, $e(sr) = 1$, $e(sr^2) = 1$, $e(sr^3) = 1$, dan $e(sr^4) = 1$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{10})$ sebagai berikut

$$\xi^d(\Gamma(D_{10})) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{10}))} \varepsilon(v)\mathrm{D}(v)$$

$$= \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(r^3)D(r^3)\big) + \big(e(r^4)D(r^4)\big)$$

$$+ \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big) + \big(e(sr^2)D(sr^2)\big)$$

$$+ \big(e(sr^3)D(sr^3)\big) + \big(e(sr^4)D(sr^4)\big)$$

$$= (2 \times 11) + (2 \times 11) + (2 \times 11) + (2 \times 11) + (1 \times 8)$$

$$+ +(1 \times 8) + (1 \times 8) + (1 \times 8) + (1 \times 8)$$

$$= 4 \times (2 \times 11) + 5 \times (1 \times 8)$$

$$= 128$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{10})$ adalah 128, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $\Gamma(D_{10})$ adalah 128.

Berdasarkan Gambar 3.9, dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_{10})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_{10})$ yaitu $\deg(r) = 5$, $\deg(r^2) = 5$, $\deg(r^3) = 5$, $\deg(r^4) = 5$, $\deg(s) = 8$, $\deg(sr) = 8$, $\deg(sr^2) = 8$, $\deg(sr^3) = 8$, dan $\deg(sr^4) = 8$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{10})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}(\Gamma(D_{10})) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{10}))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{(e(1)D(1))}{\deg(1)} + \frac{(e(r)D(r))}{\deg(r)} + \frac{(e(r^2)D(r^2))}{\deg(r^2)} + \frac{(e(r^3)D(r^3))}{\deg(r^3)}$$

$$+ \frac{(e(r^4)D(r^4))}{\deg(r^4)} + \frac{(e(s)D(s))}{\deg(s)} + \frac{(e(sr)D(sr))}{\deg(sr)}$$

$$+ \frac{(e(sr^2)D(sr^2))}{\deg(sr^2)} + \frac{(e(sr^3)D(sr^3))}{\deg(sr^3)} + \frac{(e(sr^4)D(sr^4))}{\deg(sr^4)}$$

$$= \left(\frac{2 \times 11}{5}\right) + \left(\frac{2 \times 11}{5}\right) + \left(\frac{2 \times 11}{5}\right) + \left(\frac{2 \times 11}{5}\right) + \left(\frac{1 \times 8}{8}\right)$$

$$+ \left(\frac{1 \times 8}{8}\right) + \left(\frac{1 \times 8}{8}\right) + \left(\frac{1 \times 8}{8}\right) + \left(\frac{1 \times 8}{8}\right)$$

$$= 4 \times \left(\frac{2 \times 11}{5}\right) + 5 \times \left(\frac{1 \times 8}{8}\right)$$

$$= 17{,}6 + 5$$

$$= 22{,}6$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{10})$ adalah 22,6, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $\Gamma(D_{10})$ adalah 22,6.

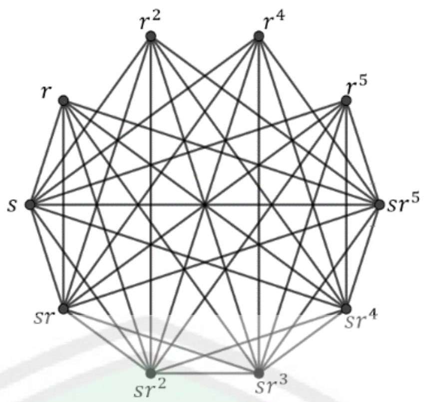
3.2.4 Grup Dihedral D_{12}

Grup dihedral D_{12} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.12 Tabel Cayley dari D_{12}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3
r^3	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2
r^4	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr
r^5	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2
sr^4	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r
sr^5	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1

Berdasarkan Tabel 3.12, diperoleh $Z(D_{12}) = \{1, r^3\}$. Sehingga anggota grup dihedral D_{12} yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r dan sr^4, r dan sr^5, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, r^2 dan sr^3, r^2 dan sr^4, r^2 dan sr^5, r^4 dan s, r^4 dan sr, r^4 dan sr^2, r^4 dan sr^3, r^4 dan sr^4, r^5 dan s, r^5 dan sr, r^5 dan sr^2, r^5 dan sr^3, r^5 dan sr^4, r^5 dan sr^5, s dan sr, s dan sr^2, s dan sr^4, s dan sr^5, sr dan sr^2, sr dan sr^3, sr dan sr^5, sr^2 dan sr^3, sr^2 dan sr^4, sr^3 dan sr^4, sr^3 dan sr^5, dan sr^4 dan sr^5, diperoleh graf *non commuting* sebagai berikut



Gambar 3.10 Graf $\Gamma(D_{12})$

Berdasarkan Gambar 3.10, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $\Gamma(D_{12})$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $\Gamma(D_{12})$ yaitu $D(r) = 12$, $D(r^2) = 12$, $D(r^4) = 12$, $D(r^5) = 12$, $D(s) = 10$, $D(sr) = 10$, $D(sr^2) = 10$, $D(sr^3) = 10$, $D(sr^4) = 10$, dan $D(sr^5) = 10$. Diperoleh juga eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{12})$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_{12})$ yaitu $e(r) = 2$, $e(r^2) = 2$, $e(r^4) = 2$, $e(r^5) = 2$, $e(s) = 2$, $e(sr) = 2$, $e(sr^2) = 2$, $e(sr^3) = 2$, $e(sr^4) = 2$, dan $e(sr^5) = 2$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{12})$ sebagai berikut

$$\xi^d\big(\Gamma(D_{12})\big) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{12}))} e(v)\mathrm{D}(v)$$

$$= \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(r^4)D(r^4)\big) + \big(e(r^5)D(r^5)\big)$$
$$+ \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big) + \big(e(sr^2)D(sr^2)\big)$$
$$+ \big(e(sr^3)D(sr^3)\big) + \big(e(sr^4)D(sr^4)\big) + \big(e(sr^5)D(sr^5)\big)$$
$$= (2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 10) + (2$$
$$\times 10) + (2 \times 10) + (2 \times 10) + (2 \times 10) + (2 \times 10)$$

$$= 4 \times (2 \times 12) + 6 \times \ (2 \times 10)$$

$$= 216$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{12})$ adalah 216, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $\Gamma(D_{12})$ adalah 216.

Berdasarkan Gambar 3.10, dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_{12})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_{12})$ yaitu $\deg(r) = 6$, $\deg(r^2) = 6$, $\deg(r^4) = 6$, $\deg(r^5) = 6$, $\deg(s) = 8$, $\deg(sr) = 8$, $\deg(sr^2) = 8$, $\deg(sr^3) = 8$, $\deg(sr^4) = 8$, dan $\deg(sr^5) = 8$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{12})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}(\Gamma(D_{12})\,) = \sum_{v\in V(\Gamma(D_{12}))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{\big(e(r)D(r)\big)}{\deg(r)} + \frac{\big(e(r^2)D(r^2)\big)}{\deg(r^2)} + \frac{\big(e(r^4)D(r^4)\big)}{\deg(r^4)} + \frac{\big(e(r^5)D(r^5)\big)}{\deg(r^5)}$$

$$+ \frac{\big(e(s)D(s)\big)}{\deg(s)} + \frac{\big(e(sr)D(sr)\big)}{\deg(sr)} + \frac{\big(e(sr^2)D(sr^2)\big)}{\deg(sr^2)}$$

$$+ \frac{\big(e(sr^3)D(sr^3)\big)}{\deg(sr^3)} + \frac{\big(e(sr^4)D(sr^4)\big)}{\deg(sr^4)} + \frac{\big(e(sr^5)D(sr^5)\big)}{\deg(sr^5)}$$

$$= \left(\frac{2 \times 12}{6}\right) + \left(\frac{2 \times 12}{6}\right) + \left(\frac{2 \times 12}{6}\right) + \left(\frac{2 \times 12}{6}\right) + \left(\frac{2 \times 10}{8}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 10}{8}\right) + \left(\frac{2 \times 10}{8}\right) + \left(\frac{2 \times 10}{8}\right) + \left(\frac{2 \times 10}{8}\right) + \left(\frac{2 \times 10}{8}\right)$$

$$= 4 \times \left(\frac{2 \times 12}{6}\right) + 6 \times \left(\frac{2 \times 10}{8}\right)$$

$$= 31$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{12})$ adalah 31, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $\Gamma(D_{12})$ adalah 31.

3.2.5 Grup Dihedral D_{14}

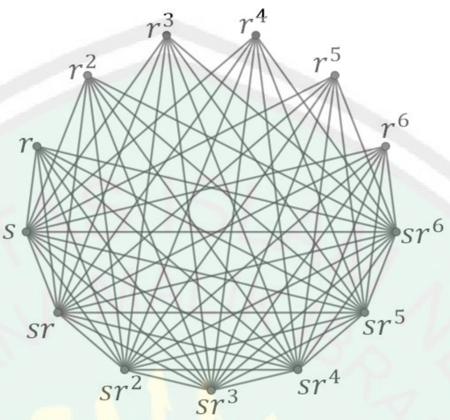
Grup dihedral D_{14} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.13 Tabel Cayley dari D_{14}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3
r^4	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2
r^5	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr
r^6	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2
sr^5	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r
sr^6	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1

Berdasarkan Tabel 3.13, diperoleh $Z(D_{14}) = \{1\}$. Sehingga anggota grup dihedral D_{14} yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r dan sr^4, r dan sr^5, r dan sr^6, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, r^2 dan sr^3, r^2 dan sr^4, r^2 dan sr^5, r^2 dan sr^6, r^3 dan sr, r^3 dan sr^2, r^3 dan sr^3, r^3 dan sr^4, r^3 dan sr^5, r^3 dan sr^6, r^4 dan s, r^4 dan sr, r^4 dan sr^2, r^4 dan sr^3, r^4 dan sr^4, r^4 dan sr^5, r^4 dan sr^6, r^5 dan s, r^5 dan sr, r^5 dan sr^2, r^5 dan sr^3, r^5 dan sr^4, r^5 dan sr^5, r^5 dan sr^6, r^6 dan s, r^6 dan sr^2, r^6 dan sr^3, r^6 dan sr^4, r^6 dan sr^5, r^6 dan sr^6, s dan sr, s dan sr^2, s dan

sr^3, s dan sr^4, s dan sr^5, s dan sr^6, sr dan sr^2, sr dan sr^3, sr dan sr^4, sr dan sr^5, sr dan sr^6, sr^2 dan sr^3, sr^2 dan sr^4, sr^2 dan sr^5, sr^2 dan sr^6, sr^3 dan sr^4, sr^3 dan sr^5, sr^3 dan sr^6, sr^4 dan sr^5, sr^4 dan sr^6, dan sr^5 dan sr^6, diperoleh graf *non commuting* sebagai berikut



Gambar 3.11 Graf $\Gamma(D_{14})$

Berdasarkan Gambar 3.11, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $\Gamma(D_{14})$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $\Gamma(D_{14})$ yaitu $D(r) = 17$, $D(r^2) = 17$, $D(r^3) = 17$, $D(r^4) = 17$, $D(r^5) = 17$, $D(r^6) = 17$, $D(s) = 12$, $D(sr) = 12$, $D(sr^2) = 12$, $D(sr^3) = 12$, $D(sr^4) = 12$, $D(sr^5) = 12$, dan $D(sr^6) = 12$. Diperoleh juga eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{14})$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_{14})$ yaitu $e(r) = 2$, $e(r^2) = 2$, $e(r^3) = 2$, $e(r^4) = 2$, $e(r^5) = 2$, $e(r^6) = 2$, $e(s) = 1$, $e(sr) = 1$, $e(sr^2) = 1$, $e(sr^3) = 1$, $e(sr^4) = 1$, $e(sr^5) = 1$, dan $e(sr^6) = 1$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{14})$ sebagai berikut

$$\xi^d\big(\Gamma(D_{14})\big) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{14}))} e(v)\mathrm{D}(v)$$

$$= \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(r^3)D(r^3)\big) + \big(e(r^4)D(r^4)\big)$$
$$+ \big(e(r^5)D(r^5)\big) + \big(e(r^5)D(r^6)\big) + \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big)$$
$$+ \big(e(sr^2)D(sr^2)\big) + \big(e(sr^3)D(sr^3)\big) + \big(e(sr^4)D(sr^4)\big)$$
$$+ \big(e(sr^5)D(sr^5)\big) + \big(e(sr^6)D(sr^6)\big)$$
$$= (2 \times 17) + (2 \times 17) + (2 \times 17) + (2 \times 17) + (2 \times 17)$$
$$+ (2 \times 17) + (1 \times 12) + (1 \times 12) + (1 \times 12) + (1 \times 12) + (1$$
$$\times 12) + (1 \times 12) + (1 \times 12)$$
$$= 6 \times (2 \times 17) + 7 \times (1 \times 12)$$
$$= 288$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{14})$ adalah 288, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $\Gamma(D_{14})$ adalah 288.

Berdasarkan Gambar 3.11, dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_{14})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_{14})$ yaitu $\deg(r) = 7$, $\deg(r^2) = 7$, $\deg(r^3) = 7$, $\deg(r^4) = 7$, $\deg(r^5) = 7$, $\deg(r^6) = 7$, $\deg(s) = 12$, $\deg(sr) = 12$, $\deg(sr^2) = 12$, $\deg(sr^3) = 12$, $\deg(sr^4) = 12$, $\deg(sr^5) = 12$, dan $\deg(sr^6) = 12$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{14})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}\big(\Gamma(D_{14})\big) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{14}))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{\big(e(r)D(r)\big)}{\deg(r)} + \frac{\big(e(r^2)D(r^2)\big)}{\deg(r^2)} + \frac{\big(e(r^3)D(r^3)\big)}{\deg(r^3)} + \frac{\big(e(r^4)D(r^4)\big)}{\deg(r^4)}$$

$$+ \frac{\big(e(r^5)D(r^5)\big)}{\deg(r^5)} + \frac{\big(e(r^6)D(r^6)\big)}{\deg(r^6)} + \frac{\big(e(s)D(s)\big)}{\deg(s)} + \frac{\big(e(sr)D(sr)\big)}{\deg(sr)}$$

$$+ \frac{\big(e(sr^2)D(sr^2)\big)}{\deg(sr^2)} + \frac{\big(e(sr^3)D(sr^3)\big)}{\deg(sr^3)} + \frac{\big(e(sr^4)D(sr^4)\big)}{\deg(sr^4)}$$

$$+ \frac{\big(e(sr^5)D(sr^5)\big)}{\deg(sr^5)} + \frac{\big(e(sr^6)D(sr^6)\big)}{\deg(sr^6)}$$

$$= \left(\frac{2 \times 17}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 17}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 17}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 17}{7}\right) + \left(\frac{2 \times 17}{7}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 17}{7}\right) + \left(\frac{1 \times 12}{12}\right) + \left(\frac{1 \times 12}{12}\right) + \left(\frac{1 \times 12}{12}\right) + \left(\frac{1 \times 12}{12}\right)$$

$$\cancel{+ \left(\frac{1 \times 12}{12}\right) + \left(\frac{1 \times 12}{12}\right) + \left(\frac{1 \times 12}{12}\right)}$$

$$= 6 \times \left(\frac{2 \times 17}{7}\right) + 7 \times \left(\frac{1 \times 12}{12}\right)$$

$$= 36{,}142$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{14})$ adalah 36,142, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $\Gamma(D_{14})$ adalah 36,142.

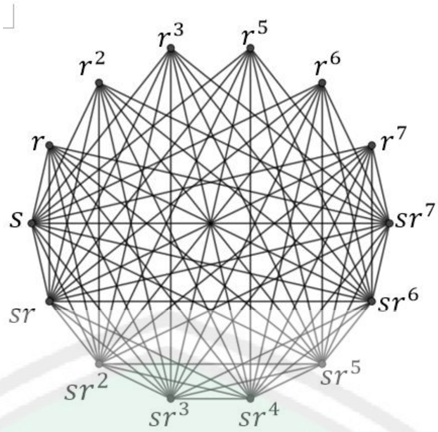
3.2.6 Grup Dihedral D_{16}

Grup dihedral D_{16} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut.

Tabel 3.14 Tabel Cayley dari D_{16}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^4	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3
r^5	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2
r^6	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr
r^7	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3
sr^5	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2
sr^6	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r
sr^7	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1

Berdasarkan Tabel 3.14, diperoleh $Z(D_{16}) = \{1, r^4\}$. Sehingga anggota grup dihedral D_{16} yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r dan sr^4, r dan sr^5, r dan sr^6, r dan sr^7, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, r^2 dan sr^3, r^2 dan sr^4, r^2 dan sr^5, r^2 dan sr^6, r^2 dan sr^7, r^3 dan sr, r^3 dan sr^2, r^3 dan sr^3, r^3 dan sr^4, r^3 dan sr^5, r^3 dan sr^6, r^3 dan sr^7, r^5 dan s, r^5 dan sr, r^5 dan sr^2, r^5 dan sr^3, r^5 dan sr^4, r^5 dan sr^5, r^5 dan sr^6, r^5 dan sr^7, r^6 dan s, r^6 dan sr^2, r^6 dan sr^3, r^6 dan sr^4, r^6 dan sr^5, r^6 dan sr^6, r^6 dan sr^7, r^7 dan s, r^7 dan sr^2, r^7 dan sr^3, r^7 dan sr^4, r^7 dan sr^5, r^7 dan sr^6, r^7 dan sr^7, s dan sr, s dan sr^2, s dan sr^3, s dan sr^5, s dan sr^6, s dan sr^6, s dan sr^7, sr dan sr^2, sr dan sr^3, sr dan sr^4, sr dan sr^6, sr dan sr^7, sr^2 dan sr^3, sr^2 dan sr^4, sr^2 dan sr^5, sr^2 dan sr^7, sr^3 dan sr^4, sr^3 dan sr^5, sr^3 dan sr^6, sr^4 dan sr^5, sr^4 dan sr^6, sr^4 dan sr^7, sr^5 dan sr^6, sr^5 dan sr^7, dan sr^6 dan sr^7, diperoleh graf *non commuting* sebagai berikut



Gambar 3.12 Graf $\Gamma(D_{16})$

Berdasarkan Gambar 3.12, dengan menggunakan cara yang sama pada grup dihedral D_6 diperoleh jumlah jarak masing-masing titik pada $\Gamma(D_{16})$ yang merupakan jumlah jarak dari titik v dengan semua titik di $\Gamma(D_{16})$ yaitu $D(r) = 18$, $D(r^2) = 18$, $D(r^3) = 18$, $D(r^5) = 18$, $D(r^6) = 18$, $D(r^7) = 18$, $D(s) = 14$, $D(sr) = 14$, $D(sr^2) = 14$, $D(sr^3) = 14$, $D(sr^4) = 14$; $D(sr^5) = 14$, $D(sr^6) = 14$, dan $D(sr^7) = 14$. Diperoleh eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{16})$ yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_{16})$ yaitu $e(r) = 2$, $e(r^2) = 2$, $e(r^3) = 2$, $e(r^5) = 2$, $e(r^6) = 2$, $e(r^7) = 2$, $e(s) = 2$, $e(sr) = 2$, $e(sr^2) = 2$, $e(sr^3) = 2$, $e(sr^4) = 2$, $e(sr^5) = 2$, $e(sr^6) = 2$, dan $e(sr^7) = 2$.

Berdasarkan jumlah jarak dan eksentrisitas yang diperoleh maka *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{16})$ sebagai berikut

$$\xi^d\big(\Gamma(D_{16})\big) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{16}))} e(v)\mathrm{D}(v)$$

$$= \big(e(r)D(r)\big) + \big(e(r^2)D(r^2)\big) + \big(e(r^3)D(r^3)\big) + \big(e(r^5)D(r^5)\big)$$
$$+ \big(e(r^6)D(r^6)\big) + \big(e(r^7)D(r^7)\big) + \big(e(s)D(s)\big) + \big(e(sr)D(sr)\big)$$
$$+ \big(e(sr^2)D(sr^2)\big) + \big(e(sr^3)D(sr^3)\big) + \big(e(sr^4)D(sr^4)\big)$$
$$+ \big(e(sr^5)D(sr^5)\big) + \big(e(sr^6)D(sr^6)\big) + \big(e(sr^7)D(sr^7)\big)$$
$$= (2 \times 18) + (2 \times 18) + (2 \times 18) + (2 \times 18) + (2 \times 18)$$
$$+ (2 \times 18) + (2 \times 14) + (2 \times 14) + (2 \times 14) + (2 \times 14) + (2$$
$$\times 14) + (2 \times 14) + (2 \times 14) + (2 \times 14)$$
$$= 6 \times (2 \times 18) + 8 \times (2 \times 14)$$
$$= 440$$

Jadi, *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{16})$ adalah 440, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas pada $\Gamma(D_{16})$ adalah 440.

Berdasarkan Gambar 3.12, dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_{16})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_{16})$ yaitu $\deg(r) = 8$, $\deg(r^2) = 8$, $\deg(r^3) = 8$, $\deg(r^5) = 8$, $\deg(r^6) = 8$, $\deg(r^7) = 8$, $\deg(s) = 12$, $\deg(sr) = 12$, $\deg(sr^2) = 12$, $\deg(sr^3) = 12$, $\deg(sr^4) = 12$, $\deg(sr^5) = 12$, $\deg(sr^6) = 12$, dan $\deg(sr^7) = 12$. Berdasarkan jumlah jarak, eksentrisitas, dan derajat titik yang diperoleh maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{16})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}\big(\Gamma(D_{16})\big) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{16}))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}$$

$$= \frac{\big(e(r)D(r)\big)}{\deg(r)} + \frac{\big(e(r^2)D(r^2)\big)}{\deg(r^2)} + \frac{\big(e(r^3)D(r^3)\big)}{\deg(r^3)} + \frac{\big(e(r^5)D(r^5)\big)}{\deg(r^5)}$$

$$+ \frac{\big(e(r^6)D(r^6)\big)}{\deg(r^6)} + \frac{\big(e(r^7)D(r^7)\big)}{\deg(r^7)} + \frac{\big(e(s)D(s)\big)}{\deg(s)} + \frac{\big(e(sr)D(sr)\big)}{\deg(sr)}$$

$$+ \frac{\big(e(sr^2)D(sr^2)\big)}{\deg(sr^2)} + \frac{\big(e(sr^3)D(sr^3)\big)}{\deg(sr^3)} + \frac{\big(e(sr^4)D(sr^4)\big)}{\deg(sr^4)}$$

$$+ \frac{\big(e(sr^5)D(sr^5)\big)}{\deg(sr^5)} + \frac{\big(e(sr^6)D(sr^6)\big)}{\deg(sr^6)} + \frac{\big(e(sr^7)D(sr^7)\big)}{\deg(sr^7)}$$

$$= \left(\frac{2 \times 18}{8}\right) + \left(\frac{2 \times 18}{8}\right) + \left(\frac{2 \times 18}{8}\right) + \left(\frac{2 \times 18}{8}\right) + \left(\frac{2 \times 18}{8}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 18}{8}\right) + \left(\frac{2 \times 14}{12}\right) + \left(\frac{2 \times 14}{12}\right) + \left(\frac{2 \times 14}{12}\right) + \left(\frac{2 \times 14}{12}\right)$$

$$+ \left(\frac{2 \times 14}{12}\right) + \left(\frac{2 \times 14}{12}\right) + \left(\frac{2 \times 14}{12}\right) + \left(\frac{2 \times 14}{12}\right)$$

$$= 6 \times \left(\frac{2 \times 18}{8}\right) + 8 \times \left(\frac{2 \times 14}{12}\right)$$

$$= 27 + 18{,}667$$

$$= 45{,}667$$

Jadi, *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{16})$ adalah 45,667, yang artinya jumlah perkalian antara jumlah jarak dan eksentrisitas yang dibagi dengan derajat masing-masing titik pada $\Gamma(D_{16})$ adalah 45,667.

Berdasarkan *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* yang diperoleh dari $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}$, diperoleh pola umum *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* D_{2n} sebagai berikut

Tabel 3.15 *Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Non Commuting* Grup Dihedral D_{2n} dengan $n \geq 3$ dan n Ganjil

n	Graf *Non Commuting*	*Eccentric Distance Sum Index*	*Adjacent Eccentric Distance Sum Index*
3	D_6	$32 = 8 \cdot 4$ $= 8 \cdot 2^2$ $= 8(3-1)^2$	$9{,}667 = \frac{29}{3}$ $= \frac{63-34}{3}$ $= \frac{7 \cdot 9 - 42 + 8}{3}$ $= \frac{7(3^2) - 14 \cdot 3 + 8}{3}$
5	D_{10}	$128 = 8 \cdot 16$ $= 8 \cdot 4^2$ $= 8(5-1)^2$	$22{,}6 = \frac{113}{5}$ $= \frac{175-62}{5}$ $= \frac{7 \cdot 25 - 70 + 8}{5}$ $= \frac{7(5^2) - 14(5) + 8}{5}$
7	D_{14}	$288 = 8 \cdot 36$ $= 8 \cdot 6^2$ $= 8(7-1)^2$	$36{,}142 = \frac{253}{7}$ $= \frac{343-90}{7}$ $= \frac{7 \cdot 49 - 98 + 8}{7}$ $= \frac{7(7^2) - 14(7) + 8}{7}$
⋮	⋮	⋮	⋮
$2n$	D_{2n}	$8(n-1)^2$	$\frac{7n^2 - 14n + 8}{n}$

Tabel 3.16 *Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Non Commuting* Grup Dihedral D_{2n} dengan $n \geq 4$ dan n Genap

n	**Graf *Non Commuting***	***Eccentric Distance Sum Index***	***Adjacent Eccentric Distance Sum Index***
4	D_8	$72 = 2 \cdot 36$ $= 2(80 - 44)$ $= 2(5 \cdot 16 - 56 + 12)$ $= 2(5(4^2) - 14 \cdot 4 + 12)$	$18 = \frac{144}{8}$ $= \frac{2 \cdot 72}{8}$ $= \frac{(2(256 - 304 + 144 - 24))}{16 - 8}$ $= \frac{2(4 \cdot 64 - 19 \cdot 16 + 36 \cdot 4 - 24)}{4(4-2)}$ $= \frac{2(4(4^3) - 19(4^2) + 36 \cdot 4 - 24)}{4(4-2)}$
6	D_{12}	$216 = 2 \cdot 108$ $= 2(180 - 72)$ $= 2(5 \cdot 36 - 84 + 12)$ $= 2(5(6^2) - 14 \cdot 6 + 12)$	$31 = \frac{744}{24}$ $= \frac{2 \cdot 372}{24}$ $= \frac{(2(864 - 684 + 216 - 24))}{36 - 12}$ $= \frac{2(4 \cdot 216 - 19 \cdot 36 + 36 \cdot 6 - 24)}{6(6-2)}$ $= \frac{2(4(6^3) - 19(6^2) + 36 \cdot 6 - 24)}{6(6-2)}$
8	D_{16}	$440 = 2 \cdot 220$ $= 2(320 - 100)$ $= 2(5 \cdot 64 - 112 + 12)$ $= 2(5(8^2) - 14 \cdot 8 + 12)$	$45{,}667 = \frac{2192}{48}$ $= \frac{2 \cdot 1096}{48}$ $= \frac{(2(2048 - 1216 + 288 - 24))}{64 - 16}$ $= \frac{2(4 \cdot 512 - 19 \cdot 64 + 36 \cdot 8 - 24)}{8(8-2)}$ $= \frac{2(4(8^3) - 19(8^2) + 36 \cdot 8 - 24)}{8(8-2)}$
⋮	⋮	⋮	⋮
$2n$	D_{2n}	$2(5n^2 - 14n + 12)$	$\frac{2(4n^3 - 19n^2 + 36n - 24)}{n(n-2)}$

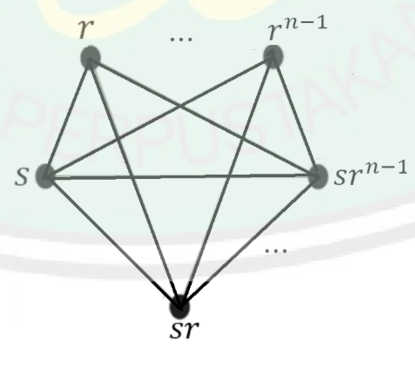
Teorema 5

Misalkan D_{2n} adalah grup dihedral dengan $n \geq 3$ dan n ganjil. $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n}. *Eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n} adalah

$$\xi^d\big(\Gamma(D_{2n})\big) = 8(n-1)^2$$

Bukti

Misalkan $(D_{2n},\circ)$ dengan $n \geq 3$ dan n ganjil adalah grup dihedral. $Z(D_{2n})$ adalah *center* di grup dihedral D_{2n}. $Z(D_{2n}) = \{1\}$ sehingga $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n} yang memiliki himpunan titik $V\big(\Gamma(D_{2n})\big) = \{r^i, sr^j | i = 1,2,\ldots,n-1,\ j = 1,2,\ldots,n\}$. Karena $r^i \circ r^k = r^k \circ r^i$ dengan $i \neq k$ maka r^i tidak terhubung langsung dengan r^k. $r^i \circ sr^j = sr^{n-i+j}$ dan $sr^j \circ r^i = sr^{j+i}, n-i+j \neq j+i$ diperoleh $r^i \circ sr^j \neq sr^j \circ r^i$ maka r^i terhubung langsung dengan sr^j. Karena $n \geq 3$ dan n ganjil $sr^j \circ sr^l = sr^{-j+l}$ dan $sr^l \circ sr^j = sr^{-l+j}$ dengan $j \neq l$ mengakibatkan $sr^j \circ sr^l \neq sr^l \circ sr^j$ maka sr^j terhubung langsung dengan sr^l sehingga diperoleh graf *non commuting* sebagai berikut



Berdasarkan graf tersebut diketahui:

1. r^i tidak terhubung langsung dengan r^k maka $d(r^i, r^k) = 2$ dengan $k \neq i$, dan r^i terhubung langsung dengan sr^j maka $d(r^i, sr^j) = 1$, sehingga

$$D(r^i) = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n-1} d(r^i, r^k) + \sum_{j=1}^{n} d(r^i, sr^j)$$

$$= (n-2)2 + n \cdot 1$$

$$= 3n - 4$$

2. sr^j terhubung langsung dengan r^i maka $d(sr^j, r^i) = 1$, dan sr^j terhubung langsung dengan sr^l maka $d(sr^j, sr^l) = 1$ dengan $l \neq j$, sehingga diperoleh

$$D(sr^j) = \sum_{i=1}^{n-1} d(sr^j, r^i) + \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq j}}^{n} d(sr^j, sr^l)$$

$$= (n-1)1 + (n-1)1$$

$$= 2n - 2$$

Didapatkan juga nilai eksentrisitas yaitu $e(r^i) = 2$ dan $e(sr^j) = 1$ maka maka *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{2n})$ sebagai berikut

$$\xi^d(\Gamma(D_{2n})) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{2n}))} D(v)e(v)$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} D(r^i)e(r^i) + \sum_{j=1}^{n} D(sr^j)e(sr^j)$$

$$= (n-1)(3n-4)2 + n(2n-2)1$$

$$= 6n^2 - 14n + 8 + 2n^2 - 2n$$

$$= 8n^2 - 16n + 8$$

$$= 8(n-1)^2$$

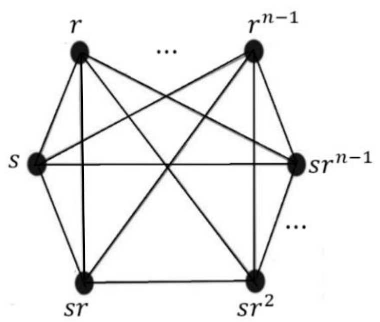
Teorema 6

Misalkan D_{2n} adalah grup dihedral dengan $n \geq 4$ dan n genap. $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n}. *Eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n} adalah

$$\xi^d\big(\Gamma(D_{2n})\big) = 2(5n^2 - 14n + 12)$$

Bukti

Misalkan $(D_{2n},\circ)$ adalah grup dihedral dengan $n \geq 4$ dan n genap. $Z(D_{2n})$ adalah *center* di grup dihedral D_{2n}. $Z(D_{2n}) = \left\{1, r^{\frac{n}{2}}\right\}$ sehingga $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n} yang memiliki himpunan titik $V\big(C(D_{2n})\big) = \{r^i, sr^j | i = 1,2,\dots,n-1$ dan $i \neq \frac{n}{2}$, $j = 1,2,\dots,n\}$. Karena $r^i \circ r^k = r^k \circ r^i$ dengan $i \neq k$ maka r^i tidak terhubung langsung dengan r^k. $r^i \circ sr^j = sr^{n-i+j}$, dan $sr^j \circ r^i = sr^{j+i}$, sehingga $n - i + j \neq j + i$, diperoleh $r^i \circ sr^j \neq sr^j \circ r^i$ maka r^i terhubung langsung dengan sr^j. Karena $n \geq 4$, dan n genap $r^j \circ sr^l = sr^{-j+l} = r^{\frac{n}{2}}$ dan $sr^l \circ sr^j = sr^{-l+j} = r^{\frac{n}{2}}$, $-j + l = -l + j = \frac{n}{2}$ diperoleh $sr^j \circ sr^l = sr^l \circ sr^j$ dengan $j \neq l$ maka sr^j tidak terhubung langsung dengan sr^l. Namun untuk $r^j \circ sr^l = sr^{-j+l} \neq r^{\frac{n}{2}}$ dan $sr^l \circ sr^j = sr^{-l+j} \neq r^{\frac{n}{2}}$, $-j + l \neq -l + j \neq \frac{n}{2}$ diperoleh $sr^j \circ sr^l = sr^l \circ sr^j$ dengan $j \neq l$ maka sr^j terhubung langsung dengan sr^l sehingga diperoleh graf *non commuting* sebagai berikut



Berdasarkan graf tersebut diketahui:

1. r^i tidak terhubung langsung dengan r^k maka $d(r^i, r^k) = 2$ dengan $k \neq i$, dan r^i terhubung langsung dengan sr^j maka $d(r^i, sr^j) = 1$, sehingga

$$D(r^i) = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n-2} d(r^i, r^k) + \sum_{j=1}^{n} d(r^i, sr^j)$$

$$= (n-3)2 + n \cdot 1$$

$$= 3n - 6$$

2. sr^j terhubung langsung dengan r^i maka $d(sr^j, r^i) = 1$, sr^j terhubung langsung dengan sr^l maka $d(sr^j, sr^l) = 1$ dengan $l \neq j$ dan $-j + l \neq -l + j \neq r^{\frac{n}{2}}$, dan sr^j terhubung langsung dengan sr^l maka $d(sr^j, sr^l) = 2$ dengan $j \neq l$ dan $-j + l = -l + j = r^{\frac{n}{2}}$, sehingga diperoleh

$$D(sr^j) = \sum_{i=1}^{n-2} d(sr^j, r^i) + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j \\ -j+l \neq -l+j \neq \frac{n}{2}}}^{n} d(sr^j, sr^l) + d(sr^j, sr^l)$$

$$= (n-2)1 + (n-2)1 + 2$$

$$= 2n - 2$$

Didapatkan juga nilai eksentrisitas yaitu $e(r^i) = e(sr^j) = 2$ maka *eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{2n})$ sebagai berikut

$$\xi^d(\Gamma(D_{2n})) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{2n}))} D(v)e(v)$$

$$= \sum_{i=1}^{n-2} D(r^i)e(r^i) + \sum_{j=1}^{n} D(sr^j)e(sr^j)$$

$$= (n-2)(3n-6)2 + n(2n-2)2$$

$$= 6n^2 - 24n + 24 + 4n^2 - 4n$$

$$= 10n^2 - 28n + 24$$

$$= 2(5n^2 - 14n + 12)$$

Teorema 7

Misalkan D_{2n} adalah grup dihedral dengan $n \geq 3$ dan n ganjil. $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n}. *Adjacent eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n} adalah

$$\xi^{sv}\big(\Gamma(D_{2n})\big) = \frac{7n^2 - 14n + 8}{n}$$

Bukti

Misalkan $(D_{2n},\circ)$ dengan $n \geq 3$, dan n ganjil adalah grup dihedral. $Z(D_{2n})$ adalah *center* di grup dihedral D_{2n}. $Z(D_{2n}) = \{1\}$ sehingga $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n} yang memiliki himpunan titik $V\big(\Gamma(D_{2n})\big) = \{r^i, sr^j | i = 1,2,\dots,n-1,\ j = 1,2,\dots,n\}$. Berdasarkan definisi graf *non commuting* diperoleh graf *non commuting* seperti pada Teorema 5. Diperoleh jumlah jarak dan eksentrisitasnya sebagaimana Teorema 5. Dapat diketahui pula derajat titiknya yaitu $\deg(r^i) = n$, dan $\deg(sr^j) = 2n - 2$ maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{2n})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}\big(\Gamma(D_{2n})\big) = \sum_{v \in V((\Gamma D_{2n}))} \frac{D(v)e(v)}{\deg(v)}$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} \frac{D(r^i)e(r^i)}{\deg(r^i)} + \sum_{j=1}^{n} \frac{D(sr^j)e(sr^j)}{\deg(sr^j)}$$

$$= \frac{(n-1)(3n-4)2}{n} + \frac{n(2n-2)1}{2n-2}$$

$$= \frac{6n^2 - 14n + 8}{n} + \frac{2n^2 - 2n}{2n - 2}$$

$$= \frac{6n^2 - 14n + 8}{n} + n$$

$$= \frac{6n^2 - 14n + 8 + n^2}{n}$$

$$= \frac{7n^2 - 14n + 8}{n}$$

Teorema 8

Misalkan D_{2n} adalah grup dihedral dengan $n \geq 4$ dan n genap. $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n}. *Adjacent eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n} adalah

$$\xi^{sv}\big(\Gamma(D_{2n})\big) = \frac{2(4n^3 - 19n^2 + 36n - 24}{n(n-2)}$$

Bukti

Misalkan $(D_{2n},\circ)$ adalah grup dihedral dengan $n \geq 4$, dan n genap. $Z(D_{2n})$ adalah *center* di grup dihedral D_{2n}. $Z(D_{2n}) = \left\{1, r^{\frac{n}{2}}\right\}$ sehingga $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf *non commuting* dari grup dihedral D_{2n} yang memiliki himpunan titik $V\big(C(D_{2n})\big) = \{\, r^i, sr^j \,|\, i = 1,2, \ldots, n-1 \text{ dan } i \neq \frac{n}{2},\ j = 1, 2, \ldots, n\}$. Berdasarkan definisi graf *non commuting* diperoleh graf *non commuting* seperti pada Teorema 6. Diperoleh jumlah jarak dan eksentrisitasnya sebagaimana Teorema 6. Dapat diketahui pula derajat titiknya yaitu $\deg(r^i) = n$, dan $\deg(sr^j) = 2n - 4$ maka *adjacent eccentric distance sum index* pada $\Gamma(D_{2n})$ sebagai berikut

$$\xi^{sv}\big(\Gamma(D_{2n})\big) = \sum_{v \in V((\Gamma D_{2n}))} \frac{D(v)e(v)}{\deg(v)}$$

$$= \sum_{i=1}^{n-2} \frac{D(r^i)e(r^i)}{\deg(r^i)} + \sum_{j=1}^{n} \frac{D(sr^j)e(sr^j)}{\deg(sr^j)}$$

$$= \frac{(n-2)(3n-6)2}{n} + \frac{n(2n-2)2}{2n-4}$$

$$= \frac{6n^2 - 24n + 24}{n} + \frac{4n^2 - 4n}{2n-4}$$

$$= \frac{(6n^2 - 24n + 24)(2n-4) + (4n^2 - 4n)n}{2n^2 - 4n}$$

$$= \frac{12n^3 - 72n^2 + 144n - 96 + 4n^3 - 4n^2}{2n^2 - 4n}$$

$$= \frac{16n^3 - 76n^2 + 144n - 96}{2n^2 - 4n}$$

$$= \frac{8n^3 - 38n^2 + 72n - 48}{n^2 - 2n}$$

$$= \frac{2(4n^3 - 19n^2 + 36n - 24}{n(n-2)}$$

3.3 Kajian Teori Graf dalam Islam

Sebagaimana firman Allah *"Orang-orang yang beriman itu sesungguhnya bersaudara, damaikanlah (perbaikilah hubungan) antara kedua saudaramu itu dan takutlah terhadap Allah, supaya kamu mendapat rahmat"*, ayat ini menegaskan bahwa pada dasarnya manusia dilahirkan dalam keadaan bersaudara, dan Allah memerintahkan manusia untuk saling berbuat kebaikan dan menyambung tali persaudaraan, kemudian Allah akan memberikan rahmat-Nya. Sehingga jelas antara satu manusia dengan manusia yang lain memiliki keterikatan hubungan meskipun bukan saudara kandung, akan tetapi dengan dasar ukhuwah dan iman.

Manusia memiliki hubungan dengan sesama manusia melalui hubungan persaudaraan. Seperti halnya teori graf yang mempelajari tentang hubungan antar titik, sebuah titik pada graf dapat dihubungkan dengan titik yang lainnya melalui sebuah sisi. Dua buah titik (misalkan u dan v) dalam sebuah graf dapat dikatakan terhubung jika terdapat lintasan yang melalui kedua titik (u-v) dalam sebuah graf. Lintasan tersebut disebut sisi. Dalam Islam antara satu manusia dengan manusia yang lain memiliki hubungan, hubungan tersebut adalah hubungan persaudaraan. Persaudaraan antar manusia tidak hanya melalui hubungan darah, namun jika mereka seiman, maka mereka dapat dikatakan bersaudara.

Persaudaraan dalam Islam pada hakikatnya adalah saling mengerti, memahami, memperhatikan, dan saling tolong menolong. Jadi pada dasarnya semua manusia adalah bersaudara baik ditinjau dari segi keturunan maupun agama, sehingga tidak selayaknya jika sesama manusia saling bermusuhan, saling menjelekkan, dan saling membunuh. Akan tetapi, mereka hendaknya saling membantu, saling mengasihi, dan menyambung tali agama dengan *ukhuwah.*

Dari Anas bin Malik, Rasulullah bersabda, *"Barang siapa bertemu saudaranya dengan membawa sesuatu yang dapat menggembirakannya, pasti Allah akan menggembirakannya di hari kiamat" (H.R. Thabrani)*. Bahkan Allah menjanjikan akan memberikan kegembiraan bagi mereka yang memberikan kegembiraan bagi orang lain. Jadi sangatlah jelas bahwa menyambung persaudaraan dianjurkan dalam Islam, dan hendaknya kita sebagai manusia yang beriman menjalankan perintah Allah dengan senantiasa berbuat kebaikan, menyambung tali persaudaraan, dan tidak melakukan perbuatan yang mengakibatkan cerai berai.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan, maka dapat disimpulkan beberapa pola dari *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *commuting* dan *non commuting* pada grup dihedral sebagai berikut:

1. *Eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *commuting* dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

   a. $\xi^d(C(D_{2n})) = \begin{cases} 14n^2 - 12n + 1, & n \text{ ganjil} \\ 2(7n^2 - 10n + 1), & n \text{ genap} \end{cases}$

   b. $\xi^{sv}(C(D_{2n})) = \begin{cases} 8n^2 - 1, & n \text{ ganjil} \\ \frac{2(4n^3 - 13n + 3)}{3(n-1)}, & n \text{ genap} \end{cases}$

2. *Eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* graf *non commuting* dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

   a. $\xi^d(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} 8(n-1)^2, & n \text{ ganjil} \\ 2(5n^2 - 14n + 12), & n \text{ genap} \end{cases}$

   b. $\xi^{sv}(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} \frac{7n^2 - 14n + 8}{n}, & n \text{ ganjil} \\ \frac{2(4n^3 - 19n^2 + 36n - 24)}{n(n-2)}, & n \text{ genap} \end{cases}$

4.2 Saran

Penelitian ini membahas pokok masalah *eccentric distance sum* dan *adjacent eccentric distance sum index* dari graf *commuting* dan *non commuting* pada grup dihedral. Pada penelitian selanjutnya disarankan untuk membahas *eccentric distance sum* atau *adjacent eccentric distance sum index* menggunakan graf dari grup berhingga lainnya.

DAFTAR RUJUKAN

Abdollahi, A., Akbari, S., dan Maimani, H. R. 2006. Non-commuting Graph of a Group. *Journal of Algebra*, *298*(2), 468–492.

Abdollahi, A., Azad, A., dan Zarrin, M. 2012. On the Clique Numbers of Non-commuting Graphs of Certain Groups, (May).

Abdussakir, Azizah, N. N., dan Nofandika, F. F. 2009. *Teori Graf: Topik Dasar Tugas Akhir/Skripsi*. Malang: UIN Malang Press.

Abdussakir, Elvierayani, R. R., dan Nafisah, M. 2017. On the Spectra of Commuting and Non Commuting Graph on Dihedral Group. *Cauchy-Jurnal Matematika Murni Dan Aplikasi*, *4*(May), 176–182.

Akbari, S., dan Ghandehari, M. 2004. On Commuting Graphs of Semisimple Rings. *Linear Algebra and Its Applications*, *390*, 345–355.

Akbari, S., Mohammadian, A., Radjavi, H., dan Raja, P. 2006. On the Diameters of Commuting Graphs. *Linear Algebra and Its Applications*, *418*(1), 161–176.

Al-Qurthubi, I. 2008. *Tafsir Al-Qurthubi Juz 4*. Jakarta: Pustaka Azzam.

Azari, M., dan Iranmanesh, A. 2013. Computing the Eccentric-distance Sum for Graph Operations. *Discrete Applied Mathematics*, *161*(18), 2827–2840.

Bielak, H., dan Broniszewska, K. 2017. Eccentric Distance Sum Index for Some Classes of Connected Graphs, *LXXI*(2), 25–32.

Chartrand, G., Lesniak, L., dan Zhang, P. 2016. *Graphs & Digraphs Sixth Edition.* Boca Raton: CRC Press.

Dummit, D. S., dan Foote, R. M. 1991. *Abstract Algebra*. New Jersey: Prentice Hall. Inc.

Dutta, P., Dutta, J., dan Nath, R. K. 2018. Laplacian Spectrum of Non-Commuting Graphs of Finite Groups. *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics*, *49*(2), 205–216.

Erfanian, A., dan Tolue, B. 2012. Conjugate Graphs of Finite Groups. *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications*, *4*(2).

Gallian, J. A. 2013. *Contemporary Abstract Algebra Ninth Edition*. Boston: Cengage Learning.

Gao, W., Liang, L., dan Gao, Y. 2014. Total Eccentricity, Adjacent Eccentric Distance Sum and Gutman Index of Certain Special Molecular Graphs. *The BioTechnology: An Indian Journal*, *10*(9), 3837–3845.

Ghoffar, M. A., dan Al-Atsari, A. I. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 7*. Bogor: Pustaka Imam Syafi'i.

Gilbert, L., dan Gilbert, J. 2015. *Elements of Modern Algebra Eight Edition*. Stamford: Nelson Education. Ltd.

Gupta, S., Singh, M., dan Madan, A. K. 2002. Eccentric Distance Sum: A Novel Graph Invariant for Predicting Biological and Physical Properties. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *275*, 386–401.

Lubotzky, A., Samuels, B., dan Vishne, U. Z. I. 2004. Isospectral Cayley Graphs of Some Finite Simple Groups, *5*, 1–14.

Nawawi, A., dan Rowley, P. 2015. On Commuting Graphs for Elements of Order 3 in Symmetric Groups. *The Electronic Journal of Combinatoric*, *22*(1).

Padmapriya, P dan Mathad, V. 2017. The Eccentric Distance Sum of Some Graphs. *Electronic Journal of Graph Theory and Application*, 5(1): 51-62.

Qu, H., dan Cao, S. 2015. On the Adjacent Eccentric Distance Sum Index of Graphs. *PLOS ONE*, 1–12.

Rahayuningtyas, H., Abdussakir dan Nashichuddin, A. 2015. Bilangan Kromatik Graf *Commuting* dan *Noncommuting* Grup Dihedral. *Cauchy-Jurnal Matematika Murni Dan Aplikasi*, 4(1): 17-18

Salama, F., dan Rafat, H. 2012. General-Graph and Inverse-Graph. *Applied Mathematics*, *2012*(April), 346–349.

Sardana, S., dan Madan, A. K. 2003. Relationship of Wiener's Index and Adjacent Eccentric Distance Sum Index with Nitroxide Free Radicals and Their Precursors as Modifiers Against Oxidative Damage. *Journal of Molecular Structure: THEOCHEM* (Vol. 624).

Shihab, M. Q. 2002. *Tafsir Al Misbah: Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Quran*. Jakarta: Lentera Hati.

Songhori, M. 2012. A Note on Eccentric Distance Sum. *Journal Of Mathematical Nanoscience*, *2*(1), 37–41.

Talebi, A. A. 2008. On the Non-Commuting Graphs of Group D_{2n}. *International Journal of Algebra*, *2*(20), 957–961.

Yu, G., dan Feng, L. 2011. On the Eccentric Distance Sum of Graphs ☆. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *381*, 590–600.

Yu, G., dan Feng, L. 2011. On the Eccentric Distance Sum of Trees and Unicyclic Graphs ☆. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *375*, 99–107.

RIWAYAT HIDUP

Nurul Hidayati, lahir di Blitar pada tanggal 9 September 1996, biasa dipanggil Nurul. Anak pertama dari tiga bersaudara dari pasangan bapak Sujarwo dan ibu Sutarminah.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN Ringinrejo I dan lulus pada tahun 2009. Setelah itu melanjutkan sekolah di MTsN 7 Blitar, lulus pada tahun 2012. Pendidikan selanjutnya ditempuh di MAN 1 Blitar sekaligus menempuh pendidikan nonformal di Pondok Pesantren Putri Tarbiyatus Sholihin dan lulus pada tahun 2015. Selanjutnya pada tahun yang sama melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan mengambil jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa telah mengikuti beberapa penelitian di antaranya Penelitian Kompetitif Riset Mahasiswa (PKRM) dan beberapa penelitian bersama dosen.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Nurul Hidayati
NIM : 15610033
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : *Eccentric Distance Sum* dan *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Graf *Commuting* dan *Non Commuting* dari Grup Dihedral
Pembimbing I : Dr. Abdussakir, M.Pd
Pembimbing II : Ach. Nashichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	2 Januari 2019	Konsultasi Bab I dan II	1.
2.	22 Januari 2019	Konsultasi Kajian Keagamaan Bab I dan II	2.
3.	23 Januari 2019	Revisi Bab I dan II	3.
4.	29 Januari 2019	ACC Kajian Keagamaan Bab I dan Konsultasi Kajian Keagamaan Bab II	4.
5.	6 Februari 2019	ACC Bab I dan II dan Konsultasi Bab III	5.
6.	22 April 2019	ACC Kajian Keagamaan Bab II dan Konsultasi Kajian Keagamaan Bab III	6.
7.	26 April 2019	ACC Kajian Keagamaan Bab III	7.
8.	29 April 2019	ACC Kajian Keagamaan	8.
9.	7 Mei 2019	ACC Bab III	9.
10.	7 Mei 2019	ACC Keseluruhan	10.

Malang, 07 Mei 2019
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001