**ESTIMASI PARAMETER MODEL
GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION
YANG MENGANDUNG OUTLIER DENGAN ESTIMATOR S**

SKRIPSI

**OLEH
LYDA MAULIDIYAH
NIM. 14610035**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL
GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION
(GWR) YANG MENGANDUNG *OUTLIER* DENGAN *ESTIMATOR S***

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk memenuhi salah satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Lyda Maulidiyah
14610035**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL
GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION
(GWR) YANG MENGANDUNG OUTLIER DENGAN ESTIMATOR S**

SKRIPSI

Oleh
Lyda Maulidiyah
14610035

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 08 November 2018

Pembimbing I,

Dr. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002

Pembimbing II,

Evawati Alisah, M.Pd
NIP. 19720604 199903 2 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Asman Pagalay, M.Si
NIP. 196504142003121001

**ESTIMASI PARAMETER MODEL
GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION
(GWR) YANG MENGANDUNG OUTLIER DENGAN ESTIMATOR S**

SKRIPSI

Oleh
Lyda Maulidiyah
14610035

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelas Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 27 November 2018

Penguji Utama : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

Ketua Penguji : Abdul Aziz, M.Si

Sekretaris Penguji : Dr. Sri harini, M.Si

Anggota Penguji : Evawati Alisah, M.Pd

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 196504142003121001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Lyda Maulidiyah
NIM : 14610035
Jurusan : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) Yang Mengandung *Outlier* Dengan *Estimator S*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 08 November 2018
yang membuat pernyataan,

Lyda Maulidiyah
NIM. 14610035

MOTO

Bersyukur, berdo'a, dan Istiqomah

Yang paling terpenting yaitu tawadhu' kepada kedua orang tua

Itu kunci utama untuk menuju sebuah keberhasilan

Dalam mencapai tujuan

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahhanda Agus haryanto dan Ibunda Nuruh Khikmah tercinta yang sudah memberi dukungan, memdoakan, memberi nasehat, yang sering mengingatkan akan menjaga kesehatan, yang selalu memberi semangat, serta tak pernah lelah untuk mencari nafkah untuk membiayai pendidikan dari kecil sampai sekarang.

Achmad Misbhul Munir yang sudah memberikan semangat, dukungan, doanya untuk penulis, tak pernah lupa selalu memberi solusi kepada penulis, dan adek tersayang Muhammad Syauqi Ardhana yang selalu menghibur, serta memberi dukungan.

Teman serta sahabat terbaik Agustiningsih Indah Sari, Ulfa Ainur ridha, novia ani Sa'adah, Ita Purwinda serta teman-teman yang mengambil bidang minat statistika telah memberikan semangat dan solusi untuk menyelesaikan skripsi ini.

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji syukur bagi Allah Swt. atas rahmat serta hidayah-Nya, sehingga penulis bisa menyelesaikan penyusunan skripsi ini dengan baik yang berjudul “**Estimasi Parameter Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) Yang Mengandung *Outlier* Dengan *Estimator S*”**”

Shalawat serta salam semoga terlimpahkan kepada junjungan kita Nabi besar Muhammad Saw, yang telah menuntun kita dari jalan kegelapan menuju jalan yang terang benderang yakni Agama Islam.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam proses penyusunannya tidak mungkin dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan, serta arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi sekaligus pembimbing I selalu membimbing penulis dengan segala ilmu yang dimiliki serta senantiasa memberikan doa, arahan, nasihat, dan motivasi dalam melakukan penelitian kepada penulis.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

4. Eva Alisah, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan berbagai ilmunya kepada penulis.
5. Segenap sivitas akademik Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Univeristas islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
6. Bapak dan Ibu yang selalu memberikan doa, motivasi, semangat serta dukungan kepada penulis.
7. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2014 khususnya Matematika B, terima kasih atas kenangan-kenangan indah yang dirajut bersama dalam mencapai cita-cita.
8. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung telah ikut memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhirnya penulis hanya dapat berharap, dibalik skripsi ini dapat ditemukan sesuatu yang dapat memberikan manfaat dan wawasan yang lebih luas atau bahkan hikmah bagi penulis, pembaca, dan bagi seluruh mahasiswa.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 08 November 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR SIMBOL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
DAFTAR TABEL	xv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
المخلص	xviii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian.....	7
1.4 Manfaat Penelitian.....	7
1.5 Batasan Penelitian.....	7
1.6 Sistematika Penulisan.....	8
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1. Data Spasial.....	9
2.2. Uji Spasial.....	10
2.3. <i>Geographically Weighted Regression</i>	12
2.2.1. Fungsi Pembobot Model (GWR).....	14
2.2.2. Estimasi Parameter Model GWR.....	16
2.2.3. Penentuan <i>Bandwith</i>	19
2.2.4. Pengujian kesesuaian Model GWR.....	21
2.2.5. Pendiferensialan Matriks.....	23
2.4. Definisi <i>Outlier</i>	24
2.3.1. Jenis-jenis <i>Outlier</i>	25
2.3.2. Mendeteksi <i>Outlier</i>	26
2.5. <i>Estimator S</i>	30

2.6.	Fungsi Objektif	32
2.7.	Hasil Penelitian Sebelumnya	34
2.8.	Potensi Pertanian Padi	34
2.8.1.	Tanaman Padi	34
2.8.2.	Sistem Pengairan/Irigasi	35
2.8.3.	Alat-alat Pertanian	37
2.8.4.	Pupuk	37
2.9.	Uji Asumsi Data	39
2.9.1.	Uji Normalitas	39
2.9.2.	Uji Heteroskedastisitas	40
2.9.3.	Uji Autokorelasi	41
2.9.4.	Uji Multikolinearitas	41
2.10.	Kajian <i>Outlier</i> dalam Islam	42

BAB III METODE PENELITIAN

3.1.	Pendekatan Penelitian	44
3.2.	Sumber Data	44
3.3.	Tahap-tahap Estimasi Parameter Model GWR	44
3.4.	Pemetaan Potensi Pertanian Padi Jawa Timur Tahun 2012	45

BAB IV PEMBAHASAN

4.1.	Estimasi Parameter Model GWR yang Mengandung <i>Outlier</i>	46
4.2.	Pemetaan Potensi Pertanian Padi Jawa Timur Tahun 2012	53
4.2.1.	Deskripsi Data	53
4.2.2.	Identifikasi <i>Outlier</i>	58
4.2.3.	<i>Boxplot</i>	58
4.2.4.	Metode DfFTS (<i>Difference fitted value FITS</i>)	62
4.2.5.	Uji Asumsi Data	64
4.2.5.1.	Uji Linieritas	64
4.2.5.2.	Uji Normalitas	64
4.2.5.3.	Uji Multikolinieritas	65
4.2.5.4.	Uji Heteroskedastisitas	65
4.2.5.5.	Uji Autokorelasi	66
4.2.6.	Analisis Data	67
4.2.6.1.	Model GWR	67
4.2.6.2.	Uji Spasial	70
4.2.6.3.	Model GWR yang mengandung <i>Outlier</i>	74
4.3.	Kajian Agama tentang <i>Outlier</i>	79

BAB V PENUTUP

5.1.	Kesimpulan	81
5.2.	Saran	82

DAFTAR PUSTAKA	83
----------------------	----

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4. 1	Grafik Sebaran Data Produksi Padi (Y)	53
Gambar 4. 2	Grafik Sistem Pengairan Teknis (X_1)	54
Gambar 4. 3	Grafik Sistem Pengairan Setengah Teknis (X_2)	55
Gambar 4. 4	Grafik Sistem Pengairan Non Teknis (X_3)	56
Gambar 4. 5	Grafik Sistem Pengairan Desa (X_4)	57
Gambar 4. 6	Grafik Sistem Pengairan Tadah Hujan (X_5)	58
Gambar 4. 7	<i>Boxplot</i> Variabel Produksi Padi (Y)	59
Gambar 4. 8	<i>Boxplot</i> Variabel Sistem Pengairan Teknis (X_1)	59
Gambar 4. 9	<i>Boxplot</i> Variabel Sistem Pengairan Setengah Teknis (X_2)	60
Gambar 4. 10	<i>Boxplot</i> Variabel Sistem Pengairan Non Teknis (X_3)	60
Gambar 4. 11	<i>Boxplot</i> Variabel Sistem Pengairan Non Teknis (X_4)	61
Gambar 4. 12	<i>Boxplot</i> Variabel Sistem Pengairan Tadah Hujan (X_5)	61
Gambar 4. 13	Peta Tematik Produksi Pertanian Padi di Jawa Timur	68
Gambar 4. 14	Pemetaan Global Model GWR	73

DAFTAR SIMBOL

- p : Jumlah variabel prediktor
- i : Menunjukkan observasi
- y_i : Variabel dependen pada lokasi ke $-i$
- (u_i, v_i) : Koordinat letak geografis (*longitude, latitude*) pada lokasi ke- i
- x_{ik} : Variabel independen k pada pengamatan ke- i
- $\beta_k(u_i, v_i)$: Parameter pada lokasi ke- i yang berhubungan dengan variabel independen ke- k (x_{ik}) dengan $k = 0, 1, 2, \dots, p$
- X_i : Nilai variabel independen untuk kejadian ke- i
- β : Nilai koefisien regresi
- ε_i : *Residual* ke- i yang diasumsikan identik, independen dan distribusi normal dengan *mean* nol dan *varians* konstan σ^2
- ρ : Fungsi objektif
- ψ : Fungsi pengaruh
- $W(\cdot)$: Fungsi pembobot

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. 1	Variabel Penelitian	86
Lampiran 1. 2	Output Program SPSS.16	87
Lampiran 1. 3	Peta Tematik Produksi Pertanian Padi.....	100

DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1	Perhitungan IQR	62
Tabel 4. 2	Nilai DfFITS (Difference Fitted value FITS)	63
Tabel 4. 3	Linieritas	64
Tabel 4. 4	<i>Colinearity Statistic</i>	65
Tabel 4. 5	Korelasi	66
Tabel 4. 6	Hasil Estimasi parameter Model Regresi.....	69
Tabel 4. 7	Hasil Estimasi parameter Model Regresi ulang.....	70
Tabel 4. 8	Estimasi Parameter Model GWR.....	71
Tabel 4. 9	Ujin Kesesuaian Model GWR.....	72
Tabel 4. 11	Estimasi Model GWR Mengandung Outlier dengan <i>Estimator S</i>	75
Tabel 4. 12	Variabel yang Signifikan Pada Setiap Kabupaten/Kota	78

ABSTRAK

Maulidiyah, Lyda. 2018. **Estimasi Parameter Model *Geographically Weighted Regression (GWR)* Yang Mengandung *Outlier* Dengan *Estimator S***. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Evawati alisah, M.Pd.

Kata kunci: GWR, *Outlier*, Estimator S, Pertanian Padi

Geographically Weighted Regression (GWR) adalah model regresi yang digunakan untuk menganalisis heterogenitas spasial ataupun salah satu analisis yang membentuk analisis regresi namun bersifat lokal untuk setiap lokasi. Pada saat menganalisis data dengan menggunakan model GWR, akan memunculkan suatu data yang mengandung *outlier*. Salah satu untuk mengatasi data *outlier* pada regresi yaitu dengan metode *robust*. Salah satunya yaitu metode *Estimator S*.

Penelitian ini diaplikasikan pada pemetaan potensi pertanian padi di wilayah provinsi Jawa Timur, maka variabel yang didapatkan pada model pemetaan potensi pertanian padi Jawa Timur. Adapun variabel respon pada penelitian ini yaitu hasil produksi pada tiap Kabupaten/Kota dan variabel prediktor yaitu sistem pengairan teknis (X_1), sistem pengairan setengah teknis (X_2), sistem pengairan non teknis (X_3), sistem pengairan desa (X_4), sistem pengairan tadah hujan (X_5). GWR yang mengandung *outlier* dengan Estimator S dan keadaan produksi pertanian padi di Jawa Timur Tahun 2012 mampu dijelaskan dengan baik.

ABSTRACT

Maulidiyah, Lyda. 2018. **Estimation of Geographically Weighted Regression Model (GWR) Parameters Containing Outliers with Estimators S.** Thesis. Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University Malang. Advisor: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Evawati alisah, M.Pd.

Keyword: GWR, Outlier, Estimator S, Rice Agriculture

Geographically Weighted Regression (GWR) is a regression model used to analyze spatial heterogeneity or one of the analysis that form a regression analysis but is local to each location. When analyzing data using the GWR model, a data containing outliers will emerge. One of the ways to overcome the outlier data in regression is the robust method. One of them is the Estimator S. method.

This study was applied to the mapping of rice agriculture potential in the East Java province, using the variables obtained in the East Java rice farming potential mapping model. The response variables in this study are production results in each Regency / City and predictor variables, namely technical irrigation system (X_1), semi-technical irrigation system (X_2), non-technical irrigation system (X_3), village irrigation system (X_4), irrigation system rainfed (X_5). GWR which contains outliers with Estimator S and the state of rice agricultural production in East Java in 2012 is well explained.

الملخص

موليدية، ليدا. ٢٠١٨. تقدير معلمات نموذج *Geographically Weighted Regression* (GWR) المتضمن القيم المتطرفة مع مقدر S . شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (I) الدكتورة. سري هارينى الماجستير، (II) ايفوة اليسه جستير.

الكلمات المفتاحية: *Rice Agriculture*، *S Estimator*، *Outlier*، *GWR*

Geographically Weighted Regression (GWR) هو نموذج انحدار يستخدم لتحليل التغيرات المكاني أو أحد التحليلات التي تشكل تحليل الانحدار ولكنها محلية لكل موقع. عند تحليل البيانات باستخدام نموذج GWR، ستظهر بيانات تحتوي على قيم المتطرفة. واحدة من الطرق للتغلب على البيانات الغاضبة في الانحدار هي الطريقة القوية. واحد منهم هو طريقة المقدر S .

تم تطبيق هذه الدراسة لرسم خرائط إمكانات زراعة الأرز في مقاطعة جاوا الشرقية، وتناول المتغيرات التي تم الحصول عليها في نموذج رسم الخرائط المحتملة لتربة الأرز في جاوا الشرقية. متغيرات الاستجابة في هذه الدراسة هي نتائج الإنتاج في كل متغيرات ريجنسي، أي نظام الري التقني (X_1)، نظام الري شبه التقني (X_2)، نظام الري غير التقني (X_3)، نظام الري في القرى (X_4)، نظام الري بعلية (X_5). GWR الذي يحتوي على القيم المتطرفة مع المقدار S وحالة الإنتاج الزراعي للأرز في جاوا الشرقية في عام ٢٠١٢ هو موضح بشكل جيد.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis untuk data spasial memerlukan perhatian yang lebih dibandingkan dengan analisis data nonspasial. Khususnya pada saat menggunakan analisis regresi. Salah satu untuk memperhatikan pengamatan pada data spasial yaitu kemungkinan munculnya heterogenitas spasial. Heterogenitas spasial muncul karena kondisi data di lokasi yang satu dengan lokasi lainnya tidak sama, baik dari segi geografis, keadaan sosial maupun hal-hal lain yang melatarbelakanginya. Salah satu dampak yang akan menimbulkan dari adanya heterogenitas spasial adalah dari parameter regresi bervariasi secara spasial. Untuk mengantisipasi kondisi demikian maka dikenalkan model regresi yang terboboti oleh geografis atau banyak dikenal dengan *Geographically Weighted Regression* (GWR).

Menurut Fotheringham, dkk (2002), *Geographically Weighted Regression* (GWR) adalah model regresi yang digunakan untuk menganalisis heterogenitas spasial. GWR adalah salah satu analisis yang membentuk analisis regresi namun bersifat lokal untuk setiap lokasi. Hasil analisis tersebut yaitu model regresi yang nilai-nilai parameternya berlaku hanya pada setiap lokasi pengamatan dan berbeda dengan lokasi lainnya. Dalam GWR digunakan unsur matriks pembobot yang besarnya tergantung pada kedekatan antar lokasi. Semakin dekat suatu lokasi, bobot pengaruhnya akan semakin besar. Heterogenitas yang dimaksud adalah suatu keadaan dimana pengukuran hubungan (*Measurement of Relationship*) antara variabel yang berbeda-beda antar lokal yang satu dengan yang lainnya.

GWR merupakan salah satu analisis yang membentuk analisis regresi namun bersifat lokal untuk setiap lokasi. Selain itu pendapat dari Mei C. L. (2006), GWR adalah pengembangan dari model regresi di mana setiap parameter dihitung setiap lokasi pengamatan, sehingga setiap lokasi pengamatan mempunyai nilai parameter regresi yang berbeda-beda.

Adapun menurut Mei C. (2005) *Geographically Weighted Regression* (GWR) adalah salah satu analisis yang membentuk analisis regresi namun bersifat lokal untuk setiap lokasi. Model GWR dikembangkan dari model regresi global berdasarkan regresi non parametrik. GWR merupakan pengembangan dari model regresi linier. Pada model regresi linier hanya dihasilkan *estimator* parameter yang berlaku secara global, sedangkan dalam model GWR dihasilkan estimator parameter model yang bersifat lokal untuk setiap lokasi pengamatan (Purhadi dan Yasin, 2008).

Dalam analisis data dengan menggunakan GWR, terkadang ditemukan suatu *outlier*. *Outlier* adalah pengamatan yang jauh dari pusat data yang mungkin berpengaruh besar terhadap koefisien regresi. Adapun dampak pada *outlier* tersebut yaitu membuat estimasi parameter menjadi bias.

Menurut Montgomery D. C. (1992) *outlier* adalah suatu pengamatan yang ekstrim. Residual yang nilai mutlaknya jauh lebih besar daripada yang lain dan bisa jadi terletak tiga atau empat simpangan baku dari rata-ratanya adalah yang menyebabkan data sebagai *outlier*. *Outlier* adalah titik-titik data yang tidak setipe dengan titik data yang lainnya. Menurut Draper N. R. (1992) adakalanya *outlier* memberikan informasi yang tidak bisa diberikan oleh titik data lainnya. Berdasarkan Montgomery C. D. (1982), sebagai kaidah umum, *outlier* baru

ditolak jika setelah ditelusuri ternyata merupakan akibat dari kesalahan-kesalahan seperti memasukkan ukuran atau analisis yang salah, ketidaktepatan pencatatan data, dan terjadi kerusakan alat pengukuran. Bila ternyata bukan akibat dari kesalahan-kesalahan semacam itu, penyelidikan yang seksama harus dilakukan. Menghapus data tersebut untuk “memperbaiki persamaan yang cocok” dapat berbahaya, tindakan tersebut dapat menimbulkan kesalahan ketelitian dalam mengestimasi atau memprediksi.

Memuat Model GWR sering masalah yang mengandung *outlier*. Barnett, (1994) menyatakan bahwa *outlier* adalah pengamatan yang jauh dari pusat data yang mungkin berpengaruh besar terhadap koefisien regresi. Dengan adanya *outlier* pada data regresi mengakibatkan model regresi tidak memenuhi asumsi-asumsinya dan model regresi tidak cocok terhadap data yang akan dimodelkan karena koefisien dari model regresi tersebut sangat dipengaruhi oleh adanya *outlier*. Salah satu untuk mengatasi data *outlier* pada regresi yaitu dengan metode *robust*. Adapun macam-macam metode *robust* yaitu *Lest Trimmed Squared (LTS) Estimate*, *M Estimate*, *MM Estimate*, *S Estimate* menurut Seber, (2007).

Metode regresi *robust* yang cocok pada data yang akan dikelola oleh peneliti ini yaitu *estimator S*. *Estimator-S* adalah *robust* yang memiliki *breakdown point* tinggi dan lebih efisien dibandingkan *estimator* regresi *robust* lainnya yang sering digunakan.

Penelitian sebelumnya, yaitu Kristanto, (2016) dengan judul estimasi parameter model *geographically weighted regression (GWR)* yang mengandung *outlier* dengan metode *bounded influence M-estimator*. Aini, (2016) telah mengestimasi parameter model *geographically weighted poisson regression*

semiparametric (GWPRS) pada data yang mengandung *outlier*. Purnamasari, (2016) telah menggunakan model *geographically weighted logistic regression* untuk mengestimasi parameter pada data yang mengandung *outlier*. Dan Sheppy, (2016) dalam mengestimasi parameter model regresi *spatial lag* dengan *estimator S* pada data yang mengandung *outlier*.

Terkait dengan adanya *outlier* dalam kajian Islam yang telah disinggung dalam al-Quran surat ar-Rum/30:41 yang berbunyi seperti dibawah ini:

ظَهَرَ الْفَسَادُ فِي الْبَرِّ وَالْبَحْرِ بِمَا كَسَبَتْ أَيْدِي النَّاسِ لِيُذِيقَهُمْ بَعْضَ
الَّذِي عَمِلُوا لَعَلَّهُمْ يَرْجِعُونَ ﴿٤١﴾

Artinya“Telah nampak kerusakan di darat dan di laut disebabkan karena perbuatan tangan manusia, supaya Allah merasakan kepada mereka sebagian dari (akibat) perbuatan mereka, agar mereka kembali (ke jalan yang benar)” (QS.ar-Rumm/30”41).

Dari sepotong ayat di atas yang diambil dari al-Quran dapat dijelaskan dalam segi agama terkait adanya *outlier*. Ayat tersebut dijelaskan bahwa terjadi kerusakan di darat dan di laut karena perbuatan manusia. Perbuatan-perbuatan tersebut termasuk perilaku yang menyimpang dalam agama yang diasumsikan sebagai *outlier*. Perilaku manusia yang telah diberikan Allah agar manusia bisa merasakan akibat dari perbuatannya sendiri dan kembali ke jalan yang benar. Hal ini yaitu cara untuk mengatasi *outlier*, dimana orang-orang yang sering melakukan perbuatan yang sudah dilarang oleh Allah atau menyimpang dari perbuatan terpuji ataupun melakukan maksiat, dan membuat kerusakan di bumi mengingat adanya kekuasaan Allah dan menjaga apa yang telah Allah berikan.

Dalam al-Atsari (2004) Ibnu ‘Abbas, Ikrimah, adh-Dhahhak, as-Suddi dan lain-lain berkata: “Yang dimaksud dengan *الْبَرِّ* di dalam ayat ini adalah hamparan padang yang luas. Sedangkan yang dimaksud dengan *الْبَحْرِ* adalah kota-kota dan kampung-kampung.” Dan di dalam satu riwayat, Ibnu ‘Abbas dan “Ikrimah berkata: “*الْبَحْرُ* adalah kota-kota dan kampung-kampung yang berada di sisi pantai.” Sedangkan ulama lain mengatakan: “Yang dimaksud dengan *الْبَرِّ* di sini adalah daratan yang kita kenal dan *الْبَحْرِ* adalah lautan yang kita kenal dalam arti kata tersebut.” Zaid bin Rafi’ berkata: *ظَهَرَ الْفَسَادُ* “*Telah nampak kerusakan*” yaitu terhentinya hujan di daratan yang diiringi oleh masa paceklik serta dari lautan, yaitu yang mengenai binatang-binatangnya (HR. Ibnu Abi Hatim).

Pendapat pertama lebih jelas serta menjadi pegangan kebanyakan ahli tafsir. Makna firman Allah : *ظَهَرَ الْفَسَادُ فِي الْبَرِّ وَالْبَحْرِ بِمَا كَسَبَتْ أَيْدِي النَّاسِ* : “*Telah nampak kerusakan di darat dan di laut disebabkan karena perbuatan tangan manusia*” yaitu, kekurangan tanam-tanaman dan buah-buahan disebabkan oleh kemaksiatan.

Dalam tafsir al-Atsari (2004) Abul ‘Aliyah berkata: “Barang siapa yang berlaku maksiat kepada Allah di muka bumi, maka berarti dia telah berbuat kerusakan di dalamnya. Karena kebaikan bumi dan langit adalah dengan sebab ketaatan.”

Untuk itu, tercantum di dalam hadits yang diriwayatkan oleh Abu Dawud:

{ *لِحَدِّ يِقَامُ فِي الْأَرْضِ أَحَبُّ إِلَى أَهْلِهَا مِنْ أَنْ يُمَطَّرُوا أَرْبَعِينَ صَبَاحًا* }

“Satu hukum hadd yang ditegakkan di muka bumi lebih disukai bagi penghuninya daripada mereka diberikan hujan (selama) 40 (hari).”

Sebabnya adalah, jika hudud ditegakkan, niscaya manusia dan mayoritas mereka akan menahan diri dari melakukan hal-hal yang diharamkan. Dan jika maksiat-maksiat ditinggalkan, maka hal tersebut menjadi sebab tercapainya berbagai berkah dari langit dan bumi. Untuk itu, jika ‘Isa bin Maryam as. turun di akhir zaman, dia akan berhukum dengan syari’at yang suci ini pada saat itu sebelum membunuh babi, menghancurkan salib dan menghapuskan pajak. Maka, beliau tidak akan menerima apa pun kecuali Islam atau pedang. Jika pada zaman itu Allah telah membinasakan Dajjal dan para pengikutnya serta Ya’-juj dan Ma’-juj, maka dikatakanlah kepada bumi: ”Keluarlah berkahmu.” Lalu berbagai golongan manusia mampu memakan delima serta mampu berlindung dengan kulitnya. Susu unta mampu mencukupi sekelompok manusia. Semua itu tidak lain melainkan disebabkan berkah merealisasikan syari’at Muhammad SAW maka setiap kali keadilan ditegakkan, semakin banyaklah keberkahan dan kebaikan.

Berdasarkan latar belakang di atas tersebut, maka penulis menyusun dalam penelitiannya kali ini dengan judul “Estimasi Parameter Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) yang mengandung *outlier* dengan estimator *S*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana Estimasi Parameter model *Geographically Weighted Regression* (GWR) yang mengandung *outlier* dengan estimator *S*?
2. Bagaimana aplikasi model *Geographically Weighted Regression* (GWR) yang mengandung *outlier* pada pertanian padi Jawa Timur tahun 2012 dengan menggunakan GWR?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah di atas, tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah:

1. Untuk mendapatkan Estimasi Parameter model *Geographically Weighted Regression* (GWR) yang mengandung *outlier* dengan *estimator S*.
2. Untuk mendapatkan aplikasi model *Geographically Weighted Regression* (GWR) yang mengandung *outlier* pada pertanian padi Jawa Timur tahun 2012 dengan menggunakan GWR.

1.4 Manfaat Penelitian

1. Dapat melakukan estimasi parameter pada model GWR pada data yang mengandung *outlier*.
2. Dapat menambah wawasan dan pengetahuan tentang Estimasi Parameter *Geographically Weighted Regression* (GWR) yang mengandung *outlier* dengan *estimator S*.

1.5 Batasan Penelitian

Untuk lebih fokus dan tidak menyimpang dari tujuan, maka penulis mengadakan pembatasan masalah adalah:

1. Dapat mengetahui metode estimasi yang parameter model *Geographically Weighted Regression* (GWR) yang mengandung *outlier* dengan *estimator S* menggunakan fungsi pembobot *Tukey Bisquare*.
2. Penelitian ini menggunakan variabel pertanian, yang terdiri dari variabel produksi padi, sistem pengairan yang akan digunakan para petani, jumlah alokasi pada pupuk, dan jumlah alat pertanian.

1.6 Sistematika Penulisan

Dalam penelitian ini penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, adapun dari lima bab tersebut dibagi dalam subbab dengan sistematika yang dipaparkan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan masalah, batasan masalah, manfaat penelitian, dan statistika penulis.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan antara lain data spasial, model GWR, fungsi pembobot, estimasi parameter, penentuan *bandwith*, pengujian estimasi model GWR, *Estimator S*, *outlier*, dan kajian yang mengandung estimasi dan *outlier*.

Bab III Metode Penelitian

Pada bab ini berisi tentang pendekatan penelitian, jenis data, variabel penelitian sumber data dan analisis data.

Bab IV Pembahasan

Pada bab ini berisi tentang mengenai estimasi parameter model GWR yang mengandung *outlier* dengan *estimator S*.

Bab V Penutup

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1. Data Spasial

Kata spasial berasal dari *space* yang berarti ruang. Data spasial mempunyai dua bagian penting yang berbeda dari data lain yaitu informasi lokasi (spasial) dan informasi deskriptif (non spasial). Pendapat dari Cressie, (1993) menyatakan bahwa data spasial adalah data yang dikumpulkan dari lokasi spasial berbeda dan memiliki sifat ketergantungan antara pengukuran data dengan lokasi. Data spasial diasumsikan berdistribusi normal dan memiliki hubungan secara spasial untuk dapat dianalisis secara spasial.

Pada saat ini data spasial menjadi media yang sangat penting dalam pengambilan kebijakan perencanaan pembangunan dan pengolahan sumber daya alam. Pemanfaatan data spasial semakin berkembang yang dikarenakan adanya teknologi dan pemanfaatan pada Sistem Informasi Geografis (SIG). Pada umumnya gambaran atau deskripsi yang digunakan yaitu berupa peta ataupun gambar dengan format digital yang memiliki titik koordinat tertentu.

Menurut Prahasta, (2009) data spasial adalah data yang berorientasi geografis, memiliki sistem koordinat tertentu sebagai dasar referensinya dan mempunyai dua bagian penting yang membuatnya berbeda dari data lain, yaitu:

- a. Informasi lokasi (spasial), berkaitan dengan suatu koordinat baik koordinat geografis (lintang dan bujur) atau koordinat, termasuk diantaranya informasi datum dan proyeksi. Informasi lokasi atau geometri milik suatu objek dapat dimasukkan ke dalam beberapa bentuk seperti titik (dimensi nol-*point*), garis

(suatu dimensi-*line* atau *polyline*), *polygon* (dua dimensi-*area*), dan permukaan (3D).

- b. Informasi deskriptif (atribut) merupakan informasi nonspasial suatu lokasi yang memiliki beberapa keterangan yang berkaitan dengannya, seperti jenis vegetasi, populasi, luasan, dan parameter lainnya. Data nonspasial dapat disajikan dalam bentuk seperti format tabel, format laporan, format pengukuran, ataupun format grafik.

2.2. Uji Spasial

Terdapat dua pengujian spasial, yaitu uji dependensi spasial dan uji heterogenitas spasial

a. Uji Dependensi Spasial

Dependensi spasial menunjukkan bahwa pengamatan di suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan. Pengujian suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan. Pengujian dependensi spasial dapat dilakukan dengan uji *Moran's I* (Juniardi & Salamah, 2015). Hipotesis uji *Moran's I* adalah sebagai berikut:

$H_0: \mu_i = 0$ (Tidak terdapat dependensi spasial)

$H_0: \mu_i \neq 0$ (Terdapat dependensi spasial)

Statistik uji *Moran's I* adalah sebagai berikut:

$$Z_i = I - \frac{E(I)}{\sqrt{Var(I)}}$$

Kriteria penolakan: tolak H_0 jika $Z_{i \text{ hit}} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ yang artinya terdapat dependensi spasial.

b. Uji Heterogenitas Spasial

Pengujian heterogenitas spasial digunakan untuk melihat karakteristik di suatu lokasi pengamatan. Pengaruh yang terjadi akibat adanya heterogenitas spasial adalah adanya parameter regresi yang berbeda-beda secara spasial. Uji heterogenitas spasial dapat diuji dengan menggunakan statistik uji *Breusch Pagan* dengan perumusan hipotesis sebagai berikut (Anselin, 1988):

$$H_0: \sigma^2(u_i, v_i) = \dots = \sigma^2(u_n, v_n) = \sigma^2 \text{ (variansi antar lokasi sama)}$$

$$H_1: \text{Paling sedikit terdapat satu } \sigma^2(u_n, v_n) \neq \sigma^2 \text{ (variansi antar lokasi berbeda)}$$

dengan statistik uji *Breusch-Pagan* (BP) sebagai berikut:

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right) f^T \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T f - \chi_{(k)}^2 \quad (2.10)$$

dimana:

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$$

$$f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T \text{ dengan } f_i = \frac{\varepsilon_i^2}{\varepsilon^2} - 1$$

σ^2 : Variansi dari y

ε_i^2 : Kuadrat sisaan untuk pengamatan ke- i

$\mathbf{Z}$: Matriks berukuran $n \times (p + 1)$ yang berisi vector yang sudah

distandarisasi (z) untuk setiap pengamatan.

Kriteria penolakan: Tolak H_0 jika nilai $BP > \chi^2_{(\alpha,k)}$ yang artinya adalah variansi antar lokasi berbeda.

2.3. *Geographically Weighted Regression*

Geographically Weighted Regression (GWR) yaitu salah satu model spasial dengan vektor titik. GWR merupakan pengembangan dari model regresi linier OLS menjadi model regresi berbobot dengan memperhatikan efek spasial, sehingga menghasilkan penduga parameter yang hanya dapat digunakan untuk memprediksi setiap titik atau lokasi dimana data tersebut diamati dan disimpulkan Fotheringham, (2002).

Model GWR merupakan suatu model yang memperhatikan faktor geografis sebagai variabel yang mempengaruhi variabel dependen. Asumsi yang digunakan pada model GWR adalah *residual* berdistribusi normal dengan *mean* nol dan *varians* σ^2 pendapat dari Fotheringham, dkk (2002). Menurut Mei C. I. (2005) model (GWR) dikembangkan dari model regresi global berdasarkan regresi non-parametrik. Model ini menghitung parameter pada setiap lokasi pengamatan, sehingga setiap lokasi pengamatan memiliki nilai parameter regresi yang berbeda-beda.

Parameter yang dihasilkan pada model GWR akan berbeda beda pada masing-masing lokasi, sehingga terdapat sebanyak $n \times k$ parameter yang harus diestimasi dengan n adalah jumlah lokasi pengamatan dan $k = p + 1$ adalah jumlah parameter pada masing-masing lokasi pengamatan, dalam pengestimasiannya dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu dasar

memberikan pembobot yang berbeda pada setiap lokasi pengamatan Fotheringham, dkk (2002).

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} + \varepsilon_i; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

Keterangan:

- y_i : Variabel dependen pada lokasi ke $-i$
- (u_i, v_i) : Titik koordinat letak geografis (*longitude, latitude*) pada lokasi ke- i
- x_{ik} : Variabel independen ke- k pada lokasi ke- i
- $\beta_0(u_i, v_i)$: Konstan / intercept pada lokasi ke- i
- $\beta_k(u_i, v_i)$: Koefisien regresi, variabel prediktor ke- k untuk setiap lokasi (u_i, v_i)
- p : Jumlah variabel independen
- ε_i : Residual ke- i yang diasumsikan identik, independen dan distribusi normal dengan *mean* nol dan *varians* konstan σ^2
- i : $i = 1, 2, \dots, n$
- k : $k = 1, 2, \dots, p$

Dari persamaan (2.1) di atas jika diuraikan menjadi seperti di bawah ini:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0(u_1, v_1) + \beta_1(u_1, v_1)x_{11} + \beta_2(u_1, v_1)x_{12} + \dots + \beta_p(u_1, v_1)x_{1p} + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_0(u_2, v_2) + \beta_1(u_2, v_2)x_{21} + \beta_2(u_2, v_2)x_{22} + \dots + \beta_p(u_2, v_2)x_{2p} + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ y_n &= \beta_0(u_n, v_n) + \beta_1(u_n, v_n)x_{n1} + \beta_2(u_n, v_n)x_{n2} + \dots + \beta_p(u_n, v_n)x_{np} + \varepsilon_n \end{aligned} \quad (2.2)$$

Sehingga mendapatkan bentuk matriks seperti dibawah ini:

Misalkan:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_0(u_1, v_1, t_1) & \boldsymbol{\beta}_1(u_1, v_1, t_1) & \cdots & \boldsymbol{\beta}_p(u_1, v_1, t_1) \\ \boldsymbol{\beta}_0(u_2, v_2, t_2) & \boldsymbol{\beta}_1(u_2, v_2, t_2) & \cdots & \boldsymbol{\beta}_p(u_2, v_2, t_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_0(u_n, v_n, t_n) & \boldsymbol{\beta}_1(u_n, v_n, t_n) & \cdots & \boldsymbol{\beta}_p(u_n, v_n, t_n) \end{bmatrix}_{n \times (p+1)}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{1p} & 1 \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{2p} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} & 1 \end{bmatrix}_{n \times (p+1)}, \mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{(p+1) \times 1}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

2.2.1. Fungsi Pembobot Model *Geographically Weighted Regression* (GWR)

Menurut Yasin, H (2011) peran pada pembobot model GWR sangat penting karena nilai pembobot ini mewakili letak data observasi satu dengan lainnya. Pembobot pada GWR dapat digunakan pada beberapa pendekatan dan terdiri beberapa fungsi yang dapat digunakan untuk menentukan besarnya pembobot untuk masing-masing lokasi yang berbeda pada model GWR, di antaranya dengan menggunakan fungsi kernel (*kernel function*).

Fotheringham, dkk (2002) menyatakan bahwa ada beberapa jenis fungsi pembobot yang dapat digunakan sebagai berikut:

1. Fungsi Jarak Invers (*Invers Distance Function*)

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} 1, & \text{jika } d_{ij} < h \\ 0, & \text{jika } d_{ij} > h \end{cases} \quad (2.3)$$

Fungsi jarak Invers (*Invers Distance Function*) yaitu jarak yang akan memberi bobot nol ketika lokasi ke- j berada di luar radius ke- h dari lokasi ke- i , sedangkan apabila lokasi ke- j berada di dalam radius h maka akan diperobel pembobot satu dan untuk nilai.

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (2.4)$$

2. Fungsi *Kernel Gauss*

$$w_j(u_i, v_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right) \quad (2.5)$$

Fungsi *Fixed kernel gauss* yaitu memberikan bobot yang akan semakin menurun mengikuti fungsi *gauss* d_{ij} semakin besar.

3. Fungsi *Kernel Adaptive Gaussian*

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h_{i(q)}}\right)^2\right)^2, & \text{jika } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{jika } d_{ij} > h \end{cases} \quad (2.6)$$

dimana h adalah parameter penghapus (*bandwith*) dan $h_{i(q)}$ adalah *bandwith adaptive* atau *bandwith* yang berbeda untuk setiap lokasi yang menetapkan q sebagai jarak tetangga terdekat (*nearest neighbor*) dari lokasi ke- i .

4. Fungsi *Kernel Fixed Gaussian*

$$w_j(u_i, v_i) = \exp \left[1 - \left(\frac{d_{ij}}{h} \right)^2 \right] \quad (2.7)$$

dimana h yaitu merupakan *bandwith* yang *fixed* atau *bandwith* yang sama digunakan untuk setiap lokasi.

5. Fungsi *Adaptive Bisquare Kernel*

$$w_i(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h_i} \right)^2 \right)^2, & \text{jika } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{jika } d_{ij} \geq h \end{cases} \quad (2.8)$$

6. Fungsi *Kernel Tricube (Adaptive Tribuce Kernel)*

$$w_i(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{d_{ij}}{h} \right)^3 \right)^3, & \text{jika } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{jika } d_{ij} \geq h \end{cases} \quad (2.9)$$

dengan $d_{ij} = \sqrt{(u_i - v_i)^2 + (u_i + v_i)^2}$ yaitu jarak *euclidean* antara lokasi (u_i, v_i) ke lokasi (u_j, v_j) dan h adalah parameter penghalus yang biasa disebut (*bandwith*).

2.2.2. Estimasi Parameter Model GWR

Estimasi parameter model GWR dilakukan dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi yang akan diamati. Pembobot pada model GWR memiliki peran yang sangat penting, karena nilai pembobot mewakili letak data observasi satu dengan yang lainnya. Pemberian pembobot pada data sesuai dengan kedekatan dengan

lokasi pengamatan ke- i mempunyai pengaruh yang besar terhadap estimasi parameternya dari pada daerah yang lebih jauh. Misalkan pembobot untuk setaipa lokasi (u_i, v_i) adalah $w_j(u_i, v_i)$ dengan $j = 1, 2, \dots, k$, maka parameter pada lokasi pengamatan (u_i, v_i) diestimasi dengan menambahkan unsur pembobot $w_j(u_i, v_i)$ dan kemudian meminimumkan jumlah kuadrat residual dari persamaan (2.1) sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^n w_j(u_i, v_i) \varepsilon_j^2 = \sum_{j=1}^n w_j(u_i, v_i) [y_j - \beta_0(u_i, v_i) - \sum_{k=1}^n \beta_k(u_i, v_i) x_{jk}] \quad (2.10)$$

ataupun dalam bentuk matriks jumlah kuadrat residual yaitu:

$$\begin{aligned} \varepsilon^T W(u_i, v_i) \varepsilon &= (y - \beta(u_i, v_i) X)^T W(u_i, v_i) (y - \beta(u_i, v_i) X) \\ &= (y^T - \beta^T(u_i, v_i) X^T) W(u_i, v_i) (y - \beta(u_i, v_i) X) \\ &= y^T W(u_i, v_i) y - y^T W(u_i, v_i) \beta(u_i, v_i) X - \beta^T(u_i, v_i) X^T W(u_i, v_i) y + \\ &\quad \beta^T(u_i, v_i) X^T W(u_i, v_i) X \beta(u_i, v_i) \\ &= y^T W(u_i, v_i) y - (y^T W(u_i, v_i) \beta(u_i, v_i) X)^T - \beta^T(u_i, v_i) X^T W(u_i, v_i) y + \\ &\quad \beta^T(u_i, v_i) X^T W(u_i, v_i) X \beta(u_i, v_i) \\ &= y^T W(u_i, v_i) y - \beta^T(u_i, v_i) X^T W(u_i, v_i) y - \beta^T(u_i, v_i) X^T W(u_i, v_i) y + \\ &\quad \beta^T(u_i, v_i) X^T W(u_i, v_i) X \beta(u_i, v_i) \\ &= y^T W(u_i, v_i) y - 2\beta^T(u_i, v_i) X^T W(u_i, v_i) y + \\ &\quad \beta^T(u_i, v_i) X^T W(u_i, v_i) X \beta(u_i, v_i) \end{aligned} \quad (2.11)$$

dengan,

$$\beta(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_p(u_i, v_i) \end{bmatrix} \text{ dan } W = \text{diag}(w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \dots, w_n(u_i, v_i))$$

Pada persamaan (2.11) diturunkan terhadap $\beta(u_i, v_i)$ dan akan disamakan dengan nol untuk hasilnya, maka *estimator* parameter model GWR sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \beta(u_i, v_i)} &= 0 - 2\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} \beta(u_i, v_i) = 0 \\ -2\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} \beta(u_i, v_i) &= 0 \\ [\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} \beta(u_i, v_i) &= [\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \\ \hat{\beta}(u_i, v_i) &= [\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \end{aligned}$$

Sehingga hasil didapat *estimator* parameter untuk Model GWR adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = [\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (2.12)$$

Estimator $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ pada persamaan (2.12) merupakan *estimator unbiased* dan konsisten yaitu dengan bukti sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}(u_i, v_i)) &= E[(\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{X} \mathbf{y}] \\ &= E[(\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}] E(\mathbf{y}) \\ &= E[(\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}] E(\mathbf{X} \beta(u_i, v_i) + \boldsymbol{\varepsilon}) \\ &= ((\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W})(\mathbf{X} \beta(u_i, v_i)) \\ &= ((\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})(\beta(u_i, v_i)) \\ &= \mathbf{I} \beta(u_i, v_i) \\ &= \beta(u_i, v_i) \end{aligned}$$

Karena $E(\hat{\beta}(u_i, v_i)) = \beta(u_i, v_i)$, maka terbukti penaksiran $\beta(u_i, v_i)$ adalah *unbias* Yasin, H, (2011).

Misalkan $\mathbf{x}_i^T = [1 \ x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{ip}]$ adalah elemen baris ke- i dari matriks $\mathbf{X}$, maka nilai prediksi untuk y pada lokasi pengamatan (u_i, v_i) dapat diperoleh dengan cara dibawah ini:

$$\hat{y} = \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (2.13)$$

Sehingga untuk semua pengamatan dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}_1 \ \hat{y}_2 \ \hat{y}_3 \ \dots \ \hat{y}_n]^T \text{ dan } \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\hat{\varepsilon}_1 \ \hat{\varepsilon}_2 \ \hat{\varepsilon}_3 \ \dots \ \hat{\varepsilon}_n]^T$$

sehingga dari persamaan (2.13) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{L} \mathbf{y} \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} \\ &= \mathbf{y} - \mathbf{L} \mathbf{y} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{L}) \mathbf{y} \end{aligned} \quad (2.14)$$

dengan $\mathbf{I}$ adalah matriks identitas berukuran $n \times n$ dan

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W} (u_1, v_1) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} (u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_2^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W} (u_2, v_2) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} (u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W} (u_n, v_n) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} (u_n, v_n) \end{bmatrix}$$

Estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$ pada persamaan (2.12) merupakan estimator tak bias dan konsisen pada $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$.

2.2.3. Penentuan *Bandwith*

Secara teoritis, *bandwith* adalah lingkaran dengan radius h dari titik pusat lokasi yang digunakan sebagai dasar menentukan bobot setiap pengamatan terhadap model regresi pada lokasi tersebut. untuk pengamatan-pengamatan yang

dekat dengan lokasi i maka akan lebih berpengaruh dalam membentuk parameter model lokasi ke- i Metha (2008).

Metode pemilihan *bandwidth* sangat penting digunakan untuk pendugaan fungsi *kernel* yang tepat. Nilai *bandwidth* yang sangat kecil akan mengakibatkan varians akan berlaku sebaliknya yaitu membesar. Hal tersebut dapat disebabkan karena jika nilai *bandwidth* sangat kecil maka akan sedikit pengamatan yang berada pada radius b untuk menghindari varians yang tidak homogen akibat nilai pendugaan koefisien parameter yang meningkat, maka diperlukan suatu cara untuk memilih *bandwidth* yang tepat.

Fotheringham, dkk (2002) menyatakan bahwa beberapa metode untuk penentuan *bandwidth* optimum yaitu:

1. *Cross Validation* (CV)

$$CV = n \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{\neq i}(b))^2 \quad (2.14)$$

2. *Akaike Information Criterion* (AIC)

$$AIC = 2n \log_e(\delta) + n \log_e(2\pi) + n \left\{ \frac{n + \text{tr}(S)}{n - 2 - \text{tr}(S)} \right\} \quad (2.15)$$

3. *Generalized Cross Validation* (GCV)

$$GCV = n \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i(h))^2}{(n - v_1)^2} \quad (2.16)$$

4. *Bayesian Information Criterion* (BIC)

$$BIC = -2n \log_e(L) + k \log_e(n) \quad (2.17)$$

2.2.4. Pengujian kesesuaian Model GWR

Pengujian hipotesis dilakukan setelah menghitung estimasi terhadap parameter populasi yang benar dengan serangkaian pertanyaan-pertanyaan yang jauh lebih rumit. Pengujian hipotesis menentukan apa yang dapat kita pelajari tentang alam nyata dari sampel. Pendekatan yang kita gunakan adalah pendekatan alamiah klasik (*classical in nature*), yaitu dengan mengansumsikan bahwa data sampel adalah terbaik dan merupakan satu-satunya informasi tentang populasi.

Menurut Yasin, H (2011), pengujian kesesuaian (*goodness of fit*) model GWR dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k$ untuk setiap $k = 0, 1, 2, \dots, p$ dan $i = 1, 2, \dots, n$ (tidak ada perbedaan yang signifikan antara model GWR global dan GWR lokal)

H_1 : Paling tidak ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$ (ada perbedaan yang signifikan antara model GWR global dan GWR lokal)

Menurut Yasin, H (2011) penentuan penentuan statistik uji berdasarkan pada nilai jumlah SSR (*Sum Square Residual*) yang diperoleh masing-masing di bawah H_0 dan H_1 . Dengan menggunakan metode OLS diperoleh dari nilai SSR (*Sum Square Residual*) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} SSR(H_0) &= \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ &= (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ &= ((\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{y})^T ((\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{y}) \\ &= \mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H})^T (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{y} \\ &= \mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{y} \end{aligned}$$

dimana $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$ yang sifatnya idempotent artinya adalah $(\mathbf{I} - \mathbf{H})^T(\mathbf{I} - \mathbf{H}) = (\mathbf{I} - \mathbf{H})$.

Di bawah kondisi H_1 koefisien regresi yang bervariasi secara spasial dapat ditentukan dengan metode GWR, menurut (2.18) maka nilai SSR dapat diperoleh, yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} SSR(H_0) &= \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ &= (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{L}\mathbf{y}) \\ &= ((\mathbf{I} - \mathbf{L})\mathbf{y})^T (\mathbf{I} - \mathbf{L})\mathbf{y} \\ &= \mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{L})^T (\mathbf{I} - \mathbf{L})\mathbf{y} \end{aligned}$$

Dengan menggunakan selisih SSR di bawah H_0 dan H_1 maka akan diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F &= \frac{\frac{(SSR(H_0) - SSR(H_1))}{\tau_1}}{\frac{SSR(H_1)}{\delta_1}} \\ &= \frac{\frac{\mathbf{y}^T [(\mathbf{I} - \mathbf{H})(\mathbf{I} - \mathbf{L})^T (\mathbf{I} - \mathbf{L})]\mathbf{y}}{\tau_1}}{\frac{\mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{L})^T (\mathbf{I} - \mathbf{L})\mathbf{y}}{\delta_1}} \end{aligned}$$

di bawah H_0 , F akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas $df_1 = \frac{\tau_1^2}{\tau_2^2}$ dan

$df_2 = \frac{\delta_1^2}{\delta_2^2}$, dimana $\tau_i = tr([\mathbf{I} - \mathbf{H}] - (\mathbf{I} - \mathbf{L})^T (\mathbf{I} - \mathbf{L})]^i)$, $i = 1, 2, \dots$ dengan taraf

signifikansi α , maka tolak H_0 jika $F \geq F_{\alpha, df_1, df_2}$.

2.2.5. Pendiferensialan Matriks

Menurut Gujarati (2004), jika $\mathbf{a}^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N]$ adalah suatu vektor baris dengan angka-angka, dan

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$$

adalah vektor kolom dari variabel-variabel $x_1, x_2, \dots, x_N$, maka

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^T \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}$$

bukti:

$$\mathbf{a}^T \mathbf{x} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = [a_1 x_1 \ a_2 x_2 \ \dots \ a_N x_N]$$

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^T \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(a_1 x_1 \ a_2 x_2 \ \dots \ a_N x_N)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(a_1 x_1 \ a_2 x_2 \ \dots \ a_N x_N)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial(a_1 x_1 \ a_2 x_2 \ \dots \ a_N x_N)}{\partial x_N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \mathbf{a}$$

perhatikan matriks $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$

maka,

$$\frac{\partial(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = 2\mathbf{A} \mathbf{x}$$

yang merupakan vektor baris dari N elemen. Bukti:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N] \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N \\ \vdots \\ a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \dots + a_{NN}x_N \end{bmatrix} \\ &= x_1(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N) + x_2(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N) \\ &\quad + \dots + x_N(a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \dots + a_{NN}x_N) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (a_{11}x_1^2 + a_{12}x_2x_1 + \cdots + a_{1N}x_Nx_1) \\
&\quad + (a_{21}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + \cdots + a_{2N}x_Nx_2) \\
&\quad + (a_{N1}x_1x_N + a_{N2}x_2x_N + \cdots + a_{NN}x_N^2)
\end{aligned}$$

Kemudian diturunkan terhadap elemen-elemen $\mathbf{x}$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial((a_{11}x_1^2 + a_{12}x_2x_1 + \cdots + a_{1N}x_Nx_1) + (a_{21}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + \cdots + a_{2N}x_Nx_2) + \cdots + (a_{N1}x_1x_N + a_{N2}x_2x_N + \cdots + a_{NN}x_N^2))}{\partial x_1} \\ \frac{\partial((a_{11}x_1^2 + a_{12}x_2x_1 + \cdots + a_{1N}x_Nx_1) + (a_{21}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + \cdots + a_{2N}x_Nx_2) + \cdots + (a_{N1}x_1x_N + a_{N2}x_2x_N + \cdots + a_{NN}x_N^2))}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial((a_{11}x_1^2 + a_{12}x_2x_1 + \cdots + a_{1N}x_Nx_1) + (a_{21}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + \cdots + a_{2N}x_Nx_2) + \cdots + (a_{N1}x_1x_N + a_{N2}x_2x_N + \cdots + a_{NN}x_N^2))}{\partial x_N} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} (2a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1N}x_N) + a_{21}x_2 + \cdots + a_{N1}x_N \\ a_{12}x_1 + (a_{21}x_1 + 2a_{22}x_2 + \cdots + a_{2N}x_N) + \cdots + a_{N2}x_N \\ \vdots \\ a_{1N}x_1 + a_{2N}x_2 + \cdots + (a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \cdots + 2a_{NN}x_N) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1N}x_N) + (a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \cdots + a_{N1}x_N) \\ (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2N}x_N) + (a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{N2}x_N) \\ \vdots \\ (a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \cdots + a_{NN}x_N) + (a_{1N}x_1 + a_{2N}x_2 + \cdots + a_{NN}x_N) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1N}x_N) \\ (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2N}x_N) \\ \vdots \\ (a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \cdots + a_{NN}x_N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \cdots + a_{N1}x_N) \\ (a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{N2}x_N) \\ \vdots \\ (a_{1N}x_1 + a_{2N}x_2 + \cdots + a_{NN}x_N) \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{A}^T \mathbf{x}
\end{aligned}$$

Karena $\mathbf{A}$ matriks simetris, dimana $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$ maka diperoleh:

$$\frac{\partial(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{A}^T \mathbf{x} = 2\mathbf{A} \mathbf{x}.$$

2.4. Definisi *Outlier*

Menurut Barnett, (1994), *outlier* adalah pengamatan yang tidak mengikuti sebagian besar pola dan terletak jauh dari pusat data, keberadaan *outlier* tersebut akan berpengaruh saat menganalisis data tersebut. *Outlier* dapat muncul

disebabkan oleh kesalahan dalam memasukkan data, kesalahan pengukuran, analisis, atau kesalahan-kesalahan lainnya.

Outlier merupakan pengamatan yang jauh dari pusat data yang mungkin berpengaruh besar terhadap koefisien regresi. Kemunculan suatu *outlier* dikarena kesalahan dalam memasukkan data, kesalahan pengukuran, analisis, ataupun kesalahan-kesalahan lainnya. Pengamatan *outlier* mungkin saja mempengaruhi pendugaan parameter, tetapi memberikan informasi penting yang diperlukan. Sehingga keputusan untuk menghilangkan *outlier* harus dilandasi alasan yang kuat pendapat dari Soemartini (2007).

Draper N. R. dan Smith (1992) *outlier* tidak dapat dibuang dan dihapuskan begitu saja dari pengamatan. Adapun *outlier* akan memberikan suatu informasi yang tidak bisa diberikan oleh titik data yang lainnya. Dan juga *outlier* dapat diabaikan apabila setelah dilihat merupakan akibat dari kesalahan mencatat amanat yang bersangkutan atau kesalahan ketika menyiapkan peralatan.

2.3.1. Jenis-jenis *Outlier*

Menurut Montgomery D. (2006) mengklasifikasikan *outlier* dalam konteks model regresi menjadi beberapa tipe, secara umum klasifikasinya adalah sebagai berikut:

1. *Regression Outlier*

Regression Outlier merupakan titik yang menyimpang dari hubungan kelinieran yang dapat ditentukan dari *residual* yakni $(n - 1)$ pengamatan.

2. *Residual Outlier*

Residual Outlier merupakan titik yang memiliki standarisasi *residual* yang besar dan sebuah titik menjadi sebuah *outlier* regresi tanpa menjadi sebuah *residual outlier* (jika titik tersebut memiliki pengaruh).

3. *Vertical Outlier*

Vertical Outlier merupakan pengamatan yang terpencil pada variabel dependen (Y), tetapi tidak terpencil pada variabel independen (X). Dalam LSE, *Vertical Outlier* sangat berpengaruh khususnya pada penduga *intercept*.

4. *Bad Leverage Point*

Bad Leverage Point merupakan pengamatan yang terpencil pada variabel independen (X) dan terletak jauh dari garis regresi. *Bad Leverage Point* ini berpengaruh signifikan terhadap LSE, baik terhadap *intercept* maupun *slope* dari persamaan regresi.

5. *Good Leverage Point*

Good Leverage Point merupakan pengamatan yang terpencil pada variabel X tetapi terletak dekat dengan garis regresi, yang berarti pengamatan x_i menjauhi tetapi y_i cocok dengan LSE. *Good Leverage Point* berpengaruh terhadap statistik inferensia karena dapat meningkatkan penduga *standart residual*.

2.3.2. Mendeteksi *Outlier*

Menurut Soemartini (2007) adanya suatu *outlier* yang dapat dikenal dengan pemeriksaan visual dari data mentahnya atau diagram pencar dari variabel independen maupun variabel dependen. Dengan metode yang digunakan yaitu untuk mengidentifikasi suatu *outlier* yang berpengaruh dalam koefisien regresi secara grafis antara lain:

1. Diagram Pencar (*Scatter Plot*)

Metode ini dilakukan dengan cara membuat *plot* pada data dengan observasi ke- i ($i = 1, 2, \dots, n$). Jika sudah mendapatkan model regresi maka akan dilakukan dengan mem-*plot* antara *residual* dengan nilai prediksi yaitu $\hat{Y}$. Dimana

terdapat salah satu data yang jauh dari pola kumpulan pada data keseluruhan maka hal tersebut mengindikasikan adanya suatu *outlier*.

2. *Boxplot*

Metode *boxplot* menggunakan nilai kuartil dan jangkauan untuk mendeteksi adanya *outlier*. Kuartil 1, 2, dan 3 akan membagi data yang telah diurutkan sebelumnya menjadi empat bagian. Jangkauan *Inter Quartile Range (IQR)* didefinisikan sebagai selisih kuartil 1 terhadap kuartil 3, atau $IQR = Q_3 - Q_1$. Data-data yang merupakan *outlier* yaitu nilai yang kurang dari $1.5 \times IQR$ terhadap Q_1 dan nilai yang lebih dari $1.5 \times IQR$ terhadap Q_3 .

Lebih jelasnya mengenai deteksi *outlier* menurut karakteristik yang secara potensial dianggap data *outlier* karakteristik tersebut yaitu:

1. *Leverage*

Leverage hanya menggambarkan kasus yang terjadi pada variabel independen. Untuk setiap kasus, *leverage* menginformasikan seberapa jauh kasus tersebut dari nilai *mean* himpunan data variabel independen (X). Jika hanya terdapat satu variabel independen, *leverage* (h_{ii}) dapat diperoleh dari persamaan berikut Cohen (2003):

$$h_{ii} = \frac{1}{n} + \frac{(X_i - M_x)^2}{\sum x^2}$$

dengan,

h_{ii} : *leverage* kasus ke- i

n : banyaknya data

X_i : nilai untuk kasus ke- i

M_x : *mean* dari X

Jika kasus ke- i bernilai M_x , maka bentuk kedua dari persamaan di atas akan nol dan h_{ii} akan mungkin memiliki nilai yang minimum yakni $\frac{1}{n}$. Misalkan pada kasus ke- i , nilai pada X menjadi semakin jauh dari M_x , maka akan menaikkan nilai h_{ii} . Nilai maksimum dari h_{ii} adalah 1 dan nilai *mean* dari *leverage* untuk n -kasus dalam sample adalah $M_{h_{ii}} = \frac{(k+1)}{n}$ dengan k merupakan jumlah variabel independen.

Perhitungan *leverage* di atas untuk kasus satu variabel independen, dan dapat digeneralisasi untuk kasus variabel independen yang lebih dari satu. Untuk kasus dengan banyak variabel independen, yang menjadi menarik adalah seberapa jauh nilai-nilai untuk setiap k variabel untuk kasus ke- i , $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik}$ dari *centroid* variabel independen, *centroid* merupakan *mean* dari data $M_1, M_2, \dots, M_k$. Perhitungkan h_{ii} untuk kasus ini dengan menggunakan persamaan dibawah ini Rousseuw (1987):

$$H = X(X^T X)^{-1} X^T$$

dengan,

H : matriks $n \times n$

X : matriks $n \times (k + 1)$

n : banyaknya data

k : jumlah koefisien (β_0)

Dari diagonal H berisi nilai-nilai *leverage*. Maka, pada kasus *leverage* ke- i yaitu h_{ii} yang bernilai dari baris dan kolom ke- i dari H . Pada penentuan nilai memiliki *leverage* besar pada dasarnya nilai *cut off*. Nilai h_{ii} yang melebihi nilai

cut off dideteksi menjadi sebuah *outlier*. Mengenai nilai *cut off* yaitu seperti di bawah ini Cohen (2003):

$$\text{cut off} = \begin{cases} 2M_h = \frac{2(k+1)}{n} & n \geq 15 \\ 3M_h = \frac{3(k+1)}{n} & n \geq 15 \end{cases}$$

2. *Discrepancy*

Cohen (2003), diagnostik suatu statistik pada data yang mengandung *outlier* untuk kedua merupakan *discrepancy* ataupun jarak antara nilai prediksi dengan nilai observasi dari variabel dependen Y , yaitu $Y_i - \hat{Y}_i$ merupakan nilai *residual* (ε_i). Pada dasarnya nilai yang mengandung *outlier* akan menyebabkan nilai tersebut akan menjadi *residual* besar dan tidak jauh dari garis regresi.

3. *Influence*

Metode yang ketiga dalam diagnostik statistik untuk mendeteksi adanya *outlier* adalah dengan menentukan nilai *influence* (pengaruh). Ukuran dari *influence* merupakan kombinasi dari ukuran *leverage* dan *discrepancy* yang menginformasikan mengenai bagaimana perubahan dari persamaan regresi jika kasus ke- i dihilangkan dari himpunan data.

Terdapat dua jenis ukuran pengaruh yang dapat digunakan, pertama adalah ukuran pengaruh global, yaitu DFFITS (*difference in fit standarized*) dan *Cook'sD*, yang memberikan informasi mengenai bagaimana kasus ke- i mempengaruhi keseluruhan karakteristik dari persamaan regresi. Jenis yang kedua adalah ukuran pengaruh khusus, yaitu DFBETAS yang menginformasikan mengenai bagaimana kasus ke- i mempengaruhi setiap koefisien regresi. Umumnya, keduanya dalam pengukuran pengaruh harus diperiksa.

Untuk mengukur pengaruh global digunakan statistik dan *Cook's D*. Seperti ESR, keduanya merupakan aspek yang membandingkan persamaan regresi ketika kasus ke-*i* dimasukkan dan tidak dimasukkan *outlier* dalam perhitungan himpunan data. Pendapat dari Cohen, (2003), ukuran pertama dalam pengukuran global yaitu DFFITS, yang didefinisikan dibawah ini:

$$t_i = \frac{\hat{Y}_i - \hat{Y}_{i(i)}}{\sqrt{MS_{e(i)}h_{ii}}}$$

Keterangan:

$\hat{Y}_i$: nilai prediksi ketika kasus ke-*i* dimasukkan ke dalam himpunan data

$\hat{Y}_{ii}$: nilai prediksi ketika kasus ke-*i* dihapuskan dari himpunan data

$MS_{e(i)}$: nilai *varians* dari *residual* ketika kasus ke-*i* dihapuskan dari himpunan data.

h_{ii} : nilai *leverage*

2.5. *Estimator S*

Robust berarti kekar atau kokoh, sehingga regresi *robust* dapat diartikan sebagai regresi kekar atau kokoh. Metode regresi *robust* adalah alat penting yang digunakan untuk menganalisis data yang dipengaruhi oleh *outlier* sehingga model yang akan dihasilkan *robust* atau *resistance* terhadap *outlier*. Suatu estimasi yang *resistance* adalah relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil data atau perubahan besar data. Dalam ruangan lingkungannya, regresi *robust* memiliki ketahanan kuat terhadap *outlier* yang menjadi keistimewaan dari metode ini. Dalam regresi *robust* ini bertindak sebagai penurun bobot data *outlier*.

Selain estimasi M, dalam regresi *robust* dikenal juga estimasi S. Estimasi S pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw P. J. (1984), dan dinamakan estimasi S karena estimasi ini berdasarkan pada skala sisaan dari estimasi-M. Regresi *robust* memiliki beberapa metode dalam mengestimasi, salah satunya yaitu metode *estimator S*. *Estimator S* ini pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw P. J. (1984) merupakan estimasi *robust* yang dapat mencapai *breakdwont point* sampai 50%. Karena *estimator S* dapat mencapai *breakdwont point* sampai 50% maka *estimator S* dapat mengatasi setengah dari pencilan dan memberikan pengaruh yang baik bagi pengamatan lainnya.

Estimasi-S didefinisikan sebagai $\hat{\beta}_s = \min_{\beta} \hat{\sigma}_s(e_1, e_2, \dots, e_n)$ dengan menentukan nilai *estimator* skala *robust* ($\hat{\sigma}_s$) yang memenuhi

$$\min \sum_{i=1}^n \rho \varepsilon_i \text{ dan } \min \sum_{i=1}^n \rho \frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \beta}{\hat{\sigma}_s} \quad (2.18)$$

dengan

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n w_i e_i^2} \quad (2.19)$$

$K = 0,199, w_i = w_{\sigma}(u_i) = \frac{\rho(u_i)}{u_i^2}$, dan dipilih estimasi awal

$$\hat{\sigma}_s = \frac{\text{median } |e_i - \text{median}(e_i)|}{0,6745}$$

Penyelesaian dari persamaan (2.18) adalah dengan cara mencari turunannya terhadap β sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n \rho' \left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \beta}{\hat{\sigma}_s} \right) = 0, \quad j = 0, 1, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \psi \left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \beta_j}{\hat{\sigma}_s} \right) = 0, \quad j = 0, 1, \dots, k \quad (2.20)$$

ψ disebut fungsi *influence* yang merupakan turunan dari ρ ($\rho' = \psi$), turunan dari fungsi ρ adalah

$$\psi(u_i) = \rho'(u_i) = \begin{cases} u_i \left(1 - \left(\frac{u_i}{c} \right)^2 \right)^2 & , |u_i| \leq c \\ 0 & , |u_i| > c \end{cases}$$

dengan W_i merupakan fungsi pembobot IRLS

$$W_i(u_i) = \frac{\psi(u_i)}{u_i} = \begin{cases} u_i \left(1 - \left(\frac{u_i}{c} \right)^2 \right)^2 & , |u_i| \leq c \\ 0 & , |u_i| > c \end{cases}$$

$$W_i(u_i) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{c} \right)^2 \right]^2 & , |u_i| \leq c \\ 0 & , |u_i| > c \end{cases}$$

dimana $u_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}_s}$ dan $c=1,547$. Dengan demikian dari persamaan (2.20) akan dihitung dengan IRLS sehingga bisa mencapai konvergen.

2.6. Fungsi Objektif

Fungsi obyektif adalah fungsi yang digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada regresi *robust*. Fungsi pembobot yang digunakan antara lain adalah Montgomery C. D. (1982):

1. Fungsi pembobot yang disarankan oleh *Huber* memakai fungsi obyektif.

$$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 & |\varepsilon_i| \leq c \\ c|\varepsilon_i| - \frac{1}{2} c^2 & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

dengan,

$$\psi(\varepsilon_i) = \rho'(\varepsilon_i) = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_i} = \begin{cases} \varepsilon_i, & |\varepsilon_i| \leq c \\ c, & \varepsilon_i > c \\ -c, & \varepsilon_i < -c \end{cases}$$

dan fungsi pembobot,

$$W_i = W(\varepsilon_i) = \frac{\psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} 1, & |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c}{|\varepsilon_i|}, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

2. Fungsi pembobot yang disarankan oleh *Tukey* memakai fungsi obyektif

$$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{c^2}{6} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^3 \right\}, & |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6}, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

dengan,

$$\psi(\varepsilon_i) = \rho'(\varepsilon_i) = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_i} = \begin{cases} \varepsilon_i \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

dan fungsi pembobot,

$$W_i = W(\varepsilon_i) = \frac{\psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \quad (2.21)$$

Secara ringkas, fungsi ρ dan fungsi pembobot dari *estimator* kuadrat terkecil, *Huber*, dan *Tukey Bisquare* Fox (2002). Konstanta yang menghasilkan efisiensi tinggi dengan residual berdistribusi normal dan dapat memberikan perlindungan terhadap *outlier* yaitu konstanta dengan nilai $c = 1,345$ untuk fungsi pembobot *Huber* dan $c = 4,685$ untuk pembobot *Tukey bisquare*.

2.7. Hasil Penelitian Sebelumnya

Pada model yang akan di kelola oleh peneliti tersebut diambil dari penelitian sebelumnya, yang di kelola oleh Kristanto (2016), berikut dibawah ini adalah hasil penelitiannya:

1. Model pemetaan angka putus sekolah tingkat SMA di Jawa Timur berdasarkan estimasi model GWR yang mengandung *outlier* dengan metode *bounded influence M-estimator* adalah $\hat{y} = 105,1396 - 0,8660X_{i1} - 0,6867X_{i2} + 0,2766X_{i3} - 0,5361X_{i4} - 0,5777X_{i5} - 0,0560X_{i6} + 0,3954X_{i7}$.
2. Nilai AIC dari model yang dihasilkan oleh *bounded influence M-estimator* adalah 215,876, maka model yang dihasilkan oleh metode *bounded influence M-estimator* dikatakan lebih baik digunakan untuk menggambarkan angka putus sekolah tingkat SMA di Jawa Timur Tahun 2013.

2.8. Potensi Pertanian Padi

2.8.1. Tanaman Padi

Tanaman padi pada umumnya di Indonesia yaitu dengan bercocok tanam, namun hal tersebut bukan merupakan hal yang baru. Akan tetapi sudah lama dilakukan untuk menggunakan bercocok tanam padi. Tujuan dalam bercocok tanam padi ini yakni untuk mendapatkan hasil setinggi-tingginya dengan kualitas yang sangat baik begitu pula untuk memenuhi kebutuhan sehari-hari yakni kebutuhan pangan bias disebut dengan kebutuhan primer menurut Yandianto (2003).

Adapun tanaman padi merupakan sejenis tumbuhan yang sangatlah mudah untuk ditemukan. Di Indonesia sebagian besar menjadikan padi sebagai sumber

bahan pangan. Padi yaitu tanaman yang tergolong genus *Oryza L.* kurang dari 25 spesies, yang sudah tersebar di berbagai daerah tropis dan subtropis, dan Afrika, Asia, Australia, dan Amerika. Ina 2007

Pada tanaman padi yang memiliki nama botani *Oryza sativa* pada nama local padi (*paddy*), dibagi menjadi dua jenis, yaitu padi kering tumbuh pada dataran yang tinggi dan padi yang memerlukan lokasi yang air menggenang. Padi yang kering tersebut dapat ditanam pada daerah yang hanya membutuhkan sedikit air. Adapun padi jenis tersebut dibagi menjadi dua, yaitu:

1. Padi lading, merupakan tanaman padi kering ditanam di wilayah hutan yang baru dibuka.
2. Padi gogoh rancah, merupakan tanaman padi kering yang hanya ditanam ditelaga pada saat musim hujan.

2.8.2. Sistem Pengairan/Irigasi

Irigasi merupakan usaha untuk pengadaan dan pengaturan air sexara buatan, baik air tanah maupun air permukaan untuk menunjang pertanian. Adapun daerah irigasi tersebut yaitu suatu kesatuan wilayah yang cukup mendapatkan air dari suatu jaringan irigasi. Berdasarkan dari segi pengaturan, pengukuran, maupun kelengkapan fasilitas, jaringan irigasi dapat dibagi menjadi tiga macam, yaitu: irigasi teknis, jaringan irigasi sederhana, dan semi teknis.

Pasandaran 1991 mengungkapkan bahwa peningkatan produksi pangan, rigasi mempunyai peranan yang sangat penting yaitu:

1. Menyediakan air untuk tanaman maupun digunakan untuk mengatur kelembapan pada tanah.

2. Membantu penyuburan tanah melalui kandungan yang dibawah oleh air.
3. Kemungkinan menggunakan pupuk dan obat-obatan dalam dosis yang sangat tinggi.
4. Dapat menekan pertumbuhan gulma.
5. Memudahkan untuk pengolahan pada tanah.

Bedasarkan sumber air yang akan digunakan dan keadaan genangannya, sawah dapat dibagi menjadi empat jenis, yakni:

1. Sawah tadah hujan, merupakan sawah yang sumber airnya tergantung dari curah hujan tanpa adanya bangunan-bangunan irigasi permanen. Pada umumnya terdapat di wilayah yang lebih tinggi dari sawah irigasi atau lainnya, sehingga berkemungkinan tidak bias terjangkau oleh pengairan.
2. Sawah pasang surut, merupakan sawah irigasinya yang tergantung oleh gerakan pasang surut dan letaknya wilayah yang datar dan tidak jauh dari laut. Dari sumber pengairan yang berasal dari sungai karena adanya pengaruh pasang surut air yang dimanfaatkan untuk mengairi saluran irigasi.
3. Sawah irigasi, merupakan sawah yang mempunyai sumber air yang berasal dari tempat lain, namun melalui saluran-saluran yang sengaja dibuat. Sawah irigasi terdiri dari sawah irigasi teknis, setengah teknis, dan sawah irigasi sederhana/non teknis.
4. Sawah lebak, merupakan sawah yang diusahakan pada daerah yang rawan memanfaatkan naik turunnya permukaan air rawa secara alami, maka dalam system sawah lebah tersebut tidak dijumpai dengan system saluran air.

2.8.3. Alat-alat Pertanian

Dinamakan alat pertanian yaitu susunan dari suatu alat-alat yang saling terkait dan mempunyai sistem transmisi (peubah gerak), dan mempunyai tujuan tertentu pada bidang pertanian dan mengoperasikannya sangat diperlukan masukan tenaga. Tujuannya untuk mengerjakan pekerjaan yang berhubungan dengan pertanian, seperti alat pengolahan tanah, alat pengairan, alat pemberantas hama dan lain sebagainya.

Menurut Soekirno (1999) adapun macam-macam alat dan mesin pertanian dibagi menjadi tiga bagian, yaitu sebagai berikut:

1. Alat dan mesin untuk produksi pertanian, yang terdiri dari: alat penanam, alat pemeliharaan tanaman, alat pemanen, dan pengolahan tanah.
2. Alat dan mesin untuk *processing* hasil pertanian (pasca panen), yang terdiri dari: alat pengupas atau reduksi, alat pembersih atau pemisah, dan alat pengering.
3. Alat dan mesin pembukaan lahan.

Alat dan mesin untuk pengolahan yang digunakan pada komoditi padi terdiri dari perokok (*thresher*), pemutih (*polisher*), dan pemecah kulit (*husker, huller*). Perokok dan *cleaner* biasanya digunakan untuk komoditi padi dan juga dapat digunakan untuk komoditi yang lainnya.

2.8.4. Pupuk

Pupuk adalah bahan yang ditambahkan ke dalam tanah untuk menyediakan unsur hara yang sangat penting bagi pertumbuhan suatu tanaman. Penggolongan

pupuk umumnya didasarkan pada sumber bahan yang digunakan, cara aplikasi, bentuk, dan kandungan dari unsur hara tersebut.

Pupuk mempunyai banyak arti yang sangat luas yaitu diartikan sebagai berikut:

- a. Berdasarkan asalnya, yaitu terdiri dari pupuk alami, merupakan pupuk yang terdapat di dalam alam atau dibuat dengan bahan alam tanpa proses yang berarti, seperti pupuk kompos, pupuk hijau, guano, dan pupuk kandang. Begitupula dengan pupuk buatan, merupakan pupuk yang dibuat oleh pabrik, seperti urea, nitroposka, dan NPK. Pupuk tersebut dibuat oleh pabrik dengan mengubah sumber daya alam melalui sebuah proses fisika maupun kimia.
- b. Berdasarkan senyawanya, terdiri dari pupuk organik, yakni pupuk yang berupa senyawa organik dan pupuk anorganik.
- c. Berdasarkan cara penggunaannya, yaitu terdiri dari pupuk daun dan pupuk akar atau pupuk tanah. Pupuk daun yaitu pupuk yang cara pemupukannya dengan dilarutkan terlebih dahulu ke dalam air, kemudian disemprotkan pada permukaan daun. Sedangkan pupuk akar yaitu pupuk yang diberikan ke dalam tanah di sekitar akar agar diserap oleh akar tanaman.
- d. Berdasarkan fasenya, merupakan pupuk yang terdiri dari pupuk padat dan pupuk cair. Pupuk padat yaitu pupuk yang mempunyai kelarutan beragam, mulai dari yang mudah larut dalam air hingga yang sukar larut dalam air. Begitupula dengan pupuk air yaitu pupuk berupa cairan yang penggunaannya dilarutkan terlebih dahulu ke dalam air.

- e. Berdasarkan macam hara tanaman, terdiri dari pupuk makro, mikro, dan campuran. Pupuk makro yaitu pupuk yang mengandung unsur hara makro saja, seperti NPK. Pupuk mikro yaitu pupuk yang hanya mengandung unsur hara mikro saja, seperti mikrovek dan metalik. Sedangkan pupuk campuran yaitu pupuk makro dan mikro, seperti rustika.
- f. Berdasarkan reaksi fisiologisnya, terdiri dari pupuk yang memiliki fisiologis asam dan pupuk yang memiliki fisiologis basa. Pupuk yang memiliki fisiologis asam yaitu pupuk bila diberikan ke dalam tanah ada kecenderungan tanah menjadi lebih masam (Ph tanah menjadi lebih rendah), seperti ZA dan urea. Sedangkan pada pupuk yang memiliki fisiologis basa yaitu pupuk yang bila diberikan ke dalam tanah menyebabkan Ph tanah cenderung akan naik, seperti sianida.

2.9. Uji Asumsi Data

Uji Asumsi data dilakukan untuk mengetahui kondisi data yang ada agar dapat menentukan model analisis yang tepat.

2.9.1. Uji Normalitas

Model regresi yang baik adalah berdistribusi normal atau mendekati normal. Bila variabel error(e) berdistribusi normal maka uji- t dan uji- F dapat dilakukan atau digunakan. Karena uji- t dan uji- F diturunkan dari asumsi bahwa data Y atau e berdistribusi normal Gujarati (2004). Analisa *Kolmogorov-Smirnov* merupakan suatu pengujian normalitas secara *univariate* untuk menguji keselarasan data masing-masing variabel penelitian, dimana suatu sampel dikatakan berdistribusi normal atau tidak. Hal ini diutarakan oleh Ghozali (2005)

bahwa uji normalitas bertujuan untuk menguji apakah dalam model regresi, variabel yang digunakan mempunyai distribusi normal atau tidak.

Uji *Kolmogorov-Smirnov* merupakan selisih absolut terbesar antara $F_0(X_i)$ dan $S_n(X_i)$, yang disebut deviasi maksimum D (Gurajati, 2004):

$$D = \max |F_0(X_i) - S_n(X_i)| = 1,210 \quad (2.22)$$

dengan:

$F_0(X_i)$: fungsi distribusi dari teoritis dibawah H_0

$S_n(X_i)$: distribusi frekuensi komulatif dari pengamatan sebanyak n .

H_0 merupakan residu yang berdistribusi normal. Selanjutnya nilai D ini dibandingkan dengan nilai D kritis dengan signifikansi α pada tabel *Kolmogorov-Smirnov*. Apabila nilai $D > D_{tabel}$ maka asumsi normalitas dipenuhi.

2.9.2. Uji Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas digunakan untuk menguji apakah dalam model regresi terjadi ketidaksamaan varian dari residual satu pengamatan ke pengamatan yang lain. Jika varian dari residual satu pengamatan ke pengamatan lain tetap, maka disebut homoskedastisitas dan jika berbeda disebut heteroskedastisitas (Ghozali, 2005).

Untuk menguji ada tidaknya heteroskedastisitas digunakan uji Rank Spearman yaitu dengan mengkorelasikan variabel respon terhadap nilai absolut dari residual (*error*) (Gujarati, 2012). Koefisien *RankSpearman* dapat dihitung dengan rumus (Nazir, 2003):

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{N^3 - N} \quad (2.23)$$

ρ : koefisien RankSpearman

N : total pengamatan

d_i : beda antar dua pengamatan berpasangan

Apabila probabilitas hasil *RankSpearman* lebih kecil dari 0.05, maka persamaan regresi tersebut mengandung heteroskedastisitas.

2.9.3. Uji Autokorelasi

Salah satu asumsi yang harus dipenuhi persamaan model regresi adalah bebas autokorelasi. Menurut Ghozali (2005) untuk mengetahui ada atau tidaknya korelasi pada penelitian ini digunakan *UjiDurbin – Watson* (DWTtest).

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (2.24)$$

DW : Nilai Durbin-Watson test

e_i : nilai residual ($y_i - \hat{y}_i$)

Pengambilan keputusan untuk masalah autokorelasi dengan uji *Durbin-Watson test* adalah menggunakan table *Durbin-Watson* dengan kriteria berikut (Santoso, 2002):

- Terjadi autokorelasi positif, jika nilai DW di bawah -2 ($DW < -2$)
- Tidak terjadi autokorelasi, jika nilai DW berada diantara +2 atau $DW > +2$

2.9.4. Uji Multikolinearitas

Uji multikolinieritas bertujuan untuk menguji apakah model regresi ditemukan adanya korelasi antar variabel bebas (*independent*). Model regresi yang

baik seharusnya bebas multikolinieritas. Multikolinieritas dapat dilihat dari nilai *tolerance* dan lawannya *VarianceInflationFactor* (VIF). *Tolerance* mengukur variabilitas variabel independen yang terpilih yang tidak dijelaskan oleh variabel independen lainnya. Jadi, nilai *tolerance* yang rendah sama dengan nilai VIF yang tinggi (Ghozali, 2011).

Nilai VIF dapat diperoleh dengan rumus berikut:

$$VIF = \frac{1}{Tolerance} \quad (2.25)$$

Batas *tolerancevalue* adalah 0,10 atau nilai VIF adalah 10. Jika $VIF > 10$ dan nilai $tolerance < 0.10$, maka terjadi multikolinieritas tinggi antar variabel bebas dengan variable bebas lainnya. Jika $VIF < 10$ dan nilai $tolerance > 0.10$, maka dapat diartikan tidak terdapat multikolinieritas. Regresi yang baik memiliki VIF disekitar angka 1 (satu) dan mempunyai angka *tolerance* mendekati 1. (Santoso, 2012)

2.10. Kajian Penyimpangan dalam Islam

Kajian Islam yang mengenai penyimpangan terdapat dalam al-Quran surat al-Jinn/72:14, yaitu sebagai berikut:

وَأَنَا مِنَ الْمُسْلِمُونَ وَمِنَّا الْقَاسِطُونَ ۖ فَمَنْ أَسْلَمَ فَأُولَٰئِكَ تَحَرَّوْا رَشَدًا

Artinya: “Dan Sesungguhnya di antara Kami ada orang-orang yang taat dan ada (pula) orang-orang yang menyimpang dari kebenaran. Barangsiapa yang yang taat, Maka mereka itu benar-benar telah memilih jalan yang lurus” (QS. Al-Jinn/72:14).

Dalam tafsir al-Atsari, (2004) Allah Ta'ala berfirman seraya mengabarkan tentang jin bahwa mereka berbicara sambil menceritakan tentang diri mereka sendiri. Seperti pada ayat 14 dalam surat Al-Jinn ini yaitu:

{ وَأَنَا مِنَ الْمُسْلِمُونَ وَمِنَّا الْقَاسِطُونَ } ”Dan sesungguhnya di antara kami ada orang-orang yang taat dan ada (pula) orang-orang yang menyimpang dari kebenaran.” Maksudnya, di antara kami ada yang muslim dan ada pula yang melakukan penyimpangan dari kebenaran. Dan itu jelas berbeda dengan orang yang adil. { فَمَنْ أَسْلَمَ فَأُولَئِكَ تَحَرَّوْا رَشَدًا } “Barangsiapa yang yang taat, maka mereka itu benar-benar telah memilih jalan yang lurus.” Yakni, mereka telah memilih keselamatan untuk diri mereka sendiri.

BAB III METODE PENELITIAN

3.1. Pendekatan Penelitian

Untuk melakukan suatu penelitian perlu adanya kerangka pemikiran sebagai penuntun untuk menjelaskan konsep dari penelitian itu sendiri. Kerangka pemikiran akan memudahkan konsep dari penelitian itu sendiri. Kerangka pemikiran akan memudahkan para pembaca secara jelas dan ringkas mengenai apa yang dilakukan peneliti.

Hal pertama yang harus dilakukan peneliti yaitu mengumpulkan informasi serta data yang bersangkutan dengan *outlier* dan cara penyelesaiannya dengan menggunakan *estimator S*. Data tersebut kemudian diproses sesuai dengan teori *estimator S* pada literatur yang tersedia.

3.2. Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan yaitu data sekunder yang bersumber dari Badan Pusat Statistika (BPS) Jawa Timur Tahun 2012 dan di update terakhir pada tanggal 31 oktober.

3.3. Tahap-tahap Estimasi Parameter Model GWR

Langkah-langkah estimasi model GWR yang mengandung *outlier* dengan *estimator S* yaitu sebagai berikut:

1. Mengasumsikan variabel y model GWR yang mengandung *outlier*.
2. Melakukan estimasi parameter model dengan menggunakan metode *estimator S*, yakni:
 - Melakukan estimasi parameter β dengan *OLS*.

- Menghitung nilai estimasi skala *robust* $\hat{\sigma}_s$,
 - Menghitung nilai $u_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}_s}$,
 - Menghitung nilai fungsi pembobot W_i ,
 - Menentukan estimasi baru menggunakan WLS,
3. Mengestimasi nilai $\hat{\beta}_s$ menggunakan metode *IRLS* dengan pembobot W_i , dengan cara sebagai berikut:
- Menentukan $\hat{\beta}^0$ sebagai *estimator* awal.
 - Mencari fungsi pembobot baru berdasarkan pada estimator awal.
 - Melakukan langkah 2 sampai 6 sehingga diperoleh nilai $\hat{\beta}_s$ yang konvergen.
 - Membuktikan sifat $\hat{\beta}^{m+1}$ sebagai *estimator* yang konvergen dan *unbias*.

3.4. Pemetaan Potensi Pertanian Padi Jawa Timur Tahun 2012

1. Melakukan analisis deskriptif data sebagai gambaran awal untuk mengetahui keadaan pertanian padi di Jawa Timur.
2. Mendeteksi adanya *outlier*.
3. Melakukan pengujian asumsi data.
4. Analisis data dengan menggunakan model GWR yang mengandung *outlier*.
5. Melakukan uji aspek spasial.
6. Kesimpulan.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai hasil analisis yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini, yaitu mengetahui bentuk estimasi parameter model GWR pada data yang mengandung *outlier* dengan metode *estimator S*, mengetahui model GWR yang mengandung *outlier* untuk menyelesaikan potensi pertanian padi dan kabupaten/kota provinsi Jawa Timur tahun 2012, serta mengetahui pandangan Islam terhadap kesehatan dan adanya *outlier* pada model GWR tersebut.

4.1. Estimasi Parameter Model GWR yang Mengandung *Outlier*

Dari persamaan (2.2) dapat dibentuk menjadi:

$$y = (\beta \otimes X)1 + \varepsilon$$

atau

(4.1)

$$\varepsilon = y - (\beta \otimes X)1$$

Model GWR yang mengandung *outlier* pada persamaan (4.1) tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan partial untuk mendapatkan nilai β pada lokasi ke- i seperti dibawah ini:

$$y = X\beta_i^T + \varepsilon$$

atau

(4.2)

$$\varepsilon = y - X\beta_i^T$$

dengan,

$$\beta_i = [\beta_0(u_i, v_i) \quad \beta_1(u_i, v_i) \quad \beta_2(u_i, v_i) \quad \cdots \quad \beta_k(u_i, v_i)]$$

Kemudian akan dihitung dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS), jadi untuk estimator kuadrat terkecil dari fungsi *Sum Square Error* (SSE) seperti dibawah ini:

$$\begin{aligned}
 SSE &= \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} \\
 &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T)^T (\mathbf{y} - (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T)) \\
 &= (\mathbf{y}^T - \boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T) (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T) \\
 &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T - \boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T \\
 &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - (\mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T)^T - \boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T \\
 &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Untuk mendapatkan hasil yang minimum, maka dapat dicari dengan turunan pertama SSE terhadap $\boldsymbol{\beta}_i^T$ yaitu

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial SSE}{\partial \boldsymbol{\beta}_i^T} &= \frac{\partial (\mathbf{y}^T \mathbf{y})}{\partial \boldsymbol{\beta}_i^T} - \frac{\partial (2\boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T \mathbf{y})}{\partial \boldsymbol{\beta}_i^T} + \frac{\partial (\boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T)}{\partial \boldsymbol{\beta}_i^T} \\
 &= 0 - 2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T + (\boldsymbol{\beta}_i^T \mathbf{X}^T \mathbf{X})^T \\
 &= -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T + \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T \\
 &= -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Sehingga untuk persamaan (4.4) ketika disamadengankan nol diperoleh estimator $\boldsymbol{\beta}_i^T$ yaitu:

$$-\mathbf{X}^T \mathbf{y} + \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T = 0$$

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_i^T = \mathbf{X}^T \mathbf{y}$$

$$(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}_i^T = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (4.5)$$

Setelah didapatkan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_i^T$ dari persamaan (4.5), maka persamaan (4.2) dapat ditulis seperti berikut:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{X}_i \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T + \boldsymbol{\varepsilon}_i$$

atau

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{X}_i \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T \quad (4.6)$$

Karena pada data-data $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ dan $\mathbf{y}$ terdapat *outlier* menyebabkan estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_i^T$ yang akan dihasilkan OLS menjadi bias, maka tidak memenuhi asumsi kenormalan data, maka masalah *outlier* pada metode OLS dapat diatasi dengan metode estimasi yang bersifat kekar terhadap *outlier* adalah dengan regresi *robust*. Sehingga pada penelitian ini menggunakan *estimator S* yakni salah satu dari jenis regresi *robust*, seperti dibawah ini:

$$\sum_{i=1}^n \rho \boldsymbol{\varepsilon}_i = 0 \quad (4.7)$$

Maka dari persamaan (4.6) dan (4.7) dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n \rho \boldsymbol{\varepsilon}_i = \sum_{i=1}^n \rho (\mathbf{y}_i - \mathbf{X}_i \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T) \quad (4.8)$$

Akan dimisalkan $\rho(\boldsymbol{\varepsilon}_i)$ mempunyai turunan $\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \widehat{\boldsymbol{\beta}}_i^T) = \frac{\partial \rho(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \widehat{\boldsymbol{\beta}}_i^T}$ dan ψ adalah fungsi *influence*. Sehingga dari persamaan (4.8), akan diubah menjadi seperti dibawah ini:

$$\sum_{i=1}^n x_i \psi(\mathbf{y}_i - \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T) = 0 \quad (4.9)$$

Setelah membuktikan nilai skala *robust*, kemudian galatnya distandarisasi terhadap simpangan baku. Sehingga persamaan (4.9) ditulis menjadi seperti dibawah ini:

$$\sum_{i=1}^n x_i \psi\left(\frac{\mathbf{y}_i - \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T}{\hat{\sigma}_s}\right) = 0 \quad (4.10)$$

Dengan demikian galat distandarisasi terhadap simpangan baku. Nilai pada $(\hat{\sigma})$ akan dihitung dengan cara dibawah ini:

$$(\hat{\sigma}_s) = \begin{cases} \frac{MAD(x)}{0,6745} & \text{untuk iterasi ke } - 1 \\ \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n w_i \varepsilon_i^2} & \text{untuk iterasi berikutnya} \end{cases} \quad (4.11)$$

Dengan $MAD(\varepsilon_i) = med\{|\varepsilon_i - med(\varepsilon_i)|\}$ dan 0.6745 merupakan konstanta untuk mencari *estimator* $\hat{\sigma}_s$ yang bersifat *unbias* dari σ untuk n besar dan nilai residual berdistribusi normal.

Pada persamaan (2.20), sehingga dari fungsi pembobot maupun fungsi *influence* diungkapkan sebagai berikut:

$$W_i = W(\varepsilon_i^*) = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{\varepsilon_i^*} \quad (4.12)$$

dimana ε_i^* yaitu *residual* yang distandarisasi terhadap estimasi simpangan baku dilambangkan dengan $(\hat{\sigma})$ dari suatu ε_i yang dibiaskan, maka dapat diperoleh:

$$\varepsilon_i^* = \frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s} \quad (4.13)$$

Pada persamaan (2.19) menurut estimasi S mendefinisikan yaitu $\hat{\beta}_s = \min_{\beta} \hat{\sigma}_s(\boldsymbol{\varepsilon}_1, \boldsymbol{\varepsilon}_2, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_n)$ dengan n banyaknya data pengamatan dan $(\hat{\sigma}_s)$ merupakan seperti berikut:

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n w_i \varepsilon_i^2} \quad (4.14)$$

Nilai dari σ untuk n besar sekaligus sisaan yang berdistribusi normal, sehingga dari persamaan (4.13) akan didapat seperti berikut:

$$\varepsilon_i^* = \frac{\mathbf{y} - \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T}{\frac{MAD(x)}{0,6745}} \quad (4.15)$$

dengan fungsi pembobot dari persamaan (4.12) akan diubah menjadi:

$$W_i = \frac{\psi\left(\frac{\mathbf{y} - \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T}{\frac{MAD(x)}{0,6745}}\right)}{\frac{\mathbf{y} - \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T}{\frac{MAD(x)}{0,6745}}}$$

atau

$$W_i \frac{\mathbf{y} - \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T}{\frac{MAD(x)}{0,6745}} = \psi\left(\frac{\mathbf{y} - \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_{i\ OLS}^T}{\frac{MAD(x)}{0,6745}}\right) \quad (4.16)$$

Persamaan (4.12) merupakan proses pembobotan, maka diperoleh taksiran yang *unbias* karena fungsi *influence* telah distandarisasi, kemudian dari persamaan (4.12) dinyatakan sebagai berikut:

Dimana W_i merupakan matriks pembobot yang memiliki ukuran $n \times n$ pada elemen-elemen diagonalnya yang isinya pembobot $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$. Metode iterasi kuadrat terkecil yang terboboti atau (IRLS). Setiap iterasi nilai W_i akan berubah nilainya pada setiap iterasinya, jadi diperoleh $\hat{\beta}_i^T, \hat{\beta}_i^{T^1}, \dots, \hat{\beta}_i^{T^m}$. Untuk itu parameter suatu m merupakan jumlah dari iterasi yang akan diestimasi, dengan *estimator* awalnya secara OLS seperti berikut:

$$(\hat{\beta}_i^T)^0 = (X_i^T W_i^0 X_i)^{-1} X_i^T W_i^0 y \quad (4.18)$$

Tahap selanjutnya yaitu dengan menghitung kembali W_i^1 , akan tetapi dengan menggunakan $(\hat{\beta}_i^T)^1$ jadi pengganti untuk $(\hat{\beta}_i^T)^0$, maka akan mendapatkan sebagai berikut:

$$W_i^1 = \frac{\psi(y - X_i(\hat{\beta}_i^T)^1)}{\hat{\sigma}} \frac{y - X_i(\hat{\beta}_i^T)^1}{\hat{\sigma}} \quad (4.19)$$

Sehingga akan diperoleh seperti

$$(\hat{\beta}_i^T)^2 = (X_i^T W_i^1 X_i)^{-1} X_i^T W_i^1 y \quad (4.20)$$

Begitupula dengan seterusnya, maka akan diperoleh menjadi

$$W_i^{m-1} = \frac{\psi(y - X_i(\hat{\beta}_i^T)^{m-1})}{\hat{\sigma}} \frac{y - X_i(\hat{\beta}_i^T)^{m-1}}{\hat{\sigma}} \quad (4.21)$$

Ditinjau dari persamaan (4.21) akan diperoleh sebagai berikut:

$$(\hat{\beta}_i^T)^m = (X_i^T W_i^{m-1} X_i)^{-1} X_i^T W_i^{m-1} y$$

Setelah itu W_i^m pembobot yang akan diberikan, maka akan diperoleh hasil estimatornya dibawah ini

$$(\hat{\beta}_i^T)^{m+1} = (X_i^T W_i^m X_i)^{-1} X_i^T W_i^m y \quad (4.22)$$

dari suatu perhitungan yang ada diatas tersebut akan dilakukan secara berulang-ulang hingga mendapatkan *estimator* yang menghasilkan konvergen, yaitu ketika nilai yang selisihnya $(\hat{\beta}_i^T)^{m+1}$ dan $(\hat{\beta}_i^T)^m$ akan mendekati nilai 0.

Setelah itu akan menunjukkan nilai *estimator* $(\hat{\beta}_i^T)^{m+1}$ adalah *unbias*, estimator $E(\hat{\beta}_i^{Tm+1})$ disebut sebagai *unbias* jika $= \beta_i^T$, Maka akan dibuktikan bahwa estimator $\hat{\beta}_i^{m+1}$ adalah *unbias*

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}_i^T)^{m+1} &= E \left[(X_i^T W_i^m X_i)^{-1} X_i^T W_i^m y \right] \\ &= E (X_i^T W_i^m X_i)^{-1} X_i^T W_i^m E(y) \\ &= (X_i^T W_i^m X_i)^{-1} [(X_i^T W_i^m)(X_i \beta_i^T)] \\ &= (X_i^T W_i^m X_i)^{-1} (X_i^T W_i^m X_i) (\beta_i^T) \\ &= I \beta_i^T \\ &= \beta_i^T \end{aligned}$$

Dari pembuktian diatas didapat bahwa nilai $E(\hat{\beta}_i^T)^{m+1} = \beta_i^T$ merupakan estimator *unbias*.

4.2. Pemetaan Potensi Pertanian Padi Jawa Timur Tahun 2012

4.2.1. Deskripsi Data

Pada penelitian kali ini untuk model GWR yang mengandung *outlier* dengan *estimator S* akan diaplikasikan pada kasus pemetaan potensi pertanian padi di Jawa Timur tahun 2012. Variabel dependen yang akan dilakukan penelitian yaitu produksi padi (Y) dan juga yang menempati variabel independen yaitu sistem pengairan teknis (X_1), sistem pengairan setengah teknis (X_2), sistem pengairan non teknis (X_3), sistem pengairan desa (X_4), dan sistem pengairan tadah hujan (X_5).

Data tersebut digunakan pada penelitian kali ini bersumber pada data sekunder dari skripsi yang berjudul “Estimasi Parameter *Robust Geographically Weighted Regression* dengan Metode *Robust-M*”. Pada grafik dibawah ini adalah untuk pola sebaran data dimana variabel responnya adalah produksi padi (Y):

Gambar 4. 1 Grafik Sebaran Data Produksi Padi (Y) di Jawa Timur Tahun 2012

Pada Gambar 4.1 menunjukkan bahwa jumlah pada produksi padi yang ada di Jawa Timur Tahun 2012 mencapai sebesar 12.198.707 ton. Hasil produksi

padi yang paling banyak sebesar 968.505 ton dicapai pada wilayah Kabupaten Jember. Pada wilayah Kabupaten Lamongan mencapai jumlah produksi padi sebesar 856.90 ton. Kota batu mendapat peringkat paling sedikitnya produksi padi sebesar 4.878 ton.

Berlangsungnya hasil produksi padi di Jawa Timur, pasti akan menemukan variabel-variabel yang mempengaruhi. Adapun yang pertama pada variabel yang mempengaruhi produksi padi yaitu variabel sistem pengairan yang berada di wilayah Jawa Timur.

Gambar 4. 2 Grafik Luas Area Padi di Jawa Timur dengan Sistem Pengairan Teknis (X_1) Tahun 2012

Pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa nilai untuk luas area padi di Jawa Timur dengan sistem pengairan teknis sebesar 693.462 hektar. Begitupula pada wilayah Jawa Timur hanya sebagian yang menggunakan sistem pengairan untuk melakukan penanaman pada padi tersebut. Dari kota Probolinggo yaitu wilayah Jawa Timur adalah salah satu dari kota lain dimana kota tersebut yang tidak menggunakan sistem pengairan. Untuk wilayah di Jawa Timur yang berdominan

menggunakan sistem pengairan ini yaitu pada wilayah Kabupaten Jember adalah sebesar 78.493 hektar untuk wilayah pengairannya. Kemudian pada Kabupaten Banyuwangi sebesar 61.376 hektar untuk wilayah pengairannya.

Gambar 4. 3 Grafik Luas Area Padi di Jawa Timur dengan Sistem Pengairan Setengah Teknis (X_2)

Pada Gambar 4.3 di atas merupakan luas area padi di Jawa Timur dengan menggunakan sistem pengairan setengah teknis sebesar 144.750 hektar. Adapun beberapa wilayah di Jawa Timur yaitu terdapat enam wilayah yang tidak menggunakan sistem pengairan tersebut. Dari keenam wilayah yang terdiri dari satu wilayah Kabupaten adalah pada Kabupaten Pamekasan dan begitupula lima wilayah kota, yaitu Kota Malang, Kota Probolinggo, Kota Pasuruan, Kota Surabaya, dan Kota Madiun. Sedangkan dari Kabupaten dengan petani yang menggunakan sistem pengairan paling banyak yaitu dari Kabupaten Lamongan sebesar 24.632 hektar untuk area pengairannya.

Gambar 4. 4 Grafik Luas Area Padi di Jawa Timur dengan Sistem Pengairan Non Teknis (X_3)

Setelah itu pada Gambar 4.4 menunjukkan bahwa luas area padi di Jawa Timur menggunakan sistem pengairan non teknis sebesar 70.547 hektar. Adapun beberapa wilayah di Jawa Timur yang tidak menggunakan sistem pengairan tersebut adalah ada enam wilayah diantaranya dua wilayah kabupaten yakni Kabupaten Sidoarjo dan Kabupaten Pasuruan, serta 4 wilayah Kota yakni Kota Probolinggo, Kota Batu, Kota Malang, dan Kota Madiun. Begitupula dari Kabupaten Lamongan yang sangat banyak berdominan menggunakan sistem pengairan tersebut sebesar 8.460 hektar di area pengairan.

Gambar 4. 5 Grafik Luas Area Padi di Jawa Timur dengan Sistem Pengairan Desa (X_4) Tahun 2012

Pada Gambar 4.5 menunjukkan grafik sebaran untuk sistem pengairan desa yang mencapai 41.144 hektar. Beberapa wilayah di Jawa Timur yang tidak menggunakan sistem pengairan tersebut terdapat empat wilayah Kabupaten dan tujuh wilayah Kota. Dari empat wilayah Kabupaten terdiri dari Kabupaten Sidoarjo, Kabupaten Lamongan, Kabupaten Bondowoso, dan Kabupaten Pamekasan. Begitujuga dari tujuh wilayah Kota terdiri dari Kota Blitar, Kota Kediri, Kota Malang, Kota Probolinggo, Kota Mojokerto, Kota Madiun, dan Kota Pasuruan. Wilayah yang paling dominan menggunakan sistem pertanian desa ini yaitu Kabupaten Bojonegoro sebesar 14.372 hektar area pengairan.

Gambar 4. 6 Grafik Luas Area Padi di Jawa Timur dengan Sistem Pengairan Tadah Hujan (X_5) Tahun 2012

Pada Gambar 4.5 di atas menunjukkan bahwa luas area padi di Jawa Timur dengan menggunakan sistem pengairan tahdah hujan sebesar 228.783 hektar. Terdiri dari delapan wilayah yang tidak menggunakan sistem pengairan tahdah hujan tersebut diantaranya tida wilayah Kabupaten dan lima wilayah Kota. Adapun tidak wilayah Kabupaten tersebut yaitu Kabupaten Pamekasan, Kabupaten Bondowoso, dan Kabupaten Sidoarjo. Begitupula dari lima wilayah Kota yaitu Kota Malang, Kota Blitar, Kota Madiun, Kota Probolinggo, dan Kota Batu. Dan dari Kabupaten Bojonegoro adalah wilayah yang paling banyak menggunakan sistem pengairan tahdah hujan sebesar 40.751 hektar area pengairan.

4.2.2. Identifikasi *Outlier*

4.2.3. *Boxplot*

Pada metode grafik untuk mengidentifikasi terdapatnya suatu *outlier* yaitu dengan menggunakan *bloxplot*. Adapun hasil identifikasi *outlier* pada data jumlah produksi padi di Jawa Timur pada tahun 2012 yaitu:

Gambar 4. 7 Boxplot Variabel Produksi Padi (Y)

Pada Gambar 4.7 tersebut dapat diketahui bahwa dari variabel produksi padi tidak ada yang mengandung *outlier*. Adapun nilai statistik badan *bloxplot* yaitu nilai median = 301.164, nilai Q1= 17.728, nilai Q3 = 471.891.

Gambar 4. 8 Boxplot Variabel Sistem Pengairan Teknis (X_1)

Pada Gambar 4.8 tersebut dapat diketahui bahwa dari variabel produksi padi tidak ada yang mengandung *outlier*. Adapun nilai statistik badan *bloxplot* yaitu nilai median = 19286, nilai Q1= 1.792, nilai Q3 = 29.199.

Gambar 4. 9 Boxplot Variabel Sistem Pengairan Setengah Teknis (X_2)

Pada Gambar 4.9 tersebut dapat diketahui bahwa dari variabel produksi padi tidak ada yang mengandung *outlier*. Adapun nilai statistik badan *bloxplot* yaitu nilai median = 1.839, nilai Q1 = 217, nilai Q3 = 3.883.

Gambar 4. 10 Boxplot Variabel Sistem Pengairan Non Teknis (X_3)

Pada Gambar 4.10 tersebut dapat diketahui bahwa dari variabel produksi padi tidak ada yang mengandung *outlier*. Adapun nilai statistik badan *bloxplot* yaitu nilai median = 1.275, nilai Q1= 192, nilai Q3 = 2608.

Gambar 4. 11 *Boxplot* Variabel Sistem Pengairan Non Teknis (X_4)

Pada Gambar 4.10 tersebut dapat diketahui bahwa dari variabel produksi padi tidak ada yang mengandung *outlier*. Adapun nilai statistik badan *bloxplot* yaitu nilai median = 141, nilai $Q_1 = 0$, nilai $Q_3 = 1.073$.

Gambar 4. 12 *Boxplot* Variabel Sistem Pengairan Tadah Hujan (X_5)

Pada Gambar 4.11 tersebut dapat diketahui bahwa dari variabel produksi padi tidak ada yang mengandung *outlier*. Adapun nilai statistik badan *bloxplot* yaitu nilai median = 1.802, nilai $Q_1 = 32$, nilai $Q_3 = 5.008$.

Ketika data mengandung *outlier*, maka akan dicari nilai kuartil 1, kuartil 3, serta nilai IQR (*Inter Quartile Range*). Jika pada data nilainya kurang dari $1,5 \times$ IQR (*Inter Quartile Range*) terhadap kuartil 1, dan nilainya lebih dari $1,5 \times$ IQR (*Inter Quartile Range*) terhadap kuartil 3, maka data tersebut mengandung *outlier*. Dari perhitungan Q1, Q2, dan IQR akan dihitung pada tabel di bawah ini:

Tabel 4. 1 Perhitungan IQR

Variabel	Kuartil 1	Kuartil 3	IQR	1,5 x IQR
Y	17.728	471.891	454.163	681.244,5
X_1	1.792	29.199	27.407	41.110,5
X_2	217	3.883	3.666	5.499
X_3	192	2.608	2.416	3.624
X_4	0	1.073	1.073	1.609,5
X_5	32	5.008	4.976	7.464

Pada Tabel 4.1 menunjukkan bahwa nilai tersebut lebih dari $1,5 \times$ IQR yang terdapat di kuartil 3. Dari data di atas variabel jumlah produksi padi (Y), sistem pengairan teknis (X_1), sistem pengairan setengah teknis (X_2), sistem pengairan non teknis (X_3), sistem pengairan desa (X_4), sistem pengairan tadah hujan (X_5) yang disimpulkan bahwa data tersebut teridentifikasi adanya suatu *outlier*.

4.2.4. Metode DfFITS (*Difference fitted value FITS*)

Kemudian dari data tersebut setelah di hitung menggunakan *boxplot* untuk mengetahui adanya *outlier*, maka selanjutnya yaitu data akan dihitung dengan metode DfFITS untuk mengetahui data keberapa saja yang mengandung *outlier*. Jika dikatakan data tersebut mengandung *outlier*, maka data yang mempunyai nilai mutlaknya DfFITS lebih besar dari $2\sqrt{\frac{p}{n}}$. Dari data yang diambil oleh

penelitian ini jumlah variabel besarnya yaitu ada 5 sebanyak 38 jumlah data

tersebut. Maka akan dihitung nilainya $2\sqrt{\frac{p}{n}} = 2\sqrt{\frac{5}{38}} = 2\sqrt{0,13} = 0,72$.

Tabel 4. 2 Nilai DfFITS (Difference Fitted value FITS)

Data Ke-	DfFITS	DfFITS	Ket.	Data Ke-	DfFITS	DfFITS	Ket.
1	-0,07062	0,07062	Bukan	20	-0,17359	0,17359	Bukan
2	-0,04224	0,04224	Bukan	21	-0,07799	0,07799	Bukan
3	-0,05194	0,05194	Bukan	22	-0,53688	0,53688	Bukan
4	-0,05092	0,05092	Bukan	23	-0,09879	0,09879	Bukan
5	-0,04222	0,04222	Bukan	24	-0,02306	0,02306	Bukan
6	-0,01592	0,01592	Bukan	25	0,293514	0,293514	Bukan
7	-0,03064	0,03064	Bukan	26	0,118707	0,118707	Bukan
8	-0,02809	0,02809	Bukan	27	-0,12422	0,12422	Bukan
9	-0,02387	0,02387	Bukan	28	-0,93309	0,93309	<i>Outlier</i>
10	-0,13228	0,13228	Bukan	29	0,934662	0,934662	<i>Outlier</i>
11	0,055557	0,055557	Bukan	30	0,312868	0,312868	Bukan
12	-0,23919	0,23919	Bukan	31	0,112341	0,112341	Bukan
13	-0,09799	0,09799	Bukan	32	0,817118	0,817118	<i>Outlier</i>
14	-0,06398	0,06398	Bukan	33	0,097145	0,097145	Bukan
15	0,451407	0,451407	Bukan	34	0,586362	0,586362	Bukan
16	-3,68172	3,68172	<i>Outlier</i>	35	0,420983	0,420983	Bukan
17	-0,26689	0,26689	Bukan	36	1,981274	1,981274	Bukan
18	-0,01164	0,01164	Bukan	37	0,093782	0,093782	Bukan
19	-0,1795	0,1795	Bukan	38	1,940861	1,940861	<i>Outlier</i>

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa ada beberapa data nilainya lebih dari 0,72, adalah data ke-16, ke-28, ke-29, ke-32, ke-38. Maka berdasarkan hasilnya akan disimpulkan bahwa data tersebut mengandung *outlier*.

4.2.5. Uji Asumsi Data

4.2.5.1. Uji Linieritas

Pada uji linieritas untuk mengetahui adanya kelinieran pada data tersebut. Uji linieritas ini dapat dilakukan melalui kurva estimasi adalah menggambarkan hubungan antara variabel X dan variabel Y . Dikatakan data tersebut mengandung linier jika nilai tersebut kurang dari $\alpha = 0,05$, maka variabel X dan variabel Y tersebut mempunyai hubungan linier. Dengan menggunakan aplikasi SPSS 16.0 akan dihitung untuk mendapatkan nilai yang signifikan pada tiap-tiap variabel X terhadap Y yaitu:

Tabel 4. 3 Linieritas

Variabel	Signifikansi
X_1	0
X_2	0
X_3	0
X_4	0,019
X_5	0,006

Pada Tabel 4.3 tersebut menunjukkan bahwa nilai signifikansi dari lima variabel di atas yaitu kurang dari 0,05, maka data tersebut mengandung linier dan merupakan model linier.

4.2.5.2. Uji Normalitas

Metode untuk menguji kenormalan yaitu dengan uji Kolmogorov-Smirnov. Karena uji tersebut untuk mengetahui apakah data tersebut normal atau tidak. Jika nilai signifikansinya lebih dari 0,05, maka data tersebut dikatakan normalitas. Dilakukan menggunakan teknik uji *Liliefors* atau dalam program SPSS yaitu:

$$D = \max \left\| \begin{bmatrix} 0,9287 \\ 0,6751 \\ \vdots \\ 0,7065 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,02190 \\ 0,02761 \\ \vdots \\ 0,00124 \end{bmatrix} \right\| = \max \begin{bmatrix} 0,9068 \\ 0,6474 \\ \vdots \\ 0,7052 \end{bmatrix} = 0,925$$

Akan didapatkan nilai tersebut adalah 0,925. Jadi disimpulkan bahwa nilai residual pada model regresi merupakan berdistribusi normal.

4.2.5.3. Uji Multikolinieritas

Adapun uji Multikolinieritas ini adalah untuk mengetahui apakah nilai toleransi dan VIF sudah memenuhi. Apabila nilai VIF diantara angka 1 dan tidak melebihi 10. Multikolinieritas dapat dilihat dari nilai tolerance dan lawannya *VarianceInflationFactor* (VIF). Merujuk pada persamaan (2.25) nilai VIF untuk X_1 adalah:

$$VIF = \frac{1}{0,790} = 1,265$$

Tabel 4. 4 Colinearity Statistic

Variabel	Toleransi	VIF
X_1	0,790	1,265
X_2	0,237	4,215
X_3	0,27	3,697
X_4	0,372	2,685
X_5	0,291	3,435

Pada Tabel 4.4 menunjukkan bahwa nilai toleransi dari setiap variabel yaitu mendekati 1. Dan nilai VIF menunjukkan nilai tersebut diantara 1 sampai 10. Jadi dapat disimpulkan bahwa data tersebut tidak terdapat multikolinieritas dalam model regresi.

4.2.5.4. Uji Heteroskedastisitas

Dalam uji heteroskedastisitas ini yaitu untuk mengetahui apakah data tersebut ada ketidaksamaan variansi dan *residual* antara satu pengamatan ke pengaata lainnya. Menggunakan uji korelasi *Rank Spearman* ini merupakan uji

untuk mengkorelasikan antara *absolute residual* yaitu hasil dari regresi dengan semua variabel bebas. Jika diantara pengamatan tersebut sama, maka dikatakan homoskedastisitas. Tetapi nilai signifikansi pada korelasi lebih kecil dari 0,05, akan dikatakan nilai tersebut mengandung heteroskedastisitas. Pada aplikasi *software* SPSS.16.0 ini, maka persamaan regresi tersebut mengandung heteroskedastisitas. Merujuk pada persamaan (2.23) nilai uji korelasi *RankSpearman* untuk X_1 adalah

$$\rho = 1 - \frac{6(321.301)^2}{38^3 - 38} = 0,620$$

Tabel 4. 5 Korelasi

Variabel	Koefisien korelasi	Signifikansi	Keterangan
X_1	0,620	0,000	Heteroskedastisitas
X_2	0,353	0,030	Heteroskedastisitas
X_3	0,336	0,039	Heteroskedastisitas
X_4	0,455	0,004	Heteroskedastisitas
X_5	0,478	0,002	Heteroskedastisitas

Pada Tabel 4.5 di atas menunjukkan bahwa nilai sigifikansinya kurang dari 0,05 untuk semua variabel X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , dan X_5 , maka akan disimpulkan bahwa dari model regresi tersebut telah mengandung heteroskedasrisitas.

4.2.5.5. Uji Autokorelasi

Untuk mengetahui ada tidaknya masalah autokorelasi dalam model regresi adalah dengan Uji *DurbinWatson* (DWTest).Merujuk pada persamaan (2.24) maka nilai *DurbinWatson*:

$$DW = \frac{32472.8265}{21031.6234} = 1,544$$

Pada uji kali ini yaitu uji autokorelasi untuk mencari apakah ada tidaknya suatu masalah pada autokorelasi pada model regresi tersebut. Dengan

menggunakan *Durbin Waston* tes pada aplikasi *software* SPSS.16.0 yaitu menghasilkan nilai sebesar 1,544. Jadi nilai *Durbin Waston* tes merupakan nilai yang terdekat dengan 2, maka bisa disimpulkan bahwa model regresi tidak terdapat masalah dalam uji autoregresi ini.

4.2.6. Analisis Data

4.2.6.1. Model GWR

Pada analisis data potensi pertanian padi di Jawa Timur tahun 2012 dengan menggunakan beberapa *software*, yaitu diantaranya *software* GWR4 untuk memperoleh model GWR, dan *software* ArcMap GIS10.1 untuk pemetaan hasil dari estimasi tersebut. Hasil uji asumsi klasik dan uji spasial menunjukkan bahwa data potensi pertanian padi dengan variabel kelima merupakan normal, maka kelima variabel tersebut dan dilanjutkan ke analisis berikutnya yaitu model regresi dan model GWR.

Pada langkah ini yaitu dengan menggunakan model GWR untuk menentukan letak lokasi pengamatan pada suatu geografis tiap-tiap Kabupaten dan Kota di Jawa Timur.

Gambar 4. 13 Peta Tematik Produksi Pertanian Padi di Jawa Timur

Pada Gambar 4.13 menunjukkan bahwa angka produksi pertanian padi di Jawa Timur. Dapat dilihat pada peta tersebut ada 5 klarifikasi warna peta. Setiap warna menggambarkan besarnya presentase produksi padi di setiap wilayah Jawa Timur. Berdasarkan gambar di atas, ada beberapa daerah yang mempunyai produksi pertanian padi yang golongan terendah yang bertanda dengan warna pink terdiri dari 18 wilayah yaitu Tuban, Bojonegoro, Lamongan, Pamekasan, Ngawi, Kota Madiun, Madiun, Ponorogo, Magetan, Nganjuk, Kediri, Kota Kediri, Pacitan, Trenggalek, Kota Pasuruan, Kota Probolinggo, Blitar, dan Kota Blitar. Golongan dari wilayah yang berwarna orange terdiri dari 9 wilayah yaitu Tulungagung, Gresik, Jombang, Mojokerto, Malang, Lumajang, Bondowoso, Banyuwangi, dan Sumenep. Golongan dari wilayah yang berwarna hijau terdiri dari 4 wilayah yaitu Sampang, Sidoarjo, Pasuruan, dan Probolinggo. Golongan dari wilayah yang berwarna biru muda terdiri dari 6 wilayah yaitu Kota Surabaya,

Bangkalan, Batu, Kota Mojokerto, Kota Malang, dan Jember. Golongan dari wilayah yang berwarna biru tua terdiri dari 1 yaitu Situbondo.

Langkah selanjutnya yaitu mendapatkan model GWR dengan mengetahui peta sebaran asli produksi pertanian padi di Jawa Timur Tahun 2012. Di bawah ini adalah hasil estimasi parameter model regresi seperti berikut:

Tabel 4. 6 Hasil Estimasi parameter Model Regresi

Variabel	Estimasi	Standard Error	T(Est/SE)	$t_{30}^{0,1}$	Keterangan
Intercept	320103,913048	20589,342368	15,547068	1.3	Signifikan
X_1	165657,677749	22879,355373	7,240487	1.3	Signifikan
X_2	109347,357034	41962,922225	2,605809	1.3	ignifikan
X_3	-5357,379173	39140,366595	-0,136876	1.3	Tidak signifikan
X_4	61185,970828	33637,604398	1,818975	1.3	Signifikan
X_5	35450,951213	37954,484415	0,934039	1.3	Tidak signifikan

Table 4.6 di atas hasil dari model GWR dari kasus produksi pertanian padi di Jawa Timur Tahun 2012 yaitu:

$$\hat{y}_l = 320103,913048 + 165657,677749 X_1 + 109347,357034 X_2 - 5357,379173 X_3 + 61185,970828 X_4 + 35450,951213 X_5$$

Dan juga dapat dilihat dari Table 4.6 di atas tersebut, diketahui untuk parameter apa saja yang berpengaruh terhadap model regresi global. Menggunakan nilai signifikansi sebesar $\alpha = 0,01$ atau 10%, maka akan dibandingkan dengan nilai t-hitung dan t-tabel yang hasilnya akan didapatkan yaitu ada tiga parameter yang berpengaruh terhadap model regresi global.

Kemudian langkah selanjutnya yaitu data tersebut akan di regresi lagi untuk data yang hanya bernilai signifikan. Dibawah ini adalah hasil regresi ulang untuk Tabel 4.6 yaitu:

Tabel 4. 7 Hasil Estimasi parameter Model Regresi ulang

Variable	Estimasi	Standard Error	T(Est/SE)	$t_{30}^{0.1}$	Keterangan
Intercept	323891.549704	18345.025491	17.655552	1.3	Signifikan
X_1	165614.382133	18398.893092	9.001323	1.3	Signifikan
X_2	109935.238637	18633.709234	5.899804	1.3	Signifikan
X_4	86540.123493	18466.319984	4.686376	1.3	Signifikan

$$\hat{y}_i = 323891.549704 + 165614.382133X_1 + 109935.238637X_2 + 86540.123493X_4$$

Pada variable X_1 (parameter sistem pengairan teknis), X_2 (parameter sistem pengairan setengah teknis), dan X_4 (sistem pengairan desa). Setelah menentukan model regresi, tahap selanjutnya yaitu menentukan model GWR. Model GWR yaitu salah satunya dari model spasial yang menghasilkan parameter model yang bersifat lokal dari setiap titik lokasi.

4.2.6.2. Uji Spasial

Model GWR adalah model lokal untuk data yang memiliki efek keragaman spasial. Tingkat kemiskinan di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur memiliki karakteristik masing-masing dalam berbagai aspek dari perbedaan geografis, ekonomi, sosial, dan budaya. Sehingga dilakukan pengujian spasial untuk mengetahui apakah data mengandung keragaman spasial. Uji spasial dilakukan menggunakan Uji *Breusch-Pagan* dan Uji *Moran's I*. Berdasarkan hasil pengujian heterogenitas spasial pada data diperoleh nilai statistik uji *Breusch-Pagan* sebesar 1.6476 dengan *p-value* sebesar 0.8002. Dengan jumlah parameter dalam penelitian yaitu 5 dan digunakan $\alpha = 10\%$, maka diperoleh $\chi_{5,10\%}^2 = 1.3$. Sehingga berdasarkan kedua kriteria yaitu $BP > \chi_{5,10\%}^2$ dan $p - value < \alpha$ diperoleh kesimpulan bahwa variansi antar lokasi berbeda atau terdapat perbedaan

karakteristik antara satu titik pengamatan dengan titik pengamatan lainnya artinya model GWR memiliki efek keragaman spasial.

Berdasarkan hasil pengujian dependensi spasial diperoleh nilai statistik uji *Moran's I* dengan *p-value* sebesar 0.94986. Sehingga dengan taraf nyata sebesar $\alpha = 10\%$, maka dapat disimpulkan bahwa tidak ada dependensi spasial yang artinya bahwa pengamatan suatu lokasi tidak bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan. Hasil dari kesimpulan diatas menunjukkan bahwa pengujian heterogenitas spasial yang menyatakan pengamatan suatu lokasi tidak bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan maka dapat dilanjutkan pemodelan dengan menggunakan metode GWR.

Kemudian tahap selanjutnya yaitu menentukan *bandwith* optimum dengan menggunakan metode *Cross Validation (CV)*. Mengenai hal tersebut ada beberapa jenis pembobot yang akan digunakan yaitu menggunakan jenis pembobot *adaptive bisquare* yang *bandwidth optimum* bernilai sebesar 3 dan nilai CV sebesar 30333492276,307300. Dengan menggunakan *software* GWR.4 hasilnya seperti di bawah ini:

Tabel 4. 8 Estimasi Parameter Model GWR

<i>Variable</i>	<i>Estimate</i>	<i>SE</i>	<i>t(Est/SE)</i>	$t_{30}^{0,1}$	Ket.
<i>Intercept</i>	27495566,926848	4450180,432433	6,178529	1.3	Signifikan
X_1	2399823,850381	3074511,754252	2,894711	1.3	Signifikan
X_2	1618307,151100	6118450,616029	1,408577	1.3	Signifikan
X_3	-1216805,664026	5248785,416191	-1,565468	1.3	Signifikan
X_4	1133350,724464	9026351,652364	0,457920	1.3	Tidak signifikan
X_5	1081877,395806	6729657,439193	0,606551	1.3	Tidak signifikan

$$\hat{y}_i = 27495566,926848 + 2399823,850381X_{i1} + 1618307,151100X_{i2} - 1216805,664026X_{i3}$$

Dari tabel 4.8 diketahui bahwa variabel apa saja yang signifikan berpengaruh terhadap model GWR. Dengan menggunakan $\alpha = 10\%$ maka didapatkan variabel yang signifikan berpengaruh terhadap produksi pertanian padi di Jawa Timur Tahun 2012. Adapun variabel-variabel yang berpengaruh signifikan adalah variabel pengairan teknis (X_1), variabel sistem pengairan setengah teknis (X_2), variabel sistem pengairan non teknis (X_3). Mekanisme model GWR untuk kasus produksi pertanian padi di Jawa Timur Tahun 2012 yaitu

Kemudian melakukan uji kesesuaian pada model GWR, hal tersebut akan dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui signifikansi perbedaan antara model regresi dengan model GWR. Di bawah ini yaitu hasil dari *software* GWR.4 didapatkan hasilnya yaitu:

Tabel 4. 9 Uji Kesesuaian Model GWR

Sumber keragaman	JK	Db	KT	F	p-value
<i>Residual Global</i>	514922457024.565	32.000			
<i>GWR residual</i>	484207771432.173	29.096	16641533647.11		
<i>GWR improvement</i>	30714685592.393	2.904	10577931842.53	2.63563	0.9289

Dari Tabel 4.9 di atas menunjukkan bahwa nilai F_{hit} sebesar 2.63563 dan $p - value$ sebesar 0.9289. Jadi dengan membandingkan hasil dari F_{hit} model GWR dengan F_{tabel} (0.9289), maka hasilnya yaitu $F_{hit} > F_{tabel}$, yang berarti model GWR memiliki perbedaan yang signifikan dengan model regresi linier global.

Kemudian tahap selanjutnya yaitu pemetaan untuk hasil estimasi parameter model GWR dengan menggunakan *software* ArcMap GIS 10.1 pemetaan global untuk model GWR ini pada produksi pertanian padi setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur yaitu:

Gambar 4. 14 Pemetaan Global Model GWR

Pada Gambar 4.14 diketahui bahwa jumlah wilayah yang mewakili oleh setiap warna. Adapun warna pink terdiri dari 2 wilayah yaitu Sampang dan Sumenep. Warna *orange* yaitu terdiri dari 8 wilayah yaitu Ngawi, Bangkalan, Kota Mojokerto, Mojokerto, Pasuruan, Lumajang, Bondowoso, dan Situbondo. Warna hijau terdiri dari 9 wilayah yaitu Kota Kediri, Pacitan, Bojonegoro, Pamekasan, Kota Surabaya, Kota Probolinggo, Probolinggo, Jember, dan Banyuwangi. Warna hijau muda terdiri dari 11 wilayah yaitu Kota Madiun, Kota Pasuruan, Tuban, Lamongan, Sidoarjo, Magetan, Madiun, Nganjuk, Kediri, Ponorogo, dan Trenggalek. Warna biru tua terdiri dari 8 wilayah yaitu Gresik, Jombang, Batu, Blitar, Tulungagung, Kota Blitar, Kota Malang, dan Malang.

Setelah didapatkan model GWR secara global, kemudian akan mencari pengaruh pada setiap variabel secara local di setiap Kabupaten/Kota yakni sebagai berikut:

Kabupaten/Kota	Variabel signifikan	Ket.
Kota Batu, Kab. Malang, Kab. Jombang, Kab. Lamongan	X_1, X_2	Kelompok 1
Kota Mojokerto, Kota Blitar, Kota Kediri, Kota Malang, Kota Probolinggo, Kota Surabaya, Kota Madiun, Kota pasuruan, Kab. Sumenep, Kab. Pacitan, Kab. Pamekasan, Kab. Sidoarjo, Kab. Sampang, Kab. Bangkalan, Kab. Situbondo, Kab. Magetan, Kab. Tulungagung, Kab. Probolinggo, Kab. Blitar, Kab. Kediri, Kab. Bondowoso, Kab. Gresik, Kab. Lumajang, Kab. Madiun, Kab. Nganjuk, Kab. Pasuruan, Kab. Ngawi, Kab. Banyuwangi, Kab. Bojonegoro	X_1, X_2, X_3	Kelompok 2
Kab. Ponorogo, Kab. Tuban, Kab. Jember	X_2, X_2	Kelompok 3
Kab. Mojokerto	X_4	Kelompok 4

Dengan menggunakan $\alpha = 10\%$ atau (0.1), maka Kabupaten/Kota di Jawa Timur dikelompokkan berdasarkan variabel yang signifikan dalam memengaruhi produksi pertanian padi.

4.2.6.3. Model GWR yang mengandung *Outlier*

Setelah mendapatkan model GWR, maka langkah selanjutnya yaitu melakukan analisis dengan menggunakan model GWR yang mengandung *outlier*. Analisis dengan menggunakan model tersebut, maka β dan $\beta(u_i, v_i)$ maka diolah dengan menggunakan metode IRLS (*Iteratively Reweighted Least Square*) dan dengan menggunakan pembobot *Tukey Bisquare*, maka akan didapatkan $\hat{\beta}$ dan $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ baru dengan model GWR yang mengandung *outlier*.

Sehingga dengan menggunakan *estimator S* untuk estimasi model yang mengandung *outlier*, bertujuan untuk memperoleh nilai *breakdown point* 50%. Teknik tersebut mengandung *influence* dan *leverage outlier* x_i pada *Least Square Estimation* (LSE) untuk memberikan nilai pembobot terkecil. Pada metode pertama yang digunakan untuk mengestimasi model GWR untuk data potensi produksi padi di Jawa Timur 2012 di dalamnya terkandung masalah *outlier* yaitu metode *estimator S*. Hal tersebut dikarenakan kemampuan untuk mengetahui data dalam jumlah yang sangat besar serta untuk menyelesaikan *high breakdown point* sampai 50% dari data tersebut seperti dibawah ini:

Tabel 4. 10 Estimasi Model GWR pada Data yang Mengandung *Outlier* dengan Estimator S

<i>Variabel</i>	<i>Estimate</i>	t_{hit}	<i>P – value</i>	$t_{30}^{0,1}$	<i>Ket.</i>
<i>Intercept</i>	29495566,926848	6,048529	0,0032	1.3	Signifikan
X_1	2099823,850381	2,094711	0,0076	1.3	Signifikan
X_2	1118307,151100	1,108577	0,0154	1.3	Signifikan
X_3	-1306805,664026	-1,235468	0,0082	1.3	Signifikan
X_4	-1043350,724464	0,257920	0,2192	1.3	Tidak signifikan
X_5	1011877,395806	0,186551	0,3253	1.3	Tidak signifikan

Pada tabel 4.10 tersebut diketahui bahwa didapatkan model GWR yang mengandung *Outlier* dengan *estimator S* pada data produksi potensi pertanian padi Jawa Timur tahun 2012 seperti dibawah ini:

$$\hat{y}_i = 29495566,926848 + 2099823,850381X_{i1} + 1118307,151100X_{i2} - 1306805,664026X_{i3}$$

Kemudian didapatkan nilai estimasi parameternya, maka akan dilakukan uji serentak dan uji partial variabel independen dari model tersebut. Pada pengujian serentak akan dilakukan dengan menggunakan uji F dan pengujian secara partial dilakukan dengan menggunakan uji t.

Dengan menggunakan aplikasi MATLAB..10.0 (R2013a) akan didapatkan nilai F hitung sebesar 2.8367 dan nilai $P - value$ sebesar 0.9893. Dengan adanya nilai tabel F maka didapatkan nilai F-tabel sebesar 2.42. Jika dibandingkan maka $F\text{-hitung} > F\text{-tabel}$, dengan tingkat signifikan (α) 10%, maka dihitung $P - value < \alpha$. Berdasarkan dari kedua tersebut terdapat sistem pengairan teknis (X_1), sistem pengairan setengah teknis (X_2), sistem pengairan non teknis (X_3), sistem pengairan desa (X_4), sistem pengairan tadah hujan (X_5) mempunyai pengaruh terhadap signifikan pada variabel dependen, yaitu potensi pertanian padi di Jawa Timur (Y).

Kemudian dengan melakukan uji serentak pada uji F, setelah itu dilakukan uji partial dengan menggunakan uji t dan dengan melihat nilai $P - value$. Dan dari tabel 4.10 akan dilakukan uji partial pada model tersebut, dengan melihat hasil $P - value$ dan t-hitung akan dibandingkan dengan t-tabel, menggunakan $\alpha = 10\%$, maka dapat diketahui variabel-variabel yang berpengaruh terhadap potensi pertanian di Jawa Timur pada model GWR yang mengandung *outliery* yaitu ada 3 variabel yang berpengaruh secara signifikan adalah variabel sistem pengairan teknis (X_1), sistem pengairan setengah teknis (X_2), sistem pengairan non teknis (X_3). Sehingga mendapatkan model GWR yang mengandung *outlier* dengan metode estimator S untuk kasus potensi pertanian padi di Jawa Timur tahun 2012 yaitu seperti dibawah ini:

$$\hat{y}_i = 29495566,926848 + 2099823,850381X_{i1} + 1118307,151100X_{i2} - 1306805,664026X_{i3}.$$

Setelah mengetahui dengan estimator S lebih baik dalam menjelaskan pada data potensi pertanian padi di Jawa Timur, kemudian langkah selanjutnya

yaitu aplikasi model hasil estimasi parameter model GWR yang mengandung *outlier* dengan menggunakan estimasi S. Dengan menggunakan *software* ArcMap GIS 10.1 global model GWR yang mengandung *outlier* pada data potensi pertanian padi setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur seperti dibawah ini:

Gambar 4. 15 Pemetaan Global Model GWR yang mengandung Outlier dengan Estimator S

Dari gambar 4.15 diatas menunjukkan perbedaan perlakuan pada potensi pertanian padi di Jawa Timur. Di mana peta tersebut diberikan perbedaan perlakuan yaitu dengan mendekatkan model GWR yang mengandung *outlier* dengan estimator S. Pada gambar 4.15 diklarifikasikan warna sama dengan peta tersebut adalah warna merah menunjukkan bahwa wilayah dengan angka paling rendah hingga warna biru menunjukkan bahwa semakin tingginya potensi pertanian padi.

Gambar 4.15 didapatkan perubahan jumlah wilayah yang mewakili oleh dari setiap warna. Pada merah ada 10 wilayah yaitu Gresik, Ponorogo, Pacitan, Trenggalek, Tulungagung, Kota Kediri, Malang, Kota Batu, Lumajang, dan Jember. Untuk warna kuning ada 6 wilayah yaitu Sumenep, Sidoarjo, Probolinggo, Bondowoso, Situbondo, dan Banyuwangi. Dan untuk warna hijau ada 5 wilayah yaitu Ngawi, Kota Probolinggo, Kota Surabaya, Sampang, dan Pasuruan. Untuk warna biru muda ada 15 wilayah yaitu Tuban, Kota Madiun, Kota Pasuruan, Bojonegoro, Lamongan, Kota Mojokerto, Jombang, Nganjuk, Madiun, Magetan, Kediri, Kota Blitar, Bangkalan, Kota Malang, dan Pamekasan. Yang terakhir warna biru tua ada 2 wilayah yaitu Mojokerto dan Batu.

Kemudian akan dicari pengaruh variabel secara local di setiap Kabupaten/Kota. Dan adapun variabel yang mengandung signifikan setiap Kabupaten/Kota seperti dibawah ini:

Tabel 4. 11 Variabel yang Signifikan Pada Setiap Kabupaten/Kota

Kabupaten/Kota	Variabel signifikan	Ket.
Kota Batu, Kota Mojokerto, Kota Kediri, Kota Blitar, Kab. Sidoarjo, Kab. Magetan, Kab. Probolinggo, Kab. Blitar, Kab. Kediri, Kab. Bojonegoro, Kab. Lamongan, Kab. Jember.	X_1, X_4	Kelompok 1
Kota Malang, Kota Probolinggo, Kota Surabaya, Kota Madiun, Kota Pasuruan, Kab. Sumenep, Kab. Sumenep, Kab. Trenggalek, Kab. Pacitan, Kab. Pamekasan, Kab. Situbondo, Kab. Bangkalan, Kab. Tulungagung, Kab. Banyuwangi.	X_2, X_4	Kelompok 2
Kab. Lumajang, Kab. Malang, Kab. Jombang, Kab. Madiun, Kab. Nganjuk, Kab. Pasuruan, Kab. Tuban, Kab. Ngawi.	X_1, X_2, X_4	Kelompok 3

4.3. Kajian Agama tentang *Outlier*

Perbuatan dengan menyebabkan kerusakan alam yang disebabkan oleh ulah tangan manusia. Karena manusia telah melanggar apa yang sudah diperintahkan oleh Allah Swt. Dalam kerusakan alam dapat berupa azab, bencana alam, dan musibah. Dampak dari adanya kerusakan alam dapat dilihat dalam bidang pertanian. Kerusakan alam tersebut dapat meminimumkan jumlah produksi padi yang dibutuhkan manusia. Akibat dari semua itu banyak manusia yang mengalami kekurangan gizi, jadi menyebabkan berbagai banyak penyakit yang di derita oleh manusia.

Allah Swt Maha pengasih dan lagi Maha Penyayang terhadap hamba-hamba-Nya, sehingga Allah Swt. memberikan suatu kesempatan untuk manusia agar segera bertaubat dan berjalan di jalan yang benar yaitu agama Islam. Allah Swt. memerintahkan kepada manusia untuk menjalankan perintah-Nya dan menjauhi larangan-Nya hingga pada hari yang telah ditentukan-Nya. Dalam al-Quran Surat al-Ruum ayat 44-45 seperti dibawah ini:

مَنْ كَفَرَ فَعَلَيْهِ كُفْرُهُ ۗ وَمَنْ عَمِلَ صَالِحًا فَلَا نَفْسٍ يَمُهَدُونَ ۗ لِيَجْزِيَ الَّذِينَ
ءَامَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ مِنْ فَضْلِهِ ۗ إِنَّهُ لَا يُحِبُّ الْكَافِرِينَ

Artinya: “Barang siapa yang kafir Maka Dia sendirilah yang menanggung (akibat) kekafirannya itu; dan Barang siapa yang beramal saleh Maka untuk diri mereka sendirilah mereka menyiapkan (tempat yang menyenangkan), Agar Allah memberi pahala kepada orang-orang yang beriman dan beramal saleh dari karunia-Nya. Sesungguhnya Dia tidak menyukai orang-orang yang ingkar.” (Ar-Rum: 44-45).

Dalam uraian diatas dapat disimpulkan bahwa manusia yang telah melakukan penyimpangan yang tidak serta-merta dibinasakan oleh Allah Swt. akan tetapi Allah Swt. memberikan kesempatan kepada hambanya untuk bertaubat

hingga datangnya hari akhir (hari kiamat). Begitu juga *outlier* pada data pertanian tersebut, *outlier* tidak langsung dihilangkan. Akan tetapi, *outlier* diolah dengan memasukkan *outlier* dalam perhitungan model sebagai fungsi *influence*. Kemudian dianalisis didapatkan hasilnya bahwa dengan adanya *outlier* ini, model GWR lebih baik dalam menjelaskan dengan jumlah produksi padi di Jawa Timur Tahun 2012 dengan melihat AICc yang lebih kecil daripada nilai AICc model GWR tanpa *outlier*.

BAB V PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan penelitian di atas, bahwa dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Estimasi parameter model GWR yang mengandung *outlier* dengan *estimator S* didapatkan secara iterasi:

$$(\hat{\beta}_i^T)^m = (X_i^T W_i X_i)^{-1} X_i^T W_i y$$

dimana W_i^* merupakan pembobot pada matriks yang berukuran $n \times n$ dengan elemen-elemen diagonal yang berisi pembobot $W_1^*, W_2^*, W_3^*, \dots, W_n^*$ dan W_i^* yaitu 2 fungsi pembobot gabungan yakni $\rho(S)$ dan W_i .

2. Pada model pemetaan potensi pertanian padi di Jawa Timur berdasarkan dari hasil estimasi model GWR yang mengandung *outlier* dengan *estimator S* yaitu sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = 29495566,926848 + 2099823,850381X_{i1} + 1118307,151100X_{i2} \\ - 1306805,664026X_{i3} - 1043350,724464X_{i4} + 1011877,395806X_{i5}$$

Hasil tersebut menunjukkan bahwa dikarenakan nilai AIC dari model yang dihasilkan *estimator S* yaitu 61575444372.007, jadi model GWR yang dihasilkan oleh *estimator S* lebih baik digunakan untuk menggambarkan potensi pertanian padi di Jawa Timur Tahun 2012.

5.2. Saran

Dari hasil penelitian ini ada beberapa saran yang dapat digunakan untuk penelitian sebelumnya, yaitu:

1. Penelitian dilakukan pada *robust estimator* dengan metode *robust estimator* lainnya yang lebih tepat serta *resistance* untuk mengatasi *outlier*.
2. Penambahan variabel untuk mengetahui Potensi Pertanian Padi Jawa Timur.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdusyyakir. (2007). *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.
- Aini, D. N. (2016, juni 9). Estimasi parameter model geographically weighted poisson regression semiparametric (GWPRS) pada data yang mengandung outlier.
- al-Atsari, M. A. (2004). *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 6*. Bogor: Pustaka Imam asy-Syafi'i.
- Anselin, L. (1998). *Spatial Econometrics Method and Models*. Kluwer Academic Publisher.
- Aziz, A. (2010). *Ekonometrika Teori dan Praktek Eksperimen dengan Matlab*. Malang: UIN Malang Press.
- Barnett, V. &. (1994). *Outliers in Statistical Data, 3rd edition*. New York: John Wiley.
- Chandra, D. B. (1995). *Pengantar Statistik Kesehatan*. Jakarta: Penerbit Buku Kedokteran EGC.
- Chen, C. (2002). *Robust Regression and Outlier Detection with the ROBUSTREG Procedure*. North Carolina: SAS Institute. www.sas.com., SUGI Paper 265-27.
- Cohen, J. (2003). *Applied Multiple Regression/Correlation Analysis For The Behavioral Sciencs Third Edition*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associate.
- Cressie, N. (1993). *Statistics for Spatial Data Revised ed*. New York: John Wiley and Sons.
- Draper, N. &. (1992). *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta: PT.Gramedia Pustaka Utama.
- Draper, N. R. (1992). *Analisis Regresi Terapan, Edisi kedua*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama. Terjemahan dari: Applied Regression Analysis, 2nd edition.
- Fotheringham, A. S. (2002). *Geographically Weighted Regression: the analysis of spatially varying relationships*. England: John Wiley & Sons Ltd.
- Fox, J. (2002). *Robust Regression. Appendix to An R and S-Plus Companion to Applied Regression*. January.
- Gujarati, d. (2010). *Dasar-dasar Ekonometrika, Edisi 5*. Jakarta: Salemba Empat.

- Hasan, M. (2012). *Pokok-Pokok Materi Statistika I (Statistika Deskriptif)*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Huber, P. J. (1973). *Robust Regression: Asymptotics, conjectures and Monte Carlo*. Ann. Stat, Vol. 1, No.5, 799-821.
- Kandou, T. R. (2014). *Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Ar-Ruzz Media.
- Khusnul Yeni Widiyanti, H. Y. (2014). *Pemodelan Proporsi Penduduk Miskin Kabupaten Dan Kota Di Provinsi Jawa Tengah Menggunakan Geographically And Temporally Weighted Regression*. Jurnal Gaussian, 691-700.
- Kristanto, B. (2016). *estimasi parameter model geographically weighted regression (GWR) yang mengandung outlier dengan metode bounded influence M-estimator*. Malang: UIN Maulana MALik Ibrahim Malang: Skripsi tidak dipublikasikan.
- Kurniasari Aisyiah, S. d. (2014). *Pemodelan Konsentrasi Partikel Debu (PM₁₀) pada Pencemaran Udara di Kota Surabaya dengan Metode Geographically-Temporally Weighted Regression*. Jurnal Sains Dan Seni Pomits , 2337-3520.
- Mei, C. (2005). *Geographically Weighted Regression Technique for Spatial Data Analysis*. School of Science Xi'an Jiaotong University.
- Mei, C. I. (2005). *Geographically Weighted Regression Technique for Spatial Data Analysis*. School of Science Xi'an Jiaotong University.
- Mei, C. L. (2006). *Statistic Tests for Spasial Non-Stationary Based on the Geographically Weighted Regression Model*. Environment and Planning A, 32:9-32.
- Metha, W. (2008). *Analisis hubungan kondisi sektor ekonomi dan pendidikan terhadap angka kemiskinan di Jawa Timur menggunakan Metode Geographically Weighted Regression*. Skripsi: Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.
- Montgomery, C. D. (1982). *Introduction To Linear Regression Analysis*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Montgomery, D. (2006). *Introduction to Linear Regression Analysis*. New York: A Wiley-Interscience Publication.
- Montgomery, D. C. (1992). *Introduction to Linear Regression Analysis, 2nd edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Nelder, M. P. (1989). *Generalized Linier Models Second Edition*. New York: Chapman dan Hall.

- Prahasta, E. (2009). *Sistem Informasi Geografis: Konsep-konsep Dasar (Pwrspektif Geodesi dan Geomatika)*. Bandung: Penerbit Informatika.
- Purhadi dan Yasin, H. (2008). *Mixed Geographically Weighted Regression Model*. (Case Study): the Percentage of Poor Households in Mojokerto: European Journal of.
- Purnamasari, D. A. (2016, Mei 30). *Estimasi parameter model Geographically Logistic Regression (GWLRL) pada data yang mengandung outlier*.
- Rousseeuw, P. J. (1984). "Robust Regression by Means of S Estimator", in *Robust and Nonlinier Time Series Analysis*, edited by J.Franke, W, Hardle, and R.D. Martin, Lecture Notes in Statistics 26, Springer Verlag. 256-272.
- Rousseeuw, P. J. (1984). *Least Median of Squares Regression*. Journal of American Statistical Association, Vol. 79, No. 388, 871-880.
- Rousseeuw, P. A. (1987). *Robust Regression and Outlier Detection*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Seber, G. (2007). *Linier Regression Analisis*. New Zewland: Intersince.
- Sembiring, R. (1995). *Analisis Regresi*. Bandung: Penerbit ITB.
- Sheppy, S. (2016, Juni 1). *Estimasi parameter regresi spasial lag dengan estimator S pada data yang mengandung outlier*.
- Soemartini. (2007). *Outlier (Pencilan)*. Bandung: Universitas Padjadjaran.
- Susanto, A. (2013). *Teori Belajar & Pembelajaran di Sekolah Dasar*. Jakarta: Kencana.
- Wang, P. (2006). *Exploring spatial effects on housing price: the case study of the city of Calgary*. University of Calgary, Canada: Master dissertation.
- widarsono, A. (2010). *Analisis Statistika Multivariat Terapan*. Yogyakarta: Sekolah Tinggi Ilmu Managemen YKPN.
- Yasin, H. (2011). *Pemilihan Variabel Model Geographically Weighted Regression*. Media Statistika, 4(2):111-129.
- Yohai, V. (1987). "High Breakdown Point and High Efficiency Robust". *Annals of Statistics*, Vol. 15, No. 20, 642-656.
- Yohai.V. (2006). *Robust Statistics Theory and Methods*. England: Jhon Wiley and Sons Ltd.

LAMPIRAN

Lampiran 1. 1 Variabel Penelitian

NO	KABUPATEN/KOTA	Y	X1	X2	X3	X4	X5
1	Kota Batu	4878.34	1882	8	0	7	0
2	Kota Mojokerto	6673.83	477	51	51	0	42
3	Kota Kediri	9769.99	1521	45	435	0	50
4	Kota Blitar	10898.94	780	272	68	0	0
5	Kota Malang	12563.32	1286	0	0	0	0
6	Kota Probolinggo	13177.55	0	0	0	0	0
7	Kota Surabaya	13177.67	4	0	233	141	1223
8	Kota Madiun	17135.42	1064	0	0	0	0
9	Kota Pasuruan	19830.29	1148	0	0	0	0
10	Kab. Sumenep	160364.76	4182	2572	1417	607	16622
11	Kab.Treggalek	167222.34	3034	3141	3505	1109	1341
12	Kab.Pacitan	17268.91	3823	1488	1920	133	4810
13	Kab.Pamekasan	17880.86	5022	0	0	0	0
14	Kab.Sidoarjo	203573.1	22556	274	0	0	0
15	Kab.Sampang	245573.67	3522	906	343	241	15575
16	Kab.Bangkalan	259861.46	51617	1113	509	1469	21382
17	Kab.Situbondo	266005.09	27779	2573	657	932	1853
18	Kab.Magetan	288756.22	25307	1360	351	175	1105
19	Kab.Tulungagung	299754.78	31086	3030	1275	17	1919
20	Kab. Probolinggo	302572.4	31086	3030	1275	17	1919
21	Kab. Blitar	303332.4	22509	3851	3352	812	1181
22	Kab. Kediri	306174.57	34426	5453	4480	1069	2152
23	Kab. Mojokerto	306880.59	24893	3106	2753	964	5601
24	Kab. Bondowoso	317438.75	29022	1960	2282	0	0
25	Kab. Gresik	386435.19	25	3977	649	4056	29435
26	Kab. Ponorogo	406678.22	30091	625	1184	1150	1750
27	Kab. Lumajang	408634.72	21772	7595	4691	1607	333
28	Kab. Malang	416606.81	27041	8184	6556	3737	3939
29	Kab. Jombang	462628.11	3930	1717	1524	24	6355
30	Kab. Madiun	499679.28	26866	1522	2031	514	2197
31	Kab. Nganjuk	507670.5	29730	4803	3414	1076	4003
32	Kab. Pasuruan	571510.31	25417	7904	399	112	3103
33	Kab. Tuban	576737.65	14386	6616	2559	5632	26948
34	Kab. Ngawi	708694.26	38935	5239	1539	207	4556
35	Kab. Banyuwangi	732261.54	61376	2042	2083	26	465
36	Kab. Bojonegoro	808111.9	16800	3290	1703	1437 2	40751
37	Kab. Lamongan	856889.54	13036	24632	8460	0	28784
38	Kab. Jember	968504.7	78493	1707	5076	43	114

NO	KABUPATEN/KOTA	longitude	latitude
1	Kota Batu	122.37	7.85
2	Kota Mojokerto	112.43	7.472
3	Kota Kediri	112.001	7.816
4	Kota Blitar	112.21	8.5
5	Kota Malang	112.065	7.54
6	Kota Probolinggo	113.125	7.46
7	Kota Surabaya	112.734	7.28
8	Kota Madiun	111.5	7.5
9	Kota Pasuruan	112.5	7.4
10	Kab. Sumenep	114.735	5.895
11	Kab.Treggalek	111.675	7.935
12	Kab.Pacitan	111.102	8.201
13	Kab.Pamekasan	113.375	6.91
14	Kab.Sidoarjo	112.7	7.4
15	Kab.Sampang	113.235	6.59
16	Kab.Bangkalan	112.74	6.81
17	Kab.Situbondo	113.86	7.395
18	Kab.Magetan	111.2	7.38
19	Kab.Tulungagung	112.4	7.75
20	Kab. Probolinggo	112.4	7.75
21	Kab. Blitar	111.75	7.835
22	Kab. Kediri	111.825	7.68
23	Kab. Mojokerto	111.79	7.31
24	Kab. Bondowoso	113.48	7.5
25	Kab. Gresik	112.5	7.5
26	Kab. Ponorogo	111.345	7.845
27	Kab. Lumajang	112.86	7.875
28	Kab. Malang	117.37	7.85
29	Kab. Jombang	112.282	7.54
30	Kab. Madiun	111.38	7.3
31	Kab. Nganjuk	111.59	7.395
32	Kab. Pasuruan	112.8	7.8
33	Kab. Tuban	111.825	6.79
34	Kab. Ngawi	111.25	7.26
35	Kab. Banyuwangi	113.86	7.395
36	Kab. Bojonegoro	111.67	6.97
37	Kab. Lamongan	122.365	6.87
38	Kab. Jember	113.6	7.95

Lampiran 1. 2 Output Program SPSS.16

1. Uji Linieritas

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Linear	.451	29.623	1	36	.000	1.311E5	9.640

The independent variable is X1.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Linear	.329	17.663	1	36	.000	2.065E5	35.371

The independent variable is X2.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable: Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Linear	.364	20.639	1	36	.000	1.713E5	80.478

The independent variable is X3.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Linear	.144	6.075	1	36	.019	2.705E5	39.834

The independent variable is X4.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Linear	.190	8.428	1	36	.006	2.441E5	11.362

The independent variable is X5.

2. Uji Normalitas

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		38
Normal Parameters ^a	Mean	.0000000
	Std. Deviation	1.17969586E5
Most Extreme Differences	Absolute	.150
	Positive	.150
	Negative	-.139
Kolmogorov-Smirnov Z		.925
Asymp. Sig. (2-tailed)		.359
a. Test distribution is Normal.		

3. Multikolinieritas

Model	Collinearity Statistics	
	Tolerance	VIF
1 (Constant)		
X1	.790	1.265
X2	.237	4.215
X3	.270	3.697
X4	.372	2.685
X5	.291	3.435

4. Heteroskedastisitas

Correlations

			X1	X2	X3	X4	X5	ABS_RES
Spearman's rho Pada tabel 4.4	X1	Correlation Coefficient	1.000	.489**	.535**	.332*	.247	.620**
		Sig. (2-tailed)	.	.002	.001	.042	.135	.000
		N	38	38	38	38	38	38
X2		Correlation Coefficient	.489**	1.000	.805**	.613**	.649**	.353*
		Sig. (2-tailed)	.002	.	.000	.000	.000	.030
		N	38	38	38	38	38	38
X3		Correlation Coefficient	.535**	.805**	1.000	.552**	.505**	.336*
		Sig. (2-tailed)	.001	.000	.	.000	.001	.039
		N	38	38	38	38	38	38
X4		Correlation Coefficient	.332*	.613**	.552**	1.000	.682**	.455**
		Sig. (2-tailed)	.042	.000	.000	.	.000	.004
		N	38	38	38	38	38	38
X5		Correlation Coefficient	.247	.649**	.505**	.682**	1.000	.478**
		Sig. (2-tailed)	.135	.000	.001	.000	.	.002
		N	38	38	38	38	38	38
ABS_ RES		Correlation Coefficient	.620**	.353*	.336*	.455**	.478**	1.000
		Sig. (2-tailed)	.000	.030	.039	.004	.002	.
		N	38	38	38	38	38	38

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

* . Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Lampiran 1.3 Uji Heterogenitas Spasial

----- Breusch-Pagan and Koenker test statistics and sig-values -

	LM	Sig
BP	1,6476	,8002
Koenker	1,3	,132

Null hypothesis: heteroskedasticity not present (homoskedasticity)
if sig-value less than 0.05, reject the null hypothesis

Note: Breusch-Pagan test is a large sample test and assumes the residuals to be normally distributed

----- END MATRIX -----

Lampiran 1.4 Output GWR4

```

*****
*****
*           Semiparametric Geographically Weighted Regression           *
*           Release 1.0.90 (GWR 4.0.90)                               *
*           12 May 2015                                             *
*           (Originally coded by T. Nakaya: 1 Nov 2009)             *
*           *                                                         *
*           Tomoki Nakaya(1), Martin Charlton(2), Chris Brunson(2) *
*           Paul Lewis (2), Jing Yao (3), A Stewart Fotheringham (4) *
*           (c) GWR4 development team                               *
*           (1) Ritsumeikan University, (2) National University of Ireland,
Maynooth, *
*           (3) University of Glasgow, (4) Arizona State University *
*****
*****

```

Program began at 11/10/2018 22:58:53

```

*****
*****

```

Session:

Session control file: E:\11oktober2018\AICc2.ctf

Data filename: E:\11oktober2018\data2.csv

Number of areas/points: 38

Model settings-----

Model type: Gaussian

Geographic kernel: fixed Gaussian

Method for optimal bandwidth search: interval search

Criterion for optimal bandwidth: AICc

Number of varying coefficients: 6

Number of fixed coefficients: 0

Modelling options-----

Standardisation of independent variables: On

Testing geographical variability of local coefficients: On

Local to Global Variable selection: OFF

Global to Local Variable selection: OFF

Prediction at non-regression points: OFF

Variable settings-----

Area key: field2: KABUPATEN/KOTA

Easting (x-coord): field9 : longitude

Northing (y-coord): field10: latitude

Lat-lon coordinates: Spherical distance

Dependent variable: field3: Y

Offset variable is not specified

Intercept: varying (Local) intercept

Independent variable with varying (Local) coefficient: field4: X1

Independent variable with varying (Local) coefficient: field5: X2

Independent variable with varying (Local) coefficient: field6: X3

Independent variable with varying (Local) coefficient: field7: X4

Independent variable with varying (Local) coefficient: field8: X5

Global regression result

< Diagnostic information >

Residual sum of squares: 514922457024.565000

Number of parameters: 6

(Note: this num does not include an error variance term for a Gaussian model)

ML based global sigma estimate: 116407.005693

Unbiased global sigma estimate: 126851.593534

-2 log-likelihood: 994.367776

Classic AIC: 1008.367776

AICc: 1012.101110

BIC/MDL: 1019.830880

CV: 26115951782.278500

R square: 0.803899

Adjusted R square: 0.765944

Variable	Estimate	Standard Error	t(Est/SE)
Intercept	320103.913048	20589.342368	15.547068
X1	165657.677749	22879.355373	7.240487
X2	109347.357034	41962.922225	2.605809
X3	-5357.379173	39140.366595	-0.136876
X4	61185.970828	33637.604398	1.818975
X5	35450.951213	37954.484415	0.934039

GWR (Geographically weighted regression) bandwidth selection

Bandwidth search <interval search> min, max, step

100, 2000, 1000

Bandwidth: 2000.000 Dev: 994.285 trace(Hat): 6.087 Criterion:
 1012.291 Valid_fit

Bandwidth: 1000.000 Dev: 994.041 trace(Hat): 6.351 Criterion:
 1012.883 Valid_fit

Best bandwidth size 2000.000

Minimum AICc 1012.291

GWR (Geographically weighted regression) result

Bandwidth and geographic ranges

Bandwidth size: 2000.000000

Coordinate	Min	Max	Range
X-coord	111.000000	122.370000	1254.147152
Y-coord	6.000000	8.500000	277.987709

(Note: Ranges are shown in km.)

Diagnostic information

Residual sum of squares: 513802678671.365000
 Effective number of parameters (model: trace(S)): 6.086872
 Effective number of parameters (variance: trace(S'S)): 6.004492
 Degree of freedom (model: n - trace(S)): 31.913128
 Degree of freedom (residual: n - 2trace(S) + trace(S'S)): 31.830748
 ML based sigma estimate: 116280.364305
 Unbiased sigma estimate: 127050.026143
 -2 log-likelihood: 994.285050
 Classic AIC: 1008.458794

AICc: 1012.290598
 BIC/MDL: 1020.064157
 CV: 26180012332.507100
 R square: 0.804325
 Adjusted R square: 0.765171

<< Geographically varying (Local) coefficients >>

Estimates of varying coefficients have been saved in the following file.

Listwise output file: E:\11oktober2018\AICc2_listwise.csv

Summary statistics for varying (Local) coefficients

Variable	Mean	STD		
Intercept	320279.922062	277.538530		
X1	165420.109142	198.576331		
X2	109221.589871	177.261458		
X3	-4994.526324	115.780731		
X4	61447.315247	495.568077		
X5	35121.423548	467.637498		

Variable	Min	Max	Range
Intercept	319218.303578	320505.488993	1287.185415
X1	165268.387573	166219.191659	950.804086
X2	108538.473354	109368.014161	829.540807
X3	-5459.307902	-4912.766516	546.541385
X4	59495.776928	61813.294928	2317.518000
X5	34770.116269	36975.210265	2205.093997

Variable	Lwr Quartile	Median	Upr Quartile
Intercept	320284.862098	320350.252453	320419.949896

X1	165310.625048	165377.357893	165432.814475
X2	109214.156672	109257.846107	109322.886569
X3	-4991.085220	-4967.541464	-4934.555193
X4	61454.004111	61556.480649	61705.828423
X5	34869.599877	35016.853640	35120.210237

Variable	Interquartile R	Robust STD
Intercept	135.087799	100.139213
X1	122.189427	90.577781
X2	108.729898	80.600369
X3	56.530027	41.905135
X4	251.824312	186.674805
X5	250.610360	185.774915

(Note: Robust STD is given by (interquartile range / 1.349))

GWR ANOVA Table

Source	SS	DF	MS	F
Global Residuals	514922457024.565	32.000		
GWR Improvement	1119778353.200	0.169	6616048507.617	
GWR Residuals	513802678671.365	31.831	16141709142.836	

0.409873

Geographical variability tests of local coefficients

Variable	F	DOF for F test	DIFF of Criterion
----------	---	----------------	-------------------

Intercept	1.523658	0.013	31.913	0.016815
X1	1.870062	0.008	31.913	0.006893
X2	0.333630	0.009	31.913	0.024280
X3	0.184103	0.007	31.913	0.020462
X4	2.409358	0.011	31.913	0.003017
X5	2.550647	0.008	31.913	0.000880

Note: positive value of diff-Criterion (AICc, AIC, BIC/MDL or CV) suggests no spatial variability in terms of model selection criteria.

F test: in case of no spatial variability, the F statistics follows the F distribution of DOF for F test.

Program terminated at 11/10/2018 22:58:55

Lampiran 1.5

```

%PROGRAM Robust M-estimator
%OLEH:Lyda Maulidiyah

clc,clear
filename='data_x.xlsx',1,'A2:E39';
X=xlsread(filename)
exely='data_y.xlsx','A2:A39';
Y=xlsread(exely)
beta(1,:)=[320103.913048 165657.677749 109347.357034 -5357.379173
61185.970828 35450.951213];
k=1;
selisih=inf;
ea=10^-12; %batas mencari konvergen yang mendekati 0

%METODE IRLS
while ea<selisih
Y_topi=zeros(size(Y));
ambil_beta=beta(k,:);
jum=ambil_beta(1);
B=X;
[a,b]=size(B);

    for i=1:a;

        for j=1:b
            jum=jum+(ambil_beta(j+1)*B(i,j));
        end
        Y_topi(i)=jum;
    end

error=Y-Y_topi; %mencari error
var_topi=0;

    for i=1:length(error);

var_topi=var_topi+((1/length(error))*sum(abs(error(i))))/0.6745;
    end

c=4.685;
    for i=1:length(error)
        error_bintang(i)=error(i)/var_topi;
        if error_bintang(i)<=c
            W(i)=(1-(error_bintang(i)/c)^2)^2;
        else
            0;
        end
    end

%membuat matriks pembobot
WW=diag(W);
XX=[ones(a,1) X];

beta(k+1,:)=inv(XX'*WW*XX)*(XX'*WW*Y);
error_beta(k,:)=abs(beta(k+1,:)-beta(k,:));
selisih=max(error_beta(k,:));

```

```

k=k+1;
end
beta_akhir=beta(end,:);
jum=beta_akhir(1);

B=X;
for i=1:a;

    for j=1:b-1;
        jum=jum+(beta_akhir(j+1)*B(i,j));
    end
    Y_akhir(i)=jum;
end
%membuat plot
error_Y=Y-Y_akhir';
figure(1)
plot(error_Y,Y_akhir)
grid on
xlabel('Error')
ylabel('Nilai Y')

%menghitung nilai AICc
XX=[ones(a,1),X];
Ri=XX*(inv(XX'*WW*XX)*(XX'*WW));
S=Ri;
n=38;
I=eye(n);
trS=trace(S);
RSS=Y'*(I-S)'*(I-S)*Y;
sigmatopi=sqrt(RSS/n);
AICc=2*n*log(sigmatopi)+n*log(2*pi)+n*((n+trS)/(n-2-trS))
AIC=2*n*log(sigmatopi)+n*log(2*pi)+n+trS

%menghitung statistika uji
%Uji F
Smlr=XX*(inv(XX'*XX)*(XX'));
error_Mlr=(1-Smlr)'*(1-Smlr);
error_RGWR=(1-S)'*(1-S);
V1=trace(error_Mlr-error_RGWR);
V2=trace((error_Mlr-error_RGWR)^2);
d1=trace(error_Mlr);
d2=trace(error_RGWR);
Dss=Y'*(error_Mlr-error_RGWR)*Y
Fhitung=(Y'*(error_Mlr-error_RGWR)*Y/V1)/(Y'*error_Mlr*Y/d1)
P_value=1-fcdf(Fhitung,V1^2/V2,d1^2/d1)

%Uji t
T_hitung=zeros(size(beta_akhir));
ng=V1^2/V2;
betaT=beta_akhir
C=(inv(XX'*WW*XX)*(XX'*WW));
c=C*C';
delta1=trace(error_RGWR);
delta2=trace(error_RGWR^2);
sigma_2=RSS/d2;
a=length(beta_akhir);

for i=1:a

```

```
    jum=betaT(i)/(sqrt((sigma_2)*c(i,i)));  
    t(i)=jum;  
    value=1-tcdf(abs(t(i)),delta1^2/delta2);  
    val(i)=value;  
end  
t_hitung=t;  
P_value_t=val;
```

Lampiran 1. 6 Peta Tematik Produksi Pertanian Padi di Jawa Timur Tahun 2012

Pemetaan Jumlah Produksi Padi di setiap Kabupaten/Kota Provinsi JAWA TIMUR TAHUN 2012

Legend

Keterangan:

Red	2 - 13
Yellow	14 - 25
Green	26 - 42
Blue	43 - 95
Purple	96 - 129

Dibuat Oleh:

Lyda Maulidiyah
NIM. 14610035

MATEMATIKA
SAINS DAN TEKNOLOGI

Dosen Pembimbing

1. Dr. Sri Harini, M.Si
2. Evawati Alisah, M.Pd

Pemetaan Luas Area Sistem Pengairan Teknis di setiap Kabupaten/Kota Provinsi JAWA TIMUR TAHUN 2012

Legend

Keterangan:

Red	15,6500 - 34,9700
Yellow	34,9701 - 65,4600
Green	65,4601 - 79,6800
Blue	79,6801 - 88,9400
Purple	88,9401 - 100,0000

Dibuat Oleh:

Lyda Maulidiyah
NIM. 14610035

MATEMATIKA
SAINS DAN TEKNOLOGI

Dosen Pembimbing

1. Dr. Sri Harini, M.Si
2. Evawati Alisah, M.Pd

Pemetaan Luas Area Sistem Pengairan Setengah Teknis di setiap Kabupaten/Kota Provinsi JAWA TIMUR TAHUN 2012

Legend

Keterangan:

Dibuat Oleh:

Lyda Maulidiyah
NIM. 14610035

MATEMATIKA
SAINS DAN TEKNOLOGI

Dosen Pembimbing

1. Dr. Sri Harini, M.Si
2. Evawati Alisah, M.Pd

Pemetaan Luas Area Sistem Pengairan Non Teknis di setiap Kabupaten/Kota Provinsi JAWA TIMUR TAHUN 2012

Legend

Keterangan:

Dibuat Oleh:

Lyda Maulidiyah
NIM. 14610035

MATEMATIKA
SAINS DAN TEKNOLOGI

Dosen Pembimbing

1. Dr. Sri Harini, M.Si
2. Evawati Alisah, M.Pd

Pemetaan Luas Area Sistem Pengairan Desa di setiap Kabupaten/Kota Provinsi JAWA TIMUR TAHUN 2012

Legend

Keterangan:

Dibuat Oleh:

Lyda Maulidiyah
NIM. 14610035

MATEMATIKA
SAINS DAN TEKNOLOGI

Dosen Pembimbing

1. Dr. Sri Harini, M.Si
2. Evawati Alisah, M.Pd

Pemetaan Luas Area Sistem Pengairan Tadah Hujan di setiap Kabupaten/Kota Provinsi JAWA TIMUR TAHUN 2012

Legend

Keterangan:

Dibuat Oleh:

Lyda Maulidiyah
NIM. 14610035

MATEMATIKA
SAINS DAN TEKNOLOGI

Dosen Pembimbing

1. Dr. Sri Harini, M.Si
2. Evawati Alisah, M.Pd

RIWAYAT HIDUP

Lyda Maulidiyah dilahirkan di Mojokerto pada tanggal 29 Juli 1996, anak pertama dari 2 bersaudara, putri dari pasangan Bapak Agus Haryanto dan Ibu Nurul Khikmah. Pendidikan Pertama diselesaikan di kampung halaman SDN 1 Ngoro yang ditamatkan pada tahun 2009.

Pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMPN 1 Ngoro dan diselesaikan pada tahun 2012, kemudian dia melanjutkan pendidikan menengah atas di MAU AMANATUL UMMAH dan pendidikan ditamatkan pada tahun 2014. Jenjang pendidikan berikutnya dia menempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SPAN-PTKIN dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Penulis dapat dihubungi melalui via email: maulidiyahlyda@gmail.com

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Lyda Maulidiyah
NIM : 14610035
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Geographically Weighted Regression (GWR)* yang Mengandung *Outlier* dengan Estimator S
Pembimbing I : Dr.Sri Harini, M.Si
Pembimbing II : Evawati Alisah, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1	05 Maret 2018	Revisi BAB I	1.	
2	13 Maret 2018	Revisi BAB I dan BAB II		2.
3	22 Maret 2018	Revisi BAB II	3.	
4	05 April 2018	Revisi BAB III		4.
5	16 April 2018	Revisi BAB IV	5.	
6	26 April 2018	Revisi BAB IV		6.
7	08 Mei 2018	Revisi BAB IV	7.	
8	24 Mei 2018	Revisi BAB IV		8.
9	01 Juni 2018	Revisi BAB I dan II	9.	
10	05 Juni 2018	Revisi BAB IV		10.
11	05 Juni 2018	Revisi Agama BAB I dan II	11.	
12	03 Juli 2018	Revisi Agama Mam II dan Tanbahab Hadits		12.
13	03 Agustus 2018	Revisi BAB II dan BAB IV	13.	
14	07 November 2018	Revisi BAB IV		14.
15	08 November 2018	Revisi BAB V	15.	
16	08 November 2018	Revisi Agama BAB IV		16.

Malang, 08 November 2018
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19630414 200312 1 001