

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *MIXED GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED POISSON REGRESSION* (MGWPR) YANG MENGANDUNG
OUTLIER DENGAN METODE *GM-ESTIMATOR***

SKRIPSI

OLEH
YULISTI' ANAH
NIM. 14610031



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *MIXED GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED POISSON REGRESSION (MGWPR)* YANG MENGANDUNG
OUTLIER DENGAN METODE *GM-ESTIMATOR***

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Yulisti'anah
NIM. 14610031**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

ESTIMASI PARAMETER MODEL *MIXED GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON REGRESSION* (MGWPR) YANG MENGANDUNG OUTLIER DENGAN METODE *GM-ESTIMATOR*


SKRIPSI

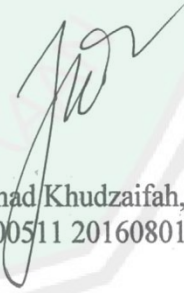
Oleh
Yulisti'anah
NIM. 14610031

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 05 November 2018

Pembimbing I,

Pembimbing II,


Dr. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002


Muhammad Khudzaifah, M.Si
NIP. 19900511 20160801 1 057

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *MIXED GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED POISSON REGRESSION (MGWPR)* YANG MENGANDUNG
OUTLIER DENGAN METODE *GM-ESTIMATOR***

SKRIPSI

Oleh
Yulisti'anah
NIM. 14610031

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 27 November 2018

Penguji Utama : Dr. Suci Astutik, M.Si

Ketua Penguji : Abdul Aziz, M.Si

Sekretaris Penguji : Dr. Sri Harini, M.Si

Anggota Penguji : Muhammad Khudzaifah, M.Si



Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yulisti' anah

NIM : 14610031

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : *Estimasi Parameter Model Mixed Geographically Weighted Poisson Regression (MGWPR) yang Mengandung Outlier dengan Metode GM-estimator*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 05 November 2018
Yang membuat pernyataan,



Yulisti' anah
NIM. 14610031

MOTO

“Allah tidak akan memberikan cobaan kepada hambanya di luar batas
kemampuan hambanya... (Al-Baqarah/2: 286)”



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ibu Lasikah, bapak Sulam, dan kakakku Ruliati dan Akhmad Iswanto yang senantiasa sabar, ikhlas mendoakan, dan mendukung penulis dalam menuntut ilmu selama ini. Dan karena ridhonya juga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan lancar dan baik.



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufiq, hidayah, serta inayah-Nya kepada penulis sehingga penyusunan skripsi dengan judul “Estimasi Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression* (MGWPR) yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *GM-estimator*” ini dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah membimbing kami menuju jalan yang lurus yakni agama islam.

Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan program studi strata satu (S-1) di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan, arahan, serta sumbangan pemikiran dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi sekaligus pembimbing I yang telah memberikan arahan, motivasi, doa, dan nasihat kepada penulis dalam menyelesaikan penelitian ini.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

4. Muhammad Khudzaifah, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan berbagi ilmunya kepada penulis.
5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas bimbingan dan ilmu yang telah diberikan selama masa perkuliahan.
6. Ibu dan bapak yang senantiasa memberikan doa, dukungan, semangat, dan materi kepada penulis.
7. Teman-teman seperjuangan Jurusan Matematika angkatan 2014 yang telah memberikan masukan-masukannya dan motivasi selama ini.
8. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung telah ikut memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Terakhir penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan menambah wawasan khususnya kepada penulis dan pembaca pada umumnya.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, November 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
DAFTAR SIMBOL	xvii
ABSTRAK	xix
ABSTRACT	xx
ملخص	xxi
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	6
1.5 Batasan Masalah.....	6
1.6 Sistematika Penelitian	6
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Model <i>Geographically Weighted Regression</i>	8
2.1.1 Fungsi Pembobot Model GWR.....	9
2.1.2 <i>Bandwith</i>	10
2.2 Distribusi Poisson.....	11
2.3 Regresi Poisson	12
2.4 Model <i>Geographically Weighted Poisson Regression</i>	15
2.4.1 Estimasi Parameter Model GWPR.....	17
2.5 Model <i>Mixed Geographically Weighted Poisson Regression</i>	21
2.6 Deteksi <i>Outlier</i>	22

2.7	Fungsi Objektif.....	25
2.8	Metode Regresi <i>Robust</i>	26
2.9	<i>Normalized Median Absolute Deviation</i> (MADN)	30
2.10	Pengujian Spasial	30
2.11	Uji Multikolinieritas.....	32
2.12	Estimasi Parameter.....	32
2.13	Pendiferensialan Matriks.....	34
2.14	Penentuan Model Terbaik	36
2.15	Hasil Penelitian Sebelumnya.....	37
2.16	Tuberkulosis	38
2.17	Kajian Al-Qur'an Tentang <i>Outlier</i>	41

BAB III METODE PENELITIAN

3.1	Pendekatan Penelitian.....	43
3.2	Sumber Data.....	43
3.3	Variabel Penelitian	43
3.4	Analisis Data	44
3.4.1	Estimasi Parameter Model MGWPR yang Mengandung <i>Outlier</i>	44
3.4.2	Pemodelan Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur	45

BAB IV PEMBAHASAN

4.1	Estimasi Parameter Model MGWPR yang Mengandung <i>Outlier</i>	49
4.1.1	Model MGWPR	49
4.1.2	Proses Estimasi Parameter Lokal Model MGWPR	51
4.1.3	Proses Estimasi Parameter Global Model MGWPR.....	58
4.2	Pemodelan Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur Tahun 2012.....	64
4.2.1	Deskripsi Data	64
4.2.2	Identifikasi <i>Outlier</i>	75
4.2.3	Uji Multikolinieritas	80
4.2.4	Model Regresi Poisson.....	81
4.2.5	Pengujian Aspek Data Spasial.....	84
4.2.6	Model GWPR.....	84
4.2.7	Model MGWPR	90
4.2.8	Model MGWPR yang Mengandung <i>Outlier</i>	95
4.2.9	Kajian Islam Mengenai Upaya Penanggulangan Penyakit Tuberkulosis	102

BAB V PENUTUP

5.1	Kesimpulan.....	106
5.2	Saran	106

DAFTAR RUJUKAN	107
----------------------	-----

LAMPIRAN-LAMPIRAN
RIWAYAT HIDUP



DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Statistika Deskriptif Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis Tahun 2012.....	65
Tabel 4.2	Perhitungan IQR	79
Tabel 4.3	Nilai DfFITS Data Jumlah Kasus Tuberkulosis di Jawa Timur Tahun 2012.....	80
Tabel 4.4	Nilai VIF Variabel Prediktor Kasus Penyakit Tuberkulosis	81
Tabel 4.5	Estimasi Parameter Model Regresi Poisson.....	82
Tabel 4.6	Estimasi Parameter Model GWPR di Kabupaten Lamongan	87
Tabel 4.7	Pengelompokan Kabupaten/Kota Menurut Variabel Signifikan yang Sama pada Model GWPR.....	89
Tabel 4.8	Estimasi Parameter Global Model MGWPR	92
Tabel 4.9	Estimasi Parameter Lokal Model MGWPR di Kabupaten Lamongan.....	92
Tabel 4.10	Pengelompokan Kabupaten/Kota Menurut Variabel Signifikan yang Sama pada Model MGWPR	94
Tabel 4.11	Pengujian Parsial Model GWPR yang Mengandung <i>Outlier</i>	98
Tabel 4.12	Pengujian Parsial Model Regresi Poisson yang Mengandung <i>Outlier</i>	101

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1	Peta Tematik Sebaran Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur Tahun 2012	66
Gambar 4.2	Peta Tematik Persentase Kegiatan Sarana Sanitasi Keluarga Sehat	68
Gambar 4.3	Peta Tematik Persentase Penduduk Usia Produktif	69
Gambar 4.4	Peta Tematik Persentase Tenaga Kesehatan Terdidik Tuberkulosis	70
Gambar 4.5	Peta Tematik Persentase Rumah Tangga Berperilaku Hidup Bersih dan Sehat	71
Gambar 4.6	Peta Tematik Persentase TUPM Sehat	73
Gambar 4.7	Peta Tematik Persentase Rumah Sehat	74
Gambar 4.8	<i>Boxplot</i> Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis	75
Gambar 4.9	<i>Boxplot</i> Persentase Kegiatan Sarana Sanitasi Keluarga Sehat	76
Gambar 4.10	<i>Boxplot</i> Persentase Penduduk Usia Produktif	76
Gambar 4.11	<i>Boxplot</i> Persentase Tenaga Kesehatan Terdidik Tuberkulosis ...	77
Gambar 4.12	<i>Boxplot</i> Persentase Keluarga PHBS	77
Gambar 4.13	<i>Boxplot</i> Persentase TUPM Sehat	78
Gambar 4.14	<i>Boxplot</i> Persentase Rumah Sehat	78
Gambar 4.15	Peta Lokal Persebaran Variabel yang Berpengaruh Signifikan terhadap Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis	90
Gambar 4.16	Peta Tematik dari Variabel Model MGWPR yang Signifikan di Setiap Kabupaten/Kota	94

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.	Data Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur Tahun 2012	110
Lampiran 2.	Garis Lintang Selatan dan Garis Bujur Timur Setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur	111
Lampiran 3.	Variabel Prediktor Setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur	112
Lampiran 4.	Program Estimasi Parameter Model Regresi Poisson	113
Lampiran 5.	Jarak <i>Euclid</i> antar Kabupaten/Kota di Jawa Timur	114
Lampiran 6.	Matriks Pembobot <i>Fixed Gaussian Kernel</i>	115
Lampiran 7.	Program Iterasi Newton Raphson Model GWPR.....	125
Lampiran 8.	<i>Output</i> Estimasi Parameter Model GWPR Kabupaten Lamongan	128
Lampiran 9.	Estimasi Parameter Model GWPR Setiap Kabupaten/Kota	129
Lampiran 10.	Nilai <i>t</i> hitung untuk Estimasi Parameter Model GWPR Setiap Kabupaten/Kota.....	131
Lampiran 11.	Estimasi Parameter Model MGWPR Setiap Kabupaten/Kota	133
Lampiran 12.	Nilai <i>t</i> hitung untuk Estimasi Parameter Model MGWPR Setiap Kabupaten/Kota	135
Lampiran 13.	Program Estimasi Parameter Model GWPR yang Mengandung <i>Outlier</i>	137
Lampiran 14.	Nilai Residual Lokal dari 38 Kabupaten/Kota	139
Lampiran 15.	Nilai Skala Residual Lokal dari 38 Kabupaten/Kota.....	141
Lampiran 16.	Pembobot <i>Tukey Bisquare</i> untuk Model GWPR yang Mengandung <i>Outlier</i>	143
Lampiran 17.	<i>Output</i> Estimasi Parameter Model GWPR yang Mengandung <i>Outlier</i>	145
Lampiran 18.	Nilai Residual Global dari 38 Kabupaten/Kota.....	146
Lampiran 19.	Nilai Skala Residual Global dari 38 Kabupaten/Kota	148

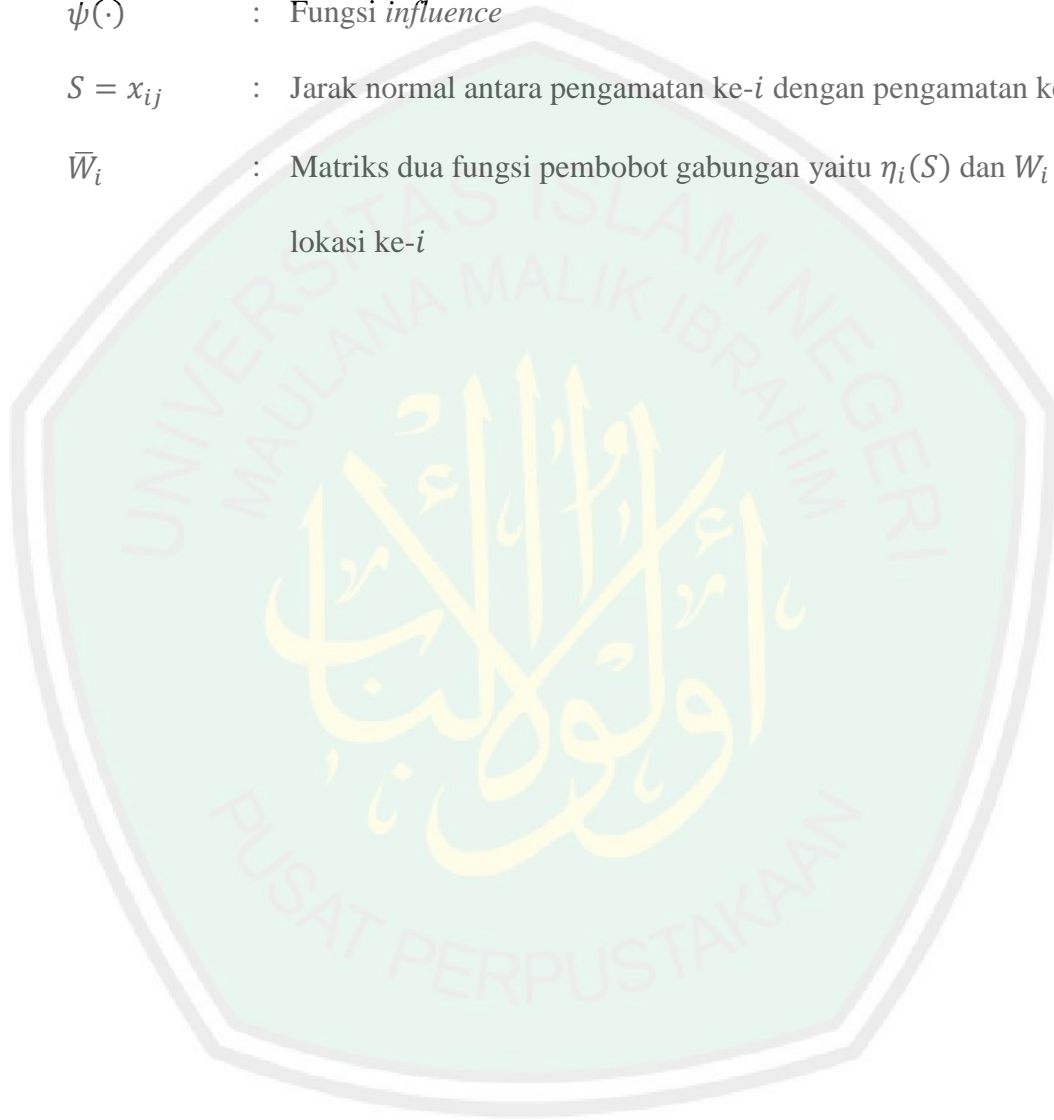
Lampiran 20. Pembobot <i>Tukey Bisquare</i> untuk Model Regresi Poisson yang Mengandung <i>Outlier</i>	150
Lampiran 21. <i>Output</i> Estimasi Parameter Model Regresi Poisson yang Mengandung <i>Outlier</i>	152



DAFTAR SIMBOL

y_i	: Nilai observasi variabel respon ke- i
x_{ik}	: Nilai observasi variabel prediktor ke- k pada pengamatan ke- i
ε_i	: Nilai <i>error</i> regresi ke- i
ε_{li}	: Nilai <i>error</i> parameter lokal ke- i
ε_{gi}	: Nilai <i>error</i> parameter global ke- i
(u_i, v_i)	: Titik koordinat lintang dan bujur lokasi ke- i
$\beta_0(u_i, v_i)$: Nilai <i>intercept</i> model regresi
$\beta_k(u_i, v_i)$: Koefisien regresi variabel prediktor ke- k untuk setiap lokasi (u_i, v_i)
$w_j(u_i, v_i)$: Pembobot untuk setiap titik lokasi pengamatan (u_i, v_i)
d_{ij}	: Jarak <i>euclidean</i> antara lokasi (u_i, v_i) ke lokasi (u_j, v_j)
h	: Parameter penghalus (<i>bandwidth</i>)
W	: Matriks pembobot untuk lokasi ke- i
z	: Matriks variabel respon
z_l	: Matriks variabel respon lokal
z_g	: Matriks variabel respon global
X_l	: Matriks variabel prediktor lokal
X_g	: Matriks variabel prediktor global
β_l	: Matriks koefisien regresi lokal
β_g	: Matriks koefisien regresi global
ε	: Matriks nilai <i>error</i>

- ϵ_l : Matriks nilai *error* lokal
 ϵ_g : Matriks nilai *error* global
 $\rho(\cdot)$: Fungsi Objektif
 $\eta(\cdot)$: Fungsi *leverage*
 $\psi(\cdot)$: Fungsi *influence*
 $S = x_{ij}$: Jarak normal antara pengamatan ke-*i* dengan pengamatan ke-*j*
 \bar{W}_i : Matriks dua fungsi pembobot gabungan yaitu $\eta_i(S)$ dan W_i untuk lokasi ke-*i*



ABSTRAK

Yulisti'anah. 2018. **Estimasi Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression* (MGWPR) yang Mengandung *Outlier* dengan metode *GM-estimator***. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Muhammad Khudzaifah, M.Si.

Kata kunci: MGWPR, *outlier*, MGWPR yang mengandung *outlier*, tuberkulosis

Model *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression* (MGWPR) merupakan gabungan dari model GWPR dengan model regresi Poisson sehingga parameter modelnya sebagian bersifat lokal dan sebagian bersifat global. Dalam menganalisis data menggunakan model MGWPR, terkadang ditemukan adanya *outlier*. Adanya *outlier* dalam data dapat menyebabkan estimasi parameter menjadi tidak tepat. Oleh karena itu, diperlukan metode estimasi yang *robust* terhadap *outlier*, salah satunya adalah metode *GM-estimator*. Estimasi parameter dengan metode *GM-estimator* diselesaikan dengan metode numerik, yaitu IRLS. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan estimasi parameter model MGWPR yang mengandung *outlier*. Hasil penelitiannya diaplikasikan pada data jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012 (Y), persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat (X_1), persentase penduduk usia produktif (X_2), persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis (X_3), persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS) (X_4), persentase tempat umum dan pengelolaan makanan (TUPM) sehat, dan persentase rumah sehat (X_6). Hasil yang diperoleh dalam penelitian ini adalah model MGWPR yang mengandung *outlier* lebih baik dalam menjelaskan jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012 daripada model MGWPR.

ABSTRACT

Yulisti'anah. 2018. **Parameter Estimation of Mixed Geographically Weighted Poisson Regression (MGWPR) Model Containing Outliers with GM-estimator Method**. Thesis. Department of Mathematics. Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Muhammad Khudzaifah, M.Si.

Keyword: MGWPR, outlier, MGWPR model containing outliers, tuberculosis

Mixed Geographically Weighted Poisson Regression (MGWPR) model is a combination of GWPR model and Poisson regression model so the model parameters are partly local and partly global. In analyzing data using MGWPR model, sometimes outliers are found. So the existence of outliers can cause estimation of parameter obtained to be incorrect. Therefore, a robust estimation method for outliers is needed, one of which is the GM-estimator method. Parameter estimation using GM-estimator method is solved by numerical method, IRLS.

This study aims to obtain parameter estimation of MGWPR model which contain outliers. The result of this research is applied to the case of tuberculosis in East Java in 2012 (Y) that is influenced by the percentage of healthy family sanitation facilities (X_1), the percentage of productive age population (X_2), the percentage of tuberculosis educated health workers (X_3), the percentage of households behaving clean and healthy (X_4), the percentage of healthy public places and food management (X_5), and the percentage of healthy house (X_6). The result obtained in this study is MGWPR model which contains outlier is better to explain the case of tuberculosis in East Java in 2012 than MGWPR model.

ملخص

يولي استعانه. ٢٠١٨. تقدير المقياس نموذج *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression (MGWPR)* المحتوي على القيم المتطرفة بطريقة *GM-estimator*.
 البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية
 مولانا مالك ابراهيم مالانج. المشرف: (١) الدكتورة سري هارينبي (٢) محمد خذيفة.

الكلمات الرئيسية: MGWPR، القيم المتطرفة، MGWPR المحتوي على القيم المتطرفة، مرض السل
 نموذج MGWPR هو مزيج من نموذج GWPR ونموذج *Poisson* الانحداري بحيث تكون
 معلمات النموذج جزئية محلية وجزئية بشكل جزئي. في تحليل البيانات باستخدام نموذج
 MGWPR، توجد في بعض الأحيان القيم المتطرفة. لذلك يمكن أن يؤدي وجود القيم المتطرفة إلى
 تقدير أن المعلمة التي تم الحصول عليها غير صحيحة. لذلك، هناك حاجة إلى طريقة تقدير قوية
 للقيم المتطرفة، وأحدها طريقة *GM-Estimator*. يتم حساب تقدير المعلمة باستخدام طريقة *GM-Estimator*
 بطريقة عددية، IRLS.

تهدف هذه الدراسة إلى الحصول على تقدير معلمات نموذج MGWPR الذي يحتوي على
 القيم المتطرفة. يتم تطبيق نتيجة هذا البحث على حالة مرض السل في جاوا الشرقية في عام ٢٠١٢
 الذي يتأثر بنسب التسهيلات الصحية للأسرة، النسبة المئوية لسكان الإنتاج، النسبة المئوية لمرض
 السل المتعلمين العاملون في مجال الصحة، والنسبة المئوية للأسر المعيشية التي تتصرف نظيفة
 وصحية، والنسبة المئوية للأماكن العامة الصحية وإدارة الأغذية، والنسبة المئوية لبيت التخيل.
 والنتيجة التي تم الحصول عليها في هذه الدراسة هي نموذج MGWPR الذي يحتوي على أكثر من
 ذلك هو أفضل تفسير حالة مرض السل في جاوا الشرقية في عام ٢٠١٢ من نموذج MGWPR.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Data spasial merupakan data yang menggambarkan keadaan nyata suatu wilayah di permukaan bumi. Menurut Prahasta (2009), pada data spasial terdapat dua hal yang membedakannya dengan data yang lain yaitu, informasi spasial dan informasi deskriptif. Dimana informasi deskriptif merupakan informasi non spasial yang berisi beberapa keterangan dari obyek pada data spasial. Dewasa ini, data spasial telah dimanfaatkan untuk kepentingan pembangunan baik sumber daya alam maupun sumber daya manusia yang berkelanjutan dengan memperhatikan karakteristik suatu wilayah.

Perbedaan karakteristik suatu wilayah pengamatan merupakan salah satu efek keragaman spasial yang harus diperhatikan. Karena hal tersebut dapat menyebabkan perbedaan berbagai faktor yang mempengaruhi satu wilayah dengan wilayah yang lain. Untuk mengatasi keragaman spasial, maka para peneliti mengembangkan sebuah model regresi yang terboboti secara spasial, yaitu model *Geographically Weighted Regression (GWR)*.

GWR merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi data yang memiliki keragaman spasial (Fotheringham, dkk, 2002). Hasil analisis dari model GWR yaitu parameter model bersifat lokal untuk setiap lokasi pengamatan. Salah satu pengembangan dari model GWR adalah model *Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)*.

Model GWPR merupakan bentuk lokal dari regresi Poisson yang menghasilkan penaksir parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik atau lokasi dimana data tersebut dikumpulkan dengan mengasumsikan data berdistribusi Poisson. Artinya data yang digunakan mempunyai asumsi equidispersi, yaitu antara rata-rata (*mean*) dan variansi dari variabel respon memiliki nilai yang sama.

Dalam menganalisis data dengan model GWPR terkadang ditemukan adanya variabel prediktor yang tidak bervariasi secara spasial, sehingga diperoleh beberapa variabel prediktor yang tidak signifikan. Artinya dalam kondisi tersebut, kemungkinan beberapa variabel prediktor memiliki pengaruh secara global. Oleh karena itu, salah satu penyelesaian dari masalah tersebut adalah mengembangkan model GWPR menjadi model *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression* (MGWPR).

Selain itu dalam pengaplikasian pada data juga terkadang peneliti menemukan adanya data *outlier*. *Outlier* merupakan salah satu permasalahan adanya satu data atau beberapa data yang menyimpang dari sekumpulan data yang lain. Seringkali adanya *outlier* pada data menyebabkan model yang diperoleh menjadi bias, sehingga *outlier* seketika dihapus dari data yang lain yang kemudian dilakukan analisis tanpa *outlier*. Menurut Rakhmasanti (2013), *outlier* yang dihapus begitu saja bukanlah sebuah pilihan yang tepat karena terdapat kemungkinan bahwa *outlier* memiliki informasi yang penting. Untuk membuat estimasi parameter tidak bias namun tetap mempertahankan data yang mengandung *outlier* dalam menganalisis data, maka dapat digunakan salah satu dari metode *robust estimator*, yaitu metode *GM-estimator*.

Penelitian mengenai MGWPR yang mengandung *outlier* ini akan diaplikasikan pada data jumlah kasus penyakit tuberkulosis. Mengingat penyakit tuberkulosis sampai saat ini masih menjadi masalah besar yang dihadapi Indonesia khususnya provinsi Jawa Timur. Dalam menentukan strategi penanggulangannya, salah satu upaya yang dapat dilakukan adalah menganalisis faktor-faktor geografis yang diduga berpengaruh terhadap kasus penyakit tuberkulosis.

Terkait estimasi atau pendugaan, Allah Swt. berfirman dalam surat al-Jatsiyah ayat 24:

وَقَالُوا مَا هِيَ إِلَّا حَيَاتُنَا الدُّنْيَا نَمُوتُ وَنَحْيَا وَمَا يُهْلِكُنَا إِلَّا الدَّهْرُ وَمَا لَهُم بِذَلِكَ مِنْ عِلْمٍ إِنْ هُمْ إِلَّا

يَظُنُّونَ ﴿٢٤﴾

“Dan berkata, “Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita mati dan kita hidup dan tidak ada yang membinasakan kita selain masa”, dan mereka sekali-kali tidak mempunyai pengetahuan tentang itu, mereka tidak lain hanyalah menduga-duga saja.” (QS. Al-Jatsiyah/45: 24).

Ayat ini menjelaskan bahwa orang-orang musyrik mengingkari adanya hari kebangkitan, “Dan tidak ada yang membinasakan kita kecuali berjalanannya malam dan siang. Jadi, lewatnya malam dan siang itulah yang mempengaruhi kebinasaan orang. Dan mereka menisbatkan setiap peristiwa kepada masa.”. Kemudian Allah Swt. mengecam perkataan mereka seperti tadi yang tidak ada dalilnya. Dalam menyatakan bahwa kehidupan ini hanyalah kehidupan dunia saja, dan bahwa yang membinasakan adalah masa, mereka tidaklah mempunyai ilmu yang didasarkan kepada akal maupun naql (kitab). Jadi, mereka hanyalah

menyangka, membuat perkiraan saja tanpa adanya hujjah yang mereka jadikan pegangan (Al-Maraghi, 1993).

Dijelaskan dalam surat az-Zumar ayat 9 bahwasannya antara orang yang musyrik dan orang yang taat tidaklah sama. Dalam penggalan ayat terakhir ditegaskan sesungguhnya yang dapat mengambil pelajaran dari hujjah-hujjah Allah dan dapat menuruti nasihatNya dan dapat memikirkannya hanyalah orang-orang yang mempunyai akal dan pikiran yang sehat, bukan orang yang bodoh dan lalai. Kesimpulannya, perbedaan orang yang tahu dan tidak tahu hanyalah orang yang mempunyai akal pikiran yang sehat, yang dia pergunakan untuk berpikir (Al-Maraghi, 1993).

Penelitian ini merujuk pada penelitian-penelitian sebelumnya, diantaranya yang dilakukan oleh Millah (2015) tentang estimasi parameter model GWPR pada data yang mengandung *outlier*. Dimana data yang digunakan adalah data jumlah balita gizi buruk di Jawa Timur tahun 2012. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa model GWPR yang mengandung *outlier* lebih baik dalam menjelaskan jumlah balita gizi buruk di Jawa Timur tahun 2012 daripada model GWR. Kemudian Kristanto (2016) yang melakukan estimasi parameter model GWR yang mengandung *outlier* dengan metode *Bounded Influence M-estimator* memperoleh hasil yaitu dalam melakukan analisis dengan model GWR terdapat beberapa variabel prediktor yang digunakan tidak bervariasi secara spasial dan model GWR yang mengandung *outlier* dengan pendekatan metode *Bounded Influence M-estimator* lebih baik dalam menggambarkan angka putus sekolah tingkat SMA di Jawa Timur karena memiliki nilai AIC terkecil. Jadi, dalam pemodelan kasus menggunakan model yang terboboti secara geografis, terkadang

terdapat parameter yang bersifat global. Sehingga pada penelitian selanjutnya hal tersebut dapat didekati dengan menggunakan model gabungan yang mengkombinasikan parameter bersifat spasial dan bersifat global.

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka penulis menyusun sebuah penelitian yang berjudul “Estimasi Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression* (MGWPR) yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *GM-estimator*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah

1. Bagaimana bentuk estimasi parameter model MGWPR yang mengandung *outlier* dengan metode *GM-estimator*?
2. Bagaimana model MGWPR yang mengandung *outlier* pada data jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang diuraikan di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah

1. Untuk mendapatkan estimasi parameter model MGWPR yang mengandung *outlier* dengan metode *GM-estimator*.
2. Untuk mengimplementasi model MGWPR yang mengandung *outlier* pada data jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012.

1.4 Manfaat Penelitian

1. Dapat mengetahui estimasi parameter model MGWPR yang mengandung *outlier* dengan metode *GM-estimator*.
2. Dapat mengetahui model MGWPR yang mengandung *outlier* pada data jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012.

1.5 Batasan Masalah

Untuk mendekati sasaran yang diharapkan, maka perlu diadakan pembatasan permasalahan sebagai berikut:

1. Metode estimasi parameter model MGWPR yang mengandung *outlier* menggunakan metode *GM-estimator* dengan fungsi pembobot *Tukey Bisquare*.
2. Penelitian ini diaplikasikan pada data jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012 dengan enam variabel prediktor diantaranya persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat (X_1), persentase penduduk usia produktif (X_2), persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis (X_3), persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS) (X_4), persentase tempat umum dan pengelolaan makanan (TUPM) sehat (X_5), dan persentase rumah sehat (X_6).

1.6 Sistematika Penelitian

Dalam penulisan penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

- Bab I Pendahuluan, berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.
- Bab II Kajian Pustaka, berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan antara lain, model GWR, fungsi pembobot model GWR, *bandwith*, distribusi Poisson, regresi Poisson, model GWPR, estimasi parameter model GWPR, model MGWPR, deteksi *outlier*, fungsi objektif, metode regresi *robust*, *normalized median absolute deviation* (MADN), pengujian spasial, uji multikolinieritas, estimasi parameter, pendiferensialan matriks, penentuan model terbaik, hasil penelitian sebelumnya, tuberkulosis, dan kajian al-Quran tentang *outlier*.
- Bab III Metode Penelitian, berisi tentang pendekatan penelitian, sumber data, variabel penelitian, dan analisis data.
- Bab IV Pembahasan, berisi tentang pembahasan estimasi parameter model MGWPR yang mengandung *outlier* menggunakan metode *GM-estimator*, pemodelan data jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012, dan kajian Islam mengenai upaya penanggulangan penyakit tuberkulosis.
- Bab V Penutup, berisi kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Model *Geographically Weighted Regression*

Data spasial adalah data yang memperhatikan dua hal penting yaitu informasi lokasi (spasial) yang berkaitan dengan suatu koordinat geografis (lintang dan bujur) dan informasi deskriptif (atribut) yang berisi beberapa keterangan yang dimiliki obyek pada data spasial, misalnya jenis vegetasi, populasi, dan luasan (Prahasta, 2009). Salah satu model linier spasial yang sering digunakan dalam menganalisis data spasial adalah model *Geographically Weighted Regression* (GWR).

Menurut Fotheringham, dkk (2002), model GWR merupakan pengembangan dari model regresi. Model ini merupakan model regresi linier lokal (*locally linier regression*) yang menghasilkan parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik atau lokasi dimana data tersebut dikumpulkan. Asumsi yang digunakan pada model GWR adalah *error* berdistribusi normal dengan rata-rata sama dengan nol dan variansi σ^2 .

Pada model GWR hubungan antara variabel respon Y dan variabel prediktor x_1, x_2, \dots, x_k pada lokasi ke- i dapat diberikan sebagai berikut (Fotheringham, dkk, 2002):

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i)x_{ik} + \varepsilon_i, \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

dimana,

y_i : nilai observasi variabel respon ke- i

x_{ik} : nilai observasi variabel prediktor ke- k pada pengamatan ke- i

$\beta_0(u_i, v_i)$: nilai *intercept* model regresi

$\beta_k(u_i, v_i)$: koefisien regresi variabel prediktor ke- k untuk setiap lokasi
(u_i, v_i)

(u_i, v_i) : titik koordinat lintang dan bujur lokasi ke- i

ε_i : nilai *error* regresi ke- i

Estimasi parameter model GWR dilakukan dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi pengamatan. Sehingga diperoleh estimasi parameter model GWR yaitu (Fotheringham, dkk, 2002):

$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y}$$

2.1.1 Fungsi Pembobot Model GWR

Pemilihan pembobot pada model GWR sangat penting dilakukan karena besarnya nilai pembobot tersebut akan mewakili masing-masing lokasi data pengamatan yang berbeda. Untuk menentukan besarnya pembobot pada model GWR dapat dilakukan dengan menggunakan fungsi kernel (*kernel function*). Menurut Nakaya, dkk (2005), fungsi kernel digunakan untuk mengestimasi parameter dalam model GWR jika fungsi jarak (w_{ij}) adalah fungsi yang kontinu dan monoton turun.

Menurut Fotheringham, dkk (2002), pembobot yang terbentuk dengan menggunakan fungsi kernel adalah sebagai berikut:

a. Fungsi *Fixed Gaussian Kernel*

$$w_j(u_i, v_i) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d_{ij}}{h} \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

Fungsi *kernel gauss* akan memberikan bobot yang semakin menurun mengikuti fungsi *Gaussian* ketika d_{ij} semakin besar.

b. Fungsi *Fixed Bisquare Kernel*

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right]^2, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases} \quad (2.3)$$

Fungsi *fixed bisquare kernel* akan memberi bobot nol ketika lokasi j berada pada atau di luar radius h dari lokasi i , sedangkan apabila lokasi j berada di dalam radius h maka akan mengikuti fungsi *fixed bisquare kernel*.

c. Fungsi *Adaptive Bisquare Kernel*:

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{d_{ij}}{h_{i(q)}}\right)^2\right]^2, & \text{untuk } d_{ij} < h_i \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h_i \end{cases} \quad (2.4)$$

d. Fungsi *Adaptive Gaussian Kernel*

$$w_j(u_i, v_i) = \exp \left[- \left(\frac{d_{ij}}{h_{i(q)}} \right)^2 \right] \quad (2.5)$$

dengan $d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$ adalah jarak *euclidean* antara lokasi (u_i, v_i) ke lokasi (u_j, v_j) , h adalah parameter penghalus (*bandwith*), dan $h_{i(q)}$ adalah *bandwith adaptive* yang menetapkan q sebagai jarak terdekat dari titik lokasi pengamatan ke- i .

2.1.2 Bandwith

Bandwith merupakan lingkaran dengan radius h dari titik pusat lokasi yang digunakan sebagai dasar menentukan bobot setiap pengamatan terhadap model regresi pada lokasi tersebut (Mertha, 2008). Artinya, setiap pengamatan yang

berada di dalam lokasi ke- i masih dianggap berpengaruh terhadap model regresi yang terbentuk. Nilai *bandwith* yang sangat besar akan mengakibatkan semakin banyak pengamatan yang berada di dalam lokasi ke- i sehingga model yang diperoleh akan terlampau halus. Sebaliknya, jika nilai *bandwith* yang dihasilkan itu kecil, artinya pengamatan yang berada di dalam lokasi ke- i semakin sedikit, maka model yang diperoleh akan sangat kasar. Oleh karena itu, pemilihan *bandwith* yang tepat sangatlah diperlukan.

Menurut Fotheringham, dkk (2002), pemilihan *bandwith* optimum dapat dilakukan dengan menghitung nilai *Cross Validation* (CV) dengan rumus sebagai berikut:

$$CV(h) = \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}_{\neq i}(h)]^2 \quad (2.6)$$

dengan $\hat{y}_{\neq i}(h)$ adalah nilai dugaan y_i dengan pengamatan di lokasi ke- i dihilangkan dari proses estimasi. Untuk mendapatkan nilai h yang optimal, maka diperoleh dari h yang menghasilkan nilai CV yang minimum.

2.2 Distribusi Poisson

Distribusi Poisson merupakan pendekatan dari distribusi binomial dengan banyaknya n percobaan relatif besar. Pendekatan ini diperoleh dengan pertimbangan jika n percobaan besar, maka perhitungan peluang menggunakan distribusi binomial akan sulit dikerjakan dan membutuhkan waktu yang lama (Wibisono, 2005). Fungsi masa peluang distribusi Poisson dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$f_Y(y; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}, \text{ dengan } y = 0, 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

dengan $\mu > 0$, μ adalah rata-rata variabel random Y yang berdistribusi Poisson dimana nilai rata-rata dan varians dari variabel random Y mempunyai nilai lebih dari nol (Kutner, dkk, 2005).

2.3 Regresi Poisson

Regresi Poisson merupakan model regresi nonlinier yang sering digunakan untuk data *count*, dimana variabel responnya adalah data diskrit (Kutner, dkk, 2005). Regresi Poisson mengacu pada penggunaan distribusi Poisson, yaitu distribusi peubah acak Y yang mempunyai data diskrit yang menyatakan banyaknya percobaan yang terjadi pada selang waktu atau di suatu daerah tertentu.

Menurut Kutner, dkk (2005), variabel respon pada regresi Poisson dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$y_i = E(y_i) + \varepsilon_i, \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.8)$$

Untuk memudahkan, maka nilai rata-rata dari variabel respon y untuk kejadian ke- i atau $E(y_i)$ dinotasikan dengan μ_i . μ_i diasumsikan menjadi fungsi dari variabel prediktor yaitu x_1, x_2, \dots, x_p . Sehingga untuk menghubungkan variabel respon μ_i ke variabel prediktor untuk kejadian ke- i yaitu x_i digunakan notasi $\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})$, dimana $\boldsymbol{\beta}$ adalah nilai koefisien regresi. Beberapa fungsi penghubung yang umum digunakan pada regresi Poisson dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.9)$$

$$\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \quad (2.10)$$

$$\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = \log_e(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \quad (2.11)$$

Dan fungsi respon yang sering digunakan pada regresi Poisson adalah (Kutner, dkk, 2005):

$$\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \quad (2.12)$$

atau,

$$\mu_i = \exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}\right) \quad (2.13)$$

Estimasi parameter model regresi Poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Menurut Kutner, dkk (2005), fungsi *likelihood*nya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{y}; \boldsymbol{\beta}) &= \prod_{i=1}^n P(y_i; \boldsymbol{\beta}) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{[\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]^{y_i} \exp[-\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]}{y_i!} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Setelah diperoleh fungsi *likelihood*, selanjutnya dilakukan operasi logaritma natural sehingga diperoleh fungsi *log likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} l(\mathbf{y}; \boldsymbol{\beta}) &= \ln L(\mathbf{y}; \boldsymbol{\beta}) \\ &= \ln \left\{ \prod_{i=1}^n \frac{[\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]^{y_i} \exp[-\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]}{y_i!} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \ln \left\{ \frac{[\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]^{y_i} \exp[-\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]}{y_i!} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \{ \ln[\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]^{y_i} + \ln(\exp[-\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]) - \ln(y_i!) \} \\ &= \sum_{i=1}^n \{ y_i \ln[\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})] - \mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) - \ln(y_i!) \} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Berdasarkan persamaan (2.10) maka persamaan (2.15) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$l(\mathbf{y}; \boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n (y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} - \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \ln(y_i!)) \quad (2.16)$$

dengan,

$$\mathbf{x}_i^T = [1 \quad x_{i1} \quad x_{i2} \quad \cdots \quad x_{ik}] \text{ dan}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}.$$

Untuk mencari *estimator* $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dapat dilakukan dengan cara melakukan turunan parsial pertama fungsi pada persamaan (2.16) terhadap $\boldsymbol{\beta}$ dan kemudian menyamadengkan dengan nol seperti berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\mathbf{y}; \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial (\sum_{i=1}^n (y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} - \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \ln(y_i!)))}{\partial \boldsymbol{\beta}} \\ &= \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i y_i - \mathbf{x}_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})) = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

karena fungsi pada persamaan (2.17) berbentuk implisit, maka digunakan metode iterasi numerik yaitu Newton Raphson untuk mendapatkan *estimator* $\hat{\boldsymbol{\beta}}$. Sehingga diperoleh estimasi parameter model regresi Poisson yaitu (Sinaga, dkk, 2016):

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)} = \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)} + (\mathbf{X}^T \mathbf{A}^{(r)} \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^T \mathbf{A}^{(r)} \mathbf{g}^{(r)}) \quad (2.18)$$

dengan,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}^{(r)} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1^{(r)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{y}_2^{(r)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{y}_n^{(r)} \end{bmatrix}, \text{ dimana } \hat{y}_i^{(r)} = \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}) \quad (2.19)$$

dan $\mathbf{g}^{(r)}$ merupakan vektor berukuran $(n \times 1)$ yang elemen-elemennya dapat ditulis sebagai berikut:

$$g_i^{(r)} = \left(\frac{y_i - \hat{y}_i^{(r)}}{\hat{y}_i^{(r)}} \right) \quad (2.20)$$

Selanjutnya dilakukan iterasi sesuai persamaan (2.20). Proses iterasi berhenti pada saat nilai taksiran konvergen ke suatu nilai, yaitu ketika $\|\hat{\beta}^{(r+1)} - \hat{\beta}^{(r)}\| \leq \varepsilon$, dimana ε merupakan bilangan positif yang sangat kecil (Sinaga, dkk, 2016).

2.4 Model *Geographically Weighted Poisson Regression*

Model *Geographically Weighted Poisson Regression* merupakan pengembangan dari model regresi Poisson. Menurut Fotheringham, dkk (2002), model GWPR ini dikembangkan dari metode GWR, yaitu suatu teknik yang membawa kerangka dari regresi global menjadi regresi lokal. Karena model ini dikembangkan dari model regresi Poisson yang mengacu pada penggunaan distribusi Poisson, maka model GWPR mempunyai asumsi bahwa nilai rata-rata dan variansinya adalah sama.

Mengacu pada kerangka GWR yaitu hubungan antara variabel respon y dan variabel prediktor x_1, x_2, \dots, x_k pada lokasi ke- i adalah sebagai berikut (Fitriyah, 2017):

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{i1} + \beta_2(u_i, v_i)x_{i2} + \dots + \beta_k(u_i, v_i)x_{nk} + \varepsilon_i \quad (2.21)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan asumsi bahwa nilai rata-rata dari variabel ε_i atau $E(\varepsilon_i) = 0$ serta asumsi linieritas yaitu $\mu = E(Y_i | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk})$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} \mu &= E(Y_i | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) \\ &= E(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)X_{i1} = x_{i1} + \beta_2(u_i, v_i)X_{i2} = x_{i2} + \dots + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \beta_{nk}(u_i, v_i)X_{nk} = x_{nk} + \varepsilon_i | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) \\
& = E(\beta_0(u_i, v_i) | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) + \\
& \quad E(\beta_1(u_i, v_i)X_{i1} = x_{i1} | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) + \\
& \quad E(\beta_2(u_i, v_i)X_{i2} = x_{i2} | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) + \dots + \\
& \quad E(\beta_k(u_i, v_i)X_{nk} = x_{nk} | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) + \\
& \quad E(\varepsilon_i | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) \\
& = \beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)E(X_{i1} = x_{i1} | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = \\
& \quad x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) + \beta_2(u_i, v_i)E(X_{i2} = x_{i2} | X_{i1} = x_{i1}, X_{i2} = \\
& \quad x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) + \dots + \beta_k(u_i, v_i)E(X_{nk} = x_{nk} | X_{i1} = \\
& \quad x_{i1}, X_{i2} = x_{i2}, \dots, X_{nk} = x_{nk}) + 0 \\
& = \beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{i1} + \beta_2(u_i, v_i)x_{i2} + \dots + \beta_k(u_i, v_i)x_{nk}. \quad (2.22)
\end{aligned}$$

Variabel respon y_i pada model GWPR berupa data diskrit sehingga nilai y_i adalah bilangan non negatif. Namun persamaan (2.22), daerah interval datanya adalah seluruh bilangan real. Oleh karena itu, pada regresi Poisson terdapat suatu fungsi penghubung yang akan menghubungkan rata-rata variabel respon yang interval datanya non negatif dengan prediktor linier yang interval datanya adalah seluruh bilangan real. Fungsi penghubung pada regresi Poisson yaitu fungsi \ln . Hal tersebut demikian karena fungsi \ln akan menjamin bahwa nilai dari variabel responnya akan non negatif. Sehingga model GWPR untuk variabel respon mengikuti distribusi Poisson yaitu $y_i \sim \text{Poisson}(\mu_i)$ dapat dinyatakan sebagai berikut (Fitriyah, 2017):

$$\begin{aligned}
\ln(\mu_i) & = \beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{i1} + \beta_2(u_i, v_i)x_{i2} + \dots + \\
& \quad \beta_k(u_i, v_i)x_{nk} \quad (2.23)
\end{aligned}$$

$$\exp(\ln(\mu_i)) = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{i1} + \beta_2(u_i, v_i)x_{i2} + \dots + \beta_k(u_i, v_i)x_{nk}) \quad (2.24)$$

$$\mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{i1} + \beta_2(u_i, v_i)x_{i2} + \dots + \beta_k(u_i, v_i)x_{nk}) \quad (2.25)$$

Sehingga diperoleh,

$$y_i \sim \text{Poisson}(\mu_i) \text{ dengan } \mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k \beta_j(u_i, v_i)x_{ij}) \quad (2.26)$$

dimana,

y_i : nilai observasi respon ke- i

x_{ij} : nilai observasi variabel prediktor ke- j pada pengamatan lokasi (u_i, v_i)

$\beta_j(u_i, v_i)$: koefisien regresi variabel prediktor ke- j untuk setiap lokasi (u_i, v_i)

(u_i, v_i) : titik koordinat lintang dan bujur lokasi ke- i

μ_i : nilai tengah model Poisson pada lokasi ke- i .

2.4.1 Estimasi Parameter Model GWPR

Menurut Sinaga, dkk (2016), estimasi parameter model GWPR dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Langkah awal yang harus dilakukan adalah membentuk fungsi *likelihood* seperti pada persamaan (2.14) yang kemudian dilakukan operasi logaritma natural sehingga diperoleh fungsi *log likelihood* seperti pada persamaan (2.15).

Adanya faktor geografis menunjukkan bahwa setiap lokasi pengamatan akan mempunyai nilai atau sifat lokal yang berbeda. Oleh sebab itu, diberikan pembobotan yang akan mewakili masing-masing lokasi data pengamatan.

Pembobotan diberikan pada bentuk *log likelihood* dari model GWPR, sehingga persamaan (2.17) menjadi (Sinaga, dkk, 2016):

$$l^*(\mathbf{y}; \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) = \sum_{i=1}^n \left(y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) - \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) - \ln(y_i!) \right) w_j(u_i, v_i). \quad (2.27)$$

Untuk mencari estimasi parameter $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$ dapat dilakukan dengan cara melakukan turunan parsial pertama persamaan (2.27) terhadap $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$ sebagai berikut (Sinaga, dkk, 2016):

$$\frac{\partial l^*(\mathbf{y}; \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} = \sum_{i=1}^n \left(\mathbf{x}_i y_i - \mathbf{x}_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) \right) w_j(u_i, v_i) \quad (2.28)$$

Kemudian untuk memaksimumkan fungsinya dapat dilakukan dengan cara menyamadengankan persamaan (2.28) dengan nol, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut (Sinaga, dkk, 2016):

$$\frac{\partial l^*(\mathbf{y}; \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} = \sum_{i=1}^n \left(\mathbf{x}_i y_i - \mathbf{x}_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) \right) w_j(u_i, v_i) = 0 \quad (2.29)$$

Karena persamaan (2.29) berbentuk implisit, maka digunakan suatu prosedur iterasi numerik yaitu metode Newton Raphson untuk memperoleh *estimator* $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$.

Secara umum, persamaan untuk iterasi Newton Raphson adalah (Sinaga, dkk, 2016):

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)}(u_i, v_i) = \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) - \left(\mathbf{H}^{(r)} \right)^{-1} \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) \right) \mathbf{g}^{(r)} \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) \right) \quad (2.30)$$

dimana,

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}^{(r)}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i)\right) &= \frac{\partial l^*(y; \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i y_i w_j(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \exp\left(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)\right) \\
&\quad w_j(u_i, v_i) \\
&= - \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \exp\left(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)\right) w_j(u_i, v_i) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i y_i w_j(u_i, v_i)
\end{aligned} \tag{2.31}$$

dan

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}^{(r)}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i)\right) &= \frac{\partial^2 l^*(y; \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)} \\
&= - \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \exp\left(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)\right) w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Jika persamaan (2.31) dan (2.32) disubstitusikan ke persamaan (2.30), maka diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
&\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)}(u_i, v_i) \\
&= \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) - \left[- \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \exp\left(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)\right) w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right]^{-1} \\
&\quad \left[- \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \exp\left(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)\right) w_j(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i y_i w_j(u_i, v_i) \right] \\
&= \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) + \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \exp\left(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)\right) w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right]^{-1} \\
&\quad \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i y_i w_j(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \exp\left(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)\right) w_j(u_i, v_i) \right] \\
&= \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) + \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i y_i w_j(u_i, v_i) - \right. \\
&\quad \left. \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) + \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i y_i w_j(u_i, v_i) \right] - \\
&\quad \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \right] \\
&= \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i y_i w_j(u_i, v_i) \right] - \\
&\quad \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \right] + \\
&\quad \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) \right]
\end{aligned}$$

atau,

$$\begin{aligned}
\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)}(u_i, v_i) &= \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right)^{-1} \\
&\quad \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{\mu}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \left\{ \left(\frac{y_i - \hat{\mu}_i^{(r)}}{\hat{\mu}_i^{(r)}} \right) + \mathbf{x}_i^T \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) \right\}.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Berdasarkan persamaan (2.8) dan pernyataan Kutner, dkk (2005) bahwasannya nilai rata-rata dari variabel respon y_i dapat dinotasikan dengan μ_i , artinya $y_i = \mu_i + \varepsilon_i$ maka nilai prediksi untuk y_i pada lokasi pengamatan (u_i, v_i) yaitu $\hat{y}_i = \hat{\mu}_i + \hat{\varepsilon}_i$ sedemikian sehingga persamaan (2.33) dapat ditulis ulang menjadi:

$$\begin{aligned}
\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)}(u_i, v_i) &= \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{y}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \mathbf{x}_i^T \right)^{-1} \\
&\quad \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \hat{y}_i^{(r)} w_j(u_i, v_i) \left\{ \left(\frac{y_i - \hat{y}_i^{(r)}}{\hat{y}_i^{(r)}} \right) + \mathbf{x}_i^T \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) \right\}.
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Jika digunakan pendekatan matriks, maka persamaan (2.34) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)}(u_i, v_i) &= \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) + (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{A}^{(r)}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \\
&\quad (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{A}^{(r)}(u_i, v_i) \mathbf{g}^{(r)}(u_i, v_i))
\end{aligned} \tag{2.35}$$

dengan,

\mathbf{X} : Matriks variabel prediktor yang dinotasikan sebagai

berikut:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{W}(u_i, v_i)$: Matriks pembobot yang dinotasikan sebagai berikut:

$$\mathbf{W}(u_i, v_i) = \text{diag}[w_{i1} \quad w_{i2} \quad \cdots \quad w_{in}]$$

$\mathbf{A}^{(r)}(u_i, v_i)$: Matriks pembobot varians untuk setiap lokasi ke- i ,
dinotasikan sebagai berikut:

$$\mathbf{A}^{(r)}(u_i, v_i) = \text{diag}[\hat{y}_1^{(r)} \quad \hat{y}_2^{(r)} \quad \cdots \quad \hat{y}_n^{(r)}], \quad (2.36)$$

dengan $\hat{y}_i^{(r)} = \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i))$

$\mathbf{g}^{(r)}(u_i, v_i)$: Vektor dari variabel respon berukuran $(n \times 1)$ yang
elemen-elemennya dapat ditulis sebagai berikut:

$$g_i^{(r)} = \left(\frac{y_i - \hat{y}_i^{(r)}}{\hat{y}_i^{(r)}} \right) \quad (2.37)$$

Selanjutnya dilakukan iterasi sesuai persamaan (2.35). Proses iterasi berhenti pada saat nilai taksiran konvergen ke suatu nilai, yaitu ketika $\|\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)}(u_i, v_i) - \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i)\| \leq \varepsilon$, dimana ε merupakan bilangan positif yang sangat kecil (Sinaga, dkk, 2016).

2.5 Model *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression*

Model *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression* merupakan gabungan dari model GWPR dengan model regresi Poisson sehingga parameter modelnya sebagian bersifat lokal dan sebagian bersifat global. Model MGWPR mempunyai fungsi yang sama dengan regresi Poisson dan GWPR yaitu untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor, sehingga

variabel respon y diduga dengan variabel prediktor x_i untuk lokasi ke- i yang masing-masing koefisien regresinya $\beta_j(u_i, v_i)$ bergantung pada lokasi pengamatan dan koefisien regresi β_j yang bersifat konstan. Dengan mengasumsikan *intercept* model bersifat lokal, maka model MGWPR untuk variabel respon yang mengikuti distribusi Poisson $y_i \sim \text{Poisson}(\mu_i)$ dapat dinyatakan sebagai berikut (Nakaya, dkk, 2005):

$$y_i \sim \text{Poisson}(\mu_i) \text{ dengan } \mu_i = \exp\left(\sum_{j=0}^k \beta_j(u_i, v_i)x_{ij} + \sum_{j=k+1}^m \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i\right) \quad (2.38)$$

$$y_i = \exp\left(\beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k \beta_j(u_i, v_i)x_{ij} + \sum_{j=k+1}^m \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i\right) \quad (2.39)$$

dimana,

y_i : nilai observasi respon ke- i

β_j : koefisien regresi global

x_{ij} : nilai observasi variabel prediktor ke- j pada pengamatan ke- i

$\beta_0(u_i, v_i)$: nilai *intercept* model regresi

$\beta_j(u_i, v_i)$: koefisien regresi variabel prediktor ke- j untuk setiap lokasi (u_i, v_i)

(u_i, v_i) : titik koordinat lintang dan bujur lokasi ke- i

ε_i : nilai *error* regresi ke- i

μ_i : nilai tengah model Poisson pada lokasi ke- i .

2.6 Deteksi *Outlier*

Menurut Draper & Smith (1992), *outlier* adalah pengamatan yang jauh dari pusat data yang mungkin berpengaruh besar terhadap koefisien regresi. *Outlier* tidak dapat dibuang atau dihapus begitu saja dari pengamatan karena

terkadang *outlier* juga memberikan informasi yang tidak dapat diberikan oleh titik data yang lainnya. *Outlier* dapat diabaikan apabila setelah ditelusuri ternyata akibat dari kesalahan dalam memasukkan data, kesalahan pengukuran, analisis, atau kesalahan-kesalahan lain.

Menurut Soemartini (2007) pengaruh *outlier* dalam analisis regresi akan menyebabkan beberapa hal sebagai berikut:

- a. Residual yang besar dari model yang terbentuk.
- b. Variansi pada data tersebut menjadi lebih besar.
- c. Taksiran interval memiliki rentang yang lebar.

Sehingga berdasarkan hal-hal yang tersebut di atas dapat disimpulkan bahwa adanya *outlier* akan berpengaruh pada proses analisis data. Oleh sebab itu, deteksi *outlier* pada data diperlukan agar dapat diketahui adanya beberapa pengamatan yang jauh dari pusat data dan nantinya dapat diatasi menggunakan metode untuk mengatasi *outlier*.

Deteksi *outlier* dapat dikenali dengan pemeriksaan visual dari data mentahnya atau diagram pencar dari variabel terikat dan faktor. Untuk metode yang digunakan untuk mengidentifikasi adanya *outlier* yang berpengaruh dalam koefisien regresi dapat dijelaskan sebagai berikut (Soemartini, 2007):

1. Diagram Pencar (*Scatter Plot*)

Metode ini dilakukan dengan cara memplot data pengamatan ke- i dimana $i = 1, 2, \dots, n$. Selain itu, jika model regresi sudah diperoleh maka dapat memunculkan grafiknya dengan cara *plotting* antara residual dengan nilai prediksi Y . Jika terdapat satu atau beberapa data yang terletak jauh dari pola kumpulan data keseluruhan maka hal ini mengindikasikan adanya *outlier*.

2. *Boxplot*

Metode ini menggunakan nilai kuartil dan jangkauan untuk mendeteksi *outlier*. Kuartil 1, 2, dan 3 akan membagi data yang telah diurutkan sebelumnya menjadi empat bagian. Jangkauan *Inter Quartile Range* (IQR) didefinisikan sebagai selisih kuartil 3 terhadap kuartil 1, atau $IQR = Q_3 - Q_1$. Data-data yang merupakan *outlier* yaitu nilai yang kurang dari $1,5 \times IQR$ terhadap Q_1 dan nilai yang lebih dari $1,5 \times IQR$ terhadap Q_3 .

3. Metode DfFITS (*Difference fitted value FITS*) atau *Standardized DfFITS*

Metode ini menampilkan nilai perubahan dalam harga yang diprediksi bilamana kasus tertentu dikeluarkan, yang sudah distandarkan. Perhitungan DfFITS adalah sebagai berikut:

$$(DfFITS)_i = t_i \left(\frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.40)$$

dimana t_i adalah *studentized deleted* untuk kasus ke- i dan h_{ii} adalah nilai *leverage* untuk kasus ke- i dengan,

$$t_i = e_i \sqrt{\frac{n - p - 1}{JKG(1 - h_{ii} - e_i^2)}} \quad (2.41)$$

dimana e_i adalah residual ke- i dan JKG adalah jumlah kuadrat sisaan dalam matriks adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}' \quad (2.42)$$

dengan \mathbf{H} adalah matriks $n \times n$.

Elemen diagonal h_{ii} dalam matriks dapat diperoleh langsung dari:

$$h_{ii} = \mathbf{X}_i(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'_i \quad (2.43)$$

dengan X_i adalah matriks $p \times 1$, $X(X'X)^{-1}$ adalah matriks $p \times p$, dan X_i' adalah matriks $1 \times p$.

Suatu data yang mempunyai nilai *absolute* DfFITS lebih besar dari $2\sqrt{\frac{p}{n}}$ maka diidentifikasi sebagai *outlier* dengan p banyaknya variabel terikat dan banyaknya observasi.

2.7 Fungsi Objektif

Menurut Fox & Sanford (2013), fungsi objektif adalah fungsi yang digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada regresi *robust*. Adapun fungsi pembobot yang digunakan antara lain:

1. Fungsi pembobot oleh *Huber* menggunakan fungsi objektif berikut:

$$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 & , \quad |\varepsilon_i| \leq c \\ c|\varepsilon_i| - \frac{1}{2} c^2 & , \quad |\varepsilon_i| > c \end{cases} \quad (2.44)$$

dengan,

$$\rho'(\varepsilon_i) = \psi(\varepsilon_i) = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial(\varepsilon_i)} = \begin{cases} \varepsilon_i & , \quad |\varepsilon_i| \leq c \\ c & , \quad |\varepsilon_i| > c \\ -c & , \quad |\varepsilon_i| < -c \end{cases} \quad (2.45)$$

Setelah diperoleh $\rho'(\varepsilon_i)$, maka diperoleh fungsi pembobot sebagai berikut:

$$W_i = W(\varepsilon_i) = \frac{\psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_i} & , \quad |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c}{|\varepsilon_i|} & , \quad |\varepsilon_i| > c \end{cases} \quad (2.46)$$

2. Fungsi pembobot oleh *Tukey* menggunakan fungsi objektif sebagai berikut:

$$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{c^2}{6} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^3 \right\} & , \quad |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6} & , \quad |\varepsilon_i| > c \end{cases} \quad (2.47)$$

dengan,

$$\rho'(\varepsilon_i) = \psi(\varepsilon_i) = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial(\varepsilon_i)} = \begin{cases} \varepsilon_i \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \quad (2.48)$$

Setelah diperoleh $\rho'(\varepsilon_i)$, maka diperoleh fungsi pembobot sebagai berikut:

$$W_i = W(\varepsilon_i) = \frac{\psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \quad (2.49)$$

Konstanta c adalah konstanta yang menghasilkan efisiensi tinggi dengan residual berdistribusi normal dan dapat memberikan perlindungan terhadap *outlier*. Untuk fungsi pembobot *Huber* nilai $c = 1,345$ dan fungsi pembobot *Tukey Bisquare* nilai $c = 4,685$ (Fox & Sanford, 2013).

2.8 Metode Regresi *Robust*

Adanya *outlier* pada suatu data dalam analisis regresi dapat mempengaruhi hasil estimasi parameter regresi dan menimbulkan pelanggaran terhadap asumsi kenormalan data, sehingga metode OLS tidak tepat digunakan untuk melakukan estimasi parameter. Menurut Myers (1990), *estimator* yang dihasilkan OLS akan bersifat *unbias* jika sisaan memenuhi beberapa asumsi klasik, diantaranya kenormalan, kehomogenan, dan tidak terjadi autokorelasi. Jika terdapat pelanggaran terhadap asumsi tersebut, maka *estimator* yang diperoleh bersifat bias sehingga model regresi yang diperoleh tidak cocok terhadap data yang dimodelkan. Sehingga alternatif metode yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah tersebut adalah metode regresi *robust*.

Menurut Myers (1990), regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari sisaan tidak normal dan adanya beberapa *outlier*

yang berpengaruh pada hasil analisis regresi. Salah satu metode *robust* yang dapat digunakan adalah metode *GM-estimator*.

Metode *GM-estimator* merupakan pengembangan dari metode *M-estimator*. Menurut Hubert & Rousseeuw (2008), metode *GM-estimator* atau *bounded influence M-estimator* merupakan metode yang mampu menyelesaikan *high-breakdown point* sampai 50% dari data. Menurut Huber dalam Hekimoglu & Erenoglu (2013), dengan meminimumkan fungsi objektif ρ terhadap β maka persamaan *M-estimator* secara umum dapat diberikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} M &= \sum_{i=1}^n \rho(\varepsilon_i) = \min_{\beta} & (2.50) \\ &= \sum_{i=1}^n \rho(y_i - \beta x_{ij}). \end{aligned}$$

Hekimoglu & Erenoglu (2013), menyatakan bahwa nilai *breakdown point* dari metode *M-estimator* adalah 0%. Kemudian Mallows dalam Hekimoglu, dkk (2013) menyatakan bahwa metode *M-estimator* digeneralisasi dengan menambahkan fungsi pembobot baru $\eta(a_{ij})$ yang dikenalkan dengan tujuan dasar dari *bounding the influence outlier* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} M &= \sum_{i=1}^n \eta(a_{ij}) \rho(\varepsilon_i) = \min_{\beta}, \quad j = 1, 2, \dots, p & (2.51) \\ &= \sum_{i=1}^n \eta(a_{ij}) \rho(y_i - \beta x_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

Persamaan (2.51) di atas disebut persamaan *GM-estimator* dari tipe Mallows. Menurut Hekimoglu & Erenoglu (2013), fungsi pembobot $\eta(a_{ij})$ pada metode *GM-estimator* merupakan fungsi $\eta_i(S)$ dimana $S = a_{ij}$. a_{ij} didefinisikan sebagai

jarak normal antara pengamatan ke- i dan ke- j . Umumnya, fungsi pembobot $\eta_i(S)$ terdefinisi pada *leverage points* dan *gross errors* secara terpisah sebagai berikut.

Untuk *leverage points*:

$$\begin{aligned}\eta_i(S^L) &= 1, \text{ untuk } RD_i^x < c \text{ MADX} \\ \eta_i(S^L) &= \frac{1}{(|x_i|)^t}, \text{ untuk lainnya}\end{aligned}\quad (2.52)$$

dan untuk *gross error*:

$$\begin{aligned}\eta_i(S^G) &= 1, \text{ untuk } RD_i^y < c \text{ MADY} \\ \eta_i(S^G) &= \frac{1}{(|x_i|)^z}, \text{ untuk lainnya}\end{aligned}\quad (2.53)$$

dimana,

$$t = 3$$

$$z = 2$$

$$RD_i^x = |\text{med}x_i - \text{MEDX}|$$

$$RD_i^y = |\text{med}y_i - \text{MEDY}|$$

$$\text{med}x_i = \text{median}\{a_{ij}^L, j = 1, 2, \dots, n\}, i = 1, 2, \dots, n; i \neq j$$

$$\text{MEDX} = \text{median}\{\text{med}x_1, \text{med}x_2, \dots, \text{med}x_n\}$$

$$\text{MADX} = 1,4826 \text{ median} (|\text{med}x_i - \text{MEDX}|)$$

$$\text{med}y_i = \text{median}\{a_{ij}^G, j = 1, 2, \dots, n\}, i = 1, 2, \dots, n; i \neq j$$

$$\text{MEDY} = \text{median}\{\text{med}y_1, \text{med}y_2, \dots, \text{med}y_n\}$$

$$\text{MADY} = 1,4826 \text{ median} (|\text{med}y_i - \text{MEDY}|)$$

$$a_{ij}^L = \frac{a_{ij}}{|y_i - y_j|}, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j$$

$$a_{ij}^G = \frac{a_{ij}}{|x_i - x_j|}, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j$$

$$a_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j.$$

Menurut Fox & Sanford (2013), estimasi parameter dengan metode *GM-estimator* dilakukan dengan metode *Iterative Reweighted Least Square* (IRLS). Prosedur estimasi menggunakan metode IRLS dapat dilakukan dengan beberapa langkah sebagai berikut:

a) Melakukan estimasi parameter regresi menggunakan *least square*, sehingga diperoleh $\hat{y}_i^{(0)}$ dan diperoleh residual $\varepsilon_i^{(0)}$, dimana $\varepsilon_i^{(0)} = y_i - \hat{y}_i^{(0)}$, $i = 1, 2, \dots, n$ yang diperlakukan sebagai nilai awal.

b) Dari nilai residual $\varepsilon_i^{(0)}$ yang diperoleh dari langkah (a), ditentukan *estimator* skala $\hat{\sigma}^{(0)}$ dan fungsi pembobot awal $W_i^{(0)} = \frac{\psi(\varepsilon_i^{*(0)})}{\varepsilon_i^{*(0)}}$, dimana $W_i^{(0)}$ dihitung sesuai fungsi *Tukey Bisquare*.

c) Mencari estimasi pada iterasi ke- r ($r = 1, 2, \dots, n$) dengan *weighted least square*:

$$\hat{\beta}^{(r)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}^{(r-1)} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}^{(r-1)} \mathbf{Y}$$

dengan $\mathbf{W}^{(r-1)}$ merupakan matriks diagonal dengan elemen diagonalnya adalah $W_i^{(r-1)}$. Sehingga estimasi parameter pada iterasi pertama ($r = 1$) menggunakan nilai residual $\varepsilon_i^{(0)}$ dan $W_i^{(0)}$.

d) Menghitung $\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i^{(1)}|$ atau $\sum_{i=1}^n |\varepsilon_i^{(1)}|$.

e) Mengulang langkah (b) sampai (d) hingga mendapatkan $\sum_{i=1}^n |\varepsilon_i^{(r)}|$ yang konvergen, yaitu ketika selisih dari $\hat{\beta}^{(r+1)}$ dan $\hat{\beta}^{(r)}$ mendekati 0, dengan r adalah banyaknya iterasi.

2.9 Normalized Median Absolute Deviation (MADN)

Median Absolute Deviation (MAD) merupakan ukuran pusat data yang *robust* terhadap *outlier*. Nilai MAD didefinisikan sebagai berikut:

$$MAD(x_i) = \text{med}\{|x_i - \text{med}(x_i)|\}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.54)$$

dimana x_i data pengamatan ke- i . Untuk membuat nilai *MAD* sebanding dengan nilai simpangan baku, maka didefinisikan nilai *MADN* (*Normalized Median Absolute Deviation*) sebagai berikut:

$$MADN(x_i) = \hat{\sigma} = \frac{MAD(x_i)}{0,6745}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.55)$$

Konstanta 0,6745 ini menyebabkan $\hat{\sigma}$ bersifat *unbias* jika n besar dan residual berdistribusi normal (Maronna, dkk, 2006).

2.10 Pengujian Spasial

Untuk mengetahui adanya efek spasial, maka terdapat dua pengujian yaitu uji dependensi spasial dan uji heterogenitas spasial.

a. Uji Dependensi Spasial

Uji dependensi spasial dilakukan untuk melihat apakah pengamatan di suatu lokasi berpengaruh terhadap pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan. Pengujian dependensi spasial dilakukan menggunakan statistik uji *Morans' I* dengan hipotesis berikut (Juniardi & Salamah, 2015):

$H_0: \mu_i = 0$ (tidak ada dependensi spasial)

$H_1: \mu_i \neq 0$ (terdapat dependensi spasial)

Statsitik uji *Morans' I* adalah sebagai berikut:

$$Z_I = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{Var}(I)}} \quad (2.56)$$

Dimana kriteria penolakannya adalah tolak H_0 jika nilai $|Z_I| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ yang artinya terdapat dependensi spasial.

b. Uji Heterogenitas Spasial

Uji heterogenitas spasial dilakukan untuk melihat apakah terdapat kekhasan pada setiap lokasi pengamatan, sehingga parameter regresi yang dihasilkan berbeda-beda secara spasial. Pengujian heterogenitas spasial dilakukan dengan uji *Breusch-Pagan* (BP) dengan hipotesis sebagai berikut (Anselin, 1988):

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (variansi antar lokasi sama)

H_1 : minimal ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$ (variansi antar lokasi berbeda)

Statistik uji *Breusch Pagan* adalah sebagai berikut:

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right) \mathbf{f}^T \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{f} \quad (2.57)$$

dimana,

ε_i : $y_i - \hat{y}_i$

\mathbf{f} : $(f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ dengan $f_i = \frac{\varepsilon_i^2}{\sigma^2} - 1$

σ^2 : varians dari y

ε_i^2 : kuadrat sisaan untuk pengamatan ke- i

\mathbf{Z} : matriks berukuran $n \times (p + 1)$ yang berisi vektor yang sudah distandarisasi untuk setiap pengamatan

dan kriteria penolakannya adalah tolak H_0 jika nilai $BP > \chi_{(\alpha,p)}^2$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

2.11 Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas digunakan untuk mengetahui ada atau tidaknya korelasi antara satu variabel prediktor dengan variabel prediktor yang lain. Salah satu syarat yang harus terpenuhi dalam pembentukan model regresi adalah tidak adanya multikolinieritas. Pendeteksian kasus multikolinieritas dapat dilakukan dengan menggunakan nilai VIF (*Variance Inflation Factor*). Jika nilai VIF lebih kecil dari 10, maka artinya tidak terjadi multikolinieritas antar variabel prediktor. Sedangkan jika nilai VIF lebih besar dari 10, maka artinya terjadi multikolinieritas antar variabel prediktor. Nilai VIF dapat dinyatakan sebagai berikut (Hocking, 1996):

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (2.58)$$

dengan R_j^2 koefisien determinasi antara x_j dengan variabel prediktor lainnya.

2.12 Estimasi Parameter

Menurut Hasan (2012), estimasi parameter adalah proses yang menggunakan sampel (statistik) untuk mengestimasi hubungan parameter dengan populasi yang tidak diketahui. Estimasi merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan dari sampel, dalam hal ini peubah acak yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi, dengan estimasi ini keadaan parameter populasi dapat diketahui.

Menurut Aziz (2010), terdapat dua jenis estimasi parameter, yaitu:

1. Estimasi Titik

Tujuan estimasi titik adalah menggunakan sampel data dan informasi non sampel (apriori) yang telah diketahui tentang distribusi peluangnya, untuk

memperoleh sebuah nilai yang dapat diterima sebagai estimasi terbaik dari parameter yang belum diketahui. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menghasilkan *estimator*, yaitu sebuah fungsi terhadap data sampel eksperimen

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}(y_1, y_2, \dots, y_n) \quad (2.59)$$

Misalkan y_1, y_2, \dots, y_n adalah sampel acak dari hasil pengamatan pada populasi, sehingga dapat ditegaskan secara ekuivalen bahwa

$$y_t = \theta + e_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.60)$$

Estimator untuk θ secara umum merupakan rata-rata aritmatik yang diberikan sebagai:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y} \quad (2.61)$$

Estimator ini adalah variabel acak, karena fungsi terhadap variabel acak y juga merupakan variabel acak.

2. Estimasi Interval

Terkadang terdapat permasalahan dalam menentukan interval untuk estimasi parameter, yang dalam statistik dikatakan sebagai variansi *estimator*. Terkadang penentuan interval *estimator* sangat berguna untuk memberikan *range* toleransi terhadap nilai-nilai estimasi yang mungkin.

Misalkan y adalah sampel acak berukuran n dari populasi berdistribusi normal $N \sim (\beta, \sigma^2)$, dengan parameter variansi yang telah diketahui. Maka *estimator maximum likelihood* untuk $\hat{\alpha}$ adalah:

$$\hat{\beta}_{ML} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \sim N \sim \left(\beta, \frac{\sigma^2}{n} \right) \quad (2.62)$$

Berdasarkan *estimator* yang telah didapatkan, maka dapat dibentuk distribusi z sebagai berikut:

$$z = \frac{\hat{\beta}_{ML} - \beta}{\sigma\sqrt{n}} \sim N(0,1) \quad (2.63)$$

maka,

$$P[-z_{\alpha/2} \leq z \leq z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha \quad (2.64)$$

dimana $z_{\alpha/2}$ adalah $\alpha/2$ persen bagian atas dari distribusi substitusi untuk z menghasilkan interval *estimator*:

$$P\left[\hat{\beta}_{ML} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \beta \leq \hat{\beta}_{ML} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha \quad (2.65)$$

2.13 Pendiferensialan Matriks

Menurut Gujarati (2004), jika $\mathbf{a}^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N]$ adalah suatu vektor baris dengan angka-angka, dan

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$$

adalah vektor kolom dari variabel-variabel x_1, x_2, \dots, x_N , maka

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^T \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}.$$

Bukti:

$$\mathbf{a}^T \mathbf{x} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = [a_1 x_1 \ a_2 x_2 \ \dots \ a_N x_N]$$

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^T \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_N x_N)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_N x_N)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial(a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_N x_N)}{\partial x_N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \mathbf{a}.$$

Perhatikan matriks $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$

maka,

$$\frac{\partial(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = 2\mathbf{A} \mathbf{x}$$

yang merupakan vektor baris dari N elemen. Bukti:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N] \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N \\ \vdots \\ a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \dots + a_{NN}x_N \end{bmatrix} \\ &= x_1(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N) + x_2(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N) + \\ &\quad \dots + x_N(a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \dots + a_{NN}x_N) \\ &= (a_{11}x_1^2 + a_{12}x_2x_1 + \dots + a_{1N}x_Nx_1) + (a_{21}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + \dots + \\ &\quad a_{2N}x_Nx_2) + (a_{N1}x_1x_N + a_{N2}x_2x_N + \dots + a_{NN}x_N^2). \end{aligned}$$

Kemudian diturunkan terhadap elemen-elemen \mathbf{x} sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\partial((a_{11}x_1^2 + a_{12}x_2x_1 + \dots + a_{1N}x_Nx_1) + (a_{21}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + \dots + a_{2N}x_Nx_2) + \dots + (a_{N1}x_1x_N + a_{N2}x_2x_N + \dots + a_{NN}x_N^2))}{\partial x_1} \right] \\
= & \left[\frac{\partial((a_{11}x_1^2 + a_{12}x_2x_1 + \dots + a_{1N}x_Nx_1) + (a_{21}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + \dots + a_{2N}x_Nx_2) + \dots + (a_{N1}x_1x_N + a_{N2}x_2x_N + \dots + a_{NN}x_N^2))}{\partial x_2} \right] \\
& \vdots \\
& \left[\frac{\partial((a_{11}x_1^2 + a_{12}x_2x_1 + \dots + a_{1N}x_Nx_1) + (a_{21}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + \dots + a_{2N}x_Nx_2) + \dots + (a_{N1}x_1x_N + a_{N2}x_2x_N + \dots + a_{NN}x_N^2))}{\partial x_N} \right] \\
= & \left[\begin{array}{c} (2a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N) + a_{21}x_2 + \dots + a_{N1}x_N \\ a_{12}x_1 + (a_{21}x_1 + 2a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N) + \dots + a_{N2}x_N \\ \vdots \\ a_{1N}x_1 + a_{2N}x_2 + \dots + (a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \dots + 2a_{NN}x_N) \end{array} \right] \\
= & \left[\begin{array}{c} (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N) + (a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{N1}x_N) \\ (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N) + (a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{N2}x_N) \\ \vdots \\ (a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \dots + a_{NN}x_N) + (a_{1N}x_1 + a_{2N}x_2 + \dots + a_{NN}x_N) \end{array} \right] \\
= & \left[\begin{array}{c} (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N) \\ (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N) \\ \vdots \\ (a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \dots + a_{NN}x_N) \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} (a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{N1}x_N) \\ (a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{N2}x_N) \\ \vdots \\ (a_{1N}x_1 + a_{2N}x_2 + \dots + a_{NN}x_N) \end{array} \right] \\
= & \mathbf{Ax} + \mathbf{A}^T \mathbf{x}.
\end{aligned}$$

Karena \mathbf{A} matriks simetris, dimana $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$ maka diperoleh:

$$\frac{\partial(\mathbf{x}^T \mathbf{Ax})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{A}^T \mathbf{x} = 2\mathbf{Ax}.$$

2.14 Penentuan Model Terbaik

Penentuan model terbaik dapat dilakukan dengan beberapa metode, salah satunya adalah metode *Akaike Information Criterion* (AIC). Metode AIC dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$AIC_i = -2 \log L_i + 2V_i \quad (2.66)$$

dimana L_i merupakan model *maximum likelihood* ke- i , yang ditentukan dengan menyesuaikan parameter bebas V_i untuk memaksimalkan peluang model dari data yang diamati. Model terbaik adalah model dengan nilai AIC terkecil (Akaike, 1973).

2.15 Hasil Penelitian Sebelumnya

Berdasarkan penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Millah (2015) tentang estimasi parameter model GWPR pada data yang mengandung *outlier* diperoleh hasil yaitu ketika data jumlah gizi buruk di Jawa timur tahun 2012 di analisis menggunakan model GWPR maka semua variabel prediktor, diantaranya imunisasi TT yang pertama pada ibu hamil, pemeriksaan neonatal lengkap ibu hamil, asupan ASI eksklusif, pelayanan balita, pelayanan penyuluhan, berperilaku hidup sehat dan bersih, dan jumlah ahli gizi tidak berpengaruh signifikan terhadap model. Hampir semua variabel berbanding terbalik dengan jumlah penderita gizi buruk di Jawa Timur. Artinya apabila jumlah semua variabel bertambah satu satuan, maka jumlah penderita balita gizi buruk akan semakin bertambah. Sedangkan analisis jumlah gizi buruk di Jawa Timur tahun 2012 menggunakan model GWPR pada data yang mengandung *outlier* diperoleh hasil yaitu ada pengaruh yang signifikan dari variabel prediktor antara satu lokasi ke lokasi lain. Dan kesimpulan akhir yang dapat diperoleh yaitu model GWPR pada data yang mengandung *outlier* lebih baik dalam menjelaskan masalah jumlah gizi buruk di Jawa Timur berdasarkan nilai AIC terkecil.

Selain itu ada Kristanto (2016) yang melakukan estimasi parameter model GWR yang mengandung *outlier* dengan metode *Bounded Influence M-estimator*. Pada pengaplikasian datanya, peneliti menggunakan data angka putus sekolah

tingkat SMA di Jawa Timur tahun 2013 dengan variabel prediktor yaitu pengangguran, kemiskinan, pendidikan kepala rumah tangga, indeks pembangunan manusia (IPM), angka partisipasi sekolah (ASP), *rural*, dan perceraian. Adapun hasil yang diperoleh ketika angka putus sekolah tingkat SMA dianalisis menggunakan model GWR yaitu variabel yang signifikan atau bervariasi secara spasial terhadap model hanya ada empat, diantaranya pengangguran, pendidikan kepala rumah tangga, *rural*, dan perceraian orang tua. Kemudian ketika dilakukan analisis menggunakan model GWR yang mengandung *outlier* dengan metode *M-estimator* dan metode *Bounded Influence M-estimator* pada pengujian serentakannya sama-sama menunjukkan hasil bahwa variabel prediktor mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon sedangkan pada pengujian parsialnya diperoleh hasil yaitu hanya tiga variabel yang signifikan, diantaranya kemiskinan, IPM, dan APS. Dan kesimpulan akhir yang dapat diperoleh yaitu model GWR yang mengandung *outlier* dengan pendekatan metode *Bounded Influence M-estimator* lebih baik dari pada menggunakan metode *M-estimator* berdasarkan nilai AIC terkecil.

2.16 Tuberkulosis

Tuberkulosis merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh infeksi bakteri *Mycobacterium Tuberculosis*. Penyakit tuberkulosis dibedakan menjadi dua, yaitu tuberkulosis paru dan tuberkulosis ekstra paru. Tuberkulosis paru merupakan penyakit tuberkulosis yang menyerang jaringan paru, sedangkan tuberkulosis ekstra paru adalah penyakit tuberkulosis yang menyerang organ tubuh selain paru, diantaranya organ selaput otak, selaput jantung (*pericardium*),

kelenjar getah bening, limfa, persendian, kulit, usus, ginjal, saluran kencing, dan lain-lain (Depkes RI, 2009).

Secara global, penyakit tuberkulosis masih menjadi isu kesehatan global di semua negara. Indonesia merupakan salah satu negara dengan beban tinggi terhadap kasus tuberkulosis bersama 21 negara yang lain. Di tingkat nasional, provinsi Jawa Timur merupakan salah satu penyumbang jumlah penderita tuberkulosis paru terbanyak kedua di bawah provinsi Jawa Barat. Adapun faktor-faktor yang mempengaruhi kasus tuberkulosis antara lain (Dinkes, 2012):

a. Sarana Sanitasi Keluarga Sehat

Salah satu upaya memperkecil terjadinya gangguan kesehatan adalah meningkatkan kondisi lingkungan yang sehat. Untuk memenuhi tujuan tersebut, provinsi Jawa Timur telah melaksanakan kegiatan sanitasi total berbasis masyarakat (STBM). Dimana kegiatan ini menitikberatkan pada upaya memicu dan mempertahankan keberlanjutan perubahan perilaku masyarakat agar hidup bersih dan sehat. Adapun strategi dalam mencapai tujuan dari kegiatan STBM adalah peningkatan akses jamban, cuci tangan menggunakan sabun, pengolahan air minum dan makanan rumah tangga, pengolahan limbah cair rumah tangga, dan pengolahan sampah rumah tangga (Dinkes, 2014).

b. Penduduk Usia Produktif

Pada saat ini, sebagian besar prediksi usia terkena penyakit tuberkulosis terletak pada kelompok usia produktif yaitu usia 15-54 tahun. Pada usia produktif mayoritas orang akan cenderung beraktivitas tinggi. Sehingga waktu istirahat menjadi berkurang yang berakibat pada daya tahan tubuh yang menurun. Atau karena lingkungan kerja yang padat dan berhubungan langsung

dengan banyak orang yang kemungkinan salah satu diantara mereka sedang menderita tuberkulosis. Berdasarkan kondisi tersebut maka potensi kelompok usia produktif sangat rentan terpapar kuman *microbacterium tuberculosis* (Andayani & Yoni, 2017).

c. Rumah Tangga Berperilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS)

Masih rendahnya rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat dapat berakibat pada tingginya kasus tuberkulosis. Adapun yang menjadi penyebabnya yaitu masih rendahnya pengetahuan, sikap, dan keterampilan masyarakat terhadap 10 indikator rumah tangga ber-PHBS. 10 indikator tersebut adalah persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan, memberi ASI eksklusif, menimbang balita setiap bulan, menggunakan air bersih, mencuci tangan dengan air bersih dan sabun, menggunakan jamban sehat, memberantas jentik di rumah sekali seminggu, makan buah dan sayur setiap hari, melakukan aktivitas fisik setiap hari, tidak merokok di dalam rumah. Sedangkan untuk rumah tangga yang tidak memiliki bayi, hanya 7 indikator yang akan dinilai kecuali persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan, memberi ASI eksklusif, dan menimbang balita setiap bulan (Dinkes, 2012).

d. Tempat Umum dan Pengelolaan Makanan (TUPM) Sehat

Salah satu tempat penyebaran penyakit adalah tempat-tempat umum pengelolaan makanan yang tidak sehat. TUPM sehat merupakan tempat umum dan pengelolaan makanan yang memenuhi syarat kesehatan, yaitu memiliki sarana air bersih, tempat pembuangan sampah, sarana pembuangan air limbah, ventilasi yang baik, luas lantai (luas ruang) yang sesuai dengan banyaknya

pengunjung serta memiliki pencahayaan ruang yang sesuai (Dinkes Natuna, 2014).

e. Rumah Sehat

Salah satu indikator yang dapat menggambarkan lingkungan yang sehat adalah rumah sehat. Rumah adalah struktur fisik atau bangunan sebagai tempat berlindung, dimana lingkungan dari struktur tersebut berguna untuk kesehatan keluarga dan individu. Dan Rumah dikategorikan sehat apabila bangunan rumah tinggal memenuhi syarat kesehatan yaitu memiliki jamban sehat, tempat pembuangan sampah, sarana air bersih, sarana pembuangan air limbah, ventilasi baik, kepadatan hunian rumah sesuai, dan lantai rumah tidak dari tanah (Dinkes, 2012).

2.17 Kajian Al-Qur'an Tentang *Outlier*

Salah satu kajian al-Quran tentang *outlier* terdapat dalam surat al-A'raf ayat 80 berikut:

وَلَوْطًا إِذْ قَالَ لِقَوْمِهِ أَتَأْتُونَ الْفَاحِشَةَ مَا سَبَقَكُمْ بِهَا مِنْ أَحَدٍ مِنَ الْعَالَمِينَ ﴿٨٠﴾

“Dan (kami juga telah mengutus) Luth (kepada kaumnya). (Ingatlah) tatkala dia berkata kepada kaumnya, ‘mengapa kamu mengerjakan perbuatan fahisyah itu, yang belum pernah dikerjakan oleh seorang pun (di dunia ini) sebelummu?’” (QS. Al-A’raf: 7/80)

Dan sebutlah Lut, ketika dia berkata kepada kaumnya seraya mengecam mereka apakah kamu sekalian melakukan perbuatan yang teramat buruk dan keji itu, yang tak pernah dilakukan oleh seorang pun sebelum kamu di zaman apa pun. Tapi, perbuatan itu termasuk hal-hal baru yang kamu buat dalam soal kerusakan. Sehingga kalian merupakan contoh dan teladan dalam perbuatan yang jahat,

sehingga kalian akan mendapat dosanya dan dosa dari siapa pun yang mengikuti kamu dalam melakukan perbuatan-perbuatan jahat itu sampai hari kiamat. Ini merupakan keterangan bahwa keburukan-keburukan yang mereka lakukan adalah bertentangan dengan tuntunan-tuntunan fitrah. Oleh karena itu, tidak diingini oleh hati siapa pun dari umat sebelum mereka, di samping hal itu bertentangan dengan petunjuk agama (Al-Maraghi, 1993).

Ayat di atas dapat dikategorikan sebagai *outlier* berdasarkan definisi *outlier* itu sendiri yaitu suatu data yang menyimpang dari sekumpulan data yang lain. Sesuai dengan tafsir di atas, dijelaskan bahwa terdapat kaum Nabi Lut yang melakukan penyimpangan terhadap ajaran tertentu.



BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah studi literatur dan deskriptif kuantitatif. Pada studi literatur yaitu dengan mengumpulkan bahan-bahan pustaka yang mendukung penelitian penulis. Sedangkan pendekatan deskriptif kuantitatif yaitu dengan melakukan analisis pada data sekunder sesuai dengan penelitian penulis.

3.2 Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder yang diambil dari penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Lestari, dkk tahun 2014, yaitu data yang bersumber dari Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur tahun 2012.

3.3 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah jumlah kasus penyakit tuberkulosis sebagai variabel respon (Y), dan enam variabel prediktor meliputi persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat (X_1), persentase penduduk usia produktif (X_2), persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis (X_3), persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS) (X_4), persentase tempat umum dan pengelolaan makanan (TUPM) sehat (X_5), dan persentase rumah sehat (X_6).

3.4 Analisis Data

3.4.1 Estimasi Parameter Model MGWPR yang Mengandung *Outlier*

Langkah-langkah estimasi parameter model MGWPR yang mengandung *outlier* adalah sebagai berikut:

1. Menentukan model MGWPR seperti persamaan (2.39) dan mengasumsikan model MGWPR tersebut mengandung *outlier*.
 - a. Melinierisasikan model MGWPR dengan *logaritma natural*.
 - b. Membentuk model GWPR dan regresi global.
2. Estimasi parameter lokal model GWPR yang mengandung *outlier* dengan langkah-langkah berikut:
 - a. Melakukan estimasi parameter lokal $\beta_l^T(i)$ dengan metode OLS.
 - b. Menyelesaikan estimasi parameter lokal $\beta_l^T(i)$ yang mengandung *outlier* dengan pendekatan metode *GM-estimator* dengan langkah-langkah berikut:
 - a) Membentuk persamaan *GM-estimator*.
 - b) Memisalkan $\frac{\partial \rho}{\partial \beta_j(u_i, v_i)}$ dengan fungsi *influence* ψ .
 - c) Mencari fungsi *influence* dari fungsi pembobot $W_i = W(\tilde{\varepsilon}_{li}) = \frac{\psi(\tilde{\varepsilon}_{li})}{\tilde{\varepsilon}_{li}}$ dengan cara berikut ini:
 - i. Menentukan nilai residual $\tilde{\varepsilon}_{li} = \frac{\varepsilon_{li}}{\hat{\sigma}}$.
 - ii. Menentukan nilai ε_{li} dan $\hat{\sigma}$.
 - d) Mencari estimasi baru menggunakan metode WLS.
 - e) Melakukan penyelesaian estimasi dengan metode IRLS (*Iterative Reweighted Least Square*) dengan cara berikut ini:
 - i. Menentukan $(\hat{\beta}_l^T(i))^{(0)}$ sebagai *estimator* awal.

- ii. Mencari fungsi pembobot baru berdasarkan *estimator* awal.
3. Estimasi parameter regresi global yang mengandung *outlier* dengan langkah-langkah berikut:
 - a. Melakukan estimasi parameter global β_g dengan metode OLS.
 - b. Melakukan estimasi parameter regresi global yang mengandung *outlier* dengan pendekatan metode *GM-estimator* dengan langkah-langkah berikut:
 - a) Membentuk persamaan *GM-estimator*.
 - b) Memisalkan $\frac{\partial \rho}{\partial \beta_j}$ dengan fungsi *influence* ψ .
 - c) Mencari fungsi *influence* dari fungsi pembobot $W_i = W(\tilde{\varepsilon}_{gi}) = \frac{\psi(\tilde{\varepsilon}_{gi})}{\tilde{\varepsilon}_{gi}}$ dengan cara berikut:
 - i. Menentukan nilai residual $\tilde{\varepsilon}_{gi} = \frac{\varepsilon_{gi}}{\hat{\sigma}}$.
 - ii. Menentukan nilai ε_{gi} dan $\hat{\sigma}$.
 - d) Mencari estimasi $\hat{\beta}_g$ baru menggunakan metode WLS.
 - e) Melakukan penyelesaian estimasi dengan metode IRLS (*Iterative Reweighted Least Square*) dengan cara berikut ini:
 - i. Menentukan $\hat{\beta}_g^{(0)}$ sebagai *estimator* awal.
 - ii. Mencari fungsi pembobot baru berdasarkan *estimator* awal.

3.4.2 Pemodelan Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur

Langkah-langkah pemodelan jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012 adalah sebagai berikut:

1. Melakukan analisis deskriptif data sebagai gambaran awal untuk mengetahui kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012.

2. Mengidentifikasi *outlier*.
3. Menguji multikolinieritas antar variabel.
4. Membentuk model regresi Poisson
5. Melakukan pengujian spasial.
 - a. Uji heterogenitas spasial menggunakan uji *Breusch-Pagan*.
 - b. Uji dependensi spasial menggunakan uji *Morans'I*.
6. Menganalisis model GWPR dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Menentukan *bandwith* optimum dengan menggunakan *Cross Validation* (CV)
 - b. Menghitung matriks pembobot dengan menggunakan fungsi *Fixed Gaussian Kernel*.
 - c. Menguji signifikansi parameter model GWPR secara serentak dan parsial.
 - d. Membentuk model GWPR dan melakukan interpretasi.
 - e. Membuat peta lokal berdasarkan variabel yang signifikan di setiap kabupaten/kota.
7. Menganalisis model MGWPR dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Menentukan *bandwith* optimum dengan menggunakan *Cross Validation* (CV).
 - b. Menghitung matriks pembobot dengan menggunakan fungsi *Fixed Gaussian Kernel*.
 - c. Menguji signifikansi parameter model MGWPR secara serentak dan parsial.
 - d. Membentuk model MGWPR dan melakukan interpretasi.
 - e. Membuat peta lokal berdasarkan variabel yang signifikan di setiap kabupaten/kota.

8. Menganalisis model MGWPR yang mengandung *outlier* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Estimasi parameter model GWPR yang mengandung *outlier* dengan proses berikut:

- i. Melakukan estimasi parameter regresi menggunakan metode OLS yang diperlakukan sebagai nilai awal sehingga diperoleh $\hat{y}_i^{(0)}$.
- ii. Menentukan nilai $\hat{\sigma}^{(0)}$.
- iii. Menghitung skala residual $\hat{\varepsilon}_{li}^{(0)}$.
- iv. Menyusun matriks pembobot awal $\mathbf{W}^{(0)}(i)$.
- v. Mencari estimasi model GWPR yang mengandung *outlier* untuk iterasi pertama yaitu $\left(\hat{\beta}_l^T(i)\right)^{(1)}$.
- vi. Dari nilai $\left(\hat{\beta}_l^T(i)\right)^{(1)}$ yang diperoleh dari langkah (v), kemudian ditentukan pembobot iterasi pertama $\mathbf{W}^{(1)}(i)$.
- vii. Mengulang langkah (ii) sampai (vi) hingga mendapatkan $\left(\hat{\beta}_l^T(i)\right)^{(k)}$ yang konvergen.
- viii. Menguji signifikansi parameter model GWPR yang mengandung *outlier* secara parsial.

b. Estimasi parameter model regresi Poisson yang mengandung *outlier* dengan proses berikut:

- i. Melakukan estimasi parameter regresi menggunakan metode OLS yang diperlakukan sebagai nilai awal sehingga diperoleh $\hat{y}_i^{(0)}$.
- ii. Menentukan nilai $\hat{\sigma}^{(0)}$.

- iii. Menghitung skala residual $\hat{\varepsilon}_{gi}^{(0)}$.
 - iv. Menyusun matriks pembobot awal $W^{(0)}$.
 - v. Mencari estimasi model regresi Poisson yang mengandung *outlier* untuk iterasi pertama yaitu $\hat{\beta}_g^{(1)}$.
 - vi. Dari nilai $\hat{\beta}_g^{(1)}$ yang diperoleh dari langkah (v), kemudian ditentukan pembobot iterasi pertama $W^{(1)}$.
 - vii. Mengulang langkah (ii) sampai (vi) hingga mendapatkan $\hat{\beta}_g^{(k)}$ yang konvergen.
 - viii. Menguji signifikansi parameter model regresi Poisson yang mengandung *outlier* secara parsial.
- c. Membandingkan model MGWPR dengan model MGWPR yang mengandung *outlier*.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Model MGWPR yang Mengandung *Outlier*

4.1.1 Model MGWPR

Model MGWPR merupakan gabungan dari model regresi Poisson global dengan model GWPR yang terboboti secara geografis. Estimasi parameter model MGWPR ini akan mengkombinasikan sebagian parameter bersifat global dan sebagian lagi bersifat lokal. Model MGWPR dengan variabel respon yang mengikuti distribusi Poisson telah diberikan pada persamaan (2.39).

Model MGWPR pada persamaan (2.39) diasumsikan mengandung *outlier* dan dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \exp(\beta_0(u_1, v_1) + \beta_1(u_1, v_1)x_{11} + \beta_2(u_1, v_1)x_{12} + \cdots + \beta_k(u_1, v_1)x_{1k} + \\
 &\quad \beta_{k+1}x_{1,(k+1)} + \beta_{k+2}x_{1,(k+2)} + \cdots + \beta_mx_{1m} + \varepsilon_1) \\
 y_2 &= \exp(\beta_0(u_2, v_2) + \beta_1(u_2, v_2)x_{21} + \beta_2(u_2, v_2)x_{22} + \cdots + \beta_k(u_2, v_2)x_{2k} + \\
 &\quad \beta_{k+1}x_{2,(k+1)} + \beta_{k+2}x_{2,(k+2)} \cdots + \beta_mx_{2m} + \varepsilon_2) \\
 &\vdots \\
 y_n &= \exp(\beta_0(u_n, v_n) + \beta_1(u_n, v_n)x_{n1} + \beta_2(u_n, v_n)x_{n2} + \cdots + \beta_k(u_n, v_n)x_{nk} + \\
 &\quad \beta_{k+1}x_{n,(k+1)} + \beta_{k+2}x_{n,(k+2)} \cdots + \beta_mx_{nm} + \varepsilon_n)
 \end{aligned}$$

Kemudian dilinierkan dengan menggunakan *logaritma natural*, sehingga persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned}
 \ln(y_i) &= \ln\left(e^{\beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k \beta_j(u_i, v_i)x_{ij} + \sum_{j=k+1}^m \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i}\right) \\
 &= \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k \beta_j(u_i, v_i)x_{ij} + \sum_{j=k+1}^m \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{i1} + \beta_2(u_i, v_i)x_{i2} + \cdots + \\
&\quad \beta_k(u_i, v_i)x_{ik} + \beta_{k+1}x_{i,(k+1)} + \beta_{k+2}x_{i,(k+2)} \cdots + \beta_m x_{im} + \quad (4.1) \\
&\quad \varepsilon_i
\end{aligned}$$

Misalkan,

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \ln(y_1) \\ \ln(y_2) \\ \vdots \\ \ln(y_n) \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

$$\beta_l = \begin{bmatrix} \beta_0(u_1, v_1) & \beta_1(u_1, v_1) & \cdots & \beta_k(u_1, v_1) \\ \beta_0(u_2, v_2) & \beta_1(u_2, v_2) & \cdots & \beta_k(u_2, v_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0(u_n, v_n) & \beta_1(u_n, v_n) & \cdots & \beta_k(u_n, v_n) \end{bmatrix}_{n \times (k+1)}$$

$$\mathbf{X}_l = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}_{n \times (k+1)}$$

$$\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{(k+1) \times 1}$$

$$\beta_g = \begin{bmatrix} \beta_{k+1} \\ \beta_{k+2} \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}_{(m-k) \times 1}$$

$$\mathbf{X}_g = \begin{bmatrix} x_{1,(k+1)} & x_{1,(k+2)} & \cdots & x_{1m} \\ x_{2,(k+1)} & x_{2,(k+2)} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,(k+1)} & x_{n,(k+2)} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}_{n \times (m-k)}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Sehingga persamaan (4.1) dapat dibentuk menjadi:

$$\mathbf{z} = (\boldsymbol{\beta}_l \otimes \mathbf{X}_l)\mathbf{1} + \mathbf{X}_g\boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.2)$$

dengan \otimes adalah operator perkalian logika dimana setiap unsur dari matriks $\boldsymbol{\beta}_l$ dikalikan dengan unsur dari matriks \mathbf{X}_l secara berpasangan dan nilai $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah gabungan dari nilai $\boldsymbol{\varepsilon}_l$ dan $\boldsymbol{\varepsilon}_g$.

Model MGWPR yang diasumsikan mengandung *outlier* pada persamaan (4.2) di atas terdiri dari dua parameter, yaitu parameter lokal:

$$\mathbf{z}_l = (\boldsymbol{\beta}_l \otimes \mathbf{X}_l)\mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon}_l \quad (4.3)$$

dan parameter global yaitu:

$$\mathbf{z}_g = \mathbf{X}_g\boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon}_g \quad (4.4)$$

dengan $\mathbf{z}_l = \mathbf{z}_g = \mathbf{z}$. Untuk mempermudah estimasi kedua parameter tersebut, maka proses estimasinya akan dilakukan satu persatu.

4.1.2 Proses Estimasi Parameter Lokal Model MGWPR

Model GWPR yang diasumsikan mengandung *outlier* pada persamaan (4.3) di atas akan diselesaikan secara parsial untuk mendapatkan nilai β_l pada lokasi ke- i , yaitu:

$$\mathbf{z}_l = \mathbf{X}_l\boldsymbol{\beta}_l^T(i) + \boldsymbol{\varepsilon}_l \quad (4.5)$$

atau,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_l = \mathbf{z}_l - \mathbf{X}_l\boldsymbol{\beta}_l^T(i)$$

dengan,

$$\boldsymbol{\beta}_l^T(i) = \begin{bmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_k(u_i, v_i) \end{bmatrix}_{(k+1) \times 1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_l = \begin{bmatrix} \varepsilon_{l1} \\ \varepsilon_{l2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ln} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS), maka *estimator* kuadrat terkecil dari fungsi SSE dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} SSE &= \boldsymbol{\varepsilon}_l^T \boldsymbol{\varepsilon}_l \\ &= (\mathbf{z}_l - \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i))^T (\mathbf{z}_l - \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i)) \\ &= (\mathbf{z}_l^T - \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T) (\mathbf{z}_l - \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i)) \\ &= \mathbf{z}_l^T \mathbf{z}_l - \mathbf{z}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) - \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l + \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) \\ &= \mathbf{z}_l^T \mathbf{z}_l - (\mathbf{z}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i))^T - \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l + \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) \\ &= \mathbf{z}_l^T \mathbf{z}_l - \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l - \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l + \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) \\ &= \mathbf{z}_l^T \mathbf{z}_l - 2\boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l + \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Untuk mendapatkan *estimator* $\hat{\boldsymbol{\beta}}_l$ pada lokasi ke- i , maka persamaan (4.6) diminimumkan dengan cara melakukan turunan parsial pertama fungsi SSE terhadap $\boldsymbol{\beta}_l^T(i)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial (\mathbf{z}_l^T \mathbf{z}_l - 2\boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l + \boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i))}{\partial (\boldsymbol{\beta}_l^T(i))} \\ &= 0 - 2\mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l + \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) + (\boldsymbol{\beta}_l(i) \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l)^T \\ &= -2\mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l + \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) + \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) \\ &= -2\mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l + 2\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Ketika persamaan (4.7) disamadengankan nol, maka diperoleh *estimator* $\hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i)$ secara OLS sebagai berikut:

$$-2\mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l + 2\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) = 0$$

$$2\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) = 2\mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l$$

$$\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l^T(i) = \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l$$

$$(\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l)^{-1} (\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l) \boldsymbol{\beta}_l^T(i) = (\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i) = (\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l \quad (4.8)$$

Setelah diperoleh *estimator* $\hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i)$ pada persamaan (4.8), maka persamaan (4.5) untuk lokasi ke- i menjadi:

$$\ln(y_i) = \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i) + \varepsilon_{li} \quad (4.9)$$

atau,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{li} &= \ln(y_i) - \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i) \\ &= \ln(y_i) - \left(\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i) \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

dimana,

$$\mathbf{x}_i^T = [1 \quad x_{i1} \quad x_{i2} \quad \dots \quad x_{ik}]_{1 \times (k+1)}.$$

Karena pada data-data \mathbf{X}_l , \mathbf{X}_l^T , dan \mathbf{z}_l terdapat *outlier* yang menyebabkan *estimator* $\hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i)$ yang dihasilkan OLS menjadi bias karena terjadi pelanggaran asumsi kenormalan data, maka berdasarkan pernyataan Myers (1990), masalah *outlier* pada estimasi OLS dapat diatasi dengan metode regresi *robust*, yaitu metode *GM-estimator*. Sesuai persamaan (2.51) dengan mengubah $\varepsilon_i = \varepsilon_{li}$, maka fungsi *GM-estimator* dapat diberikan sebagai berikut:

$$M = \sum_{i=1}^n \eta(a_{ij}) \rho(\varepsilon_{li}) \quad (4.11)$$

Kemudian persamaan (4.10) disubstitusikan pada persamaan (4.11) sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n \eta(a_{ij}) \rho(\varepsilon_{li}) = \sum_{i=1}^n \eta(a_{ij}) \rho \left(\ln(y_i) - \left\{ \hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i) \right\} \right) \quad (4.12)$$

Misalkan $\psi = \frac{\partial \rho}{\partial \beta_j(u_i, v_i)}$ dan ψ merupakan fungsi *influence*. Maka, persamaan

(4.12) diubah menjadi:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \eta(a_{ij}) \psi \left(\ln(y_i) - \left\{ \hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i) \right\} \right) = 0 \quad (4.13)$$

Kemudian nilai residual distandarisasi terhadap simpangan baku, sehingga persamaan (4.13) menjadi:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \eta(a_{ij}) \psi \left(\frac{\ln(y_i) - \left\{ \hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i) \right\}}{\hat{\sigma}} \right) = 0 \quad (4.14)$$

dimana nilai $\hat{\sigma}$ dapat dicari sesuai persamaan (2.55) dengan mengubah $x_i = \varepsilon_{li}$

sebagai berikut:

$$\hat{\sigma} = \frac{MAD(\varepsilon_{li})}{0,6745} \quad (4.15)$$

dengan $MAD(\varepsilon_{li}) = med\{|\varepsilon_{li} - med(\varepsilon_{li})|\}$.

Sesuai persamaan (2.49) dengan mengubah $\varepsilon_i = \tilde{\varepsilon}_{li}$, maka fungsi *influence* dari fungsi pembobot dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$W_i = W(\tilde{\varepsilon}_{li}) = \frac{\psi(\tilde{\varepsilon}_{li})}{\tilde{\varepsilon}_{li}} \quad (4.16)$$

dengan,

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_{li} &= \frac{\varepsilon_{li}}{\hat{\sigma}} \\ &= \frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Berdasarkan persamaan (4.17), maka persamaan (4.16) dapat diubah menjadi berikut:

$$W(\tilde{\varepsilon}_{li}) = \frac{\psi\left(\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}\right)}{\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}} \quad (4.18)$$

Kemudian kedua ruas pada persamaan (4.18) dikalikan dengan

$\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}$, sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\begin{aligned} W(\tilde{\varepsilon}_{li}) \left[\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745} \right] &= \\ \psi\left(\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}\right) & \\ W(\tilde{\varepsilon}_{li}) \left[\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{\hat{\sigma}} \right] &= \\ \psi\left(\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{\hat{\sigma}}\right) & \end{aligned} \quad (4.19)$$

Substitusikan persamaan (4.19) pada persamaan (4.14) sehingga diperoleh,

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \eta(a_{ij}) W_i \left[\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{\hat{\sigma}} \right] = 0 \quad (4.20)$$

Menurut Hekimoglu & Erenoglu, (2013), fungsi pembobot $\eta(a_{ij})$ pada metode *GM-estimator* dapat digantikan dengan $\eta_i(S)$, dengan $S = a_{ij}$. Dengan demikian persamaan (4.20) dapat ditulis ulang menjadi:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \eta_i(S) W_i \left[\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i)\}}{\hat{\sigma}} \right] = 0 \quad (4.21)$$

Misalkan, $\eta_i(S) W_i = \bar{W}_i$ maka persamaan (4.21) menjadi berikut:

$$\frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n x_{ij} \bar{W}_i \left[\ln(y_i) - \left\{ \hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j(u_i, v_i) \right\} \right] = 0 \quad (4.22)$$

Jika persamaan (4.22) dinotasikan ke dalam bentuk matriks, maka diperoleh *estimator* secara WLS sebagai berikut:

$$\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(i) \mathbf{z}_l - \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(i) \mathbf{X}_l \hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i) = 0 \quad (4.23)$$

$$\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(i) \mathbf{z}_l = \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(i) \mathbf{X}_l \hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i) \quad (4.24)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i) = (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(i) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}(i) \mathbf{z}_l \quad (4.25)$$

dengan $\mathbf{W}(i)$ adalah matriks pembobot berukuran $n \times n$ yang elemen-elemen diagonalnya adalah $\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_n$, yang ditulis sebagai:

$$\mathbf{W}(i) = \text{diag}[\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_n] \quad (4.26)$$

Pada penelitian ini fungsi pembobot yang digunakan adalah pembobot *Tukey Bisquare* sesuai persamaan (2.49) dengan mengubah $W_i = \bar{W}_i$ dan $\varepsilon_i = \tilde{\varepsilon}_{li}$ sebagai berikut:

$$\bar{W}_i = W(\tilde{\varepsilon}_{li}) = \frac{\psi(\tilde{\varepsilon}_{li})}{\tilde{\varepsilon}_{li}} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{\tilde{\varepsilon}_{li}}{c} \right)^2 \right]^2 & , |\tilde{\varepsilon}_{li}| \leq c \\ 0 & , |\tilde{\varepsilon}_{li}| > c \end{cases} \quad (4.27)$$

Untuk mendapatkan *estimator* $\hat{\boldsymbol{\beta}}_l^T(i)$ dengan *GM-estimator* maka dilakukan dengan metode numerik, yaitu metode *Iterative Reweighted Least*

Square (IRLS). Estimasi menggunakan metode IRLS untuk persamaan 4.25 membutuhkan proses iterasi dimana nilai $\mathbf{W}(i)$ akan berubah di setiap iterasi.

Untuk *estimator* awal $(\hat{\beta}_l^T(i))^{(0)}$ diperoleh berdasarkan *estimator* model sebelumnya, yaitu OLS seperti persamaan (4.8). Kemudian *estimator* awal $(\hat{\beta}_l^T(i))^{(0)}$ digunakan untuk menghitung pembobot $\mathbf{W}^{(0)}(i)$ sebagai berikut:

$$\bar{W}_i^{(0)} = \frac{\psi\left(\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0^{(0)}(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(0)}(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}\right)}{\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0^{(0)}(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(0)}(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}} \quad (4.28)$$

dengan $\mathbf{W}^{(0)}(i)$ adalah matriks pembobot pertama yang berukuran $n \times n$ yang elemen-elemen diagonalnya adalah $\bar{W}_1^{(0)}, \bar{W}_2^{(0)}, \dots, \bar{W}_n^{(0)}$. Sehingga nilai $\mathbf{W}^{(0)}(i)$ dapat digunakan untuk menentukan $(\hat{\beta}_l^T(i))^{(1)}$ sebagai berikut:

$$(\hat{\beta}_l^T(i))^{(1)} = (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(0)}(i) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(0)}(i) \mathbf{z}_l \quad (4.29)$$

Kemudian nilai $(\hat{\beta}_l^T(i))^{(1)}$ digunakan untuk menghitung nilai pembobot $\mathbf{W}^{(1)}(i)$ sebagai berikut:

$$\bar{W}_i^{(1)} = \frac{\psi\left(\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0^{(1)}(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(1)}(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}\right)}{\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0^{(1)}(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(1)}(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}} \quad (4.30)$$

dan seterusnya nilai $\mathbf{W}(i)$ akan berubah sesuai dengan proses iterasi sehingga diperoleh,

$$\bar{W}_i^{(r-1)} = \frac{\psi\left(\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0^{(r-1)}(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(r-1)}(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}\right)}{\frac{\ln(y_i) - \{\hat{\beta}_0^{(r-1)}(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(r-1)}(u_i, v_i)\}}{MAD(\varepsilon_{li})/0,6745}} \quad (4.31)$$

Berdasarkan persamaan (4.31), maka dapat diperoleh *estimator* berikut:

$$\left(\widehat{\beta}_l^T(i)\right)^{(r)} = \left(\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(r-1)}(i) \mathbf{X}_l\right)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(r-1)}(i) \mathbf{z}_l \quad (4.32)$$

dan untuk pembobot $\mathbf{W}^{(r)}(i)$ yang diberikan, maka diperoleh *estimator* berikut:

$$\left(\widehat{\beta}_l^T(i)\right)^{(r+1)} = \left(\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(r)}(i) \mathbf{X}_l\right)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(r)}(i) \mathbf{z}_l \quad (4.33)$$

dengan $r = 1, 2, \dots$. Proses iterasi dapat dihentikan ketika diperoleh *estimator* yang konvergen ke suatu nilai, yaitu:

$$\left\| \left(\widehat{\beta}_l^T(i)\right)^{(r+1)} - \left(\widehat{\beta}_l^T(i)\right)^{(r)} \right\| < \varepsilon$$

4.1.3 Proses Estimasi Parameter Global Model MGWPR

Dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS), maka *estimator* kuadrat terkecil dari fungsi SSE untuk model regresi global dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} SSR &= \boldsymbol{\varepsilon}_g^T \boldsymbol{\varepsilon}_g \\ &= (\mathbf{z}_g - \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g)^T (\mathbf{z}_g - \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g) \\ &= (\mathbf{z}_g^T - \boldsymbol{\beta}_g^T \mathbf{X}_g^T) (\mathbf{z}_g - \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g) \\ &= \mathbf{z}_g^T \mathbf{z}_g - \mathbf{z}_g^T \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g - \boldsymbol{\beta}_g^T \mathbf{X}_g^T \mathbf{z}_g + \boldsymbol{\beta}_g^T \mathbf{X}_g^T \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g \\ &= \mathbf{z}_g^T \mathbf{z}_g - (\mathbf{z}_g^T \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g)^T - \boldsymbol{\beta}_g^T \mathbf{X}_g^T \mathbf{z}_g + \boldsymbol{\beta}_g^T \mathbf{X}_g^T \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g \\ &= \mathbf{z}_g^T \mathbf{z}_g - \boldsymbol{\beta}_g^T \mathbf{X}_g^T \mathbf{z}_g - \mathbf{z}_g^T \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\beta}_g^T \mathbf{X}_g^T \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g \\ &= \mathbf{z}_g^T \mathbf{z}_g - 2\boldsymbol{\beta}_g^T \mathbf{X}_g^T \mathbf{z}_g + \boldsymbol{\beta}_g^T \mathbf{X}_g^T \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g \end{aligned} \quad (4.34)$$

Untuk mendapatkan *estimator* β_g yang efisien, maka persamaan (4.34) diminimumkan dengan cara melakukan turunan parsial pertama fungsi SSE terhadap β_g sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(z_g^T z_g - 2\beta_g^T X_g^T z_g + \beta_g^T X_g^T X_g \beta_g)}{\partial \beta_g} \\ &= 0 - 2X_g^T z_g + X_g^T X_g \beta_g + (\beta_g^T X_g^T X_g)^T \\ &= -2X_g^T z_g + X_g^T X_g \beta_g + X_g^T X_g \beta_g \\ &= -2X_g^T z_g + 2X_g^T X_g \beta_g \end{aligned} \quad (4.35)$$

Ketika persamaan (4.35) disamadengankan nol, maka diperoleh *estimator* β_g secara OLS sebagai berikut:

$$\begin{aligned} -2X_g^T z_g + 2X_g^T X_g \beta_g &= 0 \\ 2X_g^T X_g \beta_g &= 2X_g^T z_g \\ X_g^T X_g \beta_g &= X_g^T z_g \end{aligned} \quad (4.36)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (4.36), maka kedua ruas dikalikan dengan invers dari $X_g^T X_g$, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned} (X_g^T X_g)^{-1} (X_g^T X_g) \beta_g &= (X_g^T X_g)^{-1} X_g^T z_g \\ \hat{\beta}_g &= (X_g^T X_g)^{-1} X_g^T z_g \end{aligned} \quad (4.37)$$

Setelah diperoleh *estimator* β_g pada persamaan (4.37), maka persamaan (4.4) menjadi:

$$z_g = X_g \hat{\beta}_g - \varepsilon_g$$

atau,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_g = \mathbf{z}_g - \mathbf{X}_g \hat{\boldsymbol{\beta}}_g \quad (4.38)$$

Persamaan (4.38) dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\varepsilon_{g1} = \ln(y_1) - (\hat{\beta}_{k+1}x_{1,(k+1)} + \hat{\beta}_{k+2}x_{1,(k+2)} + \cdots + \hat{\beta}_m x_{1m})$$

$$\varepsilon_{g2} = \ln(y_2) - (\hat{\beta}_{k+1}x_{2,(k+1)} + \hat{\beta}_{k+2}x_{2,(k+2)} + \cdots + \hat{\beta}_m x_{2m})$$

⋮

$$\varepsilon_{gn} = \ln(y_n) - (\hat{\beta}_{k+1}x_{n,(k+1)} + \hat{\beta}_{k+2}x_{n,(k+2)} + \cdots + \hat{\beta}_m x_{nm})$$

atau dapat disederhanakan menjadi berikut:

$$\varepsilon_{gi} = \ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j \quad (4.39)$$

Karena pada data-data \mathbf{X}_g , \mathbf{X}_g^T , dan \mathbf{z}_g terdapat *outlier* yang menyebabkan *estimator* $\boldsymbol{\beta}_g$ yang dihasilkan OLS menjadi bias karena terjadi pelanggaran asumsi kenormalan data, maka berdasarkan pernyataan Myers (1990), masalah *outlier* pada estimasi OLS dapat diatasi dengan metode *GM-estimator*. Sesuai persamaan (2.51) dengan mengubah $\varepsilon_i = \varepsilon_{gi}$, maka fungsi *GM-estimator* dapat diberikan sebagai berikut:

$$M = \sum_{i=1}^n \eta(a_{ij}) \rho(\varepsilon_{gi}) \quad (4.40)$$

Kemudian persamaan (4.39) disubstitusikan pada persamaan (4.40) sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n \eta(a_{ij}) \rho(\varepsilon_{gi}) = \sum_{i=1}^n \eta(a_{ij}) \rho \left(\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j \right) \quad (4.41)$$

Misalkan $\psi = \frac{\partial \rho}{\partial \hat{\beta}_j}$ dan ψ merupakan fungsi *influence*. Maka, persamaan (4.41)

diubah menjadi:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \eta(a_{ij}) \psi \left(\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j \right) = 0 \quad (4.42)$$

Kemudian nilai residual distandarisasi terhadap simpangan baku, sehingga persamaan (4.42) menjadi:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \eta(a_{ij}) \psi \left(\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}} \right) = 0 \quad (4.43)$$

dimana nilai $\hat{\sigma}$ dapat dicari sesuai persamaan (2.55) dengan mengubah $x_i = \varepsilon_{gi}$ sebagai berikut:

$$\hat{\sigma} = \frac{MAD(\varepsilon_{gi})}{0,6745} \quad (4.44)$$

dengan $MAD(\varepsilon_{gi}) = med\{|\varepsilon_{gi} - med(\varepsilon_{gi})|\}$.

Sesuai persamaan (2.49) dengan mengubah $\varepsilon_i = \tilde{\varepsilon}_{gi}$, maka fungsi *influence* dari fungsi pembobot dinyatakan sebagai berikut:

$$W_i = W(\tilde{\varepsilon}_{gi}) = \frac{\psi(\tilde{\varepsilon}_{gi})}{\tilde{\varepsilon}_{gi}} \quad (4.45)$$

dengan,

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_{gi} &= \frac{\varepsilon_{gi}}{\hat{\sigma}} \\ &= \frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745} \end{aligned} \quad (4.46)$$

Berdasarkan persamaan (4.46), maka persamaan (4.45) dapat diubah menjadi:

$$W(\tilde{\varepsilon}_{gi}) = \frac{\psi \left(\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745} \right)}{\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745}} \quad (4.47)$$

Kemudian kedua ruas pada persamaan (4.47) dikalikan $\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745}$ sehingga

diperoleh hasil berikut:

$$W(\tilde{\varepsilon}_{gi}) \left[\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745} \right] = \psi \left(\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745} \right)$$

$$W(\tilde{\varepsilon}_{gi}) \left[\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}} \right] = \psi \left(\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}} \right) \quad (4.48)$$

Substitusikan persamaan (4.48) pada persamaan (4.43), sehingga diperoleh:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \eta(a_{ij}) W_i \left[\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}} \right] = 0 \quad (4.49)$$

Menurut Hekimoglu & Erenoglu, (2013), fungsi pembobot $\eta(a_{ij})$ pada metode *GM-estimator* dapat digantikan dengan $\eta_i(S)$, dengan $S = a_{ij}$ adalah jarak normal antara pengamatan ke- i dengan pengamatan ke- j . Dengan demikian persamaan (4.49) dapat ditulis ulang menjadi:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \eta_i(S) W_i \left[\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}} \right] = 0 \quad (4.50)$$

Misalkan $\eta_i(S) W_i = \bar{W}_i$ maka persamaan (4.50) dapat diubah menjadi:

$$\frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n x_{ij} \bar{W}_i \left[\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j \right] = 0 \quad (4.51)$$

Jika persamaan (4.51) dinotasikan ke dalam bentuk matriks, maka diperoleh *estimator* β_g secara WLS sebagai berikut:

$$\mathbf{X}_g^T \mathbf{W} \mathbf{z}_g - \mathbf{X}_g^T \mathbf{W} \mathbf{X}_g \hat{\beta}_g = 0 \quad (4.52)$$

$$\mathbf{X}_g^T \mathbf{W} \mathbf{z}_g = \mathbf{X}_g^T \mathbf{W} \mathbf{X}_g \hat{\beta}_g \quad (4.53)$$

$$\hat{\beta}_g = (\mathbf{X}_g^T \mathbf{W} \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T \mathbf{W} \mathbf{z}_g \quad (4.54)$$

dengan \mathbf{W} adalah matriks pembobot berukuran $n \times n$ yang elemen-elemen diagonalnya adalah $\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_n$, yang ditulis sebagai:

$$\mathbf{W} = \text{diag}[\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_n] \quad (4.55)$$

Pada penelitian ini fungsi pembobot yang digunakan adalah pembobot *Tukey Bisquare* yang diberikan pada persamaan (2.49) dengan mengubah $W_i = \bar{W}_i$ dan $\varepsilon_i = \tilde{\varepsilon}_{gi}$ sebagai berikut:

$$\bar{W}_i = W(\tilde{\varepsilon}_{gi}) = \frac{\psi(\tilde{\varepsilon}_{gi})}{\tilde{\varepsilon}_{gi}} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{\tilde{\varepsilon}_{gi}}{c}\right)^2\right]^2 & , |\tilde{\varepsilon}_{gi}| \leq c \\ 0 & , |\tilde{\varepsilon}_{gi}| > c \end{cases} \quad (4.56)$$

Untuk mencari *estimator* β_g dengan metode *GM-estimator* maka digunakan metode *Iterative Reweighted Least Square* (IRLS). Estimasi menggunakan metode IRLS membutuhkan proses iterasi di mana nilai \mathbf{W} akan berubah di setiap iterasi. Untuk *estimator* awal β_g diperoleh berdasarkan *estimator* model sebelumnya. Kemudian *estimator* awal β_g , yaitu persamaan (4.37) digunakan untuk menghitung pembobot $\mathbf{W}^{(0)}$ sebagai berikut:

$$\bar{W}_i^{(0)} = \frac{\psi\left(\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(0)}}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745}\right)}{\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(0)}}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745}} \quad (4.57)$$

dengan $\mathbf{W}^{(0)}$ adalah matriks pembobot pertama yang berukuran $n \times n$ yang elemen-elemennya adalah $\bar{W}_1^{(0)}, \bar{W}_2^{(0)}, \dots, \bar{W}_n^{(0)}$. Sehingga nilai $\mathbf{W}^{(0)}$ dapat digunakan untuk menentukan $\hat{\beta}_g^{(1)}$ sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_g^{(1)} = (\mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(0)} \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(0)} \mathbf{z}_g \quad (4.58)$$

Kemudian nilai $\hat{\beta}_g^{(1)}$ digunakan untuk menghitung nilai pembobot $\mathbf{W}^{(1)}$ sebagai berikut:

$$\bar{W}_i^{(1)} = \frac{\psi\left(\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(1)}}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745}\right)}{\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(1)}}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745}} \quad (4.59)$$

dan seterusnya nilai \mathbf{W} akan berubah sesuai dengan proses iterasi sehingga diperoleh,

$$\bar{W}_i^{(r-1)} = \frac{\psi\left(\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(r-1)}}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745}\right)}{\frac{\ln(y_i) - \sum_{j=k+1}^k x_{ij} \hat{\beta}_j^{(r-1)}}{MAD(\varepsilon_{gi})/0,6745}} \quad (4.60)$$

Berdasarkan persamaan (4.60), maka dapat diperoleh *estimator* berikut:

$$\hat{\beta}_g^{(r)} = (\mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(r-1)} \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(r-1)} \mathbf{z}_g \quad (4.61)$$

dan untuk pembobot $\mathbf{W}^{(r)}$ yang diberikan, maka diperoleh *estimator* berikut:

$$\hat{\beta}_g^{(r+1)} = (\mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(r)} \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(r)} \mathbf{z}_g \quad (4.62)$$

Proses iterasi dapat dihentikan ketika diperoleh *estimator* yang konvergen ke suatu nilai, yaitu:

$$\|\hat{\beta}_g^{(r+1)} - \hat{\beta}_g^{(r)}\| < \varepsilon.$$

4.2 Pemodelan Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur Tahun 2012

4.2.1 Deskripsi Data

Pada penelitian ini model MGWPR yang mengandung *outlier* diterapkan pada jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012. Sebelum melakukan analisis statistika inferensia pada data jumlah kasus penyakit

tuberkulosis, terlebih dahulu dilakukan analisis statistika deskriptif yang bertujuan untuk mengetahui gambaran secara umum mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi penyakit tuberkulosis di Jawa Timur. Adapun faktor-faktor yang diduga mempengaruhi jumlah kasus penyakit tuberkulosis diantaranya persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat (X_1), persentase penduduk usia produktif (X_2), persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis (X_3), persentase keluarga berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS) (X_4), persentase tempat umum dan pengelolaan makanan (TUPM) sehat (X_5), dan persentase rumah sehat (X_6). Statistika deskriptif dapat dilihat dari ukuran pemusatan data dan ukuran penyebaran data yang dapat diperoleh dari program SPSS 20 sebagai berikut:

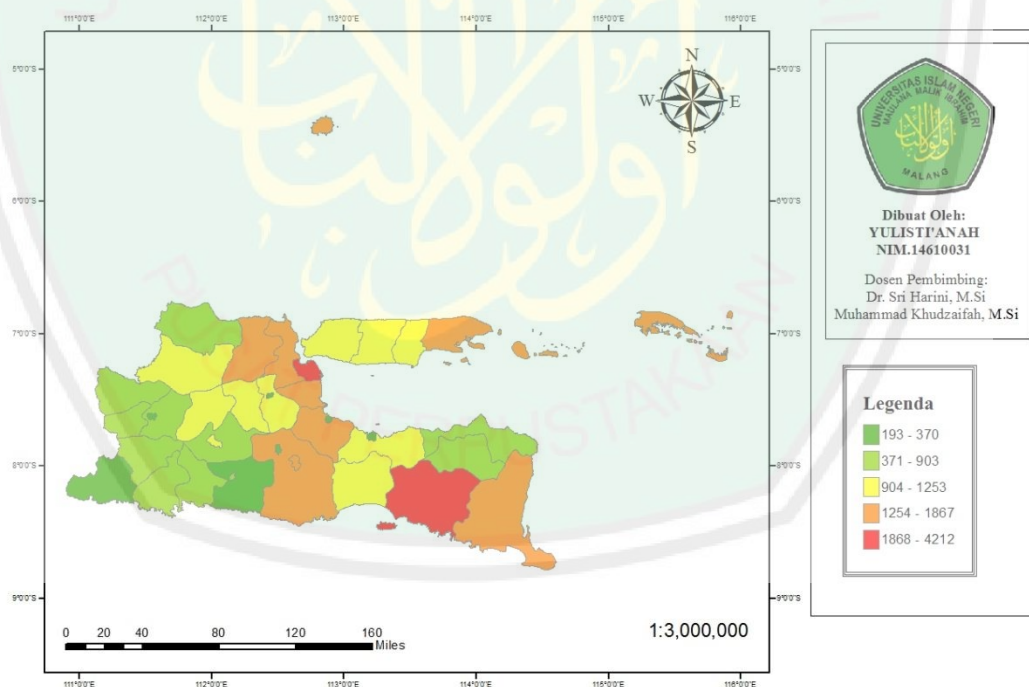
Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis Tahun 2012

Variabel	Minimum	Maksimum	Rata-rata	Simpangan Baku	Variansi
Y	193	4212	1091,37	795,583	632952,617
X_1	2,190	100,000	60,56784	24,180461	584,695
X_2	48,407	59,833	53,88437	2,707556	7,331
X_3	2,721	16,344	8,47345	3,289212	10,819
X_4	14,550	64,890	43,05632	15,055523	226,669
X_5	12,900	100,000	46,35000	20,362262	414,622
X_6	38,290	87,170	63,59132	13,075679	170,973

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat diketahui bahwa rata-rata kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012 sebesar 1091,37 kasus. Tingginya nilai rata-rata kasus penyakit tuberkulosis dapat disebabkan beberapa faktor yang berpengaruh. Faktor pertama yang diduga berpengaruh adalah persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat sebesar 60,56784% dan variansinya sebesar 584,695. Kemudian faktor kedua yaitu persentase penduduk usia produktif sebesar 53,88437% dengan variansi sebesar 7,331. Faktor ketiga yaitu persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis sebesar 8,47345% dengan variansi sebesar 10,819.

Faktor keempat yaitu persentase keluarga berperilaku hidup sehat dan bersih (PHBS) sebesar 43,05632% dengan variansi sebesar 226,669. Faktor kelima yaitu persentase tempat umum dan pengelolaan makanan (TUPM) sehat sebesar 46,35000% dengan variansinya sebesar 414,622. Dan faktor terakhir yang diduga mempengaruhi jumlah kasus penyakit tuberkulosis adalah persentase rumah sehat sebesar 63,59132% dengan variansinya sebesar 170,973.

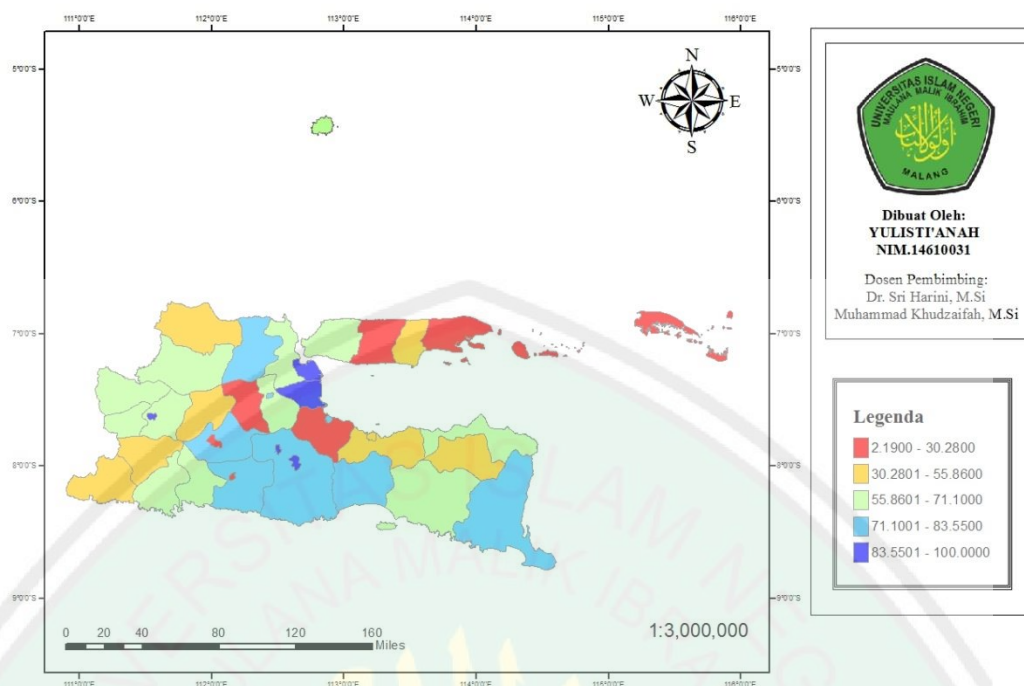
Untuk selanjutnya, statistika deskriptif pada data juga dapat dianalisis melalui peta tematik. Hal tersebut bertujuan untuk mengetahui lebih detail keadaan variabel respon maupun variabel prediktor di setiap kabupaten/kota. Berikut diberikan peta tematik sebaran data jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012 beserta variabel prediktor yang mempengaruhinya:



Gambar 4.1 Peta Tematik Sebaran Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur Tahun 2012

Gambar 4.1 menunjukkan sebaran data jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012. Berdasarkan peta tersebut dapat dilihat lima klasifikasi

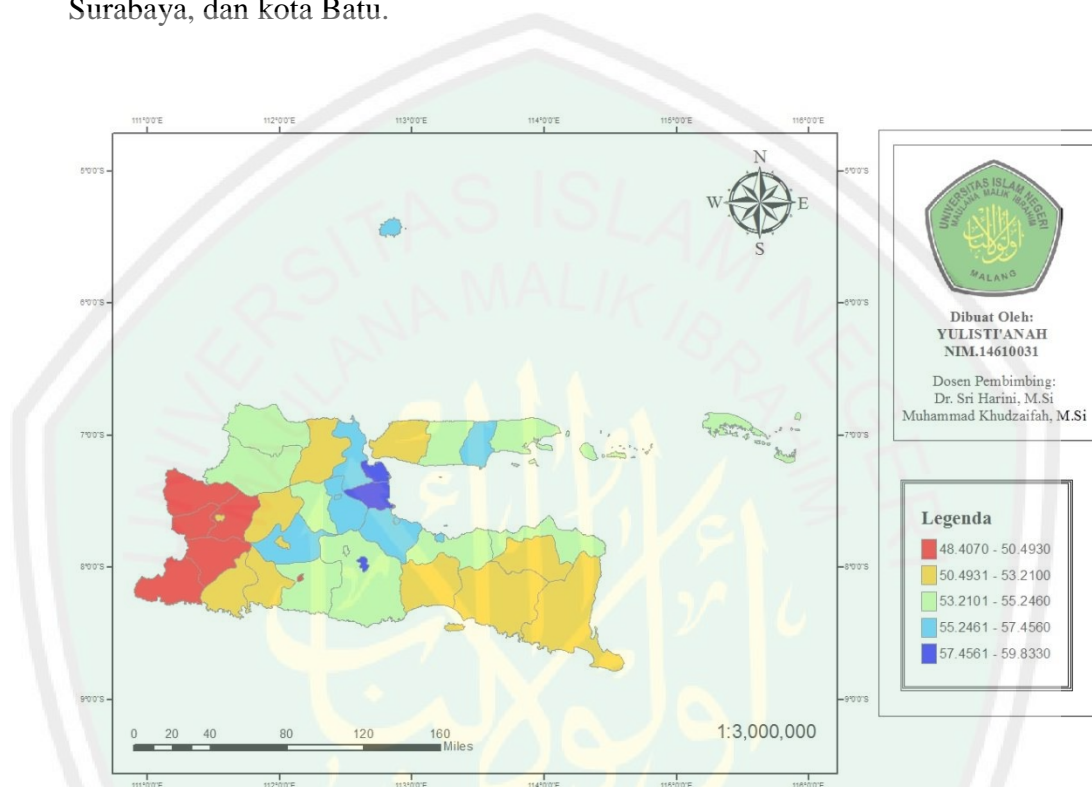
warna peta. Dimana setiap warna peta menggambarkan jumlah kasus penyakit tuberkulosis di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur. Dimulai dari warna hijau tua yang menunjukkan jumlah penyakit tuberkulosis paling rendah sampai warna merah yang menunjukkan jumlah penyakit tuberkulosis paling tinggi. Untuk kabupaten/kota dengan jumlah penyakit tuberkulosis terendah dengan interval 193 hingga 370 (ditandai warna hijau tua) terdiri dari 7 wilayah, diantaranya Pacitan, kota Blitar, kota Probolinggo, kota Pasuruan, kota Mojokerto, kota Madiun, dan kota Batu. Selanjutnya untuk kabupaten/kota yang ditandai dengan warna hijau toska muda dengan interval 371 hingga 903 terdiri dari 11 wilayah, diantaranya Ponorogo, Trenggalek, Tulungagung, Blitar, Bondowoso, Situbondo, Madiun, Magetan, Ngawi, Tuban, dan Kota Kediri. Sedangkan kabupaten/kota yang ditandai dengan warna kuning dengan interval 904 hingga 1253 terdiri dari 10 wilayah, diantaranya Kediri, Lumajang, Probolinggo, Mojokerto, Jombang, Nganjuk, Bojonegoro, Bangkalan, Sampang, dan pamekasan. Kemudian untuk kabupaten/kota yang ditandai warna *orange* dengan interval 1254 hingga 1867 terdiri dari 8 wilayah, diantaranya Malang, Banyuwangi, Pasuruan, Sidoarjo, Lamongan, Gresik, Sumenep, dan kota Malang. Dan untuk wilayah dengan kasus penyakit tuberkulosis terbesar (ditandai warna merah) pada interval 1868 hingga 4212 adalah Jember dan kota Surabaya.



Gambar 4.2 Peta Tematik Persentase Kegiatan Sarana Sanitasi Keluarga Sehat

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat diketahui lima klasifikasi warna peta. Dimana setiap warna peta menggambarkan persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat di setiap wilayah. Persentase terendah kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat yang ditandai dengan warna merah terdiri dari 6 wilayah, diantaranya Blitar, Kediri, Pasuruan, Jombang, Sampang, dan Sumenep. Selanjutnya untuk persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat di kabupaten/kota dengan interval 30,2801 hingga 55,8600 yang ditandai warna kuning terdiri dari 8 wilayah, diantaranya Pacitan, Ponorogo, Bondowoso, Probolinggo, Nganjuk, Tuban, Pamekasan, dan kota Probolinggo. Sedangkan yang ditandai warna hijau tosca muda dengan interval 55,8601 hingga 71,100 terdiri dari 11 wilayah, diantaranya Trenggalek, Tulungagung, Jember, Situbondo, Mojokerto, Madiun, Magetan, Ngawi, Bojonegoro, Gresik, dan Bangkalan. Kemudian yang ditandai warna biru muda dengan interval 71,1001 hingga

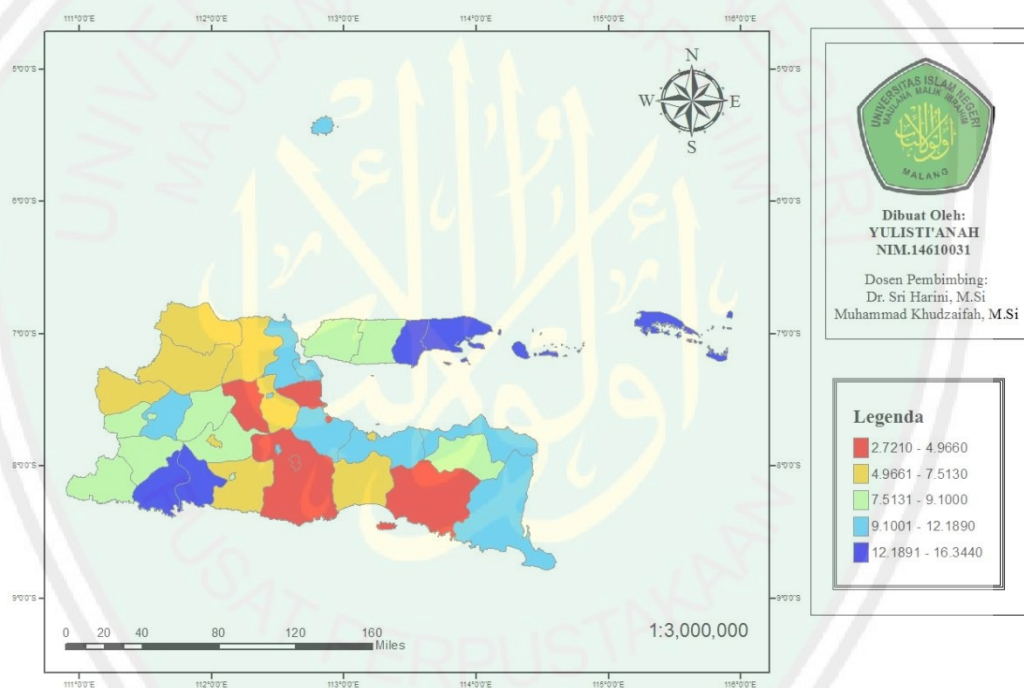
83,5500 terdiri dari 8 wilayah, diantaranya Malang, Lumajang, Banyuwangi, Lamongan, kota Kediri, kota Blitar, kota Pasuruan, dan kota Mojokerto. Dan untuk wilayah dengan kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat terbesar yang ditandai dengan warna biru tua yaitu Sidoarjo, kota Malang, kota Madiun, kota Surabaya, dan kota Batu.



Gambar 4.3 Peta Tematik Persentase Penduduk Usia Produktif

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat diketahui lima klasifikasi warna peta. Dimana setiap warna peta menggambarkan persentase penduduk usia produktif di setiap wilayah. Persentase terendah penduduk usia produktif yang ditandai dengan warna merah terdiri 6 wilayah, diantaranya Pacitan, Ponorogo, Blitar, Madiun, Magetan, dan Ngawi. Selanjutnya persentase penduduk usia produktif di kabupaten/kota dengan interval 50,4931 hingga 53,2100 yang ditandai dengan warna kuning terdiri dari 11 wilayah, diantaranya Trenggalek, Tulungagung, Kediri, Lumajang, Jember, Banyuwangi, Bondowoso, Nganjuk, Lamongan,

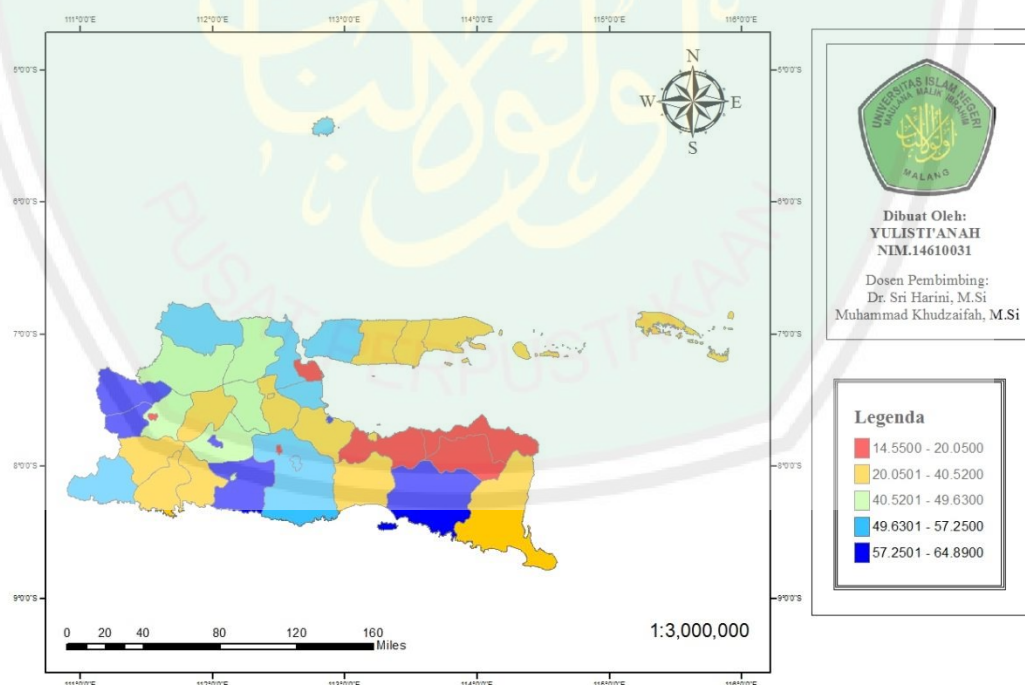
Bangkalan, dan kota Madiun. Sedangkan yang ditandai warna hijau toska muda dengan interval 53,2101 hingga 55,2460 terdiri dari 10 wilayah, diantaranya Malang, Situbondo, Probolinggo, Jombang, Bojonegoro, Tuban, Sampang, Sumenep, kota Blitar, dan kota Batu. Kemudian yang ditandai warna biru muda dengan interval 55,2461 hingga 57,4560 terdiri dari 8 wilayah, diantaranya Pasuruan, Mojokerto, Gresik, Pamekasan, kota Kediri, kota Probolinggo, kota Pasuruan, dan kota Mojokerto. Dan persentase terbesar penduduk usia produktif yang ditandai warna biru tua yaitu Sidoarjo, kota Malang, dan kota Surabaya.



Gambar 4.4 Peta Tematik Persentase Tenaga Kesehatan Terdidik Tuberkulosis

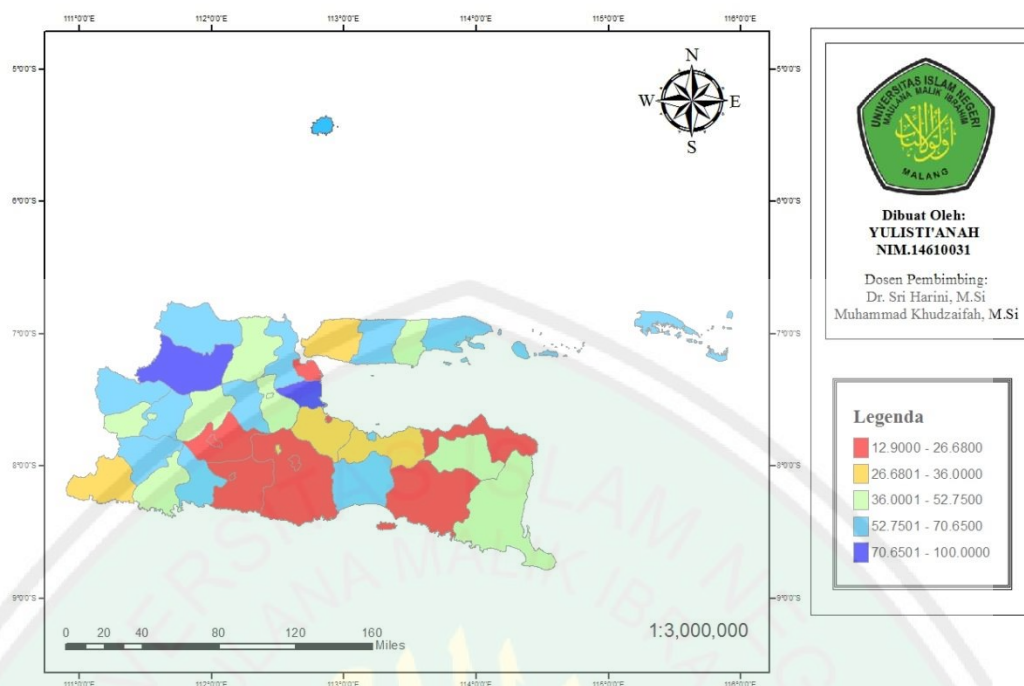
Berdasarkan Gambar 4.4 dapat diketahui lima klasifikasi warna peta. Dimana setiap warna peta menggambarkan persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis di setiap wilayah. Persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis terendah yang ditandai dengan warna merah terdiri dari 6 kabupaten/kota, diantaranya Malang, Jember, Sidoarjo, Jombang, kota Malang, dan kota Pasuruan.

Kemudian persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis pada interval 4,9661 hingga 7,5130 yang ditandai warna *orange* terdiri dari 9 wilayah, diantaranya Kediri, Lumajang, Mojokerto, Ngawi, Bojonegoro, Tuban, Lamongan, kota Blitar, dan kota Probolinggo. Sedangkan yang ditandai warna hijau toska muda dengan interval 7,5131 hingga 9,1000 terdiri dari 10 wilayah, diantaranya Pacitan, Ponorogo, Blitar, Bondowoso, Nganjuk, Magetan, Bangkalan, Sampang, kota Kediri, dan kota Madiun. Selanjutnya yang ditandai warna biru muda dengan interval 9,1001 hingga 12,1890 terdiri dari 9 wilayah, diantaranya Banyuwangi, Situbondo, Probolinggo, Pasuruan, Madiun, Gresik, kota Mojokerto, kota Surabaya, dan kota Batu. Dan persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis tertinggi dengan interval 12,1891 hingga 16,3440 yang ditandai warna biru tua adalah Trenggalek, Tulungagung, Pamekasan, dan Sumenep.



Gambar 4.5 Peta Tematik Persentase Rumah Tangga Berperilaku Hidup Bersih dan Sehat

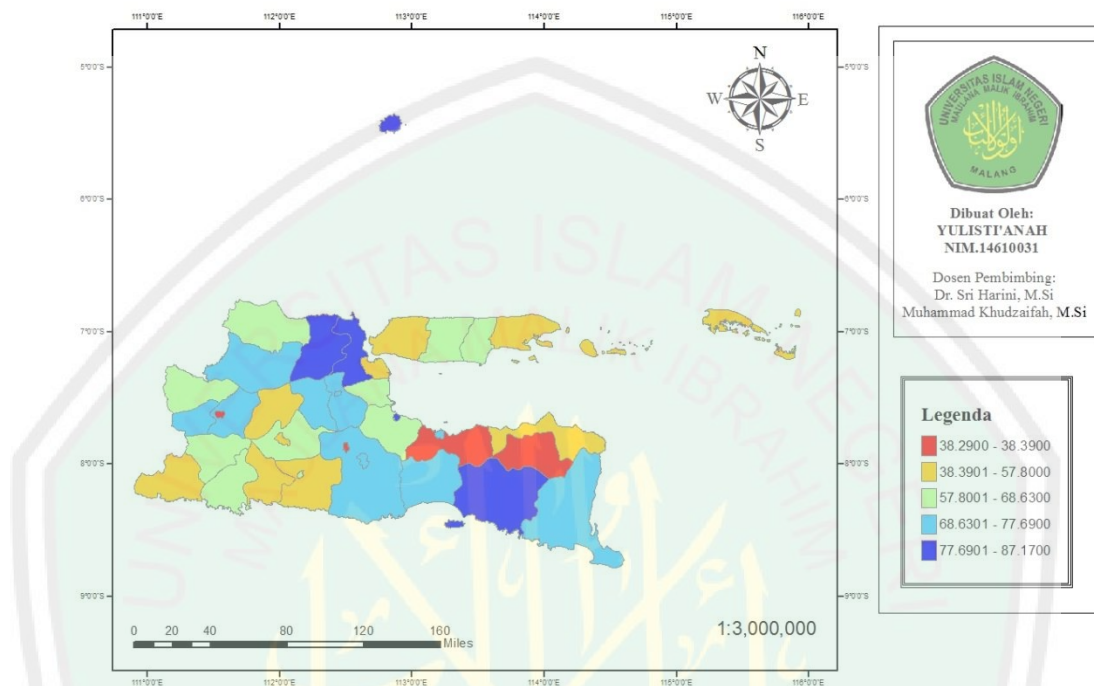
Berdasarkan Gambar 4.5 dapat diketahui lima klasifikasi warna peta sebaran data persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat. Dimana setiap warna peta menggambarkan persentase rumah tangga ber-PHBS di setiap wilayah. Persentase terendah yang ditandai warna merah terdiri dari 6 wilayah, diantaranya Bondowoso, Situbondo, Probolinggo, kota Madiun, kota Surabaya, dan kota Batu. Kemudian persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat yang ditandai warna *orange* terdiri dari 13 wilayah, diantaranya Ponorogo, Trenggalek, Tulungagung, Lumajang, Banyuwangi, Pasuruan, Mojokerto, Nganjuk, Sampang, Pamekasan, Sumenep, kota Probolinggo, dan kota Mojokerto. Sedangkan yang ditandai dengan warna hijau toska muda terdiri dari 6 wilayah, diantaranya Blitar, Jombang, Madiun, Bojonegoro, Lamongan, dan kota Kediri. Selanjutnya yang ditandai dengan warna biru muda terdiri dari 7 wilayah, diantaranya Pacitan, Malang, Sidoarjo, Tuban, Gresik, Bangkalan, dan kota Malang. Dan persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat tertinggi yang ditandai warna biru tua terdiri dari 6 wilayah, diantaranya Kediri, Jember, Magetan, Ngawi, kota Blitar, dan kota Pasuruan.



Gambar 4.6 Peta Tematik Persentase TUPM Sehat

Berdasarkan Gambar 4.6 dapat diketahui lima klasifikasi warna peta sebaran data persentase tempat umum dan pengelolaan makanan (TUPM) sehat. Dimana setiap warna peta menggambarkan persentase TUPM sehat di setiap wilayah. Persentase TUPM sehat terendah ditandai warna merah yang terdiri dari 10 wilayah, diantaranya Blitar, Kediri, Malang, Jember, Situbondo, kota Kediri, kota Blitar, kota Malang, kota Pasuruan, dan kota Surabaya. Kemudian persentase TUPM sehat dengan interval 26,6801 hingga 36,0000 yang ditandai warna *orange* terdiri dari 5 wilayah, diantaranya Pacitan, Probolinggo, Pasuruan, Bangkalan, dan kota Batu. Sedangkan yang ditandai dengan warna hijau toska muda dengan interval 36,0001 hingga 52,7500 terdiri dari 10 wilayah, diantaranya Trenggalek, Banyuwangi, Bondowoso, Mojokerto, Nganjuk, Magetan, Lamongan, Pamekasan, kota Mojokerto, dan kota Madiun. Selanjutnya yang ditandai dengan warna biru muda terdiri dari 11 wilayah, diantaranya Ponorogo, Tulungagung, Lumajang,

Jombang, Madiun, Ngawi, Tuban, Gresik, Sampang, Sumenep, dan kota Probolinggo. Dan persentase TUPM sehat terbesar yang ditandai warna biru tua adalah Sidoarjo dan Bojonegoro.



Gambar 4.7 Peta Tematik Persentase Rumah Sehat

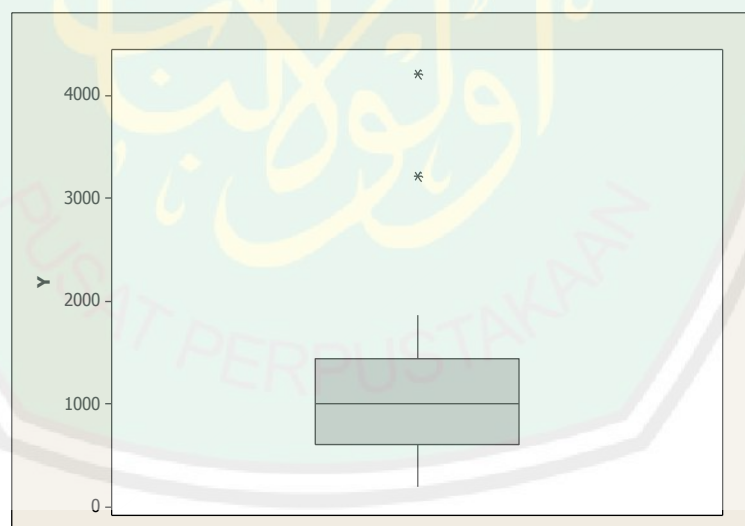
Berdasarkan Gambar 4.7 dapat diketahui lima klasifikasi warna peta. Dimana setiap warna peta menggambarkan persentase rumah sehat di setiap wilayah. Persentase rumah sehat terendah ditandai warna merah yang terdiri dari 10 wilayah, diantaranya Bondowoso, Probolinggo, Madiun, dan kota Batu. Kemudian persentase rumah sehat dengan interval 38,3901 hingga 57,8000 yang ditandai warna *orange* terdiri dari 9 wilayah, diantaranya Pacitan, Tulungagung, Kediri, Situbondo, Nganjuk, Bangkalan, Sumenep, kota Blitar, kota Surabaya. Sedangkan yang ditandai warna hijau toska muda dengan interval 57,8001 hingga 68,6300 terdiri dari 10 wilayah, diantaranya Ponorogo, Trenggalek, Blitar, Pasuruan, Sidoarjo, Ngawi, Tuban, Sampang, Pamekasan, dan kota Kediri.

Selanjutnya yang ditandai warna biru muda dengan interval 68,6301 hingga 77,6900 terdiri dari 11 wilayah, diantaranya Malang, Lumajang, Banyuwangi, Mojokerto, Jombang, Madiun, Magetan, Bojonegoro, kota Malang, kota Probolinggo, dan kota Mojokerto. Dan persentase rumah sehat tertinggi yang ditandai dengan warna biru tua terdapat di Jember, Lamongan, Gresik, dan kota Pasuruan.

4.2.2 Identifikasi *Outlier*

4.2.2.1 Metode Grafik

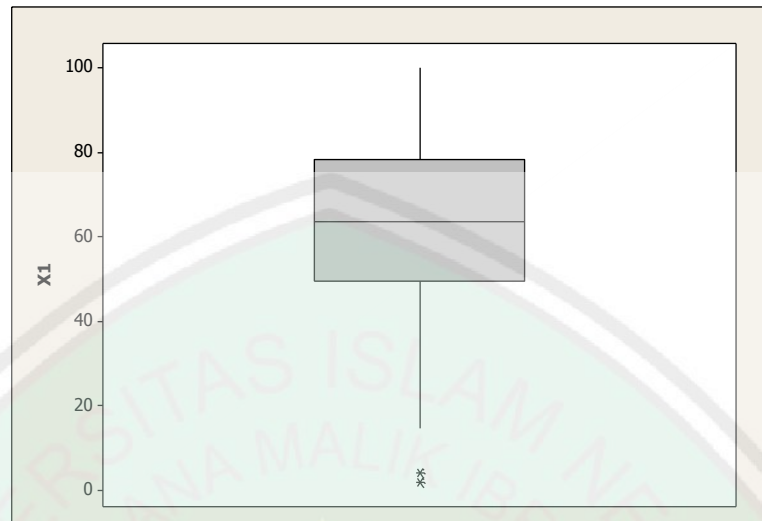
Metode grafik yang digunakan pada penelitian ini untuk mengidentifikasi *outlier* adalah grafik *boxplot*. *Outlier* yang ada pada *boxplot* menggunakan simbol *. Hasil identifikasi *outlier* pada data jumlah kasus tuberkulosis di Jawa Timur beserta variabel-variabel prediktornya dapat diberikan sebagai berikut:



Gambar 4.8 *Boxplot* Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis

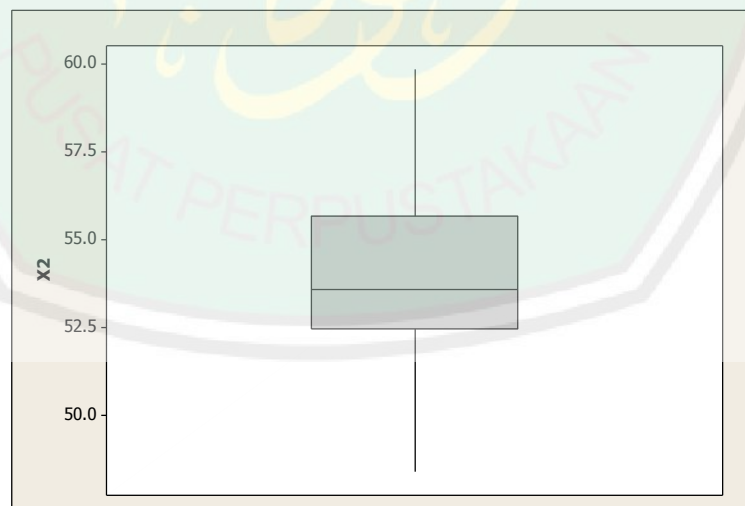
Berdasarkan Gambar 4.8 yaitu *boxplot* jumlah kasus penyakit tuberkulosis atau variabel terikat terdapat dua *outlier* pada datanya. Nilai statistik yang

didapatkan dari *boxplot* tersebut yaitu nilai median 1006, nilai $Q_1 = 608,75$ dan nilai $Q_3 = 1445,5$.



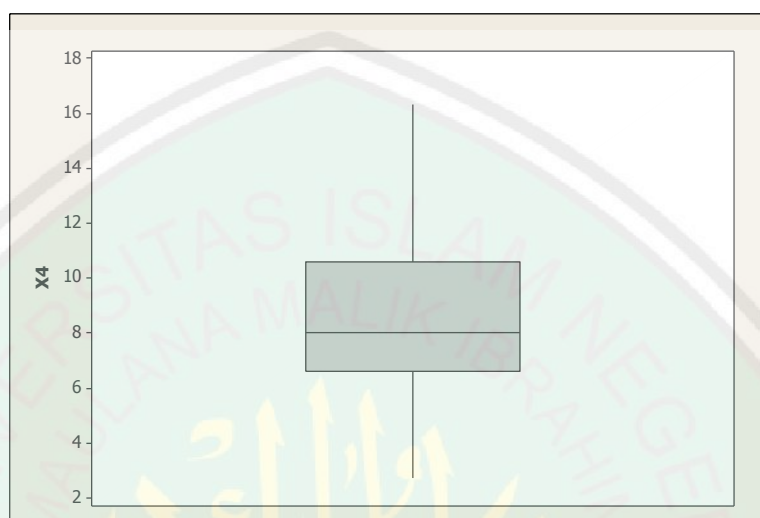
Gambar 4.9 *Boxplot* Persentase Kegiatan Sarana Sanitasi Keluarga Sehat

Berdasarkan Gambar 4.9 yaitu *boxplot* persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat atau variabel X_1 terdapat dua *outlier* pada datanya. Nilai statistik yang didapatkan dari *boxplot* tersebut yaitu nilai median 63,61, nilai $Q_1 = 49,5575$, dan nilai $Q_3 = 78,555$.



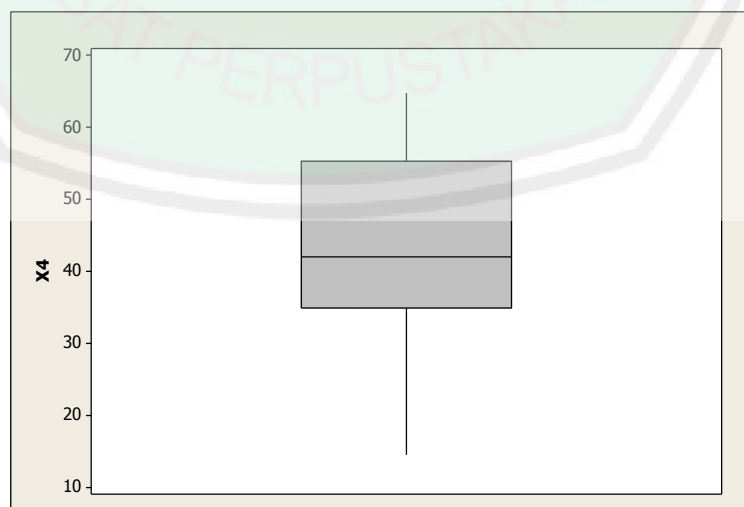
Gambar 4.10 *Boxplot* Persentase Penduduk Usia Produktif

Berdasarkan Gambar 4.10 yaitu *boxplot* persentase penduduk usia produktif atau variabel X_3 tidak terdapat *outlier* pada datanya. Nilai statistik yang didapatkan dari *boxplot* tersebut yaitu nilai median 53,5815, nilai $Q_1 = 52,4437$, dan nilai $Q_3 = 55,6567$.



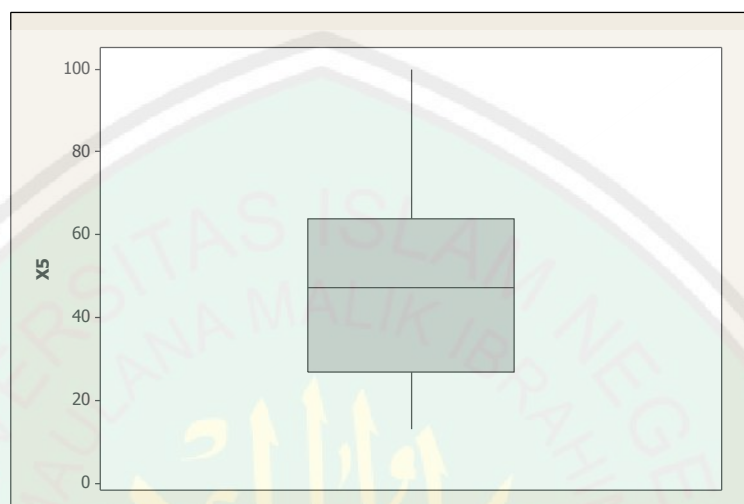
Gambar 4.11 *Boxplot* Persentase Tenaga Kesehatan Terdidik Tuberkulosis

Berdasarkan Gambar 4.11 yaitu *boxplot* persentase tenaga kesehatan terdidik tuberkulosis atau variabel X_4 tidak terdapat *outlier* pada datanya. Nilai statistik yang didapatkan dari *boxplot* tersebut yaitu nilai median 7,995, nilai $Q_1 = 6,60025$, dan nilai $Q_3 = 10,575$.



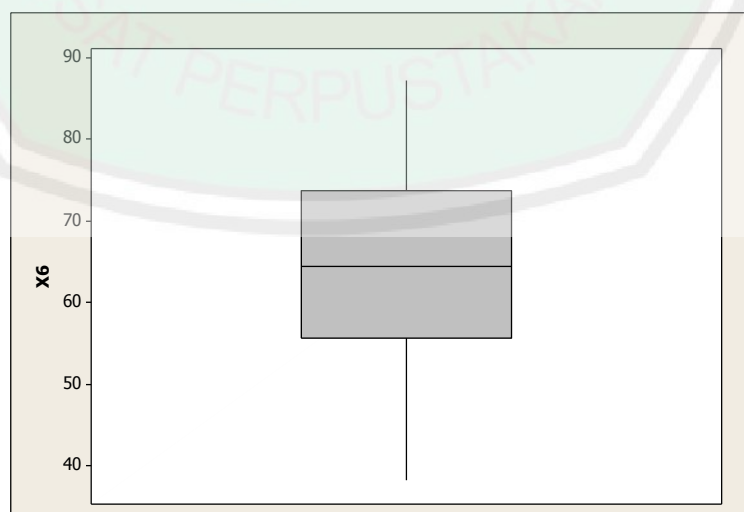
Gambar 4.12 *Boxplot* Persentase Keluarga PHBS

Berdasarkan Gambar 4.12 yaitu *boxplot* persentase keluarga berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS) atau variabel X_4 tidak terdapat *outlier* pada datanya. Nilai statistik yang didapatkan dari *boxplot* tersebut yaitu nilai median 42,005, nilai $Q_1 = 34,905$, dan nilai $Q_3 = 55,3625$.



Gambar 4.13 *Boxplot* Persentase TUPM Sehat

Berdasarkan Gambar 4.13 yaitu *boxplot* persentase tempat umum dan pengelolaan (TUPM) sehat atau variabel X_5 tidak terdapat *outlier* pada datanya. Nilai statistik yang didapatkan dari *boxplot* tersebut yaitu nilai median 47,26, nilai $Q_1 = 26,68$, dan nilai $Q_3 = 63,8675$.



Gambar 4.14 *Boxplot* Persentase Rumah Sehat

Berdasarkan Gambar 4.14 yaitu *boxplot* persentase rumah sehat atau variabel X_6 tidak terdapat *outlier* pada datanya. Nilai statistik yang didapatkan dari *boxplot* tersebut yaitu nilai median 64,505, nilai $Q_1 = 55,6125$, dan nilai $Q_3 = 73,8025$.

Agar dapat mengidentifikasi adanya *outlier* dengan *boxplot* maka harus dicari nilai kuartil satu (Q_1), nilai kuartil tiga (Q_3), dan nilai IQR (*Inter Quartile Range*). Data tersebut dikatakan *outlier* apabila suatu data bernilai lebih dari $1,5 \times$ IQR terhadap Q_3 atau nilainya kurang dari $1,5 \times$ IQR terhadap Q_1 . Perhitungan Q_1 , Q_3 , dan IQR dapat diberikan sebagai berikut:

Tabel 4.2 Perhitungan IQR

Variabel	Kuartil 1	Kuartil 3	IQR	$1,5 \times$ IQR
Y	608,75	1445,5	836,75	1255,125
X_1	49,5575	78,555	28,9975	43,49625
X_2	52,447	55,6567	3,213	4,8195
X_3	6,60025	10,575	3,97475	5,962125
X_4	34,905	55,3625	20,4575	30,68625
X_5	26,68	63,8675	37,1875	55,78125
X_6	55,6125	73,8025	18,19	27,285

Berdasarkan analisis *outlier* menggunakan *boxplot*, data yang merupakan *outlier* adalah data yang nilainya lebih dari $1,5 \times$ IQR terhadap Q_3 dan nilainya kurang dari $1,5 \times$ IQR terhadap Q_1 . Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa titik (*) yang terdapat di luar *boxplot* adalah *outlier*. Kemudian untuk mengetahui lebih detail mengenai data ke berapa yang merupakan *outlier* dapat dicari lebih lanjut dengan menggunakan metode DfFITS.

4.2.2.2 Metode DfFITS

Langkah selanjutnya dalam identifikasi *outlier* adalah menggunakan metode DfFITS. Suatu data dikatakan *outlier* apabila mutlak DfFITS lebih besar dari $2\sqrt{\frac{p}{n}}$. Pada penelitian ini, jumlah variabel prediktor adalah 6 dan jumlah datanya adalah 38, sehingga diperoleh nilai $2\sqrt{\frac{p}{n}} = 2\sqrt{\frac{6}{38}} = 2\sqrt{0,15789474} = 0,79472$.

Tabel 4.3 Nilai DfFITS Data Jumlah Kasus Tuberkulosis di Jawa Timur Tahun 2012

Data ke-	DfFITS	DfFITS	Ket.	Data ke-	DfFITS	DfFITS	Ket.
1	-0,12285	0,12285	Bukan	20	0,09774	0,09774	Bukan
2	0,03977	0,03977	Bukan	21	0,13738	0,13738	Bukan
3	-0,14214	0,14214	Bukan	22	0,06473	0,06473	Bukan
4	0,06533	0,06533	Bukan	23	-0,09860	0,09860	Bukan
5	-0,37570	0,37570	Bukan	24	0,22569	0,22569	Bukan
6	0,22503	0,22503	Bukan	25	-0,08074	0,08074	Bukan
7	0,24473	0,24473	Bukan	26	0,26479	0,26479	Bukan
8	0,04557	0,04557	Bukan	27	-0,14647	0,14647	Bukan
9	1,37317	1,37317	<i>Outlier</i>	28	-0,22028	0,22028	Bukan
10	0,37314	0,37314	Bukan	29	0,65350	0,65350	Bukan
11	-0,00770	0,00770	Bukan	30	-0,55856	0,55856	Bukan
12	-0,28894	0,28894	Bukan	31	-0,44642	0,44642	Bukan
13	0,13018	0,13018	Bukan	32	-0,14263	0,14263	Bukan
14	0,12671	0,12671	Bukan	33	-0,53793	0,53793	Bukan
15	0,75791	0,75791	Bukan	34	-0,79034	0,79034	Bukan
16	-0,15277	0,15277	Bukan	35	-0,64528	0,64528	Bukan
17	-0,10483	0,10483	Bukan	36	-0,37899	0,37899	Bukan
18	0,07553	0,07553	Bukan	37	2,86825	2,86825	<i>Outlier</i>
19	0,15414	0,15414	Bukan	38	-0,52161	0,52161	Bukan

4.2.3 Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas bertujuan untuk menguji keberadaan korelasi antara variabel prediktor. Pada penelitian ini, untuk mengetahui adanya multikolinieritas atau tidak maka dilihat berdasarkan nilai VIF. Dikatakan terjadi multikolinieritas apabila nilai VIF lebih dari atau sama dengan 10, sedangkan apabila nilai VIF

kurang dari 10 maka dapat disimpulkan antara variabel prediktor tidak terjadi multikolinieritas. Merujuk pada persamaan (2.58), nilai VIF untuk X_1 yaitu:

$$VIF = \frac{1}{0,864} = 1,157$$

Dengan menggunakan *software* SPSS 20 nilai VIF untuk masing-masing variabel prediktor dari kasus penyakit tuberkulosis dapat diberikan sebagai berikut:

Tabel 4.4 Nilai VIF Variabel Prediktor Kasus Penyakit Tuberkulosis

Variabel	VIF
X_1	1,157
X_2	1,171
X_3	1,471
X_4	2,127
X_5	1,119
X_6	1,768

Berdasarkan Tabel 4.4 dapat diketahui bahwa semua variabel prediktor telah memenuhi asumsi tidak terjadi multikolinieritas karena nilai VIF dari masing-masing variabel prediktor kurang dari 10. Hasil tersebut menunjukkan bahwa antara variabel prediktor tidak saling berkorelasi, sehingga semua variabel prediktor dapat digunakan untuk pembentukan model regresi Poisson, GWPR, dan model MGWPR yang mengandung *outlier*.

4.2.4 Model Regresi Poisson

Pengujian model regresi Poisson secara serentak bertujuan untuk mengetahui signifikansi parameter terhadap variabel respon secara bersama-sama.

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0: \beta_j = 0; j = 1, 2, \dots, 6$ (tidak terdapat variabel prediktor yang berpengaruh

terhadap jumlah kasus penyakit tuberkulosis)

$H_1: \beta_j \neq 0; j = 1, 2, \dots, 6$ (terdapat minimal satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap jumlah kasus penyakit tuberkulosis)

Hasil pengujian secara serentak model regresi Poisson diperoleh nilai devians $D(\hat{\beta})$ sebesar 13.939,573. Kemudian nilai devians dibandingkan dengan nilai *Chi-Square* dengan taraf signifikan (α) sebesar 10%. Sehingga diperoleh nilai devians $D(\hat{\beta})$ lebih besar dari nilai $\chi^2_{(0,1;5)} = 9,23635$. Jadi, diperoleh keputusan yaitu tolak H_0 artinya bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model.

Selanjutnya dilakukan uji parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang berpengaruh terhadap model. Pengujian ini menggunakan statistik uji Z_{hitung} yang dibandingkan dengan nilai Z_{tabel} menggunakan taraf signifikansi 10% yaitu $Z_{(0,05)} = 1,645$. Parameter dikatakan berpengaruh signifikan terhadap model (tolak H_0) apabila nilai $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$. Nilai Z_{hitung} masing-masing variabel prediktor dapat diberikan sebagai berikut:

Tabel 4.5 Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Parameter	Estimasi	Z_{hitung}	Keterangan
β_0	1,5823742	13,955	Signifikan
β_1	-0,0035883	-16,519	Signifikan
β_2	0,0973526	48,779	Signifikan
β_3	-0,0069539	-3,756	Signifikan
β_4	-0,0077822	-15,207	Signifikan
β_5	-0,0047958	-19,002	Signifikan
β_6	0,0149022	27,971	Signifikan

Berdasarkan Tabel 4.5 menunjukkan bahwa semua parameter berpengaruh signifikan terhadap model regresi Poisson. Sehingga model regresi Poisson yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \exp(1,5823742 - 0,0035883X_1 + 0,0973526X_2 - 0,0069539X_3 - 0,0077822X_4 - 0,0047958X_5 + 0,0149022X_6)$$

atau,

$$\ln(\hat{\mu}) = 1,5823742 - 0,0035883X_1 + 0,0973526X_2 - 0,0069539X_3 - 0,0077822X_4 - 0,0047958X_5 + 0,0149022X_6$$

Berdasarkan model regresi Poisson yang terbentuk maka dapat diinterpretasikan bahwa setiap kenaikan persentase penduduk usia produktif (X_2) sebesar satu persen, maka akan terjadi kenaikan rata-rata jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur sebesar $\exp(0,0973526) = 1,102248958 \approx 1$ kasus dengan syarat variabel prediktor lainnya konstan. Selain itu, setiap kenaikan satu persen kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat dan tenaga terdidik tuberkulosis maka akan mengurangi jumlah kasus penyakit tuberkulosis masing-masing sebesar $\exp(0,0035883) = 1,003594746 \approx 1$ dan $\exp(0,0069539) = 1,00697813 \approx 1$ kasus tuberkulosis dengan asumsi variabel prediktor yang lain konstan. Hal tersebut juga berlaku untuk setiap kenaikan satu persen rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat maka akan mengurangi jumlah kasus penyakit tuberkulosis sebesar $\exp(0,0077822) = 1,00781256 \approx 1$ kasus tuberkulosis dan setiap kenaikan satu persen tempat umum dan pengelolaan makanan sehat maka akan mengurangi kasus penyakit tuberkulosis sebesar $\exp(0,0047958) = 1,004807318 \approx 1$ kasus tuberkulosis dengan asumsi semua variabel prediktor yang lain konstan.

Adapun variabel prediktor yang tidak sesuai dengan teori terjadi pada variabel persentase rumah sehat, dimana setiap kenaikan satu persen rumah sehat maka akan meningkatkan kasus penyakit tuberkulosis sebesar

$\exp(0,0149022) = 1,015013791 \approx 1$. Seharusnya semakin banyak rumah sehat, maka persentase kasus penyakit tuberkulosis dapat semakin berkurang.

4.2.5 Pengujian Aspek Data Spasial

Hasil dari pengujian aspek spasial menyatakan bahwa jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur memiliki aspek lokasi. Hal tersebut ditunjukkan berdasarkan hasil pengujian heterogenitas spasial yang diperoleh nilai statistik uji *Breusch-Pagan* dengan *p-value* sebesar 0,07915 lebih kecil dari taraf signifikansi 10%. Artinya terdapat perbedaan antara satu titik pengamatan dengan titik pengamatan lainnya.

Kemudian berdasarkan hasil pengujian dependensi spasial diperoleh statistik uji *Morans'I* dengan *p-value* sebesar 0,1859311 lebih besar dari taraf signifikansi 10%. Artinya tidak terjadi dependensi spasial antar kabupaten/kota di Jawa Timur. Berdasarkan kesimpulan hasil pengujian heterogenitas spasial dan dependensi spasial maka pemodelan dengan menggunakan metode GWPR dapat dilanjutkan.

4.2.6 Model GWPR

Setelah didapatkan model regresi Poisson, langkah selanjutnya yaitu menentukan model GWPR. Untuk membentuk model GWPR, langkah awal yang harus dilakukan yaitu menentukan letak lokasi pengamatan setiap kabupaten/kota di Jawa Timur. Langkah selanjutnya yaitu menentukan *bandwith* optimum dengan menggunakan *Cross Validation (CV)*. Dengan menggunakan *software R* diperoleh nilai *bandwith* sebesar 3,551283. Kemudian menentukan jarak *Euclidean* masing-masing kabupaten/kota di Jawa Timur yang dapat dilihat pada lampiran 5. Dan

menentukan matriks pembobot, dalam hal ini pembobot yang digunakan adalah pembobot *Fixed Gaussian Kernel*. Besarnya pembobot setiap kabupaten/kota di Jawa Timur dapat dilihat pada lampiran 6.

Kemudian dilakukan pengujian model GWPR secara serentak dengan tujuan untuk mengetahui signifikansi parameter terhadap variabel respon secara bersama-sama. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0: \beta_j = 0; j = 1, 2, \dots, 6$ (tidak terdapat variabel prediktor yang berpengaruh terhadap jumlah kasus penyakit tuberkulosis)

$H_1: \beta_j \neq 0; j = 1, 2, \dots, 6$ (terdapat minimal satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap jumlah kasus penyakit tuberkulosis)

Hasil pengujian secara serentak model GWPR diperoleh nilai devians $D(\hat{\beta})$ sebesar 1.637,935 lebih besar dari nilai $\chi^2_{(0,1;5)} = 9,23635$. Jadi, diperoleh keputusan yaitu tolak H_0 artinya bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model pada taraf signifikan 10%. Selanjutnya dilakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang berpengaruh signifikan di setiap kabupaten/kota. Sebagai contoh, berikut diberikan estimasi parameter model GWPR di kabupaten Lamongan. Dan untuk estimasi parameter model GWPR di kabupaten/kota selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 9.

Estimasi parameter model GWPR untuk kabupaten Lamongan ($i = 24$) merujuk pada persamaan (2.35) yaitu:

$$\hat{\beta}^{(1)}(u_{24}, v_{24}) = \hat{\beta}^{(0)} + (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_{24}, v_{24}) \mathbf{A}^{(0)}(u_{24}, v_{24}) \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{A}^{(0)}(u_{24}, v_{24}) \mathbf{g}^{(0)}(u_{24}, v_{24}))$$

dengan,

$$\hat{\beta}^{(0)} = \begin{bmatrix} -1,5823742 \\ -0,0035883 \\ 0,0973526 \\ -0,0069539 \\ -0,0077822 \\ -0,0047958 \\ 0,0149022 \end{bmatrix}, \text{ yaitu matriks berukuran } 6 \times 1 \text{ yang diperoleh dari}$$

estimasi parameter model regresi Poisson.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 47,900 & \dots & 49,890 \\ 1 & 50,110 & \dots & 61,170 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 86,470 & \dots & 38,290 \end{bmatrix}, \text{ yaitu matriks berukuran } 38 \times 7 \text{ dimana elemen-}$$

elemennya berdasarkan data pada lampiran 3.

Merujuk persamaan (2.2) nilai pembobot kabupaten Lamongan ($i = 24$) yang memiliki *bandwith* (h) sebesar 3,551283 dan jarak *euclidean* ($d_{24;1}$) sebesar 1,572895 yaitu:

$$w_1(u_{24}, v_{24}) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1,572895}{3,551283} \right)^2 \right] = 0,906573$$

Sehingga pembobot kabupaten Lamongan dalam bentuk matriks diagonal berukuran 38×38 yaitu:

$$W(u_{24}, v_{24}) = \begin{bmatrix} 0,906573 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,974505 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,992161 \end{bmatrix}.$$

Merujuk persamaan (2.36) dengan,

$$\mathbf{x}_1^T = [1 \quad 47,900 \quad 49,185 \quad 7,657 \quad 54,810 \quad 32,050 \quad 49,890], \text{ maka}$$

diperoleh:

$$\hat{y}_1^{(0)} = \exp(\mathbf{x}_1^T \hat{\beta}^{(0)}) = \exp(6,30875924) = 549,3629$$

$$\mathbf{A}^{(0)}(u_{24}, v_{24}) = \begin{bmatrix} 549,3629 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 717,2545 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 920,6180 \end{bmatrix} \text{ adalah matriks}$$

diagonal berukuran 38×38 .

Dan merujuk persamaan (2.37) maka diperoleh:

$$g_1^{(0)} = \left(\frac{245 - 549,3629}{549,3629} \right) = -0,554028854$$

$$\mathbf{g}^{(0)}(u_{24}, v_{24}) = \begin{bmatrix} -0,554028854 \\ 0,041471390 \\ \vdots \\ -0,783840861 \end{bmatrix} \text{ adalah matriks berukuran } 38 \times 1.$$

Sedemikian sehingga diperoleh $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(1)}(u_{24}, v_{24})$ sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(1)}(u_{24}, v_{24}) = \begin{bmatrix} 1,503454 \\ -0,003668 \\ 0,099755 \\ -0,007636 \\ -0,007751 \\ -0,004582 \\ 0,014022 \end{bmatrix}$$

Estimasi parameter model GWPR konvergen pada iterasi ke-4 (lampiran

8) yaitu:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(4)}(u_{24}, v_{24}) = \begin{bmatrix} 1,502745 \\ -0,003670 \\ 0,099771 \\ -0,007636 \\ -0,007750 \\ -0,004581 \\ 0,014018 \end{bmatrix}$$

Hasil *output software R* diperoleh hasil estimasi parameter model GWPR untuk kabupaten Lamongan sebagai berikut:

Tabel 4.6 Estimasi Parameter Model GWPR di Kabupaten Lamongan

Parameter	Estimasi	t_{hitung}	Keterangan
β_0	1,502745	5,398365	Signifikan
β_1	-0,003670	2,582616	Signifikan

β_2	0,099771	25,298910	Signifikan
β_3	-0,007636	-15,839170	Signifikan
β_4	-0,007750	-11,793260	Signifikan
β_5	-0,004581	-30,942705	Signifikan
β_6	0,014018	6,995286	Signifikan

Signifikansi pengujian parameter secara parsial ini menggunakan uji t_{hitung} yang dibandingkan dengan nilai t_{tabel} dan menggunakan taraf signifikansi 10% yaitu $t_{(0,05;31)} = 1,6$. Parameter dikatakan berpengaruh signifikan terhadap model (tolak H_0) apabila nilai $|t_{hitung}| > t_{(0,05;31)}$. Nilai statistik uji t_{hitung} pada masing-masing kabupaten/kota diberikan pada lampiran 10.

Berdasarkan Tabel 4.6 diketahui bahwa semua parameter berpengaruh signifikan pada taraf signifikansi sebesar 10%. Sehingga model GWPR yang terbentuk untuk kabupaten Lamongan adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_{24} = \exp(1,502745 - 0,003670X_{24;1} + 0,099771X_{24;2} - 0,007636X_{24;3} - 0,007750X_{24;4} - 0,004581X_{24;5} + 0,014018X_{24;6})$$

atau,

$$\ln(\hat{\mu})_{24} = 1,502745 - 0,003670X_{24;1} + 0,099771X_{24;2} - 0,007636X_{24;3} - 0,007750X_{24;4} - 0,004581X_{24;5} + 0,014018X_{24;6}$$

Berdasarkan model GWPR untuk kabupaten Lamongan dapat diketahui bahwa setiap kenaikan satu persen penduduk usia produktif maka akan terjadi kenaikan jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Lamongan sebesar $\exp(0,099771) = 1,10491786 \approx 1$ dengan syarat variabel prediktor yang lain konstan. Kemudian untuk setiap kenaikan satu persen sarana sanitasi keluarga sehat dan tenaga terdidik tuberkulosis maka akan mengurangi jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Lamongan masing-masing sebesar $\exp(0,003670) = 1,00367674 \approx 1$ dan $\exp(0,007636) = 1,00766523 \approx 1$ kasus penyakit

tuberkulosis dengan syarat variabel prediktor lain konstan. Kemudian untuk setiap kenaikan satu persen rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat juga tempat umum dan pengelolaan makanan, maka akan mengurangi mengurangi jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Lamongan masing-masing sebesar $\exp(0,007750) = 1,00778011 \approx 1$ dan $\exp(0,004581) = 1,00459151 \approx 1$ kasus penyakit tuberkulosis dengan syarat variabel prediktor yang lain konstan.

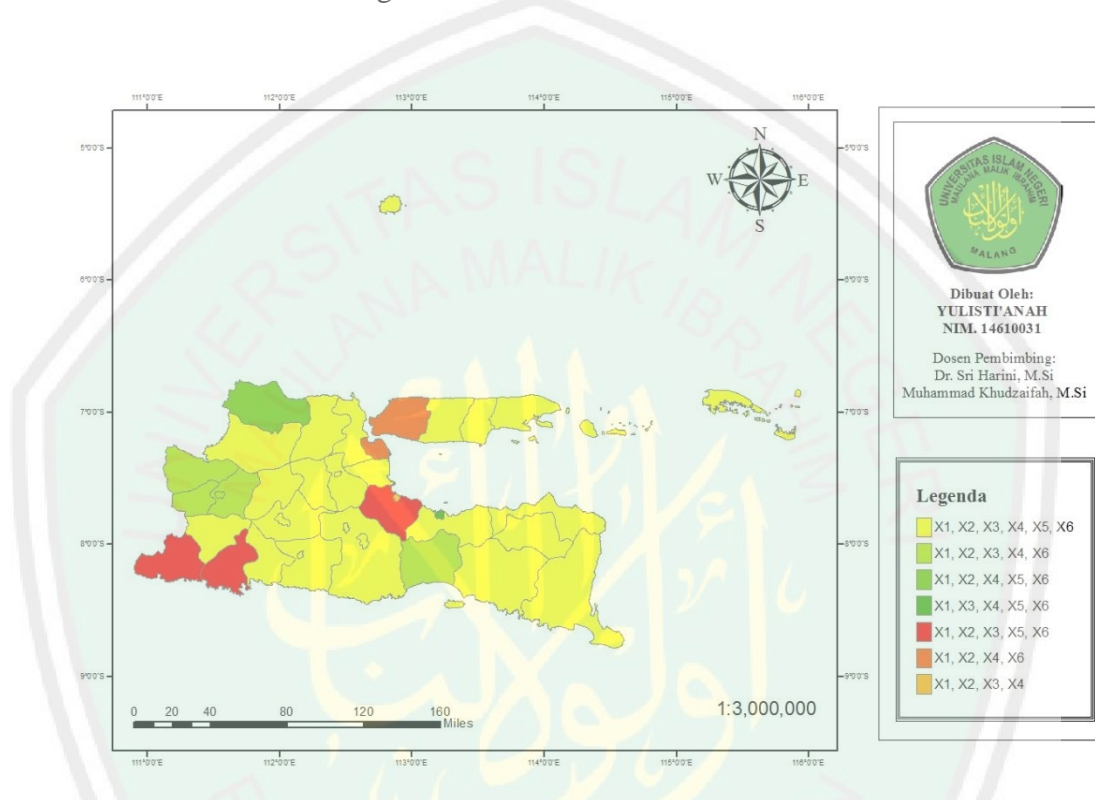
Adapun untuk variabel persentase rumah sehat ini memiliki hasil yang tidak sesuai dengan teori. Dimana setiap kenaikan satu persen rumah sehat, maka terjadi kenaikan \ln rata-rata jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur. Berdasarkan teori, semakin banyak rumah sehat maka kasus penyakit tuberkulosis dapat berkurang.

Untuk pengelompokan kabupaten/kota berdasarkan variabel signifikan yang sama dapat dibagi menjadi 7 kelompok model sebagai berikut:

Tabel 4.7 Pengelompokan Kabupaten/Kota Menurut Variabel Signifikan yang Sama pada Model GWPR

Kabupaten/Kota	Variabel yang Signifikan	Keterangan
Ponorogo, Tulungagung, Blitar, Kediri, Malang, Jember, Banyuwangi, Bondowoso, Situbondo, Probolinggo, Sidoarjo, Mojokerto, Jombang, Nganjuk, Bojonegoro, Lamongan, Gresik, Sampang, Pamekasan, Sumenep, Kota Kediri, Kota Blitar, Kota Malang, Kota Mojokerto, dan Kota Batu	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$	Kelompok 1
Lumajang, Ngawi, Magetan, Madiun, dan Kota Madiun	X_1, X_2, X_3, X_4, X_6	Kelompok 2
Tuban	X_1, X_2, X_4, X_5, X_6	Kelompok 3
Kota Probolinggo	X_1, X_3, X_4, X_5, X_6	Kelompok 4
Pacitan, Trenggalek, dan Pasuruan	X_1, X_2, X_3, X_5, X_6	Kelompok 5
Bangkalan dan Kota Surabaya	X_1, X_2, X_4, X_6	Kelompok 6
Kota Pasuruan	X_1, X_2, X_3, X_4	Kelompok 7

Berdasarkan Tabel 4.7 dapat diketahui bahwa terdapat 7 kelompok kabupaten/kota menurut variabel yang signifikan sama terhadap model GWPR. Sehingga pemetaan model GWPR berdasarkan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus penyakit tuberkulosis setiap kabupaten/kota di Jawa Timur adalah sebagai berikut:



Gambar 4.15 Peta Lokal Persebaran Variabel yang Berpengaruh Signifikan terhadap Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis

4.2.7 Model MGWPR

Setelah dilakukan pemodelan jumlah kasus tuberkulosis di Jawa Timur dengan GWPR, selanjutnya dicari model MGWPR dengan cara menentukan variabel yang bersifat global dan bersifat lokal dengan melihat variabel yang signifikan pada model GWPR. Variabel prediktor yang signifikan pada semua lokasi (global) yaitu persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat (X_1) dan variabel prediktor lainnya bersifat lokal.

Untuk membentuk model MGWPR, langkah awal yang harus dilakukan yaitu menentukan letak lokasi pengamatan setiap kabupaten/kota di Jawa Timur. Langkah selanjutnya yaitu menentukan *bandwith* optimum dengan menggunakan *Cross Validation* (CV). Dengan menggunakan *software* GWR.4 diperoleh nilai *bandwith* sebesar 173,383. Kemudian menentukan matriks pembobot, dalam hal ini pembobot yang digunakan adalah pembobot *Fixed Gaussian Kernel*.

Selanjutnya dilakukan pengujian model MGWPR secara serentak dengan tujuan untuk mengetahui signifikansi parameter terhadap variabel respon secara bersama-sama. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0: \beta_j = 0; j = 1, 2, \dots, 6$ (tidak terdapat variabel prediktor yang berpengaruh terhadap jumlah kasus penyakit tuberkulosis)

$H_1: \beta_j \neq 0; j = 1, 2, \dots, 6$ (terdapat minimal satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap jumlah kasus penyakit tuberkulosis)

Hasil pengujian secara serentak model MGWPR diperoleh nilai devians $D(\hat{\beta})$ sebesar 12.848,471 lebih besar dari nilai $\chi^2_{(0,1;5)} = 9,23635$. Jadi, diperoleh keputusan yaitu tolak H_0 artinya bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model pada taraf signifikan 10%.

Kemudian dilakukan uji parameter secara parsial untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus penyakit Tuberkulosis. Berikut ini adalah uji parsial model MGWPR untuk parameter dari variabel global. Pengujian ini menggunakan statistik uji Z_{hitung} yang dibandingkan dengan nilai Z_{tabel} menggunakan taraf signifikansi 10% yaitu $Z_{(0,05)} = 1,645$. Parameter dikatakan berpengaruh signifikan terhadap model (tolak H_0) apabila nilai

$|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$. Nilai estimasi global model MGWPR dapat diberikan sebagai berikut:

Tabel 4.8 Estimasi Parameter Global Model MGWPR

Parameter	Estimasi	Z_{hitung}	Keterangan
β_1	-0,002669	-11,711282	Signifikan

Berdasarkan Tabel 4.8 pengujian parsial variabel persentase kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat (X_1) diperoleh hasil yang signifikan.

Selanjutnya pengujian parameter dari variabel lokal model MGWPR akan digunakan contoh pengujian di kabupaten Lamongan. Pengujian ini menggunakan statistik uji t_{hitung} yang dibandingkan dengan nilai t_{tabel} menggunakan taraf signifikansi 10% yaitu $t_{(0,1;31)} = 1,30946$. Parameter dikatakan berpengaruh signifikan terhadap model (tolak H_0) apabila nilai $|t_{hitung}| > t_{(0,1;31)}$. Sebagai contoh, berikut diberikan nilai estimasi parameter lokal untuk model MGWPR di kabupaten Lamongan:

Tabel 4.9 Estimasi Parameter Lokal Model MGWPR di Kabupaten Lamongan

Parameter	Estimasi	t_{hitung}	Keterangan
β_0	1,269786	11,03559	Signifikan
β_2	0,1053	51,836	Signifikan
β_3	-0,006	-3,1508	Signifikan
β_4	-0,0074	-14,107	Signifikan
β_5	-0,0038	-15,071	Signifikan
β_6	0,0108	19,825	Signifikan

Berdasarkan Tabel 4.9 dapat diketahui bahwa semua parameter berpengaruh signifikan pada taraf signifikansi sebesar 10%. Sehingga model MGWPR yang terbentuk untuk kabupaten Lamongan adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_{24} = \exp(1,269786 - 0,002669X_{24;1} + 0,1053X_{24;2} - 0,006X_{24;3} - 0,0074X_{24;4} - 0,0038X_{24;5} + 0,0108X_{24;6})$$

atau,

$$\ln(\hat{\mu}_{24}) = 1,269786 - 0,002669X_{24;1} + 0,1053X_{24;2} - 0,006X_{24;3} - \\ 0,0074X_{24;4} - 0,0038X_{24;5} + 0,0108X_{24;6}$$

Berdasarkan model MGWPR yang terbentuk maka dapat diinterpretasikan bahwa setiap kenaikan satu persen kegiatan sarana sanitasi keluarga sehat (X_1), persentase penduduk usia produktif (X_2), persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (X_4), dan persentase tempat umum dan pengelolaan makanan (TUPM) sehat (X_5), maka akan terjadi kenaikan rata-rata jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur masing-masing sebesar $\exp(0,002669) = 1,00267256 \approx 1$, $\exp(0,006) = 1,00601804 \approx 1$, $\exp(0,0074) = 1,00742745 \approx 1$, $\exp(0,0038) = 1,00380723 \approx 1$ kasus tuberkulosis dengan syarat variabel prediktor lainnya konstan.

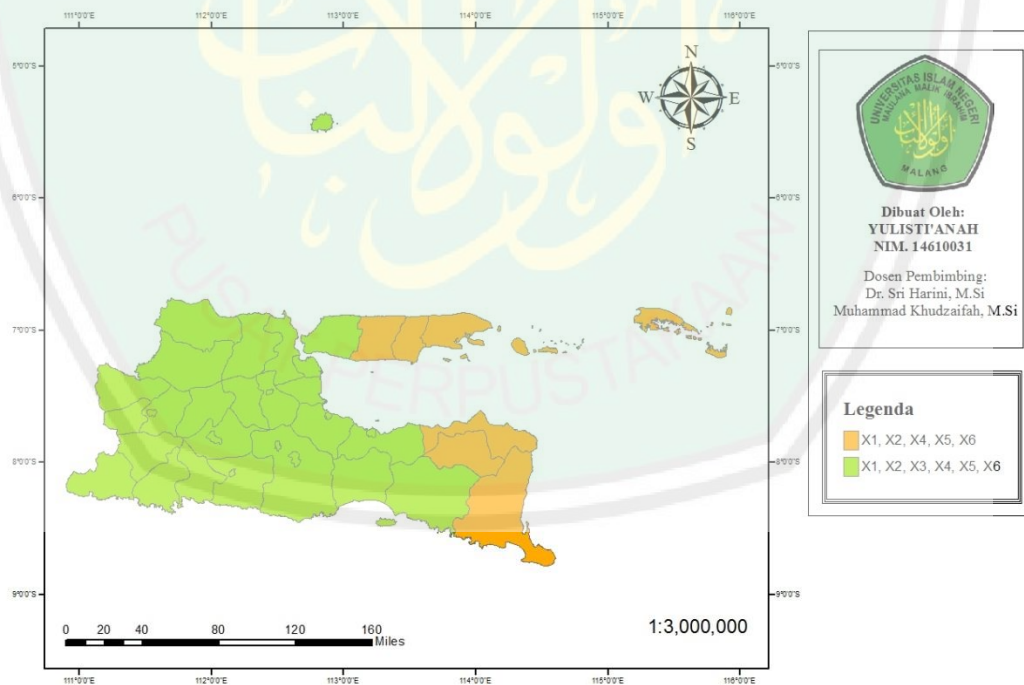
Selain itu, untuk setiap kenaikan satu persen penduduk usia produktif maka akan terjadi kenaikan kasus penyakit tuberkulosis sebesar $\exp(0,1053) = 1,11104387 \approx 1$ kasus tuberkulosis dengan asumsi variabel prediktor yang lain konstan. Adapun variabel prediktor yang tidak sesuai dengan teori terjadi pada variabel persentase rumah sehat, dimana setiap kenaikan satu persen rumah sehat maka akan meningkatkan kasus penyakit tuberkulosis sebesar $\exp(0,0108) = 1,01085853 \approx 1$. Seharusnya semakin banyak rumah sehat, maka persentase kasus penyakit tuberkulosis dapat semakin berkurang.

Untuk pengelompokan kabupaten/kota berdasarkan variabel prediktor yang signifikan sama dapat dibagi menjadi dua kelompok sebagai berikut:

Tabel 4.10 Pengelompokan Kabupaten/Kota Menurut Variabel Signifikan yang Sama pada Model MGWPR

Kabupaten/Kota	Variabel yang Signifikan	Keterangan
Banyuwangi, Bondowoso, Situbondo, Sampang, Pamekasan, Sumenep	X_1, X_2, X_4, X_5, X_6	Kelompok 1
Pacitan, Ponorogo, Trenggalek, Tulungagung, Blitar, Kediri, Malang, Lumajang, Jember, Probolinggo, Pasuruan, Sidoarjo, Mojokerto, Jombang, Nganjuk, Madiun, Magetan, Ngawi, Bojonegoro, Tuban, Lamongan, Gresik, Bangkalan, Kota Kediri, Kota Blitar, Kota Malang, Kota Probolinggo, Kota Pasuruan, Kota Mojokerto, Kota Madiun, Kota Surabaya, dan Kota Batu	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$	Kelompok 2

Berdasarkan tabel 4.10 dapat diperoleh dua kelompok kabupaten/kota menurut variabel prediktor yang signifikan sama terhadap model MGWPR. Sehingga peta pengelompokannya dapat diberikan sebagai berikut:



Gambar 4.16 Peta Tematik dari Variabel Model MGWPR yang Signifikan di Setiap Kabupaten/Kota

4.2.8 Model MGWPR yang Mengandung *Outlier*

Setelah diperoleh model GWPR, selanjutnya data jumlah kasus penyakit tuberkulosis tahun 2012 akan diaplikasikan pada model MGWPR yang mengandung *outlier* dengan bantuan *software* MATLAB (R2013a). Pembentukan model MGWPR yang mengandung *outlier* ini akan diselesaikan dengan cara melakukan estimasi parameter model GWPR dan model regresi Poisson yang mengandung *outlier*. Langkah-langkah estimasi parameter model GWPR yang mengandung *outlier* dilakukan dengan proses berikut:

1. Menghitung parameter regresi awal $\hat{\beta}_l^T(i)$ sesuai pada persamaan (4.8) menggunakan metode OLS dengan,

$$\mathbf{X}_l = \begin{bmatrix} 1 & 49,185 & \dots & 55,246 \\ 1 & 7,657 & \dots & 9,680 \\ \vdots & \dots & \ddots & \dots \\ 1 & 49,890 & \dots & 38,290 \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{z}_l = \begin{bmatrix} 245 \\ 747 \\ \vdots \\ 199 \end{bmatrix}.$$

\mathbf{X}_l adalah matriks berukuran 38×6 yang elemen-elemennya diperoleh berdasarkan data-data yang bersifat lokal, meliputi X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 pada lampiran 3 dan \mathbf{z}_l adalah matriks berukuran 38×1 yang elemen-elemennya berdasarkan data pada lampiran 1. Sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_l^T(i) &= (\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{z}_l \\ &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 49,185 & 7,657 & \dots & 49,890 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 55,246 & 9,680 & \dots & 38,290 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 49,185 & \dots & 55,246 \\ 1 & 7,657 & \dots & 9,680 \\ \vdots & \dots & \ddots & \dots \\ 1 & 49,890 & \dots & 38,290 \end{bmatrix} \right)^{-1} \\ &\quad \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 49,185 & 7,657 & \dots & 49,890 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 55,246 & 9,680 & \dots & 38,290 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 245 \\ 747 \\ \vdots \\ 199 \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} -4738 \\ -99,87 \\ 5,21 \\ -5,71 \\ -5,544 \\ 14,25 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan perhitungan di atas, maka diperoleh model regresi dengan metode OLS sebagai berikut:

$$\hat{y}_i^{(0)} = -4738 - 99,87X_{i2} + 5,21X_{i3} - 5,71X_{i4} - 5,544X_{i5} + 14,25X_{i6}$$

2. Menghitung nilai $\hat{\sigma}^{(0)}$ sesuai persamaan (4.15) dengan cara berikut:

$$\hat{\sigma}^{(0)} = \frac{\text{med}|\varepsilon_{li}^{(0)} - \text{med}(\varepsilon_{li}^{(0)})|}{0,6745} = 1554,7$$

3. Menghitung nilai $\tilde{\varepsilon}_{li}^{(0)}$ sesuai persamaan (4.17) dari 38 kabupaten/kota dengan cara berikut:

$$\tilde{\varepsilon}_{l1}^{(0)} = \frac{\varepsilon_{l1}^{(0)}}{\hat{\sigma}^{(0)}} = \frac{242,3492}{1554,7} = 0,1559$$

$$\tilde{\varepsilon}_{l2}^{(0)} = \frac{\varepsilon_{l2}^{(0)}}{\hat{\sigma}^{(0)}} = \frac{742,2865}{1554,7} = 0,4774$$

⋮

$$\tilde{\varepsilon}_{l38}^{(0)} = \frac{\varepsilon_{l38}^{(0)}}{\hat{\sigma}^{(0)}} = \frac{115,6308}{1554,7} = 0,0744$$

nilai $\tilde{\varepsilon}_{li}^{(0)}$ selengkapnya terdapat pada lampiran 15.

4. Menghitung pembobot $W^{(0)}(i)$ sebagai pembobot awal berukuran 38×38 yang elemen-elemen diagonalnya dihitung berdasarkan persamaan (4.28) menggunakan kriteria fungsi pembobot *Tukey Bisquare* sehingga diperoleh hasil berikut:

$$W^{(0)}(i) = \begin{bmatrix} 0,1201 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,0452 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,1486 \end{bmatrix}$$

data selengkapnya di lampiran 16.

5. Menghitung parameter awal $(\hat{\beta}_l^T(i))^{(1)}$ sesuai persamaan (4.29) dengan cara berikut:

$$(\hat{\beta}_l^T(i))^{(1)} = (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(0)}(i) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(0)}(i) \mathbf{z}_l$$

$$\text{dengan } \mathbf{X}_l = \begin{bmatrix} 1 & 49,185 & \dots & 55,246 \\ 1 & 7,657 & \dots & 9,680 \\ \vdots & \dots & \ddots & \dots \\ 1 & 49,890 & \dots & 38,290 \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{z}_l = \begin{bmatrix} 245 \\ 747 \\ \vdots \\ 199 \end{bmatrix}.$$

Sedemikian sehingga diperoleh hasil berikut:

$$(\hat{\beta}_l^T(i))^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,4354 \\ 0,0372 \\ 0,0080 \\ -0,0013 \\ 0,00047238 \\ 0,0076 \end{bmatrix}$$

6. Menghitung pembobot $\mathbf{W}^{(1)}(i)$ berukuran 38×38 yang elemen-elemen diagonalnya dihitung berdasarkan persamaan (4.30) menggunakan kriteria fungsi pembobot *Tukey Bisquare* sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\mathbf{W}^{(1)}(i) = \begin{bmatrix} 0,118674 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,040046 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,147260 \end{bmatrix}$$

data selengkapnya di lampiran 16.

7. Estimasi parameter model GWPR yang mengandung *outlier* konvergen pada iterasi ke-5 (lampiran 17) yaitu:

$$(\hat{\beta}_l^T(i))^{(5)} = (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(4)}(i) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(4)}(i) \mathbf{z}_l$$

$$\text{dengan } \mathbf{W}^{(4)}(i) = \begin{bmatrix} 0,118655 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,040027 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,147237 \end{bmatrix}$$

Sedemikian sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\left(\widehat{\beta}_l^T(i)\right)^{(5)} = \begin{bmatrix} 0,7462 \\ 0,0296 \\ 0,0095 \\ -0,00037431 \\ 0,0017 \\ 0,0069 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan *output software* MATLAB (R2013a), diperoleh hasil estimasi parameter model GWPR yang mengandung *outlier* sebagai berikut:

Tabel 4.11 Pengujian Parsial Model GWPR yang Mengandung *Outlier*

Parameter	Estimasi	t_{hitung}	Keterangan
β_0	0,7462	-1,6057	Tidak Signifikan
β_2	0,0296	1,9474	Signifikan
β_3	0,0095	0,1137	Tidak Signifikan
β_4	-0,00037431	-0,4607	Tidak Signifikan
β_5	0,0017	-0,8223	Tidak Signifikan
β_6	0,0069	1,0898	Tidak Signifikan

Signifikansi pengujian parameter secara parsial ini menggunakan statistik uji t_{hitung} yang dibandingkan dengan nilai t_{tabel} dan menggunakan taraf signifikansi 10% yaitu $t_{(0,05;31)} = 1,69552$. Parameter dikatakan berpengaruh signifikan terhadap model (tolak H_0) apabila nilai $|t_{hitung}| > t_{(0,05;31)}$.

Berdasarkan Tabel 4.11 menunjukkan bahwa terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model GWPR yang mengandung *outlier*, yaitu persentase penduduk usia produktif (X_2).

Adapun langkah-langkah estimasi parameter model regresi Poisson yang mengandung *outlier* dilakukan dengan proses berikut:

1. Menghitung parameter regresi awal $\widehat{\beta}_g$ sesuai pada persamaan (4.37) menggunakan metode OLS dengan

$$\mathbf{X}_g = \begin{bmatrix} 47,900 \\ 50,110 \\ \dots \\ 86,470 \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{z}_g = \begin{bmatrix} 245 \\ 747 \\ \vdots \\ 199 \end{bmatrix}.$$

\mathbf{X}_g adalah matriks berukuran 38×1 yang elemen-elemennya diperoleh berdasarkan data yang bersifat global, yaitu X_1 pada lampiran 3 dan \mathbf{z}_g adalah matriks berukuran 38×1 yang elemen-elemennya berdasarkan data pada lampiran 1. Sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_g &= (\mathbf{X}_g^T \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T \mathbf{z}_g \\ &= \left(\begin{bmatrix} 47,900 & 50,110 & \dots & 86,470 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 47,900 \\ 50,110 \\ \dots \\ 86,470 \end{bmatrix} \right)^{-1} \left(\begin{bmatrix} 47,900 \\ 50,110 \\ \dots \\ 86,470 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 245 \\ 747 \\ \vdots \\ 199 \end{bmatrix} \right) \\ &= 0,31 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan di atas, maka diperoleh model regresi dengan metode OLS sebagai berikut:

$$\hat{y}_i^{(0)} = 0,31X_{i1}$$

2. Menghitung nilai $\hat{\sigma}^{(0)}$ sesuai persamaan (4.44) dengan cara berikut:

$$\hat{\sigma}^{(0)} = \frac{\text{med}|\varepsilon_{gi}^{(0)} - \text{med}(\varepsilon_{gi}^{(0)})|}{0,6745} = 1617,2$$

3. Menghitung nilai $\tilde{\varepsilon}_{gi}^{(0)}$ sesuai persamaan (4.46) dari 38 kabupaten/kota dengan cara berikut:

$$\tilde{\varepsilon}_{g1}^{(0)} = \frac{\varepsilon_{g1}^{(0)}}{\hat{\sigma}^{(0)}} = \frac{242,0667}{1617,2} = 0,1497$$

$$\tilde{\varepsilon}_{g2}^{(0)} = \frac{\varepsilon_{g2}^{(0)}}{\hat{\sigma}^{(0)}} = \frac{744,1808}{1617,2} = 0,4602$$

⋮

$$\tilde{\varepsilon}_{g38}^{(0)} = \frac{\varepsilon_{g38}^{(0)}}{\hat{\sigma}^{(0)}} = \frac{201,1986}{1617,2} = 0,1244$$

nilai $\tilde{\varepsilon}_{gi}^{(0)}$ selengkapnya terdapat pada lampiran 19.

4. Menghitung pembobot $\mathbf{W}^{(0)}$ sebagai pembobot awal berukuran 38×38 yang elemen-elemen diagonalnya dihitung berdasarkan persamaan (4.57) menggunakan kriteria fungsi pembobot *Tukey Bisquare* sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\mathbf{W}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,0142 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,0153 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,0463 \end{bmatrix}$$

data selengkapnya di lampiran 20.

5. Menghitung parameter awal $\hat{\beta}_g^{(1)}$ sesuai persamaan (4.58) dengan cara berikut:

$$\hat{\beta}_g^{(1)} = (\mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(0)} \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(0)} \mathbf{z}_g$$

$$\text{dengan } \mathbf{X}_g = \begin{bmatrix} 47,900 \\ 50,110 \\ \dots \\ 86,470 \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{z}_g = \begin{bmatrix} 245 \\ 747 \\ \vdots \\ 199 \end{bmatrix}.$$

Sedemikian sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\hat{\beta}_g^{(1)} = -0.0007964$$

6. Menghitung pembobot $\mathbf{W}^{(1)}$ berukuran 38×38 yang elemen-elemen diagonalnya dihitung berdasarkan persamaan (4.59) menggunakan kriteria fungsi pembobot *Tukey Bisquare* sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\mathbf{W}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,014036 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,013506 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,045976 \end{bmatrix}$$

data selengkapnya di lampiran 20.

7. Estimasi parameter model regresi Poisson yang mengandung *outlier* konvergen pada iterasi ke-4 (lampiran 21) yaitu:

$$\hat{\beta}_g^{(4)} = (\mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(3)} \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(3)} \mathbf{z}_g$$

$$\text{dengan } \mathbf{W}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0,014036 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,013505 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,045974 \end{bmatrix}$$

Sedemikian sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\hat{\beta}_g^{(5)} = -0.0023$$

Hasil *output software* MATLAB (R2013a) diperoleh hasil estimasi parameter model regresi Poisson yang mengandung *outlier* sebagai berikut:

Tabel 4.12 Pengujian Parsial Model Regresi Poisson yang Mengandung *Outlier*

Parameter	Estimasi	t_{hitung}	Keterangan
β_1	-0,0023	0,0559	Tidak Signifikan

Signifikansi pengujian parameter secara parsial ini menggunakan statistik uji t_{hitung} yang dibandingkan dengan nilai t_{tabel} dan menggunakan taraf signifikansi 10% yaitu $t_{(0,05;31)} = 1,69552$. Parameter dikatakan berpengaruh signifikan terhadap model (tolak H_0) apabila nilai $|t_{\text{hitung}}| > t_{(0,05;31)}$. Berdasarkan Tabel 4.12 menunjukkan bahwa parameter tidak berpengaruh signifikan terhadap model GWPR yang mengandung *outlier*. Sehingga model MGWPR yang mengandung *outlier* untuk pengamatan ke- i adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \exp(0,0296X_{i2})$$

atau,

$$\ln(\hat{y}_i) = 0,0296X_{i2}$$

Berdasarkan model MGWPR dengan *outlier* yang telah terbentuk maka dapat diinterpretasikan bahwa setiap kenaikan satu persen penduduk usia produktif maka akan terjadi kenaikan jumlah kasus penyakit tuberkulosis untuk pengamatan ke-*i* sebesar $\exp(0,0296) = 1,03004243 \approx 1$.

Setelah dilakukan pengujian parameter model secara serentak dan parsial, maka langkah selanjutnya adalah membandingkan antara model MGWPR dengan model MGWPR yang mengandung *outlier*. Hal ini dilakukan untuk mengetahui model mana yang lebih baik untuk menjelaskan kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012. Untuk mengetahui perbedaan antara kedua model dapat diketahui melalui nilai AIC. Berdasarkan *output* dari *software* GWR4, nilai AIC dari model MGWPR sebesar 13.957,3064 dan nilai AIC model MGWPR yang mengandung *outlier* berdasarkan *output software* MATLAB (R2013a) sebesar 614,5732. Kesimpulan yang dapat diperoleh yaitu model MGWPR yang mengandung *outlier* lebih baik dalam menjelaskan kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012 dibandingkan dengan model MGWPR karena memiliki nilai AIC terkecil.

4.2.9 Kajian Islam Mengenai Upaya Penanggulangan Penyakit Tuberkulosis

Penyakit tuberkulosis sampai sekarang masih menjadi masalah kesehatan dan kematian di seluruh negara. Penyakit ini berpotensi merusak manusia secara lahir dan batin. Demi terciptanya kemaslahatan umat maka penanggulangan terhadap penyakit ini harus dilakukan dengan cara pencegahan dan pengobatan. Islam telah menjelaskan upaya tersebut dalam al-Quran dan hadits yaitu dengan melakukan pola hidup bersih dan sehat.

Kesehatan merupakan salah satu nikmat besar yang diberikan Allah kepada hambaNya. Dengan kondisi badan yang sehat, maka semua aktivitas manusia dapat dilakukan dengan lancar. Dalam sebuah hadits dijelaskan bahwa:

نِعْمَتَانِ مَعْبُودُونَ فِيهِمَا كَثِيرٌ مِنَ النَّاسِ، الصَّحَّةُ وَالْفَرَاغُ (رواه البخاري)

Artinya: “Ada dua nikmat yang di dalamnya banyak orang tertipu yaitu; sehat dan waktu senggang” (HR. Bukhari).

Oleh karena itu, kita dianjurkan untuk selalu menjaga kesehatan. Salah satu hal yang dapat dilakukan agar badan selalu sehat dan terhindar dari serangan penyakit adalah menjaga kebersihan.

Hakikatnya menjaga kebersihan dapat dilakukan dengan cara menjaga kebersihan badan, makanan, dan lingkungan tempat tinggal. Dalam menjaga kebersihan badan dapat dilakukan dengan cara selalu menyucikan diri setiap kali berhadats besar dengan mandi besar dan berhadats kecil dengan cara berwudlu. Sementara itu, dijelaskan pula bagaimana cara menjaga makanan yang kita makan setiap harinya yaitu dalam surat al-Baqarah ayat 172 yang berbunyi:

وَكُلُوا مِمَّا رَزَقَكُمُ اللَّهُ حَلَالًا طَيِّبًا وَاتَّقُوا اللَّهَ الَّذِي أَنْتُمْ بِهِ مُؤْمِنُونَ ﴿٨٨﴾

Artinya: “Dan makanlah makanan yang halal lagi baik dari apa yang Allah telah rezekikan kepada kalian dan bertakwalah kepada Allah yang kalian beriman kepadaNya”.

Dalam tafsir Al-Maraghi (1987) dijelaskan bahwa makanlah di antara rezeki yang diberikan Allah kepada kalian berupa hal-hal halal pada dirinya, bukan hal-hal yang diharamkan, seperti bangkai, darah yang mengalir, dan daging babi; dan hal-hal yang halal dalam pencahariannya, seperti bukan barang riba, *suht* (usaha yang haram), bukan pula barang curian. Di samping itu, rezeki itu hendaknya sedap dimakan, dan tidak kotor, baik karena zatnya sendiri, bukan

karena rusak atau berubah akibat terlalu lama disimpan. Dan bertakwalah kepada Allah dalam hal makan, berpakaian, wanita, dan lain sebagainya. Janganlah kalian menghalalkan apa yang diharamkanNya dan mengharamkan apa yang dihalalkanNya. Jangan pula melanggar batas dalam hal yang telah Dia halalkan dan haramkan. Sebab, orang yang mencurahkan perhatiannya lebih besar untuk memenuhi nafsu perutnya termasuk orang-orang yang melampaui batas. Demikian pula orang yang memenuhi perutnya sampai terlalu kenyang. Begitu pula orang yang mengeluarkan nafkah dalam hal itu hingga melebihi kemampuannya dan membiarkan dirinya hina karena hutang atau memakan harta orang lain dengan cara yang batil, adalah termasuk orang-orang yang melampaui batas.

Dari penjelasan tersebut dapat diketahui bahwa makanan yang halal merupakan makanan yang baik untuk dikonsumsi dilihat dari segi substansi dan cara memperolehnya. Dengan memakan makanan halal tentu tubuh akan selalu sehat dan sistem imun menjadi kuat sehingga kemungkinan untuk tertular penyakit tuberkulosis menjadi kecil.

Sedangkan dalam hal menjaga kebersihan lingkungan dapat dilakukan dengan cara membuang sampah pada tempatnya, tidak meludah sembarangan, dan menutup mulut ketika batuk. Apabila hal tersebut diabaikan, tentu penderita tuberkulosis tersebut dapat menularkan penyakitnya kepada orang lain. Dalam sebuah hadits disebutkan bahwa:

لَا ضَرَرَ وَلَا ضِرَارَ (رواه ابن ماجه)

Artinya: “Tidak (diperbolehkan) menyengsarakan diri sendiri dan tidak (diperbolehkan) menimbulkan kesengsaraan terhadap orang lain” (HR. Ibnu Majah).

Demikian dua konsep Islam yaitu menjaga kesehatan dan kebersihan badan yang telah dijelaskan di atas dapat digunakan sebagai pedoman dalam penanggulangan penyakit tuberkulosis.



BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan:

1. Estimasi parameter lokal model MGWPR yang mengandung *outlier* dengan metode *GM-estimator* yaitu:

$$\hat{\beta}_l^{T(k+1)}(i) = (\mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(k)}(i) \mathbf{X}_l)^{-1} \mathbf{X}_l^T \mathbf{W}^{(k)}(i) \mathbf{z}_l$$

dan estimasi parameter globalnya dengan metode *GM-estimator* yaitu:

$$\hat{\beta}_g^{(k+1)} = (\mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{X}_g)^{-1} \mathbf{X}_g^T \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{z}_g$$

2. Model MGWPR yang mengandung *outlier* pada jumlah kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012 yaitu:

$$\hat{y}_i = \exp(0,0296X_{i2})$$

dengan y merupakan jumlah kasus penyakit tuberkulosis dan variabel prediktornya yaitu persentase penduduk usia produktif (X_2).

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan ada beberapa saran yang dapat digunakan untuk penelitian selanjutnya diantaranya:

1. Untuk penelitian selanjutnya disarankan untuk menambah variabel prediktor lain untuk mengetahui kasus penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2012.
2. Data jumlah kasus penyakit tuberkulosis dapat dilakukan analisis menggunakan model lain agar diperoleh model yang lebih baik.

DAFTAR RUJUKAN

- Akaike, H.. 1973. *Information Theory and on Estimation of the Maximum Likelihood Principle Proc 2nd*. Milan: Budepest.
- Al Maraghi, A.M.. 1993. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi*. Semarang: CV Toha Putra.
- Andayani, S., & Y. Astuti. 2017. Prediksi Kejadian Penyakit Tuberkulosis Paru Berdasarkan Usia di Kabupaten Ponorogo Tahun 2016-2020. *Indonesian Journal for Health Sciences*. 01(02): 29-33.
- Anselin, L. 1988. *Spatial Econometris: Methods and Models*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Aziz, A.. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang: UIN Maliki Press.
- Departemen Kesehatan RI. 2009. *Buku Standar Kader Program Penanggulangan TB*. Tangerang: Direktorat Jenderal Pengendalian Penyakit dan Penyehatan Lingkungan Departemen Kesehatan RI.
- Dinas Kesehatan Kabupaten Natuna. 2014. *Profil Kesehatan Kabupaten Natuna Tahun 2014*. Natuna: Dinas Kesehatan Kabupaten Natuna.
- Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur. 2013. *Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur tahun 2012*. Surabaya: Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur.
- Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur. 2015. *Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur Tahun 2014*. Surabaya: Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur.
- Draper, N.R., & Smith, H.. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Terjemahan Edisi Kedua. Jakarta: PT.Gramedia Pustaka Utama.
- Fitriyah, I.I.. 2017. *Estimasi Parameter Model Geographically Weighted Negative Binomial Regression (GWNBR) dengan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim.
- Fotheringham, A.S., Brundson, C., & Charlton, M.. 2002. *Geographically Weighted Regression*. Chichester: John Wiley and Sons.
- Fox, J., & Sanford, W.. 2013. *Robust Regression*. New York. (Online), (<http://users.stat.umn.edu/~sandy/courses/8053/handouts/robust.pdf>), diakses pada tanggal 15 Januari 2018.

- Gujarati, N.D.. 2004. *Basic Econometrics Fourth Edition*. New York: Mc Graw-Hill.
- Hasan, M.I.. 2012. *Pokok-Pokok Materi Statistika I (Statistika Deskriptif)*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Hekimoglu, S., & Erenoglu, R.C.. 2013. A New-Estimate with Breakdown Point. *Acta Geod Geophys*, 48:419-437.
- Hocking, R.R. 1996. *Methods and Application of Linear Models*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Hubert, M., & Rousseeuw, J.. 2008. *High-Breakdown Robust Multivariate Methods*. *Statistical Science*. 28 (1): 92-119.
- Juniardi, L. C., & Salamah, M. 2015. Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kasus Kusta di Jawa Timur pada Tahun 2013 Menggunakan Negative Binomial Regression (NBR). *Jurnal Sains dan Seni*, 55-60.
- Kristanto, B.. 2016. *Estimasi Parameter Model Geographically Weighted Regression (GWR) yang Mengandung Outlier dengan Metode Bounded Influence M-Estimator*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim.
- Kutner, M.H., Christopher J.N., John N., & William Li. 2005. *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*. New York: Mc Graw-Hill.
- Lestari, R.D., Sri, P.W., & Puhadi. 2014. Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur dengan Pendekatan Generalized Poisson Regression dan Geographically Weighted Poisson Regression. *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, 3(2): 2301-9271.
- Maronna, R.A., R.D. Martin, & Victor J. Yohai. 2006. *Robust Statistics Theory and Methods*. England: John Wiley & Sons Ltd.
- Mertha, W.. 2008. *Analisis Hubungan Kondisi Sektor Ekonomi dan Pendidikan Terhadap Angka Kematian di Jawa Timur Menggunakan Metode Geographically Weighted Regression*. Skripsi tidak dipublikasikan. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS).
- Millah, U.H.. 2015. *Estimasi Parameter Model Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR) pada Data yang Mengandung Outlier*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim.
- Myers, R.H.. 1990. *Classical and Modern Regression With Application 2nd Edition*. Duxbury/Thompson Learning.

- Nakaya, T., A.S. Fotheringham, M. Charlton, & C. Brunson. 2005. *Semiparametric Geographically Weighted Generalized Linear Modelling in GWR 4.0.*(Online), ([http://www.geocomputation.org/2009/PDF/Nakaya-et_al.pdf](http://www.geocomputation.org/2009/PDF/Nakaya_et_al.pdf)), diakses tanggal 07 Oktober 2017.
- Prahasta, E. 2009. *Sistem Informasi Geografis: Konsep-Konsep Dasar (Perspektif Geodesi & Geomatika)*. Bandung: Penerbit Informatika.
- Rakhmasanti, L.A, Nugroho, W.H., & Sumarminingsih, E. 2013. *Kajian Model Regresi Logistik dan Geographically Weighted Logistic Regression (GWLRL) dengan Fungsi Pembobot Adaptive Gaussian Kernel dan GWLR dengan Fungsi Pembobot Bisquare Kernel*. *FMIPA Universitas Brawijaya*, 1(4): 293-296.
- Sinaga, K.P., M. Hutahaean, & P. Gea. 2016. Spatial Variation in Infant Mortality with Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR) Approach. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, ISSN: 2319-7064.
- Soemartini. 2007. *Outlier (Pencilan)*. Jatinangor: Universitas Padjajaran.
- Wibisono, Y. 2009. *Metode Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur Tahun 2012

No	Kabupaten/Kota	Y	No	Kabupaten/Kota	Y
1	Pacitan	245	20	Magetan	624
2	Ponorogo	747	21	Ngawi	654
3	Trenggalek	563	22	Bojonegoro	1183
4	Tulungagung	766	23	Tuban	853
5	Blitar	696	24	Lamongan	1568
6	Kediri	1253	25	Gresik	1441
7	Malang	1606	26	Bangkalan	1192
8	Lumajang	1123	27	Sampang	981
9	Jember	3225	28	Pamekasan	1069
10	Banyuwangi	1703	29	Sumenep	1790
11	Bondowoso	802	30	K. Kediri	531
12	Situbondo	793	31	K. Blitar	242
13	Probolinggo	1222	32	K. Malang	1459
14	Pasuruan	1867	33	K. Probolinggo	370
15	Sidoarjo	1625	34	K. Pasuruan	302
16	Mojokerto	1031	35	K. Mojokerto	193
17	Jombang	1154	36	K. Madiun	248
18	Nganjuk	1037	37	K. Surabaya	4212
19	Madiun	903	38	K. Batu	199

Lampiran 2. Garis Lintang Selatan dan Garis Bujur Timur Setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur

No	Kabupaten/Kota	Lintang (u)	Bujur (v)
1	Pacitan	8.11	111.06
2	Ponorogo	7.52	111.57
3	Trenggalek	8.02	111.42
4	Tulungagung	8.03	111.53
5	Blitar	8.03	112.00
6	Kediri	7.47	112.03
7	Malang	7.59	112.37
8	Lumajang	8.08	113.13
9	Jember	8.16	113.32
10	Banyuwangi	8.10	114.21
11	Bondowoso	7.54	113.49
12	Situbondo	7.43	113.56
13	Probolinggo	7.57	112.92
14	Pasuruan	7.47	112.74
15	Sidoarjo	7.27	112.42
16	Mojokerto	7.32	112.28
17	Jombang	7.32	112.13
18	Nganjuk	7.36	111.53
19	Madiun	7.34	111.26
20	Magetan	7.39	111.19
21	Ngawi	7.24	111.26
22	Bojonegoro	7.09	111.53
23	Tuban	6.52	112.01
24	Lamongan	7.07	112.24
25	Gresik	7.09	112.24
26	Bangkalan	7.02	112.44
27	Sampang	7.12	113.15
28	Pamekasan	7.10	113.28
29	Sumenep	7.00	113.51
30	K. Kediri	7.49	112.00
31	K. Blitar	8.04	112.09
32	K. Malang	7.58	112.38
33	K. Probolinggo	7.45	113.12
34	K. Pasuruan	7.38	112.54
35	K. Mojokerto	7.28	112.25
36	K. Madiun	7.37	111.30
37	K. Surabaya	7.14	112.44
38	K. Batu	7.51	112.31

Lampiran 3. Variabel Prediktor Setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur

No	Kabupaten/Kota	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	Pacitan	47.900	49.185	7.657	54.810	32.050	49.890
2	Ponorogo	50.110	50.074	7.642	35.090	59.910	61.170
3	Trenggalek	61.360	51.683	13.527	34.350	47.260	60.540
4	Tulungagung	61.330	51.849	16.344	35.320	70.650	57.800
5	Blitar	2.190	50.493	9.100	49.630	12.900	65.180
6	Kediri	4.150	52.791	7.223	64.890	26.680	56.460
7	Malang	78.290	53.557	3.604	57.250	22.430	70.550
8	Lumajang	76.360	52.856	6.101	40.520	66.570	76.550
9	Jember	59.740	53.144	3.393	63.800	24.210	80.020
10	Banyuwangi	78.750	52.248	11.297	38.630	42.490	73.760
11	Bondowoso	44.910	52.668	8.389	14.550	50.360	38.390
12	Situbondo	65.860	54.452	10.575	18.860	20.900	53.070
13	Probolinggo	55.330	54.348	9.680	20.050	36.000	38.290
14	Pasuruan	14.790	57.456	12.189	38.590	35.370	64.050
15	Sidoarjo	100.000	59.181	2.721	56.930	100.000	68.630
16	Mojokerto	60.568	55.821	7.411	37.550	52.750	72.370
17	Jombang	30.280	53.895	4.966	45.310	64.130	77.690
18	Nganjuk	55.430	52.509	8.829	30.910	50.550	50.530
19	Madiun	70.020	49.753	9.979	46.920	59.000	69.270
20	Magetan	69.120	48.407	8.333	64.570	47.180	73.930
21	Ngawi	61.340	50.347	6.645	62.320	70.110	62.700
22	Bojonegoro	68.370	53.601	6.789	43.490	79.910	77.370
23	Tuban	55.780	54.989	6.466	53.670	64.150	64.960
24	Lamongan	78.490	52.764	7.513	45.540	49.550	84.460
25	Gresik	71.100	56.929	11.086	54.840	63.780	87.170
26	Bangkalan	66.970	52.523	7.657	54.810	32.050	49.890
27	Sampang	22.460	54.475	7.642	35.090	59.910	61.170
28	Pamekasan	38.610	56.650	13.527	34.350	47.260	60.540
29	Sumenep	20.970	54.651	16.344	35.320	70.650	57.800
30	K. Kediri	79.820	56.358	9.100	49.630	12.900	65.180
31	K. Blitar	77.320	53.562	7.223	64.890	26.680	56.460
32	K. Malang	86.200	58.667	3.604	57.250	22.430	70.550
33	K. Probolinggo	55.860	55.602	6.101	40.520	66.570	76.550
34	K. Pasuruan	79.910	56.276	3.393	63.800	24.210	80.020
35	K. Mojokerto	83.550	55.553	11.297	38.630	42.490	73.760
36	K. Madiun	93.360	53.210	8.389	14.550	50.360	38.390
37	K. Surabaya	88.510	59.833	10.575	18.860	20.900	53.070
38	K. Batu	86.470	55.246	9.680	20.050	36.000	38.290

Lampiran 4. Program Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

```

data<-read.table(file.choose(),sep=" ",header=TRUE)
attach(data)

##Regresi Poisson##
library(MASS)
regresipoisson=glm(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6,data=data,family=poisson)
summary(regresipoisson)

Call:
glm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6, family = poisson,
    data = data)
Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-39.513  -11.618   -0.086    8.939   47.902
Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  1.5823742  0.1133914  13.955 < 2e-16 ***
X1          -0.0035883  0.0002172  -16.519 < 2e-16 ***
X2           0.0973526  0.0019958   48.779 < 2e-16 ***
X3          -0.0069539  0.0018513   -3.756 0.000173 ***
X4          -0.0077822  0.0005118  -15.207 < 2e-16 ***
X5          -0.0047958  0.0002524  -19.002 < 2e-16 ***
X6           0.0149022  0.0005328   27.971 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
(Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)
Null deviance: 18221  on 37  degrees of freedom
Residual deviance: 13940  on 31  degrees of freedom
AIC: 14280
Number of Fisher Scoring iterations: 5

```

Lampiran 5. Jarak *Euclid* antar Kabupaten/Kota di Jawa Timur

Kabupaten/Kota	Pacitan	Ponorogo	Trenggalek	...	Kota Batu
Pacitan	0	0.779872	0.37108	...	1.386542
Ponorogo	0.779872	0	0.522015	...	0.740068
Trenggalek	0.37108	0.522015	0	...	1.025768
Tulungagung	0.47676	0.511566	0.110454	...	0.937443
Blitar	0.943398	0.667083	0.580086	...	0.605392
Kediri	1.16211	0.462709	0.82134	...	0.282843
Malang	1.409433	0.803057	1.042785	...	0.1
Lumajang	2.070217	1.657468	1.711052	...	0.998649
Jember	2.260553	1.863357	1.905151	...	1.201083
Banyuwangi	3.150016	2.702961	2.791147	...	1.989497
Bondowoso	2.495957	1.920104	2.124924	...	1.180381
Situbondo	2.59083	1.992034	2.219842	...	1.252557
Probolinggo	1.936801	1.350926	1.566046	...	0.612944
Pasuruan	1.797776	1.171068	1.43	...	0.431856
Sidoarjo	1.598499	0.886002	1.25	...	0.264008
Mojokerto	1.453444	0.737631	1.108873	...	0.192354
Jombang	1.330038	0.594643	0.997046	...	0.261725
Nganjuk	0.885099	0.164924	0.669104	...	0.794292
Madiun	0.79555	0.358469	0.69857	...	1.063673
Magetan	0.731642	0.401622	0.670671	...	1.12641
Ngawi	0.892693	0.417732	0.796241	...	1.084159
Bojonegoro	1.123076	0.431856	0.936483	...	0.885889
Tuban	1.852188	1.09252	1.611862	...	1.034456
Lamongan	1.572895	0.807094	1.25495	...	0.445533
Gresik	1.559744	0.796116	1.239879	...	0.425793
Bangkalan	1.758551	1.003444	1.428426	...	0.506952
Sampang	2.312618	1.629847	1.950103	...	0.926121
Pamekasan	2.438955	1.760824	2.07509	...	1.053091
Sumenep	2.689721	2.008482	2.325618	...	1.303879
K. Kediri	1.126055	0.431045	0.785684	...	0.310644
K. Blitar	1.032376	0.735391	0.670298	...	0.573847
K. Malang	1.422428	0.812219	1.05603	...	0.098995
K. Probolinggo	2.163146	1.55158	1.793014	...	0.812219
K. Pasuruan	1.650242	0.980051	1.289961	...	0.264197
K. Mojokerto	1.450862	0.72111	1.11198	...	0.237697
K. Madiun	0.777946	0.308869	0.660984	...	1.019657
K. Surabaya	1.686802	0.949368	1.347145	...	0.392173
K. Batu	1.386542	0.740068	1.025768	...	0

Lampiran 6. Matriks Pembobot *Fixed Gaussian Kernel*

No	Kabupaten/Kota	Pacitan	Ponorogo	Trenggalek	Tulungagung
1	Pacitan	1	0.976176	0.994556	0.991029
2	Ponorogo	0.976176	1	0.989255	0.989678
3	Trenggalek	0.994556	0.989255	1	0.999516
4	Tulungagung	0.991029	0.989678	0.999516	1
5	Blitar	0.96533	0.982512	0.986748	0.99128
6	Kediri	0.947866	0.991548	0.973609	0.977903
7	Malang	0.924265	0.974756	0.957805	0.964978
8	Lumajang	0.843737	0.896806	0.890411	0.903397
9	Jember	0.816609	0.871399	0.865975	0.880118
10	Banyuwangi	0.674765	0.748523	0.734282	0.752054
11	Bondowoso	0.781151	0.864014	0.836095	0.850592
12	Situbondo	0.766347	0.854428	0.822536	0.837236
13	Probolinggo	0.86181	0.930202	0.907346	0.918522
14	Pasuruan	0.879734	0.947081	0.922127	0.931948
15	Sidoarjo	0.903659	0.969357	0.939933	0.947145
16	Mojokerto	0.919659	0.97866	0.95242	0.958595
17	Jombang	0.932269	0.986079	0.961354	0.966322
18	Nganjuk	0.969419	0.998922	0.982407	0.98236
19	Madiun	0.97522	0.994918	0.980839	0.97847
20	Magetan	0.979001	0.993626	0.982325	0.979393
21	Ngawi	0.9689	0.993106	0.975178	0.972745
22	Bojonegoro	0.951224	0.992633	0.965828	0.965575
23	Tuban	0.872834	0.953781	0.902123	0.905262
24	Lamongan	0.906573	0.974505	0.939471	0.945044
25	Gresik	0.908055	0.975185	0.940872	0.946469
26	Bangkalan	0.884613	0.960867	0.922292	0.929346
27	Sampang	0.808937	0.90004	0.860046	0.872077
28	Pamekasan	0.789912	0.884332	0.843061	0.855811
29	Sumenep	0.750645	0.852202	0.807005	0.820789
30	K. Kediri	0.950972	0.992661	0.975824	0.979886
31	K. Blitar	0.958626	0.978788	0.982345	0.98764
32	K. Malang	0.922917	0.974185	0.95675	0.963992
33	K. Probolinggo	0.830679	0.908969	0.88033	0.892645
34	K. Pasuruan	0.897656	0.962636	0.936158	0.944411
35	K. Mojokerto	0.919933	0.979595	0.95216	0.958052
36	K. Madiun	0.976292	0.996225	0.982828	0.980819
37	K. Surabaya	0.893325	0.964898	0.930578	0.937785
38	K. Batu	0.926613	0.97852	0.959143	0.965759

Lampiran 6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	Blitar	Kediri	Malang	Lumajang
1	Pacitan	0.96533	0.947866	0.924265	0.843737
2	Ponorogo	0.982512	0.991548	0.974756	0.896806
3	Trenggalek	0.986748	0.973609	0.957805	0.890411
4	Tulungagung	0.99128	0.977903	0.964978	0.903397
5	Blitar	1	0.987609	0.986982	0.950542
6	Kediri	0.987609	1	0.994859	0.939203
7	Malang	0.986982	0.994859	1	0.968101
8	Lumajang	0.950542	0.939203	0.968101	1
9	Jember	0.932628	0.91865	0.952504	0.998316
10	Banyuwangi	0.823799	0.815341	0.865423	0.954795
11	Bondowoso	0.907069	0.918785	0.95139	0.98344
12	Situbondo	0.895158	0.911311	0.944445	0.976207
13	Probolinggo	0.958922	0.9687	0.988063	0.988012
14	Pasuruan	0.966433	0.980213	0.99402	0.979432
15	Sidoarjo	0.970549	0.992413	0.99585	0.955045
16	Mojokerto	0.977171	0.996636	0.996794	0.949762
17	Jombang	0.979556	0.998712	0.99484	0.93937
18	Nganjuk	0.973795	0.989663	0.970376	0.885107
19	Madiun	0.960227	0.976114	0.949969	0.851847
20	Magetan	0.958629	0.972167	0.944793	0.84528
21	Ngawi	0.954609	0.974722	0.947712	0.846528
22	Bojonegoro	0.957156	0.984485	0.962823	0.869053
23	Tuban	0.913565	0.964837	0.950727	0.863972
24	Lamongan	0.961923	0.991941	0.988674	0.930674
25	Gresik	0.963373	0.992555	0.989474	0.932151
26	Bangkalan	0.953021	0.985415	0.98701	0.938548
27	Sampang	0.918271	0.946875	0.967656	0.964106
28	Pamekasan	0.90552	0.934845	0.958534	0.961781
29	Sumenep	0.87594	0.908829	0.936763	0.949359
30	K. Kediri	0.988506	0.999948	0.994193	0.937607
31	K. Blitar	0.999675	0.987061	0.988925	0.957965
32	K. Malang	0.986341	0.994678	0.999992	0.968301
33	K. Probolinggo	0.938879	0.953974	0.977186	0.984384
34	K. Pasuruan	0.972086	0.989423	0.99711	0.967319
35	K. Mojokerto	0.975526	0.996656	0.995629	0.945468
36	K. Madiun	0.963969	0.978706	0.953792	0.858339
37	K. Surabaya	0.961675	0.989078	0.991811	0.947521
38	K. Batu	0.985575	0.996833	0.999604	0.961233

Lampiran 6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	Jember	Banyuwangi	Bondowoso	Situbondo
1	Pacitan	0.816609	0.674765	0.781151	0.766347
2	Ponorogo	0.871399	0.748523	0.864014	0.854428
3	Trenggalek	0.865975	0.734282	0.836095	0.822536
4	Tulungagung	0.880118	0.752054	0.850592	0.837236
5	Blitar	0.932628	0.823799	0.907069	0.895158
6	Kediri	0.91865	0.815341	0.918785	0.911311
7	Malang	0.952504	0.865423	0.95139	0.944445
8	Lumajang	0.998316	0.954795	0.98344	0.976207
9	Jember	1	0.968946	0.983748	0.976861
10	Banyuwangi	0.968946	1	0.967553	0.966042
11	Bondowoso	0.983748	0.967553	1	0.999326
12	Situbondo	0.976861	0.966042	0.999326	1
13	Probolinggo	0.980057	0.925787	0.987166	0.983128
14	Pasuruan	0.968301	0.903566	0.977756	0.973632
15	Sidoarjo	0.938458	0.856979	0.952866	0.948817
16	Mojokerto	0.931597	0.842149	0.941798	0.936659
17	Jombang	0.919324	0.822304	0.927513	0.921685
18	Nganjuk	0.858642	0.736045	0.857625	0.849106
19	Madiun	0.822917	0.692173	0.819762	0.810545
20	Magetan	0.815971	0.682787	0.810082	0.800314
21	Ngawi	0.81726	0.687742	0.818138	0.809646
22	Bojonegoro	0.841625	0.722386	0.851861	0.845387
23	Tuban	0.839735	0.747621	0.879776	0.879783
24	Lamongan	0.910878	0.822076	0.931737	0.92847
25	Gresik	0.912439	0.823407	0.932417	0.928985
26	Bangkalan	0.921064	0.843285	0.947025	0.945164
27	Sampang	0.956928	0.920699	0.98849	0.98958
28	Pamekasan	0.956371	0.928731	0.99062	0.992602
29	Sumenep	0.946694	0.934823	0.98849	0.992598
30	K. Kediri	0.916791	0.811893	0.915654	0.907896
31	K. Blitar	0.941245	0.836668	0.916111	0.904454
32	K. Malang	0.952783	0.866329	0.952266	0.945449
33	K. Probolinggo	0.97866	0.938142	0.994268	0.992338
34	K. Pasuruan	0.952904	0.877111	0.963873	0.959496
35	K. Mojokerto	0.92673	0.836138	0.938343	0.933393
36	K. Madiun	0.829846	0.699875	0.825891	0.816573
37	K. Surabaya	0.930578	0.851509	0.951179	0.948317
38	K. Batu	0.944411	0.85477	0.946259	0.939694

Lampiran 6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	Probolinggo	Pasuruan	Sidoarjo	Mojokerto
1	Pacitan	0.86181	0.879734	0.903659	0.919659
2	Ponorogo	0.930202	0.947081	0.969357	0.97866
3	Trenggalek	0.907346	0.922127	0.939933	0.95242
4	Tulungagung	0.918522	0.931948	0.947145	0.958595
5	Blitar	0.958922	0.966433	0.970549	0.977171
6	Kediri	0.9687	0.980213	0.992413	0.996636
7	Malang	0.988063	0.99402	0.99585	0.996794
8	Lumajang	0.988012	0.979432	0.955045	0.949762
9	Jember	0.980057	0.968301	0.938458	0.931597
10	Banyuwangi	0.925787	0.903566	0.856979	0.842149
11	Bondowoso	0.987166	0.977756	0.952866	0.941798
12	Situbondo	0.983128	0.973632	0.948817	0.936659
13	Probolinggo	1	0.99832	0.986611	0.981457
14	Pasuruan	0.99832	1	0.99437	0.990762
15	Sidoarjo	0.986611	0.99437	1	0.999124
16	Mojokerto	0.981457	0.990762	0.999124	1
17	Jombang	0.973146	0.984477	0.996573	0.999108
18	Nganjuk	0.924642	0.943154	0.968773	0.977884
19	Madiun	0.894629	0.916209	0.947866	0.959576
20	Magetan	0.886973	0.908915	0.941245	0.953803
21	Ngawi	0.892645	0.914902	0.948017	0.959348
22	Bojonegoro	0.917838	0.93822	0.96784	0.975897
23	Tuban	0.926315	0.944681	0.97145	0.972132
24	Lamongan	0.972151	0.983877	0.997134	0.997462
25	Gresik	0.972907	0.984485	0.997434	0.997842
26	Bangkalan	0.979094	0.988471	0.997509	0.995427
27	Sampang	0.989926	0.988545	0.978221	0.9689
28	Pamekasan	0.9862	0.983155	0.969992	0.959287
29	Sumenep	0.973671	0.968251	0.951236	0.937967
30	K. Kediri	0.966755	0.978508	0.991127	0.995755
31	K. Blitar	0.964573	0.970803	0.97256	0.978256
32	K. Malang	0.988502	0.994398	0.996134	0.996928
33	K. Probolinggo	0.997846	0.994276	0.979502	0.971762
34	K. Pasuruan	0.992869	0.998095	0.99895	0.997181
35	K. Mojokerto	0.97909	0.98911	0.998851	0.999901
36	K. Madiun	0.899755	0.920713	0.951107	0.962544
37	K. Surabaya	0.98367	0.992145	0.999314	0.997703
38	K. Batu	0.985215	0.992633	0.99724	0.998534

Lampiran 6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	Jombang	Nganjuk	Madiun	Magetan
1	Pacitan	0.932269	0.969419	0.97522	0.979001
2	Ponorogo	0.986079	0.998922	0.994918	0.993626
3	Trenggalek	0.961354	0.982407	0.980839	0.982325
4	Tulungagung	0.966322	0.98236	0.97847	0.979393
5	Blitar	0.979556	0.973795	0.960227	0.958629
6	Kediri	0.998712	0.989663	0.976114	0.972167
7	Malang	0.99484	0.970376	0.949969	0.944793
8	Lumajang	0.93937	0.885107	0.851847	0.84528
9	Jember	0.919324	0.858642	0.822917	0.815971
10	Banyuwangi	0.822304	0.736045	0.692173	0.682787
11	Bondowoso	0.927513	0.857625	0.819762	0.810082
12	Situbondo	0.921685	0.849106	0.810545	0.800314
13	Probolinggo	0.973146	0.924642	0.894629	0.886973
14	Pasuruan	0.984477	0.943154	0.916209	0.908915
15	Sidoarjo	0.996573	0.968773	0.947866	0.941245
16	Mojokerto	0.999108	0.977884	0.959576	0.953803
17	Jombang	1	0.985766	0.970422	0.965388
18	Nganjuk	0.985766	1	0.997098	0.995392
19	Madiun	0.970422	0.997098	1	0.999707
20	Magetan	0.965388	0.995392	0.999707	1
21	Ngawi	0.970192	0.996545	0.999604	0.998914
22	Bojonegoro	0.983763	0.997114	0.994646	0.991882
23	Tuban	0.974389	0.963571	0.95222	0.94491
24	Lamongan	0.997047	0.97695	0.959862	0.953354
25	Gresik	0.997426	0.977384	0.960257	0.953822
26	Bangkalan	0.992649	0.963277	0.942459	0.934845
27	Sampang	0.958071	0.899127	0.866288	0.856249
28	Pamekasan	0.9471	0.883295	0.848695	0.838189
29	Sumenep	0.923521	0.851661	0.81441	0.802984
30	K. Kediri	0.998186	0.990616	0.977651	0.973937
31	K. Blitar	0.979595	0.969703	0.954337	0.952311
32	K. Malang	0.994855	0.969899	0.949314	0.944052
33	K. Probolinggo	0.961244	0.90434	0.871413	0.862586
34	K. Pasuruan	0.993216	0.960349	0.937049	0.93029
35	K. Mojokerto	0.999366	0.979409	0.961751	0.955973
36	K. Madiun	0.972961	0.997901	0.999901	0.999505
37	K. Surabaya	0.994918	0.965847	0.944793	0.937607
38	K. Batu	0.997288	0.975298	0.956136	0.950941

Lampiran 6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	Ngawi	Bojonegoro	Tuban	Lamongan
1	Pacitan	0.9689	0.951224	0.872834	0.906573
2	Ponorogo	0.993106	0.992633	0.953781	0.974505
3	Trenggalek	0.975178	0.965828	0.902123	0.939471
4	Tulungagung	0.972745	0.965575	0.905262	0.945044
5	Blitar	0.954609	0.957156	0.913565	0.961923
6	Kediri	0.974722	0.984485	0.964837	0.991941
7	Malang	0.947712	0.962823	0.950727	0.988674
8	Lumajang	0.846528	0.869053	0.863972	0.930674
9	Jember	0.81726	0.841625	0.839735	0.910878
10	Banyuwangi	0.687742	0.722386	0.747621	0.822076
11	Bondowoso	0.818138	0.851861	0.879776	0.931737
12	Situbondo	0.809646	0.845387	0.879783	0.92847
13	Probolinggo	0.892645	0.917838	0.926315	0.972151
14	Pasuruan	0.914902	0.93822	0.944681	0.983877
15	Sidoarjo	0.948017	0.96784	0.97145	0.997134
16	Mojokerto	0.959348	0.975897	0.972132	0.997462
17	Jombang	0.970192	0.983763	0.974389	0.997047
18	Nganjuk	0.996545	0.997114	0.963571	0.97695
19	Madiun	0.999604	0.994646	0.95222	0.959862
20	Magetan	0.998914	0.991882	0.94491	0.953354
21	Ngawi	1	0.996225	0.958052	0.961537
22	Bojonegoro	0.996225	1	0.978225	0.980197
23	Tuban	0.958052	0.978225	1	0.986009
24	Lamongan	0.961537	0.980197	0.986009	1
25	Gresik	0.961781	0.980213	0.985133	0.999984
26	Bangkalan	0.944479	0.967514	0.982906	0.998316
27	Sampang	0.867456	0.901151	0.936321	0.967606
28	Pamekasan	0.849975	0.885662	0.925629	0.957991
29	Sumenep	0.816285	0.855774	0.906343	0.937874
30	K. Kediri	0.976102	0.985012	0.96338	0.990766
31	K. Blitar	0.948678	0.95293	0.91224	0.962525
32	K. Malang	0.947134	0.962556	0.951254	0.988972
33	K. Probolinggo	0.870308	0.899994	0.920224	0.964229
34	K. Pasuruan	0.936381	0.957167	0.960349	0.992649
35	K. Mojokerto	0.961827	0.978256	0.975131	0.998249
36	K. Madiun	0.999267	0.994808	0.952534	0.962136
37	K. Surabaya	0.945918	0.967606	0.977682	0.998221
38	K. Batu	0.954469	0.969365	0.958462	0.992161

Lampiran 6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	Gresik	Bangkalan	Sampang	Pamekasan
1	Pacitan	0.908055	0.884613	0.808937	0.789912
2	Ponorogo	0.975185	0.960867	0.90004	0.884332
3	Trenggalek	0.940872	0.922292	0.860046	0.843061
4	Tulungagung	0.946469	0.929346	0.872077	0.855811
5	Blitar	0.963373	0.953021	0.918271	0.90552
6	Kediri	0.992555	0.985415	0.946875	0.934845
7	Malang	0.989474	0.98701	0.967656	0.958534
8	Lumajang	0.932151	0.938548	0.964106	0.961781
9	Jember	0.912439	0.921064	0.956928	0.956371
10	Banyuwangi	0.823407	0.843285	0.920699	0.928731
11	Bondowoso	0.932417	0.947025	0.98849	0.99062
12	Situbondo	0.928985	0.945164	0.98958	0.992602
13	Probolinggo	0.972907	0.979094	0.989926	0.9862
14	Pasuruan	0.984485	0.988471	0.988545	0.983155
15	Sidoarjo	0.997434	0.997509	0.978221	0.969992
16	Mojokerto	0.997842	0.995427	0.9689	0.959287
17	Jombang	0.997426	0.992649	0.958071	0.9471
18	Nganjuk	0.977384	0.963277	0.899127	0.883295
19	Madiun	0.960257	0.942459	0.866288	0.848695
20	Magetan	0.953822	0.934845	0.856249	0.838189
21	Ngawi	0.961781	0.944479	0.867456	0.849975
22	Bojonegoro	0.980213	0.967514	0.901151	0.885662
23	Tuban	0.985133	0.982906	0.936321	0.925629
24	Lamongan	0.999984	0.998316	0.967606	0.957991
25	Gresik	1	0.998221	0.967668	0.958021
26	Bangkalan	0.998221	1	0.979824	0.972167
27	Sampang	0.967668	0.979824	1	0.999314
28	Pamekasan	0.958021	0.972167	0.999314	1
29	Sumenep	0.937755	0.955609	0.994307	0.997509
30	K. Kediri	0.99141	0.983701	0.943783	0.931475
31	K. Blitar	0.963992	0.954942	0.92487	0.912859
32	K. Malang	0.989757	0.987503	0.968608	0.959591
33	K. Probolinggo	0.964795	0.974664	0.995656	0.994146
34	K. Pasuruan	0.993121	0.994481	0.982719	0.975487
35	K. Mojokerto	0.998566	0.995897	0.967415	0.957581
36	K. Madiun	0.962579	0.945179	0.870954	0.853578
37	K. Surabaya	0.998316	0.999429	0.980197	0.972352
38	K. Batu	0.992838	0.989863	0.966567	0.956985

Lampiran 6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	Sumenep	Kota Kediri	Kota Blitar	Kota Malang
1	Pacitan	0.750645	0.950972	0.958626	0.922917
2	Ponorogo	0.852202	0.992661	0.978788	0.974185
3	Trenggalek	0.807005	0.975824	0.982345	0.95675
4	Tulungagung	0.820789	0.979886	0.98764	0.963992
5	Blitar	0.87594	0.988506	0.999675	0.986341
6	Kediri	0.908829	0.999948	0.987061	0.994678
7	Malang	0.936763	0.994193	0.988925	0.999992
8	Lumajang	0.949359	0.937607	0.957965	0.968301
9	Jember	0.946694	0.916791	0.941245	0.952783
10	Banyuwangi	0.934823	0.811893	0.836668	0.866329
11	Bondowoso	0.98849	0.915654	0.916111	0.952266
12	Situbondo	0.992598	0.907896	0.904454	0.945449
13	Probolinggo	0.973671	0.966755	0.964573	0.988502
14	Pasuruan	0.968251	0.978508	0.970803	0.994398
15	Sidoarjo	0.951236	0.991127	0.97256	0.996134
16	Mojokerto	0.937967	0.995755	0.978256	0.996928
17	Jombang	0.923521	0.998186	0.979595	0.994855
18	Nganjuk	0.851661	0.990616	0.969703	0.969899
19	Madiun	0.81441	0.977651	0.954337	0.949314
20	Magetan	0.802984	0.973937	0.952311	0.944052
21	Ngawi	0.816285	0.976102	0.948678	0.947134
22	Bojonegoro	0.855774	0.985012	0.95293	0.962556
23	Tuban	0.906343	0.96338	0.91224	0.951254
24	Lamongan	0.937874	0.990766	0.962525	0.988972
25	Gresik	0.937755	0.99141	0.963992	0.989757
26	Bangkalan	0.955609	0.983701	0.954942	0.987503
27	Sampang	0.994307	0.943783	0.92487	0.968608
28	Pamekasan	0.997509	0.931475	0.912859	0.959591
29	Sumenep	1	0.904914	0.88442	0.938042
30	K. Kediri	0.904914	1	0.987761	0.993972
31	K. Blitar	0.88442	0.987761	1	0.988345
32	K. Malang	0.938042	0.993972	0.988345	1
33	K. Probolinggo	0.98604	0.951424	0.94567	0.977868
34	K. Pasuruan	0.957885	0.988032	0.975019	0.997403
35	K. Mojokerto	0.936084	0.995783	0.976369	0.995771
36	K. Madiun	0.819499	0.980201	0.958352	0.953142
37	K. Surabaya	0.954882	0.987546	0.963705	0.992212
38	K. Batu	0.934819	0.996181	0.987029	0.999612

Lampiran 6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	Kota Probolinggo	Kota Pasuruan	Kota Mojokerto	Kota Madiun
1	Pacitan	0.830679	0.897656	0.919933	0.976292
2	Ponorogo	0.908969	0.962636	0.979595	0.996225
3	Trenggalek	0.88033	0.936158	0.95216	0.982828
4	Tulungagung	0.892645	0.944411	0.958052	0.980819
5	Blitar	0.938879	0.972086	0.975526	0.963969
6	Kediri	0.953974	0.989423	0.996656	0.978706
7	Malang	0.977186	0.99711	0.995629	0.953792
8	Lumajang	0.984384	0.967319	0.945468	0.858339
9	Jember	0.97866	0.952904	0.92673	0.829846
10	Banyuwangi	0.938142	0.877111	0.836138	0.699875
11	Bondowoso	0.994268	0.963873	0.938343	0.825891
12	Situbondo	0.992338	0.959496	0.933393	0.816573
13	Probolinggo	0.997846	0.992869	0.97909	0.899755
14	Pasuruan	0.994276	0.998095	0.98911	0.920713
15	Sidoarjo	0.979502	0.99895	0.998851	0.951107
16	Mojokerto	0.971762	0.997181	0.999901	0.962544
17	Jombang	0.961244	0.993216	0.999366	0.972961
18	Nganjuk	0.90434	0.960349	0.979409	0.997901
19	Madiun	0.871413	0.937049	0.961751	0.999901
20	Magetan	0.862586	0.93029	0.955973	0.999505
21	Ngawi	0.870308	0.936381	0.961827	0.999267
22	Bojonegoro	0.899994	0.957167	0.978256	0.994808
23	Tuban	0.920224	0.960349	0.975131	0.952534
24	Lamongan	0.964229	0.992649	0.998249	0.962136
25	Gresik	0.964795	0.993121	0.998566	0.962579
26	Bangkalan	0.974664	0.994481	0.995897	0.945179
27	Sampang	0.995656	0.982719	0.967415	0.870954
28	Pamekasan	0.994146	0.975487	0.957581	0.853578
29	Sumenep	0.98604	0.957885	0.936084	0.819499
30	K. Kediri	0.951424	0.988032	0.995783	0.980201
31	K. Blitar	0.94567	0.975019	0.976369	0.958352
32	K. Malang	0.977868	0.997403	0.995771	0.953142
33	K. Probolinggo	1	0.98656	0.969326	0.876712
34	K. Pasuruan	0.98656	1	0.996276	0.940857
35	K. Mojokerto	0.969326	0.996276	1	0.964542
36	K. Madiun	0.876712	0.940857	0.964542	1
37	K. Surabaya	0.978101	0.997324	0.997794	0.947791
38	K. Batu	0.974185	0.997237	0.997763	0.959618

Lampiran 6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	Kota Surabaya	Kota Batu
1	Pacitan	0.893325	0.926613
2	Ponorogo	0.964898	0.97852
3	Trenggalek	0.930578	0.959143
4	Tulungagung	0.937785	0.965759
5	Blitar	0.961675	0.985575
6	Kediri	0.989078	0.996833
7	Malang	0.991811	0.999604
8	Lumajang	0.947521	0.961233
9	Jember	0.930578	0.944411
10	Banyuwangi	0.851509	0.85477
11	Bondowoso	0.951179	0.946259
12	Situbondo	0.948317	0.939694
13	Probolinggo	0.98367	0.985215
14	Pasuruan	0.992145	0.992633
15	Sidoarjo	0.999314	0.99724
16	Mojokerto	0.997703	0.998534
17	Jombang	0.994918	0.997288
18	Nganjuk	0.965847	0.975298
19	Madiun	0.944793	0.956136
20	Magetan	0.937607	0.950941
21	Ngawi	0.945918	0.954469
22	Bojonegoro	0.967606	0.969365
23	Tuban	0.977682	0.958462
24	Lamongan	0.998221	0.992161
25	Gresik	0.998316	0.992838
26	Bangkalan	0.999429	0.989863
27	Sampang	0.980197	0.966567
28	Pamekasan	0.972352	0.956985
29	Sumenep	0.954882	0.934819
30	K. Kediri	0.987546	0.996181
31	K. Blitar	0.963705	0.987029
32	K. Malang	0.992212	0.999612
33	K. Probolinggo	0.978101	0.974185
34	K. Pasuruan	0.997324	0.997237
35	K. Mojokerto	0.997794	0.997763
36	K. Madiun	0.947791	0.959618
37	K. Surabaya	1	0.993921
38	K. Batu	0.993921	1

Lampiran 7. Program Iterasi Newton Raphson Model GWPR

```

#iterasi 1 kabupaten Lamongan#
data<-read.table(file.choose(),sep=" ",header=TRUE)
attach(data)
library(MASS)
library(spgwr)
s0=c(1.5823742,-0.0035883,0.0973526,-0.0069539,-0.0077822,-
0.0047958,0.0149022)
b0<-as.vector(s0[1:7])
b0<-as.matrix(b0)
x<-data[,2:7]
x<-as.matrix(x)
X<-cbind(1,x)
y<-data[1]
Y<-as.matrix(y)
Pembobot<-read.table(file.choose(),sep=" ",header=TRUE)
W1<-Pembobot[24,]
W1<-t(W1)
W1<-c(W1)
W1<-diag(W1)
Satu<-rep(1,38)
Satu<-as.matrix(Satu)
Xb0<-X%*%b0
a<-exp(Xb0)
b<-(Y-a)/a
a<-t(a)
a<-c(a)
a<-diag(a)
g<-t(X)%*%W1%*%a%*%b
h<-t(X)%*%W1%*%a%*%X
h1<-ginv(h)
beta1<-(b0+h1%*%g)
beta1

#iterasi 2 kabupaten Lamongan#
b1<-as.matrix(beta1)
x<-data[,2:7]
x<-as.matrix(x)
X<-cbind(1,x)
y<-data[1]
Y<-as.matrix(y)
Pembobot<-read.table(file.choose(),sep=" ",header=TRUE)
W1<-Pembobot[24,]
W1<-t(W1)
W1<-c(W1)
W1<-diag(W1)
Satu<-rep(1,38)

```

```

Satu<-as.matrix(Satu)
Xb1<-X%*%b1
a<-exp(Xb1)
b<-(Y-a)/a
a<-t(a)
a<-c(a)
a<-diag(a)
g<-t(X)%*%W1%*%a%*%b
h<-t(X)%*%W1%*%a%*%X
h1<-ginv(h)
beta2<-(b1+h1%*%g)
beta2

```

```

#iterasi 3 kabupaten Lamongan#
b2<-as.matrix(beta2)
x<-data[,2:7]
x<-as.matrix(x)
X<-cbind(1,x)
y<-data[1]
Y<-as.matrix(y)
Pembobot<-read.table(file.choose(),sep=" ",header=TRUE)
W1<-Pembobot[24,]
W1<-t(W1)
W1<-c(W1)
W1<-diag(W1)
Satu<-rep(1,38)
Satu<-as.matrix(Satu)
Xb2<-X%*%b2
a<-exp(Xb2)
b<-(Y-a)/a
a<-t(a)
a<-c(a)
a<-diag(a)
g<-t(X)%*%W1%*%a%*%b
h<-t(X)%*%W1%*%a%*%X
h1<-ginv(h)
beta3<-(b2+h1%*%g)
beta3

```

```

#iterasi 4 kabupaten Lamongan#
b3<-as.matrix(beta3)
x<-data[,2:7]
x<-as.matrix(x)
X<-cbind(1,x)
y<-data[1]
Y<-as.matrix(y)
Pembobot<-read.table(file.choose(),sep=" ",header=TRUE)
W1<-Pembobot[24,]

```

```
W1<-t(W1)
W1<-c(W1)
W1<-diag(W1)
Satu<-rep(1,38)
Satu<-as.matrix(Satu)
Xb3<-X%*%b3
a<-exp(Xb3)
b<-(Y-a)/a
a<-t(a)
a<-c(a)
a<-diag(a)
g<-t(X)%*%W1%*%a%*%b
h<-t(X)%*%W1%*%a%*%X
h1<-ginv(h)
beta4<-(b3+h1%*%g)
beta4
```



Lampiran 8. Output Estimasi Parameter Model GWPR Kabupaten Lamongan

Parameter	Estimasi			
	Iterasi ke-1	Iterasi ke-2	Iterasi ke-3	Iterasi ke-4
$\hat{\beta}_0$	1.503454	1.502745005	1.502744951	1.502744951
$\hat{\beta}_1$	-0.003668	-0.003669732	-0.003669732	-0.003669732
$\hat{\beta}_2$	0.099755	0.099770839	0.099770841	0.099770841
$\hat{\beta}_3$	-0.007636	-0.007636141	-0.007636141	-0.007636141
$\hat{\beta}_4$	-0.007751	-0.007749899	-0.007749899	-0.007749899
$\hat{\beta}_5$	-0.004582	-0.004581295	-0.004581295	-0.004581295
$\hat{\beta}_6$	0.014022	0.014017918	0.014017918	0.014017918



Lampiran 9. Estimasi Parameter Model GWPR Setiap Kabupaten/Kota dengan *Software R*

No	Kabupaten/Kota	β_0	β_1	β_2	β_3
1	Pacitan	1.455219	-0.003944	0.100817	-0.010722
2	Ponorogo	1.467142	-0.003820	0.100571	-0.009235
3	Trenggalek	1.483326	-0.003875	0.100224	-0.010156
4	Tulungagung	1.494367	-0.003856	0.099988	-0.010031
5	Blitar	1.540245	-0.003769	0.098992	-0.009398
6	Kediri	1.507725	-0.003733	0.099684	-0.008531
7	Malang	1.549090	-0.003675	0.098774	-0.008207
8	Lumajang	1.662944	-0.003555	0.096250	-0.007711
9	Jember	1.689996	-0.003521	0.095642	-0.007503
10	Banyuwangi	1.791110	-0.003336	0.093295	-0.005749
11	Bondowoso	1.665210	-0.003452	0.096132	-0.006270
12	Situbondo	1.665257	-0.003432	0.096115	-0.005978
13	Probolinggo	1.604860	-0.003568	0.097517	-0.007303
14	Pasuruan	1.579135	-0.003597	0.098090	-0.007449
15	Sidoarjo	1.533304	-0.003647	0.099103	-0.007658
16	Mojokerto	1.522640	-0.003677	0.099345	-0.007944
17	Jombang	1.507952	-0.003705	0.099671	-0.008166
18	Nganjuk	1.453805	-0.003818	0.100857	-0.009054
19	Madiun	1.428243	-0.003866	0.101405	-0.009368
20	Magetan	1.424944	-0.003881	0.101475	-0.009526
21	Ngawi	1.422401	-0.003860	0.101530	-0.009223
22	Bojonegoro	1.437643	-0.003803	0.101202	-0.008662
23	Tuban	1.446669	-0.003679	0.100978	-0.007170
24	Lamongan	1.502745	-0.003670	0.099771	-0.007636
25	Gresik	1.504018	-0.003671	0.099744	-0.007666
26	Bangkalan	1.519084	-0.003629	0.099401	-0.007258
27	Sampang	1.598588	-0.003496	0.097607	-0.006244
28	Pamekasan	1.611148	-0.003469	0.097316	-0.005988
29	Sumenep	1.629189	-0.003416	0.096885	-0.005427
30	K. Kediri	1.506077	-0.003739	0.099722	-0.008603
31	K. Blitar	1.549914	-0.003753	0.098780	-0.009284
32	K. Malang	1.549450	-0.003673	0.098766	-0.008177
33	K. Probolinggo	1.618100	-0.003521	0.097202	-0.006787
34	K. Pasuruan	1.552579	-0.003631	0.098680	-0.007634
35	K. Mojokerto	1.517123	-0.003680	0.099465	-0.007930
36	K. Madiun	1.433572	-0.003860	0.101291	-0.009362
37	K. Surabaya	1.526858	-0.003636	0.099237	-0.007435
38	K. Batu	1.537866	-0.003682	0.099019	-0.008179

Lampiran 9 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	β_4	β_5	β_6
1	Pacitan	-0.008388	-0.004378	0.014698
2	Ponorogo	-0.008085	-0.004453	0.014311
3	Trenggalek	-0.008263	-0.004471	0.014641
4	Tulungagung	-0.008234	-0.004504	0.014650
5	Blitar	-0.008089	-0.004638	0.014661
6	Kediri	-0.007927	-0.004575	0.014283
7	Malang	-0.007845	-0.004684	0.014371
8	Lumajang	-0.007703	-0.004964	0.014747
9	Jember	-0.007652	-0.005028	0.014816
10	Banyuwangi	-0.007257	-0.005263	0.014835
11	Bondowoso	-0.007408	-0.004983	0.014382
12	Situbondo	-0.007348	-0.004986	0.014307
13	Probolinggo	-0.007641	-0.004833	0.014376
14	Pasuruan	-0.007680	-0.004770	0.014300
15	Sidoarjo	-0.007741	-0.004656	0.014155
16	Mojokerto	-0.007803	-0.004624	0.014186
17	Jombang	-0.007854	-0.004583	0.014184
18	Nganjuk	-0.008055	-0.004423	0.014206
19	Madiun	-0.008129	-0.004346	0.014194
20	Magetan	-0.008162	-0.004332	0.014227
21	Ngawi	-0.008103	-0.004334	0.014130
22	Bojonegoro	-0.007984	-0.004391	0.014030
23	Tuban	-0.007685	-0.004451	0.013657
24	Lamongan	-0.007750	-0.004581	0.014018
25	Gresik	-0.007755	-0.004584	0.014031
26	Bangkalan	-0.007667	-0.004629	0.013987
27	Sampang	-0.007428	-0.004832	0.014073
28	Pamekasan	-0.007371	-0.004863	0.014063
29	Sumenep	-0.007250	-0.004909	0.014002
30	K. Kediri	-0.007942	-0.004569	0.014296
31	K. Blitar	-0.008062	-0.004665	0.014671
32	K. Malang	-0.007839	-0.004686	0.014365
33	K. Probolinggo	-0.007531	-0.004870	0.014301
34	K. Pasuruan	-0.007728	-0.004703	0.014233
35	K. Mojokerto	-0.007802	-0.004611	0.014159
36	K. Madiun	-0.008125	-0.004360	0.014213
37	K. Surabaya	-0.007699	-0.004644	0.014068
38	K. Batu	-0.007844	-0.004657	0.014315

Lampiran 10. Nilai t hitung untuk Estimasi Parameter Model GWPR Setiap Kabupaten/Kota

No	Kabupaten/Kota	β_0	β_1	β_2	β_3
1	Pacitan	-1.910618	-6.592844	4.704927	-4.2274
2	Ponorogo	-0.058575	-23.1664	12.77165	15.66653
3	Trenggalek	-3.552872	-9.095237	8.380383	-3.89849
4	Tulungagung	-1.718225	-10.186328	7.722136	-3.10216
5	Blitar	-8.782467	-21.6762	15.88647	-13.4326
6	Kediri	12.480737	-12.005201	7.103119	-22.5638
7	Malang	13.724959	-25.068373	8.399349	-25.5211
8	Lumajang	21.77326	2.595702	-16.9913	20.33131
9	Jember	21.296093	7.663414	-16.0163	21.95525
10	Banyuwangi	-4.64655	15.319255	7.701471	32.4821
11	Bondowoso	24.627349	-4.495217	-13.702	18.88715
12	Situbondo	18.712913	-6.082016	-10.0687	16.67794
13	Probolinggo	-0.857364	-7.254916	19.11174	17.05657
14	Pasuruan	-20.568243	-9.961863	39.78653	-1.36677
15	Sidoarjo	-14.591701	-20.740908	53.98447	-5.19348
16	Mojokerto	-21.474876	-30.200856	53.55865	-14.828
17	Jombang	-13.53095	-26.512435	38.31303	-16.646
18	Nganjuk	-5.041492	-22.734762	14.25938	17.5082
19	Madiun	-6.447802	-18.411448	13.32398	11.99976
20	Magetan	-6.111073	-18.356256	12.91806	12.32605
21	Ngawi	-6.595416	-18.394033	13.4198	11.76658
22	Bojonegoro	-5.008067	-20.672506	15.23155	14.68862
23	Tuban	6.83167	13.886905	7.710424	-0.70928
24	Lamongan	5.398365	2.582616	25.29891	-15.8392
25	Gresik	4.784427	1.547388	25.94748	-15.452
26	Bangkalan	17.498398	4.340071	13.46593	-0.26965
27	Sampang	10.167851	-11.763744	-2.83917	12.86556
28	Pamekasan	13.09872	-7.943094	-7.14093	16.8506
29	Sumenep	12.412183	-4.851478	-7.35732	16.9719
30	K. Kediri	18.087074	-9.03193	2.755193	-22.1972
31	K. Blitar	2.136558	-17.975686	8.890516	-22.0792
32	K. Malang	12.973687	-26.700049	9.768875	-25.2289
33	K. Probolinggo	5.485934	-15.653171	0.7149	3.155126
34	K. Pasuruan	-17.672861	-22.216598	54.69884	-15.5083
35	K. Mojokerto	-17.395583	-24.080326	48.18254	-14.4353
36	K. Madiun	-6.344091	-18.479943	13.43354	12.23312
37	K. Surabaya	8.704062	-3.448064	27.68785	1.110798
38	K. Batu	6.70941	-21.430333	15.40197	-24.2859

Lampiran 10 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	β_4	β_5	β_6
1	Pacitan	-0.90463	9.642225	10.79517
2	Ponorogo	1.731084	12.76751	3.382838
3	Trenggalek	-1.56789	8.387603	10.74149
4	Tulungagung	-5.77166	7.790791	6.281829
5	Blitar	-7.2756	31.84888	28.09132
6	Kediri	11.16975	2.927471	4.581565
7	Malang	-4.05559	-4.71591	6.674309
8	Lumajang	26.97861	0.608578	-15.0919
9	Jember	24.51487	-3.08186	-15.8429
10	Banyuwangi	24.76629	11.04882	-19.6804
11	Bondowoso	24.79199	-11.8286	-10.2993
12	Situbondo	23.68208	-11.7295	-7.31703
13	Probolinggo	13.51558	6.390937	-18.7169
14	Pasuruan	-0.56024	-2.63001	-18.8174
15	Sidoarjo	-14.8901	-2.27632	-4.5265
16	Mojokerto	-14.5339	-10.9531	6.340064
17	Jombang	-4.69244	-8.94445	9.55645
18	Nganjuk	3.192521	13.9946	5.795729
19	Madiun	4.86029	1.184307	8.571228
20	Magetan	4.426764	1.233073	9.047978
21	Ngawi	5.041023	1.178778	8.352725
22	Bojonegoro	2.325583	9.514263	6.420398
23	Tuban	-5.58725	-11.0558	5.645635
24	Lamongan	-11.7933	-30.9427	6.995286
25	Gresik	-12.4231	-29.1572	6.73454
26	Bangkalan	-19.8192	-0.19971	-6.13687
27	Sampang	11.25974	-6.05684	-10.2748
28	Pamekasan	14.13802	-9.49651	-11.9524
29	Sumenep	11.37386	-9.47344	-14.8983
30	K. Kediri	12.57165	4.575708	3.267641
31	K. Blitar	-10.233	29.94112	26.14363
32	K. Malang	-5.02197	-4.70045	6.154625
33	K. Probolinggo	8.088114	-10.5966	-12.8008
34	K. Pasuruan	-21.606	-0.72714	0.247357
35	K. Mojokerto	-14.4874	-13.4291	7.817511
36	K. Madiun	4.697297	1.193269	8.813514
37	K. Surabaya	-15.239	0.561829	-10.9838
38	K. Batu	-4.8244	-6.57185	6.431179

Lampiran 11. Estimasi Parameter Model MGWPR Setiap Kabupaten/Kota

No	Kabupaten/Kota	β_0	β_2	β_3	β_4
1	Pacitan	1.256012	0.102329	-0.01395	-0.00916
2	Ponorogo	1.238932	0.104609	-0.01046	-0.00842
3	Trenggalek	1.328723	0.102053	-0.01373	-0.00903
4	Tulungagung	1.361985	0.101661	-0.0138	-0.00901
5	Blitar	1.510515	0.099609	-0.01333	-0.00871
6	Kediri	1.339166	0.103438	-0.00933	-0.00802
7	Malang	1.487464	0.100718	-0.00902	-0.00774
8	Lumajang	2.061753	0.08883	-0.00827	-0.00697
9	Jember	2.223259	0.085344	-0.00732	-0.00662
10	Banyuwangi	2.910961	0.069942	0.002671	-0.00366
11	Bondowoso	2.025162	0.089444	-0.0012	-0.00531
12	Situbondo	2.015899	0.089588	0.000216	-0.00498
13	Probolinggo	1.711052	0.096278	-0.00594	-0.00675
14	Pasuruan	1.5859	0.098892	-0.00633	-0.00698
15	Sidoarjo	1.389412	0.102878	-0.00657	-0.0073
16	Mojokerto	1.362918	0.103298	-0.00749	-0.00756
17	Jombang	1.319697	0.10403	-0.00802	-0.00775
18	Nganjuk	1.19125	0.105589	-0.00949	-0.00829
19	Madiun	1.137365	0.106007	-0.00951	-0.00837
20	Magetan	1.13551	0.105806	-0.00979	-0.00842
21	Ngawi	1.11719	0.10649	-0.00892	-0.00828
22	Bojonegoro	1.128682	0.10703	-0.00785	-0.00804
23	Tuban	1.06719	0.109395	-0.00342	-0.00719
24	Lamongan	1.269786	0.105265	-0.00598	-0.00736
25	Gresik	1.276144	0.105127	-0.00611	-0.00738
26	Bangkalan	1.308426	0.104634	-0.00481	-0.00702
27	Sampang	1.624532	0.09808	-0.00116	-0.00571
28	Pamekasan	1.682743	0.096798	-9E-06	-0.00537
29	Sumenep	1.765966	0.0949	0.002586	-0.00466
30	K. Kediri	1.337041	0.103429	-0.00954	-0.00807
31	K. Blitar	1.546159	0.099011	-0.0132	-0.00864
32	K. Malang	1.4874	0.100731	-0.00891	-0.00771
33	K. Probolinggo	1.759532	0.095236	-0.00366	-0.00616
34	K. Pasuruan	1.471072	0.101228	-0.00677	-0.00723
35	K. Mojokerto	1.340644	0.103742	-0.00733	-0.00755
36	K. Madiun	1.150523	0.105829	-0.00968	-0.00838
37	K. Surabaya	1.349964	0.103743	-0.0056	-0.00714
38	K. Batu	1.438015	0.101713	-0.00869	-0.00773

Lampiran 11 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	β_5	β_6
1	Pacitan	-0.00284	0.014555
2	Ponorogo	-0.00328	0.012494
3	Trenggalek	-0.00329	0.013996
4	Tulungagung	-0.00344	0.013951
5	Blitar	-0.00407	0.013753
6	Kediri	-0.0038	0.01204
7	Malang	-0.00427	0.012284
8	Lumajang	-0.00563	0.014197
9	Jember	-0.00596	0.014642
10	Banyuwangi	-0.007	0.015117
11	Bondowoso	-0.0056	0.012386
12	Situbondo	-0.00558	0.012027
13	Probolinggo	-0.00493	0.012244
14	Pasuruan	-0.00464	0.01188
15	Sidoarjo	-0.00414	0.011298
16	Mojokerto	-0.00401	0.011494
17	Jombang	-0.00384	0.011562
18	Nganjuk	-0.00318	0.012118
19	Madiun	-0.00288	0.012361
20	Magetan	-0.00281	0.012565
21	Ngawi	-0.00286	0.012127
22	Bojonegoro	-0.0031	0.011461
23	Tuban	-0.00337	0.009646
24	Lamongan	-0.00383	0.010812
25	Gresik	-0.00384	0.010866
26	Bangkalan	-0.00402	0.010574
27	Sampang	-0.00485	0.010792
28	Pamekasan	-0.00498	0.010756
29	Sumenep	-0.00516	0.010502
30	K. Kediri	-0.00377	0.012113
31	K. Blitar	-0.00419	0.01377
32	K. Malang	-0.00428	0.012251
33	K. Probolinggo	-0.00508	0.011889
34	K. Pasuruan	-0.00434	0.011603
35	K. Mojokerto	-0.00395	0.011391
36	K. Madiun	-0.00293	0.012387
37	K. Surabaya	-0.00408	0.010914
38	K. Batu	-0.00415	0.012049

**Lampiran 12. Nilai t hitung untuk Estimasi Parameter Model MGWPR
Setiap Kabupaten/Kota**

No	Kabupaten/Kota	β_0	β_2	β_3	β_4
1	Pacitan	10.393159	48.91564	-6.81041	-16.5305
2	Ponorogo	10.572622	51.01672	-5.37186	-15.7736
3	Trenggalek	11.230828	49.48376	-6.91076	-16.7095
4	Tulungagung	11.571484	49.46032	-7.00043	-16.7712
5	Blitar	13.0535	48.98602	-6.93601	-16.5809
6	Kediri	11.605384	50.93298	-4.88938	-15.3104
7	Malang	12.963987	49.76277	-4.76857	-14.9162
8	Lumajang	17.816016	43.49323	-4.38109	-13.484
9	Jember	19.086539	41.5178	-3.86765	-12.766
10	Banyuwangi	23.798735	32.29856	1.35681	-6.83793
11	Bondowoso	17.328395	43.36982	-0.62586	-10.22
12	Situbondo	17.196344	43.30687	0.112377	-9.55952
13	Probolinggo	14.885991	47.42297	-3.14528	-13.0768
14	Pasuruan	13.826599	48.80596	-3.35703	-13.5258
15	Sidoarjo	12.10974	50.77803	-3.47411	-14.0764
16	Mojokerto	11.863904	50.96879	-3.9537	-14.5292
17	Jombang	11.459414	51.2613	-4.21847	-14.8346
18	Nganjuk	10.149251	51.42052	-4.87512	-15.4839
19	Madiun	9.566334	51.18143	-4.8056	-15.3933
20	Magetan	9.514839	50.96036	-4.92386	-15.4323
21	Ngawi	9.396464	51.39919	-4.51918	-15.2295
22	Bojonegoro	9.610672	52.05728	-4.04517	-15.0134
23	Tuban	9.190704	53.40809	-1.78987	-13.5993
24	Lamongan	11.035591	51.83611	-3.1508	-14.1073
25	Gresik	11.092086	51.77688	-3.21984	-14.1468
26	Bangkalan	11.391172	51.54545	-2.53816	-13.5032
27	Sampang	14.0493	47.98258	-0.607	-11.0203
28	Pamekasan	14.49564	47.18307	-0.00486	-10.341
29	Sumenep	15.072532	45.85196	1.338218	-8.91132
30	K. Kediri	11.578391	50.9085	-4.99586	-15.3945
31	K. Blitar	13.389711	48.75256	-6.89489	-16.4944
32	K. Malang	12.964731	49.77026	-4.71008	-14.8688
33	K. Probolinggo	15.244672	46.71501	-1.92914	-11.9118
34	K. Pasuruan	12.83173	49.99383	-3.58442	-13.9766
35	K. Mojokerto	11.663874	51.16623	-3.86803	-14.5115
36	K. Madiun	9.696749	51.16978	-4.90223	-15.463
37	K. Surabaya	11.760997	51.15994	-2.96008	-13.7475
38	K. Batu	12.525486	50.2322	-4.58961	-14.8756

Lampiran 12 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	β_5	β_6
1	Pacitan	-10.7897	25.73352
2	Ponorogo	-12.7552	22.61016
3	Trenggalek	-12.6694	25.19387
4	Tulungagung	-13.2923	25.22695
5	Blitar	-15.9149	25.2674
6	Kediri	-14.9149	22.08823
7	Malang	-16.85	22.73042
8	Lumajang	-22.0457	26.46154
9	Jember	-23.1891	27.22902
10	Banyuwangi	-25.9575	27.25445
11	Bondowoso	-21.765	23.02532
12	Situbondo	-21.6542	22.32367
13	Probolinggo	-19.4324	22.80698
14	Pasuruan	-18.3079	22.07938
15	Sidoarjo	-16.3146	20.8529
16	Mojokerto	-15.7864	21.17201
17	Jombang	-15.0889	21.22881
18	Nganjuk	-12.3495	21.86983
19	Madiun	-11.0787	22.07265
20	Magetan	-10.8013	22.37561
21	Ngawi	-10.9878	21.63523
22	Bojonegoro	-12.0182	20.6195
23	Tuban	-13.176	17.39675
24	Lamongan	-15.0711	19.82522
25	Gresik	-15.1123	19.93151
26	Bangkalan	-15.8218	19.44475
27	Sampang	-19.0502	20.01655
28	Pamekasan	-19.5009	19.94477
29	Sumenep	-20.0383	19.41963
30	K. Kediri	-14.8082	22.20869
31	K. Blitar	-16.439	25.35774
32	K. Malang	-16.8748	22.67174
33	K. Probolinggo	-19.9504	22.13941
34	K. Pasuruan	-17.1375	21.48751
35	K. Mojokerto	-15.5599	20.95903
36	K. Madiun	-11.2916	22.15945
37	K. Surabaya	-16.0981	20.11019
38	K. Batu	-16.3637	22.25536

Lampiran 13. Program Estimasi Parameter Model GWPR yang Mengandung *Outlier*

```

%Program Estimasi Model MGWPR yang Mengandung Outlier dengan
Metode
%GM-Estimator
%Oleh:Yulisti'annah
%NIM:14610031

clc,clear all
X=xlsread('tbclokal.xlsx',1,'B2:F39');
Y=xlsread('tbclokal.xlsx',1,'A2:A39');

selisih=inf;

%Menentukan batas konvergen sampai mendekati 0
ea=10^-5;

%Metode IRLS
while ea<selisih
Y_topi=zeros(size(Y));
ambil_beta=beta(k,:);
jum=ambil_beta(1);
B=X;
[a,b]=size(B);

    for i=1:a
        for j=1:b
            jum=jum+((ambil_beta(j+1))*B(i,j));
        end
        Y_topi(i)=jum;
    end

%Menentukan nilai error
error=Y-Y_topi;
var_topi=0;
for i=1:length(error)

var_topi=var_topi+((1/length(error))*sum(abs(error(i))))/0.6745;
end

%Fungsi objektif dengan pembobot Tukey Bisquare
c=4.685;
for i=1:length(error)
    error_bintang(i)=error(i)/var_topi;
    if error_bintang(i)<=c
        W(i)=(1-(error_bintang(i)/c)^2)^2;
    else
        0;
    end
end

%Membuat matriks pembobot model MGWPR yang Mengandung Outlier
WW=diag(W);
XX=[ones(a,1) X];
%Mencari nilai leverage(hii)
H=X*inv(X'*X)*X';

```



```

HH=diag(H);
HHH=diag(HH);
bet=inv(XX'*HHH*WW*XX)*(XX'*HHH*WW*log10(Y));
beta(k+1,:)=bet;
error_beta(k,:)=abs(beta(k+1,:)-beta(k,:));
selisih=max(error_beta(k,:));
k=k+1;
end
beta_akhir=beta(end,:);

B=X;
for i=1:a
    for j=1:b-1
        jum=jum+(beta_akhir(j+1)*B(i,j));
    end
    Y_akhir(i)=jum
end

```



Lampiran 14. Nilai Residual Lokal dari 38 Kabupaten/Kota

No	Kabupaten/Kota	$\varepsilon_{li}^{(0)}$	$\varepsilon_{li}^{(1)}$	$\varepsilon_{li}^{(2)}$
1	Pacitan	242.3492176	242.3515872	242.3495571
2	Ponorogo	742.286491	744.1940910	744.1910188
3	Trenggalek	556.1454425	560.0969673	560.1132254
4	Tulungagung	756.9527818	763.0792746	763.0610670
5	Blitar	684.9202635	693.1775080	693.2224093
6	Kediri	1239.880631	1250.1866287	1250.2148108
7	Malang	1590.759664	1603.0720803	1603.133785
8	Lumajang	1105.513932	1119.9899485	1120.0081448
9	Jember	3205.34117	3222.0248327	3222.082016
10	Banyuwangi	1681.122848	1700.0011381	1700.0362098
11	Bondowoso	778.1421727	799.2425626	799.2732531
12	Situbondo	767.0374261	790.0666832	790.1502351
13	Probolinggo	1194.021619	1219.1844427	1219.238556
14	Pasuruan	1836.719951	1863.8773772	1863.9531881
15	Sidoarjo	1592.324393	1621.8474068	1621.857527
16	Mojokerto	996.0295096	1027.9036162	1027.9594747
17	Jombang	1116.761882	1150.9590952	1150.986323
18	Nganjuk	997.7035793	1034.1738715	1034.1956987
19	Madiun	861.5780279	900.1415857	900.1282999
20	Magetan	580.5021169	621.1979463	621.1780830
21	Ngawi	608.4233423	651.2108565	651.1745665
22	Bojonegoro	1135.122135	1179.9480480	1179.9523889
23	Tuban	802.8990082	850.0140049	850.0306809
24	Lamongan	1515.618249	1564.9365376	1564.9736482
25	Gresik	1386.141282	1437.7377770	1437.777372
26	Bangkalan	1135.138094	1189.2274136	1189.2510861
27	Sampang	921.9453118	978.0303738	978.0611893
28	Pamekasan	1007.657482	1065.9121949	1065.9666989
29	Sumenep	1726.382018	1786.9750402	1786.978408
30	Kota Kediri	465.1761812	527.9593300	528.0493918
31	Kota Blitar	174.1137645	239.1579475	239.1920663
32	Kota Malang	1388.841791	1455.8819883	1455.9830401
33	Kota Probolinggo	297.5149106	366.8877973	366.9271378
34	Kota Pasuruan	227.2495934	298.9083223	298.9896219
35	Kota Mojokerto	115.9336039	189.8781921	189.9387123
36	Kota Madiun	168.9369122	245.2224002	245.2572641
37	Kota Surabaya	4130.67315	4208.8665100	4208.991496
38	Kota Batu	115.6308053	196.1510371	196.2120648

Lampiran 14 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	$\varepsilon_{li}^{(3)}$	$\varepsilon_{li}^{(4)}$
1	Pacitan	242.3268309	243.7732484
2	Ponorogo	744.175465	745.6408155
3	Trenggalek	560.0977831	561.610483
4	Tulungagung	763.045251	764.5632276
5	Blitar	693.2014596	694.684655
6	Kediri	1250.188012	1251.74494
7	Malang	1603.109723	1604.686465
8	Lumajang	1119.990313	1121.540044
9	Jember	3222.055583	3223.622552
10	Banyuwangi	1700.019135	1701.550161
11	Bondowoso	799.2650031	800.7994477
12	Situbondo	790.1402197	791.729084
13	Probolinggo	1219.228113	1220.814344
14	Pasuruan	1863.935607	1865.620775
15	Sidoarjo	1621.83302	1623.576113
16	Mojokerto	1027.94244	1029.578823
17	Jombang	1150.966623	1152.548901
18	Nganjuk	1034.18144	1035.717302
19	Madiun	900.1084221	901.5686991
20	Magetan	621.1518407	622.5788827
21	Ngawi	651.1489587	652.6325825
22	Bojonegoro	1179.933389	1181.506283
23	Tuban	850.007794	851.6255832
24	Lamongan	1564.953977	1566.502864
25	Gresik	1437.75386	1439.429511
26	Bangkalan	1189.228026	1190.773248
27	Sampang	978.0451954	979.6408155
28	Pamekasan	1065.95076	1067.610483
29	Sumenep	1786.962312	1788.563228
30	Kota Kediri	528.0278556	529.684655
31	Kota Blitar	239.1651907	240.7449405
32	Kota Malang	1455.958467	1457.686465
33	Kota Probolinggo	366.9090317	368.5400435
34	Kota Pasuruan	298.9628763	300.6225525
35	Kota Mojokerto	189.9213071	191.5501611
36	Kota Madiun	245.2489599	246.7994477
37	Kota Surabaya	4208.980942	4210.729084
38	Kota Batu	196.2015318	197.8143439

Lampiran 15. Nilai Skala Residual Lokal dari 38 Kabupaten/Kota

No	Kabupaten/Kota	$\tilde{\epsilon}_{li}^{(0)}$	$\tilde{\epsilon}_{li}^{(1)}$	$\tilde{\epsilon}_{li}^{(2)}$
1	Pacitan	0.1558778	0.4003874	0.4003549
2	Ponorogo	0.4774351	1.2294781	1.2293835
3	Trenggalek	0.3577101	0.9253325	0.9252919
4	Tulungagung	0.4868684	1.2606782	1.2605563
5	Blitar	0.4405374	1.1451939	1.1451847
6	Kediri	0.7974852	2.0654250	2.0653211
7	Malang	1.0231689	2.6484247	2.6483338
8	Lumajang	0.7110612	1.8503279	1.8502232
9	Jember	2.0616600	5.3230857	5.3227926
10	Banyuwangi	1.0812901	2.8085605	2.8084140
11	Bondowoso	0.5004973	1.3204233	1.3203779
12	Situbondo	0.4933548	1.3052639	1.3053069
13	Probolinggo	0.7679889	2.0142065	2.0141492
14	Pasuruan	1.1813694	3.0792994	3.0792004
15	Sidoarjo	1.0241754	2.6794433	2.6792649
16	Mojokerto	0.6406414	1.6981927	1.6981613
17	Jombang	0.7182958	1.9014918	1.9013984
18	Nganjuk	0.6417181	1.7085517	1.7084634
19	Madiun	0.5541628	1.4871179	1.4869877
20	Magetan	0.3733762	1.0262770	1.0261694
21	Ngawi	0.3913350	1.0758611	1.0757228
22	Bojonegoro	0.7301051	1.9493843	1.9492495
23	Tuban	0.5164208	1.4043025	1.4042278
24	Lamongan	0.9748383	2.5854212	2.5852943
25	Gresik	0.8915594	2.3752770	2.3751694
26	Bangkalan	0.7301153	1.9647147	1.9646107
27	Sampang	0.5929908	1.6157974	1.6157307
28	Pamekasan	0.6481204	1.7609864	1.7609482
29	Sumenep	1.1104006	2.9522495	2.9520401
30	Kota Kediri	0.2991991	0.8722381	0.8723234
31	Kota Blitar	0.1119891	0.3951112	0.3951388
32	Kota Malang	0.8932963	2.4052529	2.4052447
33	Kota Probolinggo	0.1913602	0.6061329	0.6061537
34	Kota Pasuruan	0.1461658	0.4938244	0.4939228
35	Kota Mojokerto	0.0745679	0.3136965	0.3137736
36	Kota Madiun	0.1086594	0.4051303	0.4051584
37	Kota Surabaya	2.6568290	6.9534402	6.9531404
38	Kota Batu	0.0743732	0.3240598	0.3241370

Lampiran 15 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	$\hat{\varepsilon}_{li}^{(3)}$	$\hat{\varepsilon}_{li}^{(4)}$
1	Pacitan	0.4003161	0.4025829
2	Ponorogo	1.2293537	1.2313995
3	Trenggalek	0.9252633	0.9274799
4	Tulungagung	1.2605260	1.2626492
5	Blitar	1.1451463	1.1472472
6	Kediri	2.0652700	2.0672126
7	Malang	2.6482852	2.6500831
8	Lumajang	1.8501876	1.8521838
9	Jember	5.3227311	5.3236989
10	Banyuwangi	2.8083764	2.8100501
11	Bondowoso	1.3203598	1.3224920
12	Situbondo	1.3052860	1.3075127
13	Probolinggo	2.0141252	2.0161318
14	Pasuruan	3.0791611	3.0810069
15	Sidoarjo	2.6792154	2.6812787
16	Mojokerto	1.6981275	1.7003131
17	Jombang	1.9013595	1.9033939
18	Nganjuk	1.7084341	1.7104506
19	Madiun	1.4869499	1.4889089
20	Magetan	1.0261227	1.0281671
21	Ngawi	1.0756769	1.0777997
22	Bojonegoro	1.9492116	1.9512160
23	Tuban	1.4041853	1.4064296
24	Lamongan	2.5852531	2.5870242
25	Gresik	2.3751227	2.3771671
26	Bangkalan	1.9645661	1.9665200
27	Sampang	1.6156989	1.6178423
28	Pamekasan	1.7609160	1.7631211
29	Sumenep	2.9520037	2.9537491
30	Kota Kediri	0.8722849	0.8747555
31	Kota Blitar	0.3950931	0.3975818
32	Kota Malang	2.4051961	2.4073178
33	Kota Probolinggo	0.6061218	0.6086309
34	Kota Pasuruan	0.4938770	0.4964675
35	Kota Mojokerto	0.3137438	0.3163383
36	Kota Madiun	0.4051433	0.4075806
37	Kota Surabaya	6.9530997	6.9538706
38	Kota Batu	0.3241186	0.3266834

Lampiran 16. Pembobot *Tukey Bisquare* untuk Model GWPR yang Mengandung *Outlier*

No	Kabupaten/Kota	$W_i^{(0)}$	$W_i^{(1)}$	$W_i^{(2)}$
1	Pacitan	0.1201601	0.1186739	0.1186742
2	Ponorogo	0.0452344	0.0400459	0.0400468
3	Trenggalek	0.0988219	0.0923356	0.0923363
4	Tulungagung	0.2324483	0.2043955	0.2044016
5	Blitar	0.1139001	0.1025003	0.1025005
6	Kediri	0.1589803	0.1094380	0.1094433
7	Malang	0.1060289	0.0541313	0.0541348
8	Lumajang	0.1050105	0.0783749	0.0783782
9	Jember	0.0978348	0.0000000	0.0000000
10	Banyuwangi	0.0953981	0.0436810	0.0436861
11	Bondowoso	0.1535280	0.1331274	0.1331289
12	Situbondo	0.1443350	0.1255673	0.1255659
13	Probolinggo	0.1304355	0.0915259	0.0915283
14	Pasuruan	0.0623015	0.0229222	0.0229245
15	Sidoarjo	0.3332027	0.1664001	0.1664216
16	Mojokerto	0.0675280	0.0529092	0.0529098
17	Jombang	0.1041820	0.0762270	0.0762300
18	Nganjuk	0.0503810	0.0393333	0.0393345
19	Madiun	0.0709961	0.0590511	0.0590534
20	Magetan	0.1284774	0.1179365	0.1179390
21	Ngawi	0.1678917	0.1527757	0.1527801
22	Bojonegoro	0.1232752	0.0885327	0.0885378
23	Tuban	0.0780950	0.0662934	0.0662948
24	Lamongan	0.1238586	0.0654510	0.0654566
25	Gresik	0.1168963	0.0694648	0.0694692
26	Bangkalan	0.1265547	0.0902880	0.0902921
27	Sampang	0.0528864	0.0424010	0.0424019
28	Pamekasan	0.0791510	0.0606652	0.0606661
29	Sumenep	0.1911313	0.0779931	0.0780077
30	Kota Kediri	0.1139713	0.1070790	0.1070775
31	Kota Blitar	0.1706047	0.1683788	0.1683785
32	Kota Malang	0.1370093	0.0800157	0.0800161
33	Kota Probolinggo	0.1070726	0.1038644	0.1038642
34	Kota Pasuruan	0.1531335	0.1500416	0.1500403
35	Kota Mojokerto	0.0871438	0.0864080	0.0864076
36	Kota Madiun	0.1636509	0.1613861	0.1613858
37	Kota Surabaya	0.0885966	0.0000000	0.0000000
38	Kota Batu	0.1486039	0.1472595	0.1472589

Lampiran 16 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	$W_i^{(3)}$	$W_i^{(4)}$
1	Pacitan	0.1186745	0.1186547
2	Ponorogo	0.0400471	0.0400274
3	Trenggalek	0.0923367	0.0923008
4	Tulungagung	0.2044032	0.2042956
5	Blitar	0.1025013	0.1024535
6	Kediri	0.1094459	0.1093466
7	Malang	0.0541367	0.0540676
8	Lumajang	0.0783793	0.0783168
9	Jember	0.0000000	0.0127630
10	Banyuwangi	0.0436874	0.0436290
11	Bondowoso	0.1331296	0.1330553
12	Situbondo	0.1255666	0.1254944
13	Probolinggo	0.0915293	0.0914466
14	Pasuruan	0.0229254	0.0228836
15	Sidoarjo	0.1664276	0.1661785
16	Mojokerto	0.0529104	0.0528692
17	Jombang	0.0762312	0.0761669
18	Nganjuk	0.0393349	0.0393064
19	Madiun	0.0590541	0.0590192
20	Magetan	0.1179401	0.1178927
21	Ngawi	0.1527815	0.1527144
22	Bojonegoro	0.0885392	0.0884630
23	Tuban	0.0662956	0.0662537
24	Lamongan	0.0654584	0.0653799
25	Gresik	0.0694711	0.0693883
26	Bangkalan	0.0902938	0.0902172
27	Sampang	0.0424024	0.0423720
28	Pamekasan	0.0606668	0.0606168
29	Sumenep	0.0780102	0.0778887
30	Kota Kediri	0.1070782	0.1070345
31	Kota Blitar	0.1683790	0.1683486
32	Kota Malang	0.0800184	0.0799173
33	Kota Probolinggo	0.1038646	0.1038352
34	Kota Pasuruan	0.1500409	0.1500054
35	Kota Mojokerto	0.0864077	0.0863948
36	Kota Madiun	0.1613860	0.1613566
37	Kota Surabaya	0.0000000	0.2786380
38	Kota Batu	0.1472590	0.1472365

Lampiran 17. Output Estimasi Parameter Model GWPR yang Mengandung Outlier

Iterasi	Parameter					
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$
1	0.4354	0.0372	0.0080	-0.0013	0.000472384	0.0076
2	0.7482	0.0295	0.0095	-0.0004	0.001684005	0.0069
3	0.7462	0.0296	0.0095	-0.0004	0.001675334	0.0069
4	0.7462	0.0296	0.0095	-0.0004	0.001675389	0.0069
5	0.7462	0.0296	0.0095	-0.0004	0.001675389	0.0069



Lampiran 18. Nilai Residual Global dari 38 Kabupaten/Kota

No	Kabupaten/Kota	$\varepsilon_{gi}^{(0)}$	$\varepsilon_{gi}^{(1)}$	$\varepsilon_{gi}^{(2)}$
1	Pacitan	242.0666607	245.0007964	245.1101700
2	Ponorogo	744.1807685	747.0007964	747.1152530
3	Trenggalek	560.3204943	563.0007964	563.1411280
4	Tulungagung	763.4601517	766.0007964	766.1410590
5	Blitar	693.4651387	696.0007964	696.0050370
6	Kediri	1250.474589	1253.000796	1253.0095450
7	Malang	1603.652867	1606.000796	1606.1800670
8	Lumajang	1120.82675	1123.000796	1123.1756280
9	Jember	3222.962786	3225.000796	3225.1374020
10	Banyuwangi	1701.142112	1703.000796	1703.1811250
11	Bondowoso	800.2443783	802.0007964	802.1032930
12	Situbondo	791.3943512	793.0007964	793.1514780
13	Probolinggo	1220.520346	1222.000796	1222.1272590
14	Pasuruan	1865.554025	1867.000796	1867.0340170
15	Sidoarjo	1623.781739	1625.000796	1625.2300000
16	Mojokerto	1029.919662	1031.000796	1031.1393064
17	Jombang	1152.988614	1154.000796	1154.0696440
18	Nganjuk	1036.114836	1037.000796	1037.1274890
19	Madiun	902.2742818	903.0007964	903.1610460
20	Magetan	623.4316782	624.0007964	624.1589760
21	Ngawi	653.5713584	654.0007964	654.1410820
22	Bojonegoro	1182.727047	1183.000796	1183.1572510
23	Tuban	852.8540662	853.0007964	853.1282940
24	Lamongan	1568.032799	1568.000796	1568.1805270
25	Gresik	1441.194705	1441.000796	1441.1635300
26	Bangkalan	1192.347205	1192.000796	1192.1540310
27	Sampang	981.3983498	981.0007964	981.0516580
28	Pamekasan	1069.48627	1069.000796	1069.0888030
29	Sumenep	1790.534022	1790.000796	1790.0482310
30	Kota Kediri	531.7157841	531.0007964	531.1835860
31	Kota Blitar	242.8918531	242.0007964	242.1778360
32	Kota Malang	1460.088143	1459.000796	1459.1982600
33	Kota Probolinggo	371.2153446	370.0007964	370.1284780
34	Kota Pasuruan	303.3973114	302.0007964	302.1837930
35	Kota Mojokerto	194.587567	193.0007964	193.1921650
36	Kota Madiun	249.8001614	248.0007964	248.2147280
37	Kota Surabaya	4214.001712	4212.000796	4212.2035730
38	Kota Batu	201.1986166	199.0007964	199.1988810

Lampiran 18 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	$\varepsilon_{gi}^{(3)}$	$\varepsilon_{gi}^{(4)}$
1	Pacitan	245.1101700	245.1101700
2	Ponorogo	747.1152530	747.1152530
3	Trenggalek	563.1411280	563.1411280
4	Tulungagung	766.1410590	766.1410590
5	Blitar	696.0050370	696.0050370
6	Kediri	1253.0095450	1253.0095450
7	Malang	1606.1800670	1606.1800670
8	Lumajang	1123.1756280	1123.1756280
9	Jember	3225.1374020	3225.1374020
10	Banyuwangi	1703.1811250	1703.1811250
11	Bondowoso	802.1032930	802.1032930
12	Situbondo	793.1514780	793.1514780
13	Probolinggo	1222.1272590	1222.1272590
14	Pasuruan	1867.0340170	1867.0340170
15	Sidoarjo	1625.2300000	1625.2300000
16	Mojokerto	1031.1393064	1031.1393064
17	Jombang	1154.0696440	1154.0696440
18	Nganjuk	1037.1274890	1037.1274890
19	Madiun	903.1610460	903.1610460
20	Magetan	624.1589760	624.1589760
21	Ngawi	654.1410820	654.1410820
22	Bojonegoro	1183.1572510	1183.1572510
23	Tuban	853.1282940	853.1282940
24	Lamongan	1568.1805270	1568.1805270
25	Gresik	1441.1635300	1441.1635300
26	Bangkalan	1192.1540310	1192.1540310
27	Sampang	981.0516580	981.0516580
28	Pamekasan	1069.0888030	1069.0888030
29	Sumenep	1790.0482310	1790.0482310
30	Kota Kediri	531.1835860	531.1835860
31	Kota Blitar	242.1778360	242.1778360
32	Kota Malang	1459.1982600	1459.1982600
33	Kota Probolinggo	370.1284780	370.1284780
34	Kota Pasuruan	302.1837930	302.1837930
35	Kota Mojokerto	193.1921650	193.1921650
36	Kota Madiun	248.2147280	248.2147280
37	Kota Surabaya	4212.2035730	4212.2035730
38	Kota Batu	199.1988810	199.1988810

Lampiran 19. Nilai Skala Residual Global dari 38 Kabupaten/Kota

No	Kabupaten/Kota	$\tilde{\varepsilon}_{gi}^{(0)}$	$\tilde{\varepsilon}_{gi}^{(1)}$	$\tilde{\varepsilon}_{gi}^{(2)}$
1	Pacitan	0.1496849	0.4045362	0.4047145
2	Ponorogo	0.4601732	1.2334199	1.2336020
3	Trenggalek	0.3464810	0.9296060	0.9298325
4	Tulungagung	0.4720949	1.2647920	1.2650166
5	Blitar	0.4288126	1.1492106	1.1492112
6	Kediri	0.7732462	2.0689083	2.0689112
7	Malang	0.9916383	2.6517688	2.6520500
8	Lumajang	0.6930769	1.8542571	1.8545355
9	Jember	1.9929583	5.3250013	5.3251972
10	Banyuwangi	1.0519219	2.8119315	2.8122136
11	Bondowoso	0.4948409	1.3242339	1.3243957
12	Situbondo	0.4893683	1.3093734	1.3096149
13	Probolinggo	0.7547236	2.0177222	2.0179198
14	Pasuruan	1.1535880	3.0827222	3.0827599
15	Sidoarjo	1.0040852	2.6831408	2.6835043
16	Mojokerto	0.6368634	1.7023502	1.7025694
17	Jombang	0.7129645	1.9054432	1.9055462
18	Nganjuk	0.6406942	1.7122571	1.7124568
19	Madiun	0.5579323	1.4910013	1.4912576
20	Magetan	0.3855066	1.0303269	1.0305823
21	Ngawi	0.4041438	1.0798618	1.0800874
22	Bojonegoro	0.7313537	1.9533269	1.9535743
23	Tuban	0.5273727	1.4084432	1.4086458
24	Lamongan	0.9696122	2.5890246	2.5893069
25	Gresik	0.8911803	2.3793269	2.3795823
26	Bangkalan	0.7373024	1.9681874	1.9684294
27	Sampang	0.6068596	1.6197920	1.6198670
28	Pamekasan	0.6613299	1.7650943	1.7652298
29	Sumenep	1.1071985	2.9555827	2.9556446
30	Kota Kediri	0.3287929	0.8767688	0.8770657
31	Kota Blitar	0.1501951	0.3995827	0.3998728
32	Kota Malang	0.9028633	2.4090478	2.4093604
33	Kota Probolinggo	0.2295455	0.6109315	0.6111390
34	Kota Pasuruan	0.1876094	0.4986525	0.4989519
35	Kota Mojokerto	0.1203256	0.3186757	0.3189899
36	Kota Madiun	0.1544670	0.4094897	0.4098406
37	Kota Surabaya	2.6057793	6.9546990	6.9549950
38	Kota Batu	0.1244136	0.3285827	0.3289079

Lampiran 19 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	$\hat{\varepsilon}_{gi}^{(3)}$	$\hat{\varepsilon}_{gi}^{(4)}$
1	Pacitan	0.4047145	0.4047145
2	Ponorogo	1.2336020	1.2336020
3	Trenggalek	0.9298325	0.9298325
4	Tulungagung	1.2650166	1.2650166
5	Blitar	1.1492112	1.1492112
6	Kediri	2.0689112	2.0689112
7	Malang	2.6520500	2.6520500
8	Lumajang	1.8545355	1.8545355
9	Jember	5.3251972	5.3251972
10	Banyuwangi	2.8122136	2.8122136
11	Bondowoso	1.3243957	1.3243957
12	Situbondo	1.3096149	1.3096149
13	Probolinggo	2.0179198	2.0179198
14	Pasuruan	3.0827599	3.0827599
15	Sidoarjo	2.6835043	2.6835043
16	Mojokerto	1.7025694	1.7025694
17	Jombang	1.9055462	1.9055462
18	Nganjuk	1.7124568	1.7124568
19	Madiun	1.4912576	1.4912576
20	Magetan	1.0305823	1.0305823
21	Ngawi	1.0800874	1.0800874
22	Bojonegoro	1.9535743	1.9535743
23	Tuban	1.4086458	1.4086458
24	Lamongan	2.5893069	2.5893069
25	Gresik	2.3795823	2.3795823
26	Bangkalan	1.9684294	1.9684294
27	Sampang	1.6198670	1.6198670
28	Pamekasan	1.7652298	1.7652298
29	Sumenep	2.9556446	2.9556446
30	Kota Kediri	0.8770657	0.8770657
31	Kota Blitar	0.3998728	0.3998728
32	Kota Malang	2.4093604	2.4093604
33	Kota Probolinggo	0.6111390	0.6111390
34	Kota Pasuruan	0.4989519	0.4989519
35	Kota Mojokerto	0.3189899	0.3189899
36	Kota Madiun	0.4098406	0.4098406
37	Kota Surabaya	6.9549950	6.9549950
38	Kota Batu	0.3289079	0.3289079

Lampiran 20. Pembobot *Tukey Bisquare* untuk Model Regresi Poisson yang Mengandung *Outlier*

No	Kabupaten/Kota	$W_i^{(0)}$	$W_i^{(1)}$	$W_i^{(2)}$
1	Pacitan	0.0142188	0.0140362	0.0140360
2	Ponorogo	0.0152935	0.0135063	0.0135057
3	Trenggalek	0.0231252	0.0215755	0.0215746
4	Tulungagung	0.0228855	0.0200768	0.0200757
5	Blitar	2.929E-05	0.0000263	0.0000263
6	Kediri	0.0001012	0.0000693	0.0000693
7	Malang	0.034728	0.0175807	0.0175772
8	Lumajang	0.034641	0.0257531	0.0257503
9	Jember	0.014867	0.0000000	0.0000000
10	Banyuwangi	0.0347255	0.0157622	0.0157586
11	Bondowoso	0.0122467	0.0106033	0.0106029
12	Situbondo	0.0263508	0.0228918	0.0228904
13	Probolinggo	0.0180369	0.0126125	0.0126114
14	Pasuruan	0.0011986	0.0004368	0.0004367
15	Sidoarjo	0.0565245	0.0280429	0.0280355
16	Mojokerto	0.0219465	0.0171622	0.0171609
17	Jombang	0.005433	0.0039658	0.0039656
18	Nganjuk	0.0183726	0.0143230	0.0143219
19	Madiun	0.0295881	0.0245906	0.0245887
20	Magetan	0.0292675	0.0268675	0.0268661
21	Ngawi	0.0230186	0.0209483	0.0209474
22	Bojonegoro	0.02763	0.0198128	0.0198107
23	Tuban	0.0188347	0.0159867	0.0159858
24	Lamongan	0.0350496	0.0184583	0.0184547
25	Gresik	0.0291613	0.0172869	0.0172843
26	Bangkalan	0.0264884	0.0188877	0.0188857
27	Sampang	0.0030283	0.0024284	0.0024283
28	Pamekasan	0.0088919	0.0068157	0.0068153
29	Sumenep	0.0024342	0.0009897	0.0009896
30	Kota Kediri	0.0391754	0.0368414	0.0368396
31	Kota Blitar	0.0370484	0.0365865	0.0365857
32	Kota Malang	0.0427781	0.0249672	0.0249625
33	Kota Probolinggo	0.0192838	0.0187234	0.0187229
34	Kota Pasuruan	0.0395264	0.0387601	0.0387590
35	Kota Mojokerto	0.0432911	0.0429481	0.0429473
36	Kota Madiun	0.0540077	0.0533015	0.0533001
37	Kota Surabaya	0.0232046	0.0000000	0.0000000
38	Kota Batu	0.0463657	0.0459755	0.0459746

Lampiran 20 (Lanjutan)

No	Kabupaten/Kota	$W_i^{(3)}$
1	Pacitan	0.0140360
2	Ponorogo	0.0135057
3	Trenggalek	0.0215746
4	Tulungagung	0.0200757
5	Blitar	0.0000263
6	Kediri	0.0000693
7	Malang	0.0175772
8	Lumajang	0.0257503
9	Jember	0.0000000
10	Banyuwangi	0.0157586
11	Bondowoso	0.0106029
12	Situbondo	0.0228904
13	Probolinggo	0.0126114
14	Pasuruan	0.0004367
15	Sidoarjo	0.0280355
16	Mojokerto	0.0171609
17	Jombang	0.0039656
18	Nganjuk	0.0143219
19	Madiun	0.0245887
20	Magetan	0.0268661
21	Ngawi	0.0209474
22	Bojonegoro	0.0198107
23	Tuban	0.0159858
24	Lamongan	0.0184547
25	Gresik	0.0172843
26	Bangkalan	0.0188857
27	Sampang	0.0024283
28	Pamekasan	0.0068153
29	Sumenep	0.0009896
30	Kota Kediri	0.0368396
31	Kota Blitar	0.0365857
32	Kota Malang	0.0249625
33	Kota Probolinggo	0.0187229
34	Kota Pasuruan	0.0387590
35	Kota Mojokerto	0.0429473
36	Kota Madiun	0.0533001
37	Kota Surabaya	0.0000000
38	Kota Batu	0.0459746

Lampiran 21. Output Estimasi Parameter Model Regresi Poisson yang Mengandung *Outlier*

Parameter	Estimasi			
	Iterasi ke-1	Iterasi ke-2	Iterasi ke-3	Iterasi ke-4
$\hat{\beta}_1$	-0.0007964	-0.002278654	-0.0023	-0.0023



RIWAYAT HIDUP



Yulisti'anh dilahirkan di Lamongan pada tanggal 13 April 1997, anak keempat dari empat bersaudara, pasangan dari Bapak Sulam dan Ibu Lasikah. Pendidikan dasar ditempuh di MI Islam Pucangro di kampung halamannya serta ditamatkan pada tahun 2008.

Pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTs Putra-Putri Simo dan diselesaikan pada tahun 2011. Kemudian dia melanjutkan pendidikan menengah atas di MA Matholi'ul Anwar Simo dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2014. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SPAN PTAIN dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Penulis dapat dihubungi via email: zyzyrecha@gmail.com.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933**

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Yulisti' anah
NIM : 14610031
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression* (MGWPR) yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *GM-estimator*
Pembimbing I : Dr. Sri Harini, M.Si
Pembimbing II : Muhammad Khudzaifah, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	21 Februari 2018	Konsultasi Bab I, II, III	1.
2.	07 Maret 2018	Konsultasi Bab III dan Bab IV	2.
3.	18 April 2018	Revisi Bab IV	3.
4.	23 April 2018	Konsultasi Keagamaan Bab I dan Bab II	4.
5.	30 April 2018	Revisi Keagamaan Bab I dan Bab II	5.
6.	31 Juli 2018	Revisi Bab II, III, dan IV	6.
7.	13 Agustus 2018	Revisi Bab II dan Bab IV	7.
8.	20 Agustus 2018	Revisi Bab IV	8.
9.	03 September 2018	Konsultasi Bab V	9.
10.	24 Oktober 2018	Konsultasi Keagamaan Bab IV	10.
11.	05 November 2018	Konsultasi Keseluruhan	11.
12.	05 November 2018	Konsultasi Agama Keseluruhan	12.

Malang, 05 November 2018

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001