

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *MIXED GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION (MGWNBK)* DENGAN
PEMBOBOT *ADAPTIVE BISQUARE KERNEL***

SKRIPSI

**OLEH
IZZATUL LAILI
NIM. 14610026**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *MIXED GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION (MGWNB)* DENGAN
PEMBOBOT *ADAPTIVE BISQUARE KERNEL***

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Izzatul Laili
NIM. 14610026**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL MIXED GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION (MGWNB) DENGAN
PEMBOBOT ADAPTIVE BISQUARE KERNEL**

SKRIPSI

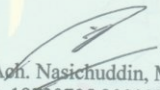
Oleh
Izzatul Laili
NIM. 14610026

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 06 September 2018


Pembimbing I,

Pembimbing II,


Dr. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002


Agh. Nasichuddin, M.A
NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika


Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

**ESTIMASI PARAMETER MODEL MIXED GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION (MGWNB) DENGAN
PEMBOBOT ADAPTIVE BISQUARE KERNEL**

SKRIPSI

Oleh
Izzatul Laili
NIM. 14610026

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 04 Oktober 2018

Penguji Utama : Abdul Aziz, M.Si

Ketua Penguji : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

Sekretaris Penguji : Dr. Sri Harini, M.Si

Anggota Penguji : Ach. Nasichuddin, M.A



Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Izzatul Laili

NIM : 14610026

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNR) dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 06 September 2018
Yang membuat pernyataan,



Izzatul Laili
NIM. 14610026

MOTO

**“TIDAK SEMUA YANG KITA INGINKAN HARUS TERJADI SEKETIKA.
KITA TIDAK HIDUP DI DUNIA DONGENG” (Tere Liye)**

**“Sesungguhnya Aku sesuai dengan prasangka hambaKu”
(H.R Bukhori dan Muslim)**



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Almarhum Ayah Suparno, Ibu Iftinah dan Pakde Suriyadi

yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, memberi nasihat, semangat,
dan kasih sayang yang tak ternilai, serta Kakakku Imanu Sholihah, keponakanku

Alfarezal Fahmi yang selalu memberikan motivasi bagi penulis,
dan Teman-teman Matematika yang selalu menjadi motivasi penulis untuk
menyelesaikan skripsi ini.



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abdul Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Sri Harini, M.Si selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Ach. Nasichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.

7. Bapak dan Ibu serta kakak tercinta yang selalu memberikan do'a, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca. *Amiin.*

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 06 September 2018

Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
DAFTAR SIMBOL	xvi
ABSTRAK	xvii
ABSTRACT	xviii
ملخص	xix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Manfaat Penelitian.....	6
1.5 Batasan Masalah.....	7
1.6 Sistematika Penulisan.....	7
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Distribusi Poisson.....	9
2.2 Model Regresi Poisson.....	11
2.3 Distribusi Binomial Negatif.....	15
2.4 Model Regresi Binomial Negatif.....	20
2.4.1 Estimasi Parameter Model Regresi Binomial Negatif.....	22
2.4.2 Pengujian Parameter Regresi Binomial Negatif	26
2.5 Pengujian Spasial.....	27
2.5.1 Uji Dependensi Spasial.....	27
2.5.2 Uji Heterogenitas Spasial	28
2.6 Model <i>Geographically Weighted Regression</i> (GWR).....	29
2.6.1 Fungsi Pembobot Model GWR	30
2.6.2 <i>Bandwidth</i>	32

2.7 Model <i>Geographically Weighted Negative Binomial Regression</i> (GWNBR).....	33
2.7.1 Estimasi Parameter Model GWNBR.....	33
2.7.2 Pengujian Parameter Model GWNBR.....	37
2.8 Model <i>Mixed Geographically Weighted Poisson Regression</i> (MGWPR)	39
2.9 Metode Maximum <i>Likelihood</i> Estimation (MLE).....	40
2.10Metode Iterasi <i>Newton Raphson</i>	41
2.11Pemilihan Model Terbaik	42
2.12Difteri	42
2.12.1 Faktor Resiko Difteri	43
2.12.2 Hubungan Antara Faktor Resiko dengan Kejadian Difteri.....	47
2.13Pencegahan Penyakit dalam Pandangan Islam.....	48

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian.....	55
3.2 Sumber data	55
3.3 Variabel Penelitian	55
3.4 Analisis Data	56
3.4.1 Estimasi Parameter Model <i>Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression</i> (MGWNBR) dengan pembobot Adaptive Bisquare Kernel.....	56
3.4.2 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Menggunakan MGWNBR.....	56

BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Model Model <i>Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression</i> (MGWNBR) dengan Pembobot <i>Adaptive Bisquare Kernel</i>	58
4.1.1 Model MGWNBR	58
4.1.2 Fungsi <i>Likelihood</i> dan <i>ln likelihood</i> Model MGWNBR.....	61
4.1.3 Pembobot <i>Adaptive Bisquare Kernel</i> pada Model MGWNBR	64
4.1.4 Turunan Pertama dari Fungsi <i>ln likelihood</i>	65
4.1.5 Turunan Kedua dari Fungsi <i>ln likelihood</i>	72
4.1.6 Menentukan Nilai Taksiran Model MGWNBR dengan Metode Iterasi <i>Newton-Rhapson</i>	83
4.2 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur dengan MGWNBR .	85
4.2.1 Deskripsi Data	85
4.2.2 Uji Multikolinearitas	94
4.2.3 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri dengan Regresi Poisson....	95
4.2.4 Overdispersi.....	97
4.2.5 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri dengan Regresi Binomial Negatif	97
4.2.6 Pengujian Spasial	99
4.2.7 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri dengan GWNBR.....	101
4.2.8 Pemetaan Jumlah Kasus Difteri dengan GWNBR	105
4.2.9 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri dengan MGWNBR	108

4.2.10 Pemetaan Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Tahun 2012 dengan MGWNBR.....	111
4.2.11 Pemilihan Model Terbaik.....	114
4.3 Pemetaan Sebagai Upaya Pencegahan Penyakit Menurut Islam.....	115
BAB V PENUTUP	
5.1 Kesimpulan.....	117
5.2 Saran.....	118
DAFTAR RUJUKAN	119
LAMPIRAN	122
RIWAYAT HIDUP	



DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Pendefinisian Variabel Independen	56
Tabel 4.1	Statistik Deskriptif	86
Tabel 4.2	Koefisien Korelasi Antara Variabel Prediktor	94
Tabel 4.3	Nilai VIF	95
Tabel 4.4	Hasil Estimasi Parameter Model Regresi Poisson	96
Tabel 4.5	Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Binomial Negatif ...	98
Tabel 4.6	Hasil Estimasi Parameter Model Regresi Binomial Negatif.....	99
Tabel 4.7	Uji Moran's I.....	100
Tabel 4.8	Uji <i>Breusch-Pagan</i> (BP).....	100
Tabel 4.9	<i>Bandwidth Adaptive Bisquare</i> untuk setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur.....	101
Tabel 4.10	Jarak Euclidean dan Matriks Pembobot Kabupaten Jombang di Jawa Timur.....	102
Tabel 4.11	Uji Signifikansi Parameter Model GWNBR di Kabupaten Jombang	104
Tabel 4.12	Nilai Estimasi Parameter Model GWNBR di Kabupaten Jombang	105
Tabel 4.13	Pengelompokan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur Berdasarkan Variabel Bebas yang Berpengaruh Signifikan	106
Tabel 4.14	Uji Signifikansi Parameter Model MGWNBR di Kabupaten Jombang	110
Tabel 4.15	Nilai Estimasi Parameter Model MGWNBR di Kabupaten Jombang	110
Tabel 4.16	Pengelompokan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur Berdasarkan Variabel Bebas yang Berpengaruh Signifikan.....	112
Tabel 4.17	Nilai AIC.....	114

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1	Peta Tematik Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Tahun 2012.....	87
Gambar 4.2	Peta Tematik Persentase Balita 1-4 Tahun yang Mendapat imunisasi DPT Lengkap di Jawa Timur Tahun 2012.....	88
Gambar 4.3	Peta Tematik Persentase Rumah Tangga Berperilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) di Jawa Timur Tahun 2012.....	89
Gambar 4.4	Peta Tematik Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Sumber Air Minum Terlindung di Jawa Timur Tahun 2012.....	90
Gambar 4.5	Peta Tematik Persentase Rumah Sehat Menurut Kabupaten/Kota di Jawa Timur Tahun 2012	91
Gambar 4.6	Peta Tematik Persentase Penduduk Pendidikan Tertinggi Tamatan SD di Jawa Timur Tahun 2012.....	92
Gambar 4.7	Peta Tematik Persentase Kepadatan Penduduk di Jawa Timur Tahun 2012.....	93
Gambar 4.8	Peta Tematik Persentase Sarana Kesehatan (Puskesmas) di Jawa Timur Tahun 2012.....	94
Gambar 4.9	Peta Model GWNBR untuk Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Tahun 2012 Berdasarkan Variabel yang Signifikan...	108
Gambar 4.10	Peta Model MGWNBR untuk Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Tahun 2012 Berdasarkan Variabel yang Signifikan	114

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.	Variabel Penelitian	122
Lampiran 2.	Statistika Deskriptif, Korelasi variabel prediktor dan Uji VIF Variabel prediktor	124
Lampiran 3.	Jarak <i>longitude</i> dan <i>latitude</i>	126
Lampiran 4.	<i>Syntax</i> dan <i>Output</i> Regresi Poisson.....	127
Lampiran 5.	<i>Syntax</i> dan <i>Output</i> Regresi Binomial Negatif	128
Lampiran 6.	<i>Syntax</i> dan <i>Output</i> Uji Spasial.....	129
Lampiran 7.	<i>Syntax</i> dan <i>Output Bandwidth</i> tiap wilayah	130
Lampiran 8.	<i>Syntax</i> Jarak <i>Euclid</i> dan Pembobot <i>Adaptive Bisquare</i>	131
Lampiran 9.	Jarak <i>Euclid</i> Setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur.....	132
Lampiran 10.	Matriks Pembobot <i>Adaptive Bisquare</i>	133
Lampiran 11.	<i>Syntax</i> GWNBR	134
Lampiran 12.	Koefisien Parameter GWNBR untuk Setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur.....	137
Lampiran 13.	Nilai Z hitung Pengujian Hipotesis	139
Lampiran 14.	<i>Syntax</i> MGWNBR.....	141
Lampiran 15.	Koefisien Parameter MGWNBR untuk Setiap Kabupaten/Kota di	145
Lampiran 16.	Nilai Z hitung MGWNBR untuk Setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur.....	147

DAFTAR SIMBOL

y_i	: Nilai variabel respon pada titik lokasi pengamatan ke- i
β	: Nilai koefisien regresi
x_{ik}	: Nilai variabel prediktor lokal ke- k pada pengamatan ke- i
x_{ip}	: Nilai variabel prediktor global ke- p pada pengamatan ke- i
(u_i, v_i)	: Koordinat lintang dan bujur dari titik ke- i pada suatu lokasi geografis
$\beta_0(v_i, v_i)$: Nilai <i>intercept</i> model regresi pada koordinat ke- i
$\beta_k(v_i, v_i)$: Koefisien regresi variabel prediktor ke- i pada titik lokasi pengamatan ke- i
γ	: Koefisien prediktor global
$w_{ij}(u_i, v_i)$: Pembobot untuk setiap titik lokasi pengamatan (u_i, v_i)
d_{ij}	: Jarak <i>Euclidean</i> antara titik lokasi pengamatan ke- i dengan titik lokasi pengamatan ke- j
k_i	: Parameter dispersi pengamatan ke- i
θ	: Sekumpulan parameter yang ditaksir yaitu $\beta(u_i, v_i)$, k_i , dan γ
$L(\beta(u_i, v_i), k_i, \gamma)$: Fungsi <i>likelihood</i>
$l(\beta(u_i, v_i), k_i, \gamma)$: Fungsi <i>In likelihood</i>
$l^*(\beta(u_i, v_i), k_i, \gamma)$: Fungsi <i>In likelihood</i> terboboti geografis

ABSTRAK

Laili, Izzatul. 2018. **Estimasi Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel***. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Dr. Sri Harini, M.Si (2) Ach. Nasichuddin, M.A

Kata Kunci : analisis spasial, MGWNBR, difteri, overdispersi

Regresi Poisson merupakan metode yang sering digunakan untuk menganalisis data cacah dengan asumsi equidispersi. Pada kenyataannya sering ditemui kondisi overdispersi pada data. Salah satu metode yang digunakan dalam mengatasi overdispersi yaitu regresi binomial negatif. Selanjutnya, dengan mempertimbangkan aspek spasial, model regresi binomial negatif dikembangkan menjadi model GWNBR. Namun, pada model GWNBR terdapat beberapa variabel prediktor yang berpengaruh secara global, sedangkan yang lainnya mempertahankan pengaruh spasialnya, sehingga model GWNBR dikembangkan menjadi model MGWNBR. Data yang digunakan adalah data jumlah kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012 (Y), persentase Balita yang mendapatkan imunisasi DPT lengkap (X_1), persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (X_2), persentase rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung (X_3), persentase rumah sehat (X_4), persentase pendidikan tertinggi yang ditamatkan sekolah dasar (X_5), persentase kepadatan penduduk (X_6), dan persentase sarana kesehatan (X_7). Metode yang digunakan dalam estimasi parameter adalah MLE dengan iterasi *Newton-Rhapson*. Hasil yang diperoleh dalam penelitian ini adalah (1) formula estimasi model MGWNBR, (2) model MGWNBR untuk jumlah kasus difteri di Jawa Timur berbeda di setiap kabupaten/kota. Dari hasil analisis diketahui bahwa terdapat 6 kelompok pembagian wilayah terhadap jumlah kasus difteri berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan.

ABSTRACT

Laili, Izzatul. 2018. **Parameter Estimation of Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression (MGWNBR) Model with Weighting Adaptive Bisquare Kernel**. Thesis. Mathematics Department, Science and Technology Faculty, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (1) Dr. Sri Harini, M.Si. (2) Ach. Nasichuddin, M.A.

Keywords: spatial analysis, MGWNBR, diphtheriae, overdispersion

Poisson regression is a method often used to analyze count data assuming equidispersion. In fact, overdispersion conditions are often found in the data. One method used in overcoming overdispersion is negative binomial regression. Furthermore, taking into account the spatial aspects and the existence of several predictor variables that influence globally, while others maintain their spatial influence, so the negative binomial regression model is developed into the MGWNBR model. In this study, the data used were data on the number of diphtheria cases in East Java in 2012 (Y), the percentage of toddlers who received complete DPT immunization (X_1), the percentage of clean and healthy living behavior (X_2), the percentage of households that have a protected drinking water source (X_3), the percentage of healthy houses (X_4), the highest percentage of education completed by elementary school (X_5), percentage of population density (X_6), and the percentage of health facilities (X_7). The method used in parameter estimation is MLE with Newton-Rhapson iterations. The results obtained in this study are, the MGWNBR model estimation formula with Newton-Rhapson iterations and MGWNBR models for the number of diphtheria cases in East Java is different in each district/city consisting of six groups divided by a significant predictor variable.

ملخص

ليل عزة، ٢٠١٨. تقدير وسيت نموذج *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression (MGWNBR)* بترجع *Adaptive Bisquare Kernel*.
 بحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرفة (١٠): الدكتورة سري هريني، الماجستير (٢) احمد نصيح الدين، الماجستير.

الكلمات الرئيسية: التحليل المكاني، MGWNBR، الخناق، *overdispersion*

الانحدار بواس (*Poisson regression*) هو طريقة تستخدم غالباً لتحليل البيانات المفردة بافتراض انحراف السرعة. في الواقع، ما توجد شروط الإفراط في التحويل في البيانات. إحدى الطرق المستخدمة في التغلب على *overdispersion* هو الانحدار السلبي ذو الحدين. علاوة على ذلك، مع الأخذ بعين الاعتبار الجوانب المكانية، و العديد من المتغيرات المتوقعة التي تؤثر على الصعيد العالمي، في حين يحافظ آخرون على تأثير مكاني، لذلك يتم تطوير نموذج الانحدار السلبي ذو الحدين في نموذج MGWNBR. في هذه الدراسة، كانت البيانات المستخدمة عبارة عن بيانات عن عدد حالات الدفتيريا في جاوا الشرقية في عام 2012 (Y)، وهي النسبة المئوية للأطفال الدارجين الذين حصلوا على التطعيم الكامل (X_1) DPT، والنسبة المئوية للسلوك الحي النظيف والصحي (X_2)، نسبة الأسر التي لديها مصدر مياه شرب محمي (X_3)، النسبة المئوية للمساكن الصحية (X_4)، أعلى نسبة تعليم أكملتها المدرسة الابتدائية (X_5)، النسبة المئوية للكثافة (X_6)، ونسبة المرافق الصحية (X_7). الطريقة المستخدمة في تقدير المعلمة هي MLE مع تكرار-Newton *Rhapson*. النتائج التي تم الحصول عليها في هذه الدراسة هي صيغة تقييم نموذج MGWNBR مع تكرارات *Newton-Rhapson* ونماذج MGWNBR لعدد حالات الدفتيريا في جاوة شرقية. تختلف في كل منطقة/مدينة تتكون من ستة مجموعات مقسومة على متغير تنبؤ هام.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi Poisson adalah regresi yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara variabel respon Y yang berupa data diskrit dengan variabel X berupa diskrit, kontinu, kategorik atau campuran. Menurut Cameron & Trivedi (1998) suatu peristiwa akan mengikuti distribusi Poisson jika peristiwa itu jarang sekali terjadi dalam suatu ruang sampel yang besar. Hilbe (2011) menyatakan model regresi Poisson memiliki asumsi spesifik yang harus dipenuhi, yaitu variansi dan *mean* harus sama, atau disebut dengan ekuidispersi. Namun pada kenyataannya, kondisi ekuidispersi pada data jarang terjadi, karena pada umumnya sering ditemui data diskrit dengan variansi lebih besar dibandingkan dengan *mean* atau disebut overdispersi.

Hilbe (2011) mengatakan bahwa salah satu metode yang digunakan untuk mengatasi overdispersi dalam regresi Poisson adalah regresi binomial negatif. Keuntungan dari distribusi binomial negatif adalah mampu mengatasi model dengan data overdispersi dengan penambahan parameter dispersi. Regresi binomial negatif memiliki karakteristik yang sama dengan regresi Poisson karena *mean* dan *varians* tidak harus sama serta memiliki parameter dispersi yang membuat *varians* dapat bervariasi menjadi lebih besar dari rata-rata. Penelitian tentang penaksiran parameter distribusi binomial negatif pada kasus overdispersi telah dilakukan oleh Shafira (2011) kemudian dilanjutkan oleh Bouk (2016)

mengenai estimasi parameter model regresi binomial negatif dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

Analisis regresi binomial negatif menghasilkan satu model yang disebut model global. Model tersebut berlaku untuk semua wilayah, namun pada kenyataannya setiap wilayah memiliki kondisi geografis, sosial budaya dan ekonomi berbeda-beda atau adanya heterogenitas spasial antar wilayah. Pengembangan model regresi yang memperhatikan faktor spasial yaitu dengan *Geographically Weighted Regression* (GWR). Menurut Fotheringham (2002, metode GWR merupakan pengembangan dari model regresi linier yang menghasilkan parameter global, sedangkan dalam GWR parameter yang dihasilkan bersifat lokal di setiap lokasi pengamatan. Metode GWR ini menggunakan pembobotan berdasarkan posisi atau jarak satu wilayah pengamatan dengan wilayah pengamatan lainnya, sehingga model GWR akan menghasilkan model lokal yang berbeda-beda di setiap wilayah.

Model GWR untuk variabel respon berupa data cacah juga telah tersedia. Untuk data yang berbasis distribusi Poisson telah diteliti oleh Nakaya, dkk (2005) yaitu *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR). Model ini cukup baik apabila asumsi ekuidispersi terpenuhi. Namun bila terjadi overdispersi, telah terdapat model GWNBR yang pertama kali diperkenalkan oleh Ricardo & Carvalho (2014) dalam penelitiannya menyatakan bahwa metode GWNBR baik digunakan untuk memodelkan data cacah, khususnya ketika data tersebut tidak stasioner dan overdispersi. Metode GWNBR ini lebih baik dibandingkan dengan regresi Poisson, GWPR dan regresi binomial negatif berdasarkan nilai AIC. Penelitian selanjutnya juga dilakukan oleh Fitriyah (2017) tentang estimasi

parameter model GWNBR dengan pembobot *adaptive gaussian kernel* yang diaplikasikan terhadap pemetaan kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015 menghasilkan 15 kelompok wilayah berdasarkan variabel yang signifikan. Kabupaten/kota yang lokasinya berdekatan dipengaruhi oleh variabel yang sama. Hal tersebut dikarenakan semakin dekat suatu wilayah, semakin banyak kesamaan karakteristik yang dimiliki.

Namun dalam model GWNBR yang sudah diberi pembobot spasial, seharusnya variabel prediktor berpengaruh secara lokal. Namun pada kenyataannya, seringkali tidak semua variabel prediktor berpengaruh secara lokal. Terkadang beberapa variabel prediktor berpengaruh secara global, sedangkan yang lainnya dapat mempertahankan pengaruh spasialnya. Oleh karena itu, model GWNBR perlu dikembangkan lagi menjadi model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR). Model MGWNBR merupakan kombinasi dari model regresi binomial negatif dengan model GWNBR sehingga model MGWNBR dapat menghasilkan parameter bersifat global dan parameter lain bersifat lokal sesuai dengan lokasi pengamatan.

Penelitian model MGWNBR ini diterapkan pada kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012. Difteri merupakan penyakit menular yang menyerang saluran pernafasan bagian atas dan terlihat selaput putih kotor yang semakin lama akan membesar yang akan mempersempit saluran pernafasan. Penyakit difteri juga merupakan Kejadian Luar Biasa (KLB) yang mengalami peningkatan pesat. Pada tahun 2012 frekuensi KLB difteri tertinggi terjadi di Jawa Timur dengan 960 kasus. Kasus difteri tersebut juga menjadi penyebab kematian tertinggi di Jawa Timur tahun (Dinas Kesehatan, 2011).

Pada dasarnya semua penyakit dari Allah, maka yang dapat menyembuhkan juga Allah semata. Akan tetapi untuk mencapai kesembuhan tersebut tentunya dengan usaha yang maksimal. Terlebih dengan penyakit difteri yang bisa menular, hal tersebut perlu dilakukan pencegahan agar tidak menyebar ke orang-orang sehat sebagaimana Rasulullah Saw bersabda:

قَالَ أَبُو سَلَمَةَ بْنُ عَبْدِ الرَّحْمَنِ سَمِعْتُ أَبَا هُرَيْرَةَ عَنِ النَّبِيِّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ قَالَ:

لَا تُورِدُوا الْمُمْرِضَ عَلَى الْمُصِحِّ... (رواه البخاري)

“Abu Salamah bin ‘Abd al-Rahman berkata: Aku mendengar Abu Hurairah (yang meriwayatkan) dari Nabi Saw (bahwa beliau bersabda): “Janganlah kalian mendatangi orang yang sakit kepada orang yang sehat”... (HR. al Bukhari).

Hadits tersebut menjelaskan bahwa anjuran untuk berhati-hati dengan orang yang menderita penyakit, terlebih penyakit tersebut menular, agar tidak menjadi suatu wabah yang menjadikan semua orang menjadi tertular. Berdasarkan ayat tersebut perlu dilakukan analisis mengenai penyakit menular (difteri) dengan mempertimbangkan aspek lokasi agar daerah yang terindikasi memiliki banyak kasus mendapatkan perhatian khusus sehingga tidak menyebar ke daerah lain.

Penelitian ini juga merujuk pada beberapa penelitian GWNBR sebelumnya yang masih terdapat variabel prediktor bersifat global, diantaranya yaitu Juniardi, L.C dan Salamah (2015) tentang analisis faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kasus kusta di Jawa Timur tahun 2013 menggunakan GWNBR masih menghasilkan 3 variabel yang bersifat global yaitu presentasi rumah tangga yang memiliki rumah sehat, tingkat kepadatan penduduk dan presentase rumah tangga yang berlokasi di daerah kumuh. Ketiga variabel tersebut berpengaruh terhadap semua wilayah di Jawa Timur, sedangkan yang lainnya berpengaruh terhadap

beberapa wilayah saja. Nandasari, B.N (2014) tentang pemodelan jumlah kejadian luar biasa difteri di Jawa Timur tahun 2012 menggunakan GWNBR dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel* menghasilkan 4 kelompok berdasarkan variabel yang signifikan. Namun, dalam penelitiannya tidak semua variabel berpengaruh secara spasial, terdapat 3 variabel yang berpengaruh secara global yaitu persentase penderita difteri yang mendapatkan imunisasi DPT3 di wilayah KLB, persentase rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS), dan persentase rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung. Oleh karena itu, pada penelitian ini pemodelan jumlah kejadian luar biasa difteri didekati dengan model MGWNBR dengan melakukan estimasi dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*.

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka dilakukan penelitian selanjutnya dengan judul “Estimasi Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana estimasi parameter model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*?

2. Bagaimana pemodelan kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012 dengan *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel* ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Mendapatkan estimasi parameter model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*.
2. Mendapatkan model dari kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012 menggunakan metode *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah:

1. Dengan estimasi parameter model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*, maka didapatkan model MGWNBR yang berbeda-beda tiap wilayah.
3. Dengan memodelkan kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012 menggunakan metode *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*, maka didapatkan enam kelompok wilayah berdasarkan variabel yang signifikan.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian, batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Metode yang digunakan dalam estimasi parameter adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
2. Penelitian ini diaplikasikan pada jumlah kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012 dengan variabel yang digunakan adalah jumlah KLB difteri di Jawa Timur tahun 2012 (Y), persentase balita yang mendapatkan imunisasi DPT lengkap (X_1), persentase rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS) (X_2), persentase rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung (X_3), persentase rumah sehat menurut kabupaten/kota (X_4), persentase pendidikan tertinggi tamat sekolah dasar (X_5), persentase kepadatan penduduk (X_6), dan persentase sarana kesehatan (puskesmas) (X_7).

1.6 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Meliputi latar belakang masalah yang diteliti, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan antara lain, distribusi Poisson, regresi Poisson, distribusi binomial negatif, regresi binomial negatif, pengujian spasial, model GWR, model GWNBR, model MGWNBR, metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), Metode iterasi *Newton-Raphson*, pemilihan model terbaik, dan pencegahan dalam pandangan Islam.

Bab III Metode Penelitian

Berisi pendekatan penelitian, jenis dan sumber data, variabel penelitian, dan tahap analisis data.

Bab IV Pembahasan

Berisi pembahasan mengenai estimasi parameter model MGWNBR dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel* dan pemodelan jumlah kasus difteri di Jawa Timur dengan MGWNBR.

BAB V Penutup

Berisi kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Poisson

Menurut De Jong, P. dan Heller, G. (2008), peubah acak Y dikatakan berdistribusi Poisson jika memiliki fungsi probabilitas

$$f(y; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}, y = 0, 1, 2, \dots \text{ dan } \lambda > 0$$
$$= 0, y \text{ lain} \quad (2.1)$$

dimana λ adalah suatu parameter yang menyatakan rata-rata banyaknya kejadian dalam selang atau interval tertentu.

Bouk (2016) menyatakan bahwa, distribusi Poisson memiliki suatu karakteristik khusus yaitu nilai *mean* dan variansi yang sama. Nilai *mean* dan variansi dari peubah acak Y yang berdistribusi Poisson dengan parameter λ adalah

$$E(Y) = \sum_{y=0}^{\infty} y f(y, \lambda)$$
$$= \sum_{y=0}^{\infty} y \cdot \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}$$
$$= \sum_{y=1}^{\infty} y \frac{\lambda^{y-1} \lambda e^{-\lambda}}{y \cdot (y-1)!}$$
$$= \lambda \sum_{y=1}^{\infty} \frac{\lambda^{y-1} e^{-\lambda}}{(y-1)!}$$

Misalkan $x = y - 1$, maka akan didapat

$$\begin{aligned}
 E(Y) &= \lambda \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x)!} \\
 &= \lambda \cdot \sum_{x=0}^{\infty} f(x, \lambda) \\
 &= \lambda \cdot 1 = \lambda
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Sehingga *mean* dari distribusi Poisson adalah parameternya yaitu λ . Selanjutnya akan dihitung nilai variansi dari distribusi Poisson, yaitu:

$$\begin{aligned}
 E(Y^2) &= \sum_{y=0}^{\infty} y^2 f(y, \lambda) = \sum_{y=0}^{\infty} y^2 \cdot \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!} = \sum_{y=1}^{\infty} y^2 \frac{\lambda^{y-1} \lambda e^{-\lambda}}{y \cdot (y-1)!} \\
 &= \lambda \sum_{y=1}^{\infty} ((y-1) + 1) \frac{\lambda^{y-1} e^{-\lambda}}{(y-1)!} \\
 &= \lambda \sum_{y=1}^{\infty} \left\{ \left[(y-1) \frac{\lambda^{y-1} e^{-\lambda}}{(y-1)!} \right] + \left[\frac{\lambda^{y-1} e^{-\lambda}}{(y-1)!} \right] \right\} \\
 &= \lambda \left[\sum_{y=1}^{\infty} (y-1) \frac{\lambda^{y-2} e^{-\lambda}}{(y-1)(y-2)!} + \sum_{y=1}^{\infty} \frac{\lambda^{y-1} e^{-\lambda}}{(y-1)!} \right] \\
 &= \lambda \left[\lambda \sum_{y=1}^{\infty} \frac{\lambda^{y-2} e^{-\lambda}}{(y-2)!} + \sum_{y=1}^{\infty} \frac{\lambda^{y-1} e^{-\lambda}}{(y-1)!} \right]
 \end{aligned}$$

Misalkan $x = y - 1$ dan $z = y - 2$, maka akan didapat

$$\begin{aligned}
 E(Y^2) &= \lambda \left[\lambda \sum_{y=1}^{\infty} \frac{\lambda^{y-2} e^{-\lambda}}{(y-2)!} + \sum_{y=1}^{\infty} \frac{\lambda^{y-1} e^{-\lambda}}{(y-1)!} \right] \\
 &= \lambda \left[\lambda \sum_{y=1}^{\infty} f(z, \lambda) + \sum_{y=1}^{\infty} f(x, \lambda) \right] \\
 &= \lambda[\lambda \cdot 1 + 1] \\
 &= \lambda^2 + \lambda
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(Y) &= E(Y^2) - [E(Y)]^2 \\
 &= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 \\
 &= \lambda
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Sehingga variansi dari distribusi Poisson juga merupakan parameternya dan bernilai sama dengan *mean* yaitu λ .

2.2 Model Regresi Poisson

Model regresi Poisson digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel dependen Y yang bersifat diskrit, bernilai bulat tak negatif dan berdistribusi Poisson dengan p buah variabel independen X_1, X_2, X, \dots, X_p yang berjenis diskrit, kontinu atau kategorik. Bila diberikan variabel dependen Y berdistribusi Poisson dengan p variabel independen X_1, X_2, X, \dots, X_p , persamaan regresi Y dengan X_1, X_2, X, \dots, X_p dinyatakan seperti persamaan (2.4) di bawah ini (Bouk, 2016):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \dots + \beta_p x_{pi} + \varepsilon_i \tag{2.4}$$

Maka nilai harapan Y dengan $X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& E(Y|X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) \\
&= E(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \dots + \beta_p x_{pi} + \varepsilon_i | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} \\
&= x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) \\
&= E(\beta_0 | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) \\
&+ E(\beta_1 X_{1i} | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) \\
&+ E(\beta_p X_{pi} | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) \\
&+ E(\varepsilon_i | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi})
\end{aligned}$$

dengan asumsi bahwa $E(\varepsilon_i | X_i) = 0$, maka

$$\begin{aligned}
& E(Y|X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) \\
&= \beta_0 + \beta_1 E(X_{1i} | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) \\
&+ \dots + \beta_p E(X_{pi} | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, X_{3i} = x_{3i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) + 0 \\
&= \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_p x_{pi}
\end{aligned}$$

Dikarenakan $Y|X_{pi}$ berdistribusi Poisson, maka nilai rata-ratanya $E(Y|X_{pi}) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_p x_{pi} = \lambda$ harus bernilai tak negatif (dalam interval $(0, \infty)$), padahal telah diketahui nilai regresi $\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_p x_{pi}$ dalam interval $(-\infty, \infty)$. Oleh karena itu, diperlukan fungsi penghubung (*link function*) g yang dapat membuat λ memiliki nilai dalam interval $(0, \infty)$ yaitu dengan fungsi penghubung logaritma, sehingga

$$g(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \dots + \beta_p x_{pi} \quad (2.5)$$

g merupakan fungsi logaritma, sehingga model regresi Poisson menjadi

$$\ln(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \dots + \beta_p x_{pi} \quad (2.6)$$

atau dapat juga dinyatakan dengan

$$\lambda = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \quad (2.7)$$

Parameter $\boldsymbol{\beta}$ dalam model regresi Poisson dapat diduga dengan salah satu metode penduga yaitu metode penduga kemungkinan maksimum (*Maximum Likelihood Estimation*) (Bouk, 2016).

Fungsi peluang dari distribusi Poisson (persamaan 2.1) dan berdasarkan persamaan 2.7, maka fungsi distribusi Poisson dapat ditulis seperti berikut:

$$\begin{aligned} p(y|\lambda) &= \frac{\exp(-\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}))^y}{y!} \\ &= \frac{\exp(-\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})) \exp(y\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{y!} \end{aligned}$$

sehingga fungsi *likelihood*nya berikut:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}) &= \prod_{i=1}^n p(y_i | \mathbf{x}_i; \boldsymbol{\beta}) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{\exp(-\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})) \exp(y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{y_i!} \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan penduga kemungkinan maksimum dari $\boldsymbol{\beta}$, digunakan fungsi *ln-likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ln L(\boldsymbol{\beta}) &= \ln \prod_{i=1}^n \frac{\exp(-\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})) \exp(y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{y_i!} \\ &= \ln \prod_{i=1}^n \exp(-\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})) + \ln \prod_{i=1}^n \exp(y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \ln \prod_{i=1}^n y_i! \\ &= \sum_{i=1}^n -\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) + \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) \end{aligned}$$

Memaksimumkan nilai untuk β , untuk mendapatkan penduganya yaitu $\hat{\beta}$, dapat dilakukan dari p turunan pertama dari fungsi *ln likelihood* dan tutunannya sama dengan nol. Penduga parameter $\hat{\beta}$ dari persamaan di atas dapat diperoleh dengan

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left[\sum_{i=1}^n -\exp(x_i^T \beta) + \sum_{i=1}^n y_i x_i^T \beta - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) \right] = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta} &= \sum_{i=1}^n (y_i - \exp(x_i^T \beta)) x_i^T = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Karena persamaan (2.8) tidak linear, maka persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan pendekatan metode numerik misalnya metode *Newton Raphson* (Bouk, 2016).

Secara umum $\hat{\beta}$ dari model regresi Poisson dapat diperoleh dengan metode *Newton Raphson* sebagai berikut

$$\hat{\beta}_{n+1} = \hat{\beta}_n - [H(\hat{\beta}_n)]^{-1} g(\hat{\beta}_n) \quad (2.9)$$

Dengan g menyatakan gradien daratau turunan pertama dari fungsi *ln likelihood*, H adalah matriks Hessian, yaitu matriks turunan kedua dari fungsi *ln-likelihood*, dan $\hat{\beta}_1$ menyatakan nilai awal (Bouk, 2016).

Regresi Poisson memiliki asumsi *mean* dan variansi sama. Pada kenyataanya, kondisi tersebut jarang terjadi karena biasanya data *count* memiliki variansi yang lebih besar dari *mean*, atau kondisi overdispersi. Menurut Bouk (2016), overdispersi pada data cacah dapat dideteksi dengan nilai devians dan pearson chi-squares yang dibagi dengan derajat bebasnya. Jika kedua nilai tersebut lebih dari 1, maka dikatakan terjadi overdispersi pada data.

Terdapat dua cara yang dapat digunakan untuk mendeteksi overdispersi, yaitu:

1. Devians

Nilai devians dapat ditulis dalam bentuk

$$D^2 = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ y_i \ln \left(\frac{y_i}{\hat{\mu}_i} \right) - (y_i - \hat{\mu}_i) \right\} \quad (2.10)$$

$$\phi_1 = \frac{D^2}{db}$$

Dengan $db = n - k$ dengan k merupakan banyaknya parameter termasuk konstanta, n merupakan banyaknya pengamatan dan D^2 adalah nilai devians.

2. Pearson Chi-Squares

Nilai *Pearson Chi-Squares* dapat ditulis dalam bentuk

$$\chi^2 = 2 \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mu_i)^2}{\text{var}(y_i)} \quad (2.11)$$

$$\phi_2 = \frac{\chi^2}{db}$$

dengan $db = n - k$ dengan k merupakan banyaknya parameter termasuk konstanta, n merupakan banyaknya pengamatan dan χ^2 adalah *Pearson Chi-squares*.

Jadi, jika ϕ_1 atau ϕ_2 bernilai lebih dari 1, maka terjadi overdispersi pada data. Oleh karena itu, model binomial negatif dari distribusi campuran Poisson-Gamma merupakan alternative yang sering digunakan untuk kasus overdispersi pada regresi Poisson.

2.3 Distribusi Binomial Negatif

Distribusi binomial negatif merupakan distribusi yang memiliki beberapa cara dalam pendekatannya. Menurut Hogg dan Craig (1995), terdapat 12 cara

pendekatan distribusi binomial negatif, diantaranya yaitu dapat didekati sebagai hasil dari barisan percobaan Bernoulli dan sebagai campuran distribusi Poisson-Gamma. Pendekatan klasik distribusi binomial negatif dari distribusi Bernoulli, yaitu jumlah percobaan Bernoulli yang dibutuhkan sampai terjadi k buah sukses, dimana setiap pengulangan saling bebas, dan probabilitas sukses pada setiap percobaan konstan yaitu p sedangkan probabilitas gagal yaitu $1 - p$. Misalkan variabel acak X menyatakan jumlah percobaan yang dibutuhkan sampai terjadi k buah sukses, maka X berdistribusi binomial negatif dengan fungsi probabilitas sebagai berikut:

$$f(x) = \binom{x-1}{k-1} p^k (1-p)^{x-k}, x = k, k+1, k+2, \dots \quad (2.12)$$

Distribusi probabilitas dari peubah acak X , dapat dinotasikan menjadi bentuk lain menggunakan transformasi $Y = X - k$, dimana Y menyatakan jumlah kegagalan sebelum terjadi k buah sukses. Variabel acak Y memiliki fungsi probabilitas $g(y)$ sebagai berikut:

$$g(y) = \binom{y+k-1}{k-1} p^k (1-p)^y, y = 0, 1, 2, \dots \quad (2.13)$$

Distribusi binomial negatif juga bisa dihasilkan dari gabungan distribusi Poisson-Gamma sebagai alternatif kasus overdispersi pada distribusi Poisson. Pada distribusi Poisson terdapat asumsi *mean* (λ) konstan untuk setiap nilai dari Y , namun dalam kondisi overdispersi, λ tidak lagi konstan atau bervariasi antar observasi pada populasi. Hal ini menunjukkan bahwa populasi tersebut bergantung pada λ , sehingga dapat dikatakan bahwa λ merupakan nilai dari suatu variabel acak Ω yang memiliki distribusi tertentu (Bouk, 2016).

Menurut De Jong, P. dan Heller, G. (2008), distribusi binomial negatif dapat didefinisikan untuk setiap nilai positif dari k dengan menggunakan fungsi Gamma sebagai pengganti faktorial atau kombinasi, yaitu:

$$f(y) = \frac{\Gamma(y+k)}{\Gamma(k)y!} p^k (1-p)^y, y = 0, 1, 2, \dots \quad (2.14)$$

Menurut Shafira (2011) misalkan Y adalah peubah acak yang bergantung pada parameter λ dengan fungsi probabilitas $h(\lambda)$. $Y|\lambda$ merupakan peubah acak yang berdistribusi Poisson dengan fungsi probabilitas $f(y|\lambda)$. Misalkan $h(\lambda)$ merupakan fungsi probabilitas dari Ω yang berdistribusi Gamma dengan parameter α dan β , maka akan didapat nilai harapan serta variansi dari Ω adalah $E(\Omega) = \alpha\beta$ dan $Var(\Omega) = \alpha\beta^2$. Pada umumnya nilai *mean* dinotasikan dengan μ , sehingga bisa ditulis $E(\Omega) = \mu = \alpha\beta$ atau $\beta = \frac{\mu}{\alpha}$. Misalkan $k = \frac{1}{\alpha}$ maka dapat dikatakan bahwa Ω berdistribusi Gamma dengan parameter $\frac{1}{k}$ dan $k\mu$ dengan fungsi probabilitasnya adalah

$$h(\lambda) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}}} \lambda^{\frac{1}{k}-1} \exp\left(\frac{-\lambda}{k\mu}\right) \quad (2.15)$$

Fungsi probabilitas bersama antara $Y|\lambda$ dan Ω adalah

$$\begin{aligned} f(y|\lambda)h(\lambda) &= \frac{e^{-\lambda}\lambda^y}{y!} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}}} \lambda^{\frac{1}{k}-1} \exp\left(\frac{-\lambda}{k\mu}\right) \\ &= \frac{\lambda^{y+\frac{1}{k}-1} \exp\left(-\lambda + \frac{-\lambda}{k\mu}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}} y!} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Misalkan Y adalah variabel acak yang bergantung pada parameter λ dengan fungsi probabilitas bersyarat $f_{(Y|\Omega)}(y|\lambda)$. λ merupakan nilai dari suatu

variabel acak Ω dengan fungsi probabilitas $u_{\Omega}(\lambda)$. Maka distribusi campuran didefinisikan dengan fungsi probabilitas marginal sebagai berikut:

$$f_Y(y) = \int_{\lambda \in \Omega} f_{Y|\Omega}(y|\lambda) \cdot u_{\Omega}(\lambda) d\lambda \quad (2.17)$$

dengan Ω disebut sebagai distribusi pencampur atau *Mixing Distribution* (Johnson, Kotz, & Kemp, 1992).

Berdasarkan definisi di atas maka fungsi probabilitas marginal dari Y adalah

$$\begin{aligned} f(y) &= \int_{\lambda} f(y|\lambda) h(\lambda) d\lambda \\ &= \int_0^{\infty} \frac{\lambda^{y+\frac{1}{k}-1} \exp\left(-\lambda + \frac{-\lambda}{k\mu}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y!}} d\lambda \\ &= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y!}} \int_0^{\infty} \lambda^{y+\frac{1}{k}-1} \exp\left(-\lambda + \frac{-\lambda}{k\mu}\right) d\lambda \\ &= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y!}} \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{-\lambda(k\mu+1)}{k\mu}\right) \lambda^{y+\frac{1}{k}-1} d\lambda \\ &= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y!}} \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{-\lambda(k\mu+1)}{k\mu}\right) \left(\frac{\lambda(k\mu+1)}{k\mu}\right)^{y+\frac{1}{k}-1} \left(\frac{k\mu}{k\mu+1}\right)^{y+\frac{1}{k}-1} d\lambda \\ &= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y!}} \left(\frac{k\mu}{k\mu+1}\right)^{y+\frac{1}{k}-1} \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{-\lambda(k\mu+1)}{k\mu}\right) \left(\frac{\lambda(k\mu+1)}{k\mu}\right)^{y+\frac{1}{k}-1} d\lambda \end{aligned}$$

Misalkan $t = \frac{\lambda(k\mu+1)}{k\mu}$ maka $\frac{dt}{d\lambda} = \frac{k\mu+1}{k\mu}$ sehingga $d\lambda = \frac{k\mu}{k\mu+1} dt$ sehingga

persamaan $f(y)$ menjadi

$$\begin{aligned}
f(y) &= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y}} \left(\frac{k\mu}{k\mu+1}\right)^{y+\frac{1}{k}-1} \int_0^\infty \exp\left(\frac{-\lambda(k\mu+1)}{k\mu}\right) \left(\frac{\lambda(k\mu+1)}{k\mu}\right)^{y+\frac{1}{k}-1} d\lambda \\
&= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y}} \left(\frac{k\mu}{k\mu+1}\right)^{y+\frac{1}{k}-1} \int_0^\infty \exp(-t) (t)^{y+\frac{1}{k}-1} \frac{k\mu}{k\mu+1} dt \\
&= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y}} \left(\frac{k\mu}{k\mu+1}\right)^{y+\frac{1}{k}-1} \int_0^\infty \exp(-t) (t)^{y+\frac{1}{k}-1} dt \\
&= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y}} \left(\frac{k\mu}{k\mu+1}\right)^{y+\frac{1}{k}} \Gamma\left(y+\frac{1}{k}\right) \\
&= \frac{\Gamma\left(y+\frac{1}{k}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) (k\mu)^{\frac{1}{k}y}} \left(\frac{k\mu}{k\mu+1}\right)^y \left(\frac{k\mu}{k\mu+1}\right)^{\frac{1}{k}} \\
&= \frac{\Gamma\left(y+\frac{1}{k}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) y!} \left(\frac{\mu}{\mu+\frac{1}{k}}\right)^y \left(\frac{\frac{1}{k}}{\mu+\frac{1}{k}}\right)^{\frac{1}{k}}
\end{aligned}$$

Sehingga menurut Shafira (2011) fungsi probabilitas dari distribusi binomial negatif dari fungsi Poisson-Gamma adalah

$$f(y; \mu, k) = \frac{\Gamma\left(y+\frac{1}{k}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) y!} \left(\frac{\mu}{\mu+\frac{1}{k}}\right)^y \left(\frac{\frac{1}{k}}{\mu+\frac{1}{k}}\right)^{\frac{1}{k}} \quad (2.18)$$

Persamaan di atas merupakan fungsi probabilitas dari distribusi binomial negatif dengan parameter $\alpha = \frac{1}{k}$ dan $\theta = \frac{1}{k\mu+1}$, dengan nilai $\alpha = \frac{1}{k}$ suatu bilangan positif. Persamaan (2.18) juga memiliki bentuk yang similar dengan bentuk fungsi distribusi binomial negatif pada persamaan (2.14). Penurunan distribusi binomial negatif diatas tidak berhubungan dengan penurunan klasik dari distribusi binomial negatif sebagai barisan dari percobaan Bernoulli. Distribusi binomial negatif dengan fungsi probabilitas pada persamaan (2.14) mengasumsikan bahwa k adalah suatu bilangan bulat positif, dimana definisi peubah acaknya adalah jumlah

kegagalan yang terjadi sebelum k buah sukses. Sedangkan distribusi binomial negatif pada persamaan (2.18) sebagai distribusi campuran Poisson-Gamma, nilai $k = \frac{1}{\alpha}$ bukan merupakan suatu bilangan bulat positif, melainkan suatu bilangan real positif. sehingga definisi peubah acak dari distribusi Binomial Negatif sebelumnya tidak bisa digunakan (Hilbe, 2011).

Menurut Johnson, dkk (1992) definisi peubah acak yang digunakan pada distribusi campuran Poisson-Gamma adalah jumlah kejadian dengan dispersi pada data sebesar $\frac{1}{\alpha}$. Definisi tersebut memiliki kesamaan dengan definisi peubah acak pada distribusi Poisson, namun terdapat parameter tambahan yang menjelaskan mengenai dispersi pada data. Distribusi Binomial Negatif dengan fungsi probabilitas pada persamaan (2.18) memiliki dua parameter yaitu μ yang menjelaskan tentang *mean* dan k yang merupakan parameter dispersi.

2.4 Model Regresi Binomial Negatif

Regresi binomial negatif termasuk dalam kelompok *Generalized Linear Model* (GLM). GLM merupakan perluasan dari proses pemodelan linier untuk pemodelan data yang mengikuti distribusi probabilitas selain distribusi normal, seperti Poisson, binomial, multinomial, binomial negatif dan lain-lain (keluarga eksponensial). Pada model regresi binomial negatif, variabel respon Y_i diasumsikan berdistribusi binomial negatif yang dihasilkan dari distribusi campuran Poisson-Gamma (McCullagh dan Nelder, 1989).

Distribusi binomial negatif sering digunakan untuk memodelkan data *count* yang merupakan objek penelitian (variabel dependen) yang mengalami overdispersi. Variabel dependen Y_i menyatakan banyaknya kejadian yang diamati

pada suatu populasi tertentu. Analisis regresi binomial negatif digunakan untuk mengetahui hubungan antara dua variabel atau lebih yang didasarkan pada distribusi binomial negatif.

Salah satu tujuan dari analisis regresi adalah untuk menentukan pola hubungan antara variabel dependen (Y) dengan variabel independen $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$. Oleh karena itu, menurut Bouk (2016) dalam regresi binomial negatif hubungan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk

$$E(Y_i|X_i) = \mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} \quad (2.19)$$

atau dinyatakan dalam notasi matriks

$$E(Y_i|X_i) = \mu_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.20)$$

Nilai dari $\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$ pada persamaan di atas bernilai real, artinya memiliki kemungkinan bernilai negatif. Namun, sebagaimana diketahui bahwa ekspektasi dari distribusi binomial negatif harus bernilai positif. Oleh karena itu, perlu dilakukan transformasi sedemikian sehingga bentuk hubungan antara μ_i dan $\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$ menjadi tepat. Hilbe (2011), menyatakan bahwa model binomial negatif pada umumnya menggunakan fungsi penghubung logaritma yaitu:

$$\eta_i = \ln(\mu_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.21)$$

Fungsi $\eta_i = \ln(\mu_i)$ disebut sebagai fungsi *link* yaitu fungsi yang menghubungkan μ_i dengan prediktor linear $\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$. Oleh sebab itu, model regresi binomial negatif untuk memodelkan data cacah yaitu

$$\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}), \text{ dengan } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.22)$$

2.4.1 Estimasi Parameter Model Regresi Binomial Negatif

Menurut Bouk (2016), model umum regresi binomial negatif dinyatakan dengan:

$$y_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip}) + \varepsilon_i \quad (2.23)$$

dengan $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ menyatakan parameter yang tidak diketahui dan ε_i menyatakan galat untuk pengamatan ke- i . Misalkan diasumsikan nilai ekspektasi untuk Y_i adalah $E(Y_i | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) = \mu_i$ dan sebelumnya telah diasumsikan bahwa nilai $E(\varepsilon_i | X_i) = 0$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} \mu_i &= E(Y_i | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}) \\ &= \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip}) \\ &= \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Parameter β dan k dalam model regresi binomial negatif dapat diestimasi menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Bouk (2016) telah melakukan estimasi menggunakan metode maksimum *likelihood* dengan prosedur iterasi *newton raphson*. Metode tersebut membutuhkan turunan pertama dan kedua dari fungsi *likelihood*.

Misalkan terdapat sampel acak berukuran n yaitu $(y_i, (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}))$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ maka dengan mensubstitusikan $\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})$ ke dalam fungsi probabilitas distribusi binomial negatif (persamaan 2.18), maka fungsi *likelihood* untuk model regresi binomial negatif adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
L(\boldsymbol{\beta}, k) &= \prod_{i=1}^n f(\boldsymbol{\beta}, k) \\
&= \prod_{i=1}^n \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{k}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) y_i!} \left(\frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) + \frac{1}{k}} \right)^{y_i} \left(\frac{\frac{1}{k}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) + \frac{1}{k}} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (2.25)
\end{aligned}$$

Menurut Hogg dan Craig (1995), terdapat beberapa nilai dari fungsi

Gamma salah satunya yaitu

$$\frac{\Gamma(a+c)}{\Gamma(c)} = \frac{(c+a-1)(c+a-2)\dots(c+1)c\Gamma(c)}{\Gamma(c)} = (c+a-1)(c+a-2)\dots(c+1)c$$

untuk $c > 0$, sehingga

$$\begin{aligned}
\frac{\Gamma\left(y + \frac{1}{k}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)} &= \left(\frac{1}{k}\right) \left(\frac{1}{k} + 1\right) \left(\frac{1}{k} + 2\right) \dots \left(\frac{1}{k} + y_i - 1\right) \\
&= \left(\frac{1}{k}\right) \left(\frac{1}{k}\right) (1+k) \left(\frac{1}{k}\right) (2+k) \dots \left(\frac{1}{k}\right) (1+(k-1)k) \\
&= \left(\frac{1}{k}\right)^{y_i} \prod_{r=0}^{y_i-1} (1+rk) \quad (2.26)
\end{aligned}$$

Menurut Bouk (2016) persamaan (2.25) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}
L(\boldsymbol{\beta}, k) &= \prod_{i=1}^n \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{k}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) y_i!} \left(\frac{\mu_i}{\mu_i + \frac{1}{k}} \right)^{y_i} \left(\frac{\frac{1}{k}}{\mu_i + \frac{1}{k}} \right)^{\frac{1}{k}} \\
&= \prod_{i=1}^n \left\{ \left(\left(\frac{1}{k}\right)^{y_i} \prod_{r=0}^{y_i-1} (1+rk) \right) \left(\frac{1}{y_i!} \right) \left(\frac{k\mu_i}{k\mu_i + 1} \right)^{y_i} \left(\frac{1}{k\mu_i + 1} \right)^{\frac{1}{k}} \right\} \\
&= \prod_{i=1}^n \left\{ \left(\prod_{r=0}^{y_i-1} (1+rk) \right) \left(\frac{1}{y_i!} \right) \left(\frac{\mu_i}{k\mu_i + 1} \right)^{y_i} \left(\frac{1}{k\mu_i + 1} \right)^{\frac{1}{k}} \right\} \quad (2.27)
\end{aligned}$$

Selanjutnya dari fungsi *likelihood* diambil nilai *ln*-nya untuk mempermudah mendapatkan nilai taksiran dari parameternya. Fungsi *ln likelihood* dari persamaan (2.27) sebagai berikut (Bouk, 2016):

$$\begin{aligned}
l(\boldsymbol{\beta}, k) &= \ln L(\boldsymbol{\beta}, k) \\
&= \ln \prod_{i=1}^n \left\{ \left(\prod_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk) \right) \left(\frac{1}{y_i!} \right) \left(\frac{\mu_i}{k\mu_i + 1} \right)^{y_i} \left(\frac{1}{k\mu_i + 1} \right)^{\frac{1}{k}} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk) \right) - \ln(y_i!) + y_i \ln(\mu_i) \right. \\
&\quad \left. - \left(y_i + \frac{1}{k} \right) \ln(k\mu_i + 1) \right\}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Turunan pertama dari fungsi *likelihood* terhadap koefisien regresi $\boldsymbol{\beta}$ adalah

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta}, k)}{\partial \beta_0} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left(\sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk) \right) - \ln(y_i!) + y_i \ln(\mu_i) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left(y_i + \frac{1}{k} \right) \ln(k\mu_i + 1) \right\} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ y_i - \left(y_i + \frac{1}{k} \right) \left(\frac{k\mu_i}{k\mu_i + 1} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{(y_i - \mu_i)}{1 + k\mu_i} \right\} = 0
\end{aligned} \tag{2.29}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta}, k)}{\partial \beta_p} &= \frac{\partial}{\partial \beta_p} \left(\sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk) \right) - \ln(y_i!) + y_i \ln(\mu_i) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left(y_i + \frac{1}{k} \right) \ln(k\mu_i + 1) \right\} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ y_i x_{ip} - \left(y_i + \frac{1}{k} \right) \left(\frac{k\mu_i x_{ip}}{k\mu_i + 1} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{(y_i x_{ip} k\mu_i + y_i x_{ip} - y_i x_{ip} k\mu_i - \mu_i x_{ip})}{1 + k\mu_i} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{x_{ip} (y_i - \mu_i)}{(1 + k\mu_i)} \right\} = 0
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Sedangkan turunan pertama dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter dispersi k adalah:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial l(\boldsymbol{\beta}, k)}{\partial k} &= \frac{\partial}{\partial k} \left(\sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1+r)k \right) - \ln(y_i!) + y_i \ln(\mu_i) - \left(y_i + \frac{1}{k} \right) \ln(k\mu_i + 1) \right\} \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n \left\{ \left[\sum_{r=1}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+kr} \right) \right] - \frac{y_i}{k} + \frac{y_i \mu_i}{k \mu_i} \left[-\frac{(y_i + k^{-1}) \mu_i}{1 + k \mu_i} + (-k^{-2}) \ln(1 + k \mu_i) \right] \right\} \\
 &= \sum_{i=1}^n \left\{ \left[\sum_{r=1}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+kr} \right) \right] + k^{-2} \ln(1 + k \mu_i) - \frac{(y_i + k^{-1}) \mu_i}{1 + k \mu_i} \right\} = 0
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Turunan pertama diatas dapat ditulis dalam bentuk matriks yaitu:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}, k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial l(\boldsymbol{\beta}, k)}{\partial \beta_0} \\ \frac{\partial l(\boldsymbol{\beta}, k)}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial l(\boldsymbol{\beta}, k)}{\partial \beta_p} \\ \frac{\partial l(\boldsymbol{\beta}, k)}{\partial k} \end{bmatrix}$$

Karena persamaan-persamaan pada turunan pertama tidak linier dalam masing-masing parameternya, maka untuk mencari nilai dari $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ dan k digunakan metode iterasi dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan taksiran awal dari k , misal $\hat{k}_1 = 0$
2. Menentukan estimasi maksimum *likelihood* dari parameter $\boldsymbol{\beta}$ menggunakan prosedur iterasi *Fisher Scoring* dengan asumsi $k = \hat{k}_1$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(i+1)} = \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(i)} + (X^T W_i X)^{-1} X^T W_i z_i$$

$$\text{dimana } W_i = \frac{\mu_i}{k \mu_i + 1} \text{ dan } z_i = \frac{(y_i - \mu_i)}{\mu_i}$$

iterasi berakhir jika diperoleh $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(i+1)} \approx \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(i)}$

3. Menggunakan $\hat{\beta}$ untuk menghasilkan estimasi dari parameter k dengan menggunakan prosedur iterasi *Newton Raphson* yaitu

$$\hat{k}_{i+1} = \hat{k}_i - \frac{f'(\hat{k}_i)}{f''(\hat{k}_i)}$$

iterasi berakhir jika diperoleh $\hat{k}^{(i+1)} \approx \hat{k}^{(i)}$

4. Jika $|\hat{k}^{(i+1)} - \hat{k}^{(i)}| < \varepsilon$ maka iterasi sudah konvergen, jika tidak, maka menggunakan parameter $k = \hat{k}_{i+1}$ dan kembali ke langkah 2. Nilai ε merupakan nilai bilangan positif yang sangat kecil.

(Simamarta & Ispriyanti, 2011).

2.4.2 Pengujian Parameter Regresi Binomial Negatif

Uji kesesuaian model regresi binomial negatif dengan uji deviansi sebagai berikut (Bouk, 2016):

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \beta_j \neq 0, j = 0, 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji:

$$D(\hat{\beta}) = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})) \quad (2.32)$$

Kriteria uji: H_0 ditolak jika statistik uji $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(p,\alpha)}$

Pengujian secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model. Bouk (2016) menyatakan uji secara parsial ini menggunakan uji *Wald* dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0, j = 0, 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji:

$$W_j = \left(\frac{\hat{\beta}_j}{se(\hat{\beta}_j)} \right)^2 \quad (2.33)$$

H_0 ditolak jika statistik uji $W_j > \chi^2_{(\alpha,1)}$. Tolak H_0 artinya bahwa parameter ke- j signifikan terhadap model regresi binomial negatif.

2.5 Pengujian Spasial

2.5.1 Uji Dependensi Spasial

Dependensi spasial menunjukkan bahwa pengamatan di suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan. Pengujian dependensi spasial dapat dilakukan dengan uji *Moran's I* (Anselin, L., 1988).

Hipotesis uji *Moran's I* adalah sebagai berikut:

$$H_0: \mu_i = 0 \quad (\text{tidak ada dependensi spasial})$$

$$H_1: \mu_i \neq 0 \quad (\text{terdapat dependensi spasial})$$

Statistik uji *Moran's I* adalah sebagai berikut:

$$Z_I = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} \quad (2.34)$$

dengan

$$I = \frac{e^T W e}{e^T e}; E(I) = \frac{tr(MW)}{n - k};$$

$$Var(I) = \frac{[tr(MW M W') + tr(MW)^2 + tr(MW)]^2}{(n - k)(n - k + 2) - E(I)^2}$$

$$M = (I - X(X^T X)^{-1} X^T)$$

dimana e adalah vektor dari residual dan W adalah matriks pembobot spasial.

Kriteria penolakan: tolak H_0 jika $p_{value} > \alpha$ maka artinya terdapat dependensi spasial.

2.5.2 Uji Heterogenitas Spasial

Pemodelan regresi secara global disyaratkan adanya uji asumsi residual, yang mana model regresi harus memenuhi kriteria identik, independen, dan berdistribusi normal. Sedangkan pada analisis spasial menurut Anselin (1988) keterkaitan antar wilayah harus didukung secara substansial dan matematis (melalui uji statistik) yang dapat dilihat dari heterogenitas spasial. Pengujian heterogenitas spasial dilakukan dengan menggunakan uji *Breush Pagan* (BP) yang didasari hipotesis berikut:

$$H_0: \sigma_1 = \sigma_2 \dots = \sigma_i = \sigma$$

$$H_1: \text{paling tidak ada satu } i \text{ yang mana } \sigma_i \neq \sigma$$

Statistik uji Breush Pagan sebagai berikut:

$$BP = \frac{1}{2} f^T Z (Z^T Z)^{-1} Z f + \left(\frac{1}{T} \right) \left(\frac{e^T W e}{\sigma^2} \right) \quad (2.35)$$

dengan elemen vektor f adalah:

$$f_i = \left(\frac{e_i^2}{\sigma^2} \right) - 1 \quad (2.36)$$

dimana:

e_i : error untuk pengamatan ke- i .

Z : matriks berdimensi $n \times (p + 1)$ yang berisi vektor yang telah distandarisasikan.

σ^2 : ragam error (e_i)

T : $Tc(W'W + W^2)$.

Kriteria pengambilan keputusan yang digunakan ada dua yaitu menggunakan BP dan *p-value*. Jika nilai uji $BP > \chi^2_{(k)}$ maka H_0 ditolak, yang mana $\chi^2_{(k)}$ merupakan titik kritis dengan tingkat signifikansi α dan derajat bebas (k). Jika H_0 ditolak maka dapat kita simpulkan bahwa terdapat heterogenitas spasial. Kriteria pengambilan keputusan yang lain adalah dengan membandingkan nilai *p-value* dan α , dimana jika $p_{value} < \alpha$ maka H_0 ditolak, sehingga dapat disimpulkan bahwa terjadi heterogenitas spasial dan model GWR dapat diterapkan (Fitriyah, 2017).

2.6 Model Geographically Weighted Regression (GWR)

Model GWR merupakan pengembangan dari model regresi linier *Ordinary Least Square* (OLS). Namun berbeda dengan regresi global yang diberlakukan secara umum disetiap lokasi pengamatan, GWR menghasilkan penduga parameter model yang bersifat lokal untuk setiap lokasi pengamatan dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) (Fotheringham, dkk, 2002).

Model GWR merupakan suatu model yang memperhatikan faktor geografis sebagai variabel yang mempengaruhi variabel dependen. Asumsi yang digunakan pada model GWR adalah residual berdistribusi normal dengan *mean* nol dan varians σ^2 (Fotheringham, dkk, 2002).

Menurut Fotheringham, dkk (2002), pada model GWR hubungan antara variabel terikat Y dan variabel bebas X_1, X_2, \dots, X_p pada lokasi ke- i adalah:

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)X_{1i} + \dots + \beta_p(u_i, v_i)X_{pi} + \varepsilon_i$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (2.37)$$

dengan,

- Y_i : variabel terikat pada lokasi ke- i
- (u_i, v_i) : koordinat letak geografis (*longitude, latitude*) pada lokasi ke- i
- X_{pi} : variabel bebas p pada pengamatan ke- i
- $\beta_p(u_i, v_i)$: parameter pada lokasi ke- i yang berhubungan dengan variabel bebas ke- p (X_{pi})

2.6.1 Fungsi Pembobot Model GWR

Menurut Leung, dkk (2000) fungsi dari pembobot adalah untuk memberikan hasil estimasi parameter yang berbeda pada lokasi yang berbeda. Pada analisis spasial, estimasi parameter di suatu lokasi ke- i akan lebih dipengaruhi oleh titik-titik yang dekat dengan lokasi tersebut dari titik-titik yang lebih jauh. Oleh karena itu pemilihan pembobot spasial yang digunakan dalam mengestimasi parameter menjadi sangat penting.

Menurut Fischer dan Getis (2009), pembobot kernel memiliki dua tipe umum yaitu:

1) *Fixed Kernel*

Menurut Fotheringham, dkk (2009) Metode *fixed kernel* memungkinkan nilai *bandwidth* optimum untuk setiap lokasi adalah sama atau konstan. Jika titik-titik data tersebut beraturan pada wilayah penelitian maka penggunaan metode *fixed* akan cocok untuk pemodelan. Adapaun jenis fungsi pembobot *fixed kernel* yang digunakan yaitu:

a. *Fixed Gaussian Kernel*

$$W_j(u_i, v_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right) \quad (2.38)$$

b. *Fixed Bisquare Kernel*

$$W_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right)^2, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk lainnya} \end{cases} \quad (2.39)$$

2) *Adaptive Kernel*

Menurut Fotheringham, dkk (2002), penggunaan metode *Adaptive kernel* sangat cocok apabila suatu pengamatan tersebar dengan pola tidak beraturan dan berkelompok. Metode *adaptive kernel* memungkinkan untuk mendapatkan nilai *bandwidth* yang berbeda untuk setiap titik pengamatan. Hal ini dikarenakan metode *adaptive kernel* dapat menyesuaikan dengan kondisi titik pengamatan. Bila titik pengamatan tersebar di sekitar pengamatan lokasi ke- i yang diperoleh relatif lebih kecil. Adapun jenis fungsi pembobot *adaptive kernel* yang digunakan yaitu:

a. *Adaptive Gaussian Kernel*

$$W_j(u_i, v_i) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d_{ij}}{h} \right)^2 \right] \quad (2.40)$$

b. *Adaptive Bisquare Kernel*

$$W_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right)^2, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk lainnya} \end{cases} \quad (2.41)$$

dengan

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$$

d_{ij} adalah jarak *Euclidian* antara lokasi ke- i dan lokasi ke- j . Sedangkan h adalah parameter penghalus atau yang disebut sebagai *bandwidth* dari lokasi ke- i .

Bandwidth dapat dianalogikan sebagai radius suatu lingkaran, sehingga sebuah titik yang berada didalam radius lingkaran dianggap masih memiliki pengaruh.

2.6.2 *Bandwidth*

Secara teoritis, *bandwidth* merupakan lingkaran dengan radius dari titik pusat lokasi yang digunakan sebagai dasar menentukan bobot setiap pengamatan terhadap model regresi pada lokasi tersebut. Metode pemilihan *bandwidth* sangat penting digunakan untuk pendugaan fungsi kernel yang tepat. Nilai *bandwidth* yang sangat kecil akan mengakibatkan varians membesar. Hal tersebut dapat disebabkan karena jika nilai *bandwidth* sangat kecil maka akan sedikit pengamatan yang berbeda pada radius h . Namun ketika nilai *bandwidth* yang sangat besar akan menghasilkan varians mengecil. Sehingga untuk menghindari varians yang tidak homogen akibat nilai pendugaan koefisien parameter yang meningkat, maka diperlukan suatu cara untuk memilih *bandwidth* yang tepat (Fotheringham, dkk, 2002).

Menurut Fotheringham, dkk (2002), beberapa metode pilihan untuk pemilihan *bandwidth* optimum adalah sebagai berikut:

1. *Cross Validation* (CV)

$$CV = n \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{\neq i}(b))^2 \quad (2.42)$$

2. *Akaike Information Criterion* (AIC)

$$AIC = 2n \log_e(\delta) + n \log_e(2\pi) + n + tr(S) \quad (2.43)$$

3. *Generalized Cross Validation* (GCV)

$$GCV = n \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i(h))^2}{(n - v_1)^2} \quad (2.44)$$

4. Bayesian Information Criterion (BIC)

$$BIC = -2n \log_e(L) + k \log_e(n) \quad (2.45)$$

2.7 Model Geographically Weighted Negative Binomial Regression (GWNBR)

Model GWNBR adalah salah satu metode yang cukup efektif untuk menduga data yang memiliki heterogenitas spasial untuk data *count* yang memiliki overdispersi. Model GWNBR akan menghasilkan parameter lokal dengan masing-masing lokasi akan memiliki parameter yang berbeda-beda. Menurut Ricardo dan Carvalho (2014) model GWNBR dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$y_j \sim NB[t_j \exp(\sum_j \beta_j(u_i, v_i)x_{ij}), k(u_i, v_i)]; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.46)$$

Misalkan parameter dispersi $k(u_i, v_i)$ diketahui, maka fungsi *log-likelihood* dari GWNBR sebagai fungsi dari $\beta_j(u_i, v_i)$ adalah

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) | x_{ij}, y_i, k_i) \\ = \sum_{i=1}^n \left\{ y_i \log(k_i \mu_i) - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \times \log(1 + k_i \mu_i) + \log \left[\Gamma \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \right] \right. \\ \left. - \log \left[\Gamma \left(\frac{1}{k_i} \right) \right] - \log[\Gamma(y_i + 1)] \right\} \end{aligned} \quad (2.47)$$

2.7.1 Estimasi Parameter Model GWNBR

Model GWNBR merupakan pengembangan dari model regresi binomial negatif. Model ini menghasilkan estimasi parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik atau dimana data tersebut dikumpulkan. Variabel respon dalam model GWNBR diprediksi dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Fitriyah

(2017) melakukan estimasi model GWNBR dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan fungsi *likelihood* diperoleh dari fungsi padat peluang gabungan Y_i yang dinotasikan dengan $L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)$ yaitu

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i) &= \prod_{i=1}^n P(Y_i = y_i) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{k_i})}{y_i! \Gamma(\frac{1}{k_i})} \left(\frac{1}{1 + k_i \mu_i}\right)^{\frac{1}{k_i}} \left(\frac{k_i \mu_i}{1 + k_i \mu_i}\right)^{y_i} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Berdasarkan persamaan Gamma diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(y + \frac{1}{k_i})}{y! \Gamma(\frac{1}{k_i})} &= \left(\frac{1}{k_i}\right) \left(\frac{1}{k_i} + 1\right) \left(\frac{1}{k_i} + 2\right) \dots \left(\frac{1}{k_i} + y - 1\right) \\ &= \left(\frac{1}{k_i}\right) \left(\frac{1}{k_i}\right) (1 + k_i) \left(\frac{1}{k_i}\right) (2 + k_i) \dots \left(\frac{1}{k_i}\right) (1 + (y_i - 1)k_i) \\ &= \left(\frac{1}{k_i}\right)^{y_i} \prod_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.48) ke persamaan (2.47) maka fungsi *likelihood* menjadi:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i) &= \prod_{i=1}^n \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{k_i})}{y_i! \Gamma(\frac{1}{k_i})} \left(\frac{1}{1 + k_i \mu_i}\right)^{\frac{1}{k_i}} \left(\frac{k_i \mu_i}{1 + k_i \mu_i}\right)^{y_i} \\ &= \prod_{i=1}^n \left\{ \left(\prod_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) \left(\frac{1}{y_i!}\right) \left(\frac{k_i \mu_i}{1 + k_i \mu_i}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{1 + k_i \mu_i}\right)^{\frac{1}{k_i}} \right\} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Fungsi *ln likelihood* digunakan untuk membantu mempermudah perhitungan memaksimumkan fungsi *likelihood* untuk parameter $\beta_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \dots, \beta_k(u_i, v_i)$ dan k_i . Karena memaksimumkan *fungsi ln likelihood* sama dengan memaksimumkan fungsi *likelihoodnya*. Menurut Fitriyah (2017) fungsi *ln likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
l(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i) &= \ln L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i) \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{r=0}^{y_i-1} \ln(1 + rk_i) - \ln(y_i!) + y_i \ln(\mu_i) \right. \\
&\quad \left. - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(1 + k_i \mu_i) \right\} \tag{2.51}
\end{aligned}$$

dengan

$$\mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \beta_1(u_i, v_i)x_{2i} + \dots + \beta_k(u_i, v_i)x_{ki})$$

$$a = \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \ln(1 + rk_i) \right) - \ln(y_i!)$$

$$b = y_i \ln(\mu_i)$$

$$c = \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(1 + k_i \mu_i)$$

maka diperoleh bentuk yang lebih sederhana yaitu:

$$l(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i) = \sum_{i=1}^n (a + b - c) \tag{2.52}$$

Faktor letak geografis merupakan faktor pembobot pada model GWNBR.

Faktor ini memiliki nilai yang berbeda untuk setiap daerah yang menunjukkan sifat lokal pada model GWNBR. Oleh karena itu, pembobot diberikan pada bentuk *ln likelihood* untuk mendapatkan model lokal GWNBR. Pembobot kernel adaptif dapat disesuaikan dengan kondisi titik-titik pengamatan. Jika titik-titik lokasi pengamatan tersebar secara padat di sekitar lokasi pengamatan ke-*i*, maka *bandwidth* yang diperoleh relatif sempit. Sebaliknya, jika titik-titik lokasi pengamatan memiliki jarak yang relatif jauh dari titik lokasi pengamatan ke-*i*, maka *bandwidth* yang diperoleh akan semakin luas. Dengan pembobot untuk setiap lokasi (u_i, v_i) yang diberikan, maka diperoleh fungsi *ln likelihood* sebagai berikut (Fitriyah, 2017):

$$l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i) = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i)(a + b - c) \quad (2.53)$$

Untuk mencari taksiran dari parameter-parameter $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$ dan \hat{k} , fungsi *likelihood* pada persamaan (2.53) diturunkan secara parsial terhadap masing-masing parameter yang bersesuaian kemudian disamakan dengan nol (Fitriyah, 2017).

a) Turunan pertama terhadap $\beta_0(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i - u_i}{1 + k_i u_i} \right) \quad (2.54)$$

b) Turunan pertama terhadap β_k

$$\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)}{\partial \beta_k(u_i, v_i)} = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ki}(y_i - u_i)}{1 + k_i u_i} \right) \quad (2.55)$$

c) Turunan pertama terhadap parameter dispersi k_i

$$\begin{aligned} \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)}{\partial k_i} = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) & \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1 + rk_i} \right) + \frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) \right. \\ & \left. - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Nilai $(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)$ akan memaksimumkan $l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)$. Nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}^*(u_i, v_i)$ disebut taksiran maksimum *likelihood*. Karena persamaan-persamaan hasil turunan pertama tersebut tidak linier, maka untuk mencari taksiran dari $\beta_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \dots, \beta_k(u_i, v_i)$ dan k digunakan metode numerik, yaitu metode *Newton Raphson* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membentuk vektor kemiringan (*slope*) \mathbf{g} yaitu:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \\ \vdots \\ \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)}{\partial \beta_k(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), k_i)}{\partial k_i} \end{bmatrix}$$

2. Membentuk matriks Hessian \mathbf{H}
3. Menentukan nilai awal berdasarkan nilai estimasi binomial negatif.
4. Substitusi nilai awal ke elemen-elemen vektor \mathbf{g} dan matriks \mathbf{H} sehingga diperoleh vektor $\mathbf{g}^{(0)}$ dan matriks $\mathbf{H}^{(0)}$.
5. Melakukan iterasi mulai dari $r = 0$ pada persamaan:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)}(u_i, v_i) = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) - [\mathbf{H}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)})(u_i, v_i)]^{-1} \mathbf{g}\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i) \quad (2.57)$$

6. Proses iterasi dapat dihentikan ketika nilai taksiran yang diperoleh sudah konvergen ke suatu nilai atau $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)}(u_i, v_i) \approx \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i)$ atau $\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)}(u_i, v_i) - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}(u_i, v_i)\| < \varepsilon$.

(Fitriyah, 2017)

2.7.2 Pengujian Parameter Model GWNBR

Pengujian signifikansi parameter model GWNBR terdiri dari uji serentak dan uji parsial. Untuk menentukan nilai statistik uji, terlebih dahulu ditentukan dua buah fungsi *likelihood* yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh. Fungsi-fungsi *likelihood* yang dimaksud adalah $L(\widehat{\Omega})$ yaitu nilai *maximum likelihood* untuk model yang lebih lengkap dengan melibatkan variabel prediktor dan $L(\widehat{\omega})$ yaitu nilai *maximum likelihood* untuk model sederhana tanpa

melibatkan variabel prediktor. Nandasari, B.N (2014) melakukan uji signifikansi secara serentak menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis berikut:

$$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_p(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_j(u_i, v_i) \neq 0; j = 1, 2, \dots, p$$

Statistik Uji:

$$D(\hat{\beta}) = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2 (\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})) \quad (2.58)$$

Tolak H_0 jika statistik uji $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(p; \alpha)}$

Pengujian signifikansi secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon pada tiap-tiap lokasi dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_j(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \beta_j(u_i, v_i) \neq 0; j = 1, 2, \dots, p$$

Statistik Uji:

$$z_{hitung} = \frac{\beta_j(\hat{u}_i, \hat{v}_i)}{se(\beta_j(\hat{u}_i, \hat{v}_i))} \quad (2.59)$$

Tolak H_0 jika statistik uji $|z_{hitung}| > z_{(\alpha/2)}$. Tolak H_0 artinya bahwa parameter tersebut berpengaruh signifikan terhadap variabel respon di lokasi pada tiap lokasi.

2.8 Model *Mixed Geographically Weighted Poisson Regression* (MGWPR)

Model MGWPR merupakan metode yang dikembangkan dari model GWPR yang mengkombinasikan antara parameter yang bersifat lokal dan parameter yang bersifat global. Penelitian sebelumnya diteliti oleh Nakaya, dkk (2005) yaitu model *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) untuk memetakan pengelompokan penyakit. Pada penelitian tersebut, Nakaya, dkk (2005) juga memaparkan model *semiparametric*, peneliti lain seperti fotheringham, dkk (2002) menyebutnya dengan model *Mixed*. Pada model MGWPR peubah respon (y) diduga dengan variabel prediktor (x) yang masing-masing koefisien regresinya $\beta_j(u_i, v_i)$ bergantung pada lokasi geografis dan γ_p bersifat konstan. Model MGWPR menurut Nakaya, dkk (2005) dapat ditulis dalam persamaan di bawah ini:

$$\begin{aligned}
 y_i &\sim \text{Poisson}(\mu_i) \\
 \mu_i &= \exp\left(\sum_{j=0}^{q^*} \beta_j(u_i, v_i)x_{ij} + \sum_{p=q^*+1}^q \gamma_p x_{ip}\right) \\
 &= \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_{*i}^T \boldsymbol{\gamma})
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

Estimasi parameter model MGWPR menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Langkah pertamanya yaitu menentukan fungsi *likelihood* kemudian diubah kedalam bentuk fungsi *ln likelihood*. Seperti pada model GWPR, faktor lokasi geografis adalah faktor pembobot pada model MGWPR. Untuk mendapatkan taksiran dari parameter-parameternya fungsi *ln likelihood* dengan pembobot geografis diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)$ dan $\boldsymbol{\gamma}^T$ kemudian disamadengankan nol (Okavianty, dkk, 2017).

2.9 Metode Maximum Likelihood Estimation (MLE)

Menurut Hogg dan Craig (1995), definisi dari *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) adalah “Fungsi densitas bersama dari variabel random X_1, X_2, \dots, X_n yang bernilai x_1, x_2, \dots, x_n adalah $L(\boldsymbol{\beta}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \boldsymbol{\beta})$ yang merupakan fungsi *likelihood*. Untuk x_1, x_2, \dots, x_n tetap, fungsi *likelihood* merupakan fungsi dari $\boldsymbol{\beta}$ dan dilambangkan dengan $L(\boldsymbol{\beta})$. Jika X_1, X_2, \dots, X_n mewakili sebuah sampel random dari $f(x; \boldsymbol{\beta})$, maka $L(\boldsymbol{\beta}) = f(x_1; \boldsymbol{\beta}) \cdot f(x_2; \boldsymbol{\beta}) \dots f(x_n; \boldsymbol{\beta})$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 L(\boldsymbol{\beta}) &= f(\tilde{x}; \boldsymbol{\beta}) \\
 &= f(x_1, x_2, \dots, x_n; \boldsymbol{\beta}) \\
 &= f(x_1; \boldsymbol{\beta}) \cdot f(x_2; \boldsymbol{\beta}) \dots f(x_n; \boldsymbol{\beta}) \\
 &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \boldsymbol{\beta})
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

$L(\boldsymbol{\beta}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \boldsymbol{\beta})$ merupakan fungsi densitas probabilitas dari x_1, x_2, \dots, x_n . Untuk hasil pengamatan x_1, x_2, \dots, x_n , nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ berada dalam Ω atau ($\hat{\boldsymbol{\beta}} \in \Omega$), dimana $L(\boldsymbol{\beta})$ maksimum yang disebut sebagai *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dari $\boldsymbol{\beta}$. Jadi $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ merupakan nilai dugaan dari $\boldsymbol{\beta}$ ”.

Selain itu, karena biasanya turunan fungsi *likelihood* sulit dicari, maka dilakukan menentukan nilai maksimum dari logaritma natural fungsi *likelihood* atau disebut fungsi *ln-likelihood*. Fungsi *ln-likelihood* dapat ditulis dalam bentuk

$$l = \ln L(\boldsymbol{\beta}) \tag{2.62}$$

Nilai parameter $\boldsymbol{\beta}$ dapat diperoleh dengan memaksimalkan fungsi peluang. Hal tersebut dapat dilakukan dengan mencari turunan parsial pertama

dari fungsi *likelihood*nya terhadap setiap parameternya dengan langkah-langkah sebagai berikut (Fitriyah, 2017):

1. Nilai $\hat{\beta}$ diperoleh dari derivatif pertama jika

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \ln L(\beta) |_{\beta=\hat{\beta}} = 0 \quad (2.63)$$

2. Nilai $\hat{\beta}$ dikatakan memaksimumkan $L(\beta)$ jika

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 \beta} \ln L(\beta) |_{\beta=\hat{\beta}} < 0 \quad (2.64)$$

2.10 Metode Iterasi *Newton Raphson*

Metode iterasi *Newton Raphson* digunakan apabila dalam proses estimasi parameter didapat persamaan akhir yang nonlinier, maka tidak mudah memperoleh estimasi parameter tersebut, sehingga diperlukan suatu metode numerik untuk memecahkan persamaan nonlinier tersebut. Metode *Newton Raphson* adalah metode untuk menyelesaikan persamaan nonlinier secara *iterative* seperti persamaan *likelihood* yang mencari lokasi yang memaksimalkan suatu fungsi. Menurut Agresti (2002), metode iterasi *Newton Raphson* dapat ditulis:

$$\hat{\beta}^{m+1} = \hat{\beta}^m - (H^m)^{-1} g^m \quad (2.65)$$

Dimana H merupakan matriks Hessian dan g merupakan vektor gradien.

Persamaan (2.65) jika dinyatakan dengan matriks sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^{m+1} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1^{m+1} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k^{m+1} \end{bmatrix} \text{ dan } \hat{\beta}^m = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1^m \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k^m \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_1 \beta_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_k \beta_1} & \dots & \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_k^2} \end{bmatrix} \text{ dan } g = \begin{bmatrix} \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_k} \end{bmatrix}$$

Algoritma yang digunakan sebagai berikut:

1. Menentukan taksiran awal dari yang diperoleh dari metode kuadrat terkecil (OLS)
2. Mencari matriks hessian $\mathbf{H}^{(0)}$ dan vektor gradien $\mathbf{g}^{(0)}$
3. Selanjutnya untuk $m > 0$ menggunakan persamaan (2.65) yaitu

$$\boldsymbol{\beta}^{(1)} = \boldsymbol{\beta}^{(0)} - (\mathbf{H}^{(0)})^{-1} \mathbf{g}^{(0)}$$

Nilai $\boldsymbol{\beta}^{(1)}$ digunakan untuk mencari $\mu_{(1)}$ sehingga diperoleh nilai $\mathbf{g}^{(1)}$ dan $\mathbf{H}^{(1)}$ kemudian diperoleh nilai $\boldsymbol{\beta}^{(2)}$, begitu seterusnya sampai mencapai konvergen. Iterasi dikatakan konvergen jika $|\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(m)}| < \varepsilon$.

2.11 Pemilihan Model Terbaik

Akaike Information Criterion adalah salah satu metode yang digunakan untuk memilih model terbaik yang didefinisikan sebagai berikut

$$AIC_i = -2 \ln(L(\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i), \hat{\gamma}_p, \hat{k})) + 2k \quad (2.66)$$

dimana $\ln(L(\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i), \hat{\gamma}_p, \hat{k}))$ merupakan nilai *maximum likelihood* model, ditentukan dengan menyesuaikan parameter bebas k untuk memaksimalkan peluang model dari data yang diamati. Model terbaik adalah model dengan nilai AIC terkecil (Akaike, 1973).

2.12 Difteri

Difteri adalah penyakit menular akut yang disebabkan oleh toksin dari bakteri *Corynebacterium Diphtheriae*. Bakteri tersebut dapat mengeluarkan zat racun yang kan menimbulkan kematian mendadak dan kelumpuhan saraf-saraf tepi. Menurut WHO (2013) penyakit ini ditandai dengan terbentuknya lapisan

yang khas pada selaput lender saluran pernafasan dan bila mengenai laring atau trakea dapat menyebabkan ngorok (*stridor*) dan penyumbatan. Toksin difteri menyebabkan paralisis otot dan miokarditis yang berhubungan dengan angka kematian.

Pada tahun 2011 Indonesia merupakan negara tertinggi kedua setelah India yaitu 806 kasus. Jumlah ini meningkat dibandingkan dengan tahun 2010 dimana Indonesia juga merupakan negara tertinggi kedua dengan kasus difteri yaitu 385 kasus. Pada tahun 2009 sebanyak 189 kasus, dan 219 kasus pada tahun 2008. Sedangkan kasus difteri tertinggi pertama di dunia tahun 2011 yaitu India dengan 3485 kasus. Di Asia Tenggara pada tahun 2011 Indonesia menduduki peringkat kedua dengan 806 kasus setelah India. Pada tahun 2010, Indonesia negara kedua tertinggi dengan 432 kasus difteri (WHO, 2012).

2.12.1 Faktor Resiko Difteri

Menurut Lestari (2012) faktor resiko terjadinya difteri dibedakan menjadi 4 faktor. Penyebab yang selalu menimbulkan penyakit disebut *sufficient factor*, sedangkan untuk terjadinya proses penyakit disebut *necessary factor*. Peran faktor penyebab penyakit dapat dikelompokkan sebagai berikut:

- 1) Faktor prediposisi (*predisposing factor*): umur, jenis kelamin, dan penyakit yang telah atau pernah diderita memberikan kepekaan terhadap agen penyakit tertentu.
- 2) Faktor yang mempermudah (*enabling factor*): penghasilan rendah, gizi rendah, perumahan tidak sehat, dan akses rendah ke pelayanan kesehatan, dan hal-hal yang memungkinkan proses terjadinya penyakit.

- 3) Faktor pendorong (*precipitating factor*): pemaparan dengan agen penyakit atau substansi yang mengganggu kesehatan akan memulai proses terjadinya penyakit.

Manusia merupakan reservoir tunggal sumber penularan utama *Corynebacterium diphtheria*. Menurut Notoatmodjo (1997) bahwa seorang karier:

- a. Jumlah karier pada penderita difteri lebih banyak dibandingkan dengan jumlah penderita itu sendiri.
 - b. Karier maupun orang yang potensial ditulari sama sekali tidak tahu bahwa mereka menderita penyakit
 - c. Karier tidak menurun kesehatannya sehingga masih dapat melakukan pekerjaan sehari-hari
 - d. Karier mungkin sebagai sumber infeksi untuk jangka waktu yang relatif lama.
- 4) Faktor penguat (*reinforcing factor*): pemaparan yang berulang-ulang atau kerja keras, kehamilan akan memperberat penyakit yang sudah berproses.

Selain faktor resiko, berikut ini beberapa faktor yang mempengaruhi difteri:

a. Status Imunisasi

Pengembangan Program Imunisasi (PPI) mewajibkan pemberian Difteri Pertusis Tetanus (DPT) untuk dosis pertama pada usia 2-4 bulan, pemberian DPT ke-2 pada usia 3-5 bulan, dan pemberian DPT ke-3 pada usia 4-6 bulan dengan interval antara pemberian pertama, kedua, dan ketiga minimal 4 minggu. Pemberian DPT berikutnya saat anak masuk sekolah dasar kelas I (DT) dan kelas II, kelas III (TD) dengan program Bulan Imunisasi Anak Sekolah (BIAS). Dalam

10 tahun setelah dosis pemberian DPT ke-3, umumnya terjadi penurunan titer antitoksin dan beraa di bawah iter optimal, untuk itu pemberian difteri toksoid dapat diberikan bersama-sama dengan tetanus toksoid (Kementerian Kesehatan, 2012)

b. Lingkungan Fisik Rumah

Lingkungan tempat tinggal juga mempengaruhi difteri, diantaranya yaitu pencahayaan alami, ventilasi rumah, kepadatan hunian, jenis dinding dan jenis lantai rumah. Menurut Lestari (2012) *Corynebacterium diphtheriae*, dibandingkan dengan kuman lain yang tidak berspora lebih tahan terhadap pengaruh cahaya. Sinar matahari langsung dapat membunuh bakteri ini selama beberapa jam. Bakteri tersebut juga dapat mati apabila terkena sinar matahari kurang lebih 3 jam.

Ventilasi rumah berfungsi antara lain menjaga aliran udara di dalam rumah tetap segar dan membebaskan udara ruangan dari bakteri. Menurut Winslow setiap gram debu jalanan mengandung kira-kira 50 juta bakteri, sedangkan debu yang terdapat dalam ruangan biasaya mengandung 5 juta bakteri per gram. Jumlah bakteri akan bertambah jika di dalam rumah terdapat sumbernya, misalnya penderita TBC, influenza, ataupun luka terbuka bernanah.

Menurut Notoatmodjo (1997), kepadatan hunian ruang tidur juga mempengaruhi difteri, persyaratan kesehatan perumahan ditetapkan bahwa luas kamar tidur minimal 8m^2 dan tidak dianjurkan untuk lebih dari 2 orang tidur. Jenis dinding rumah yang baik adalah tembok yang disertai dengan ventilasi yang cukup, sedangkan jenis lantai rumah yang sehat adalah jenis lantai yang tidak berdebu pada musim kemarau dan tidak basah pada musim hujan.

c. Sumber Penularan

Difteri merupakan penyakit menular akut yang disebabkan oleh *Corynebacterium diphtheriae* yang dapat ditularkan oleh penderita difteri ataupun karier. Karier adalah orang yang mengandung agen penyebab infeksi difteri tetapi tidak menunjukkan gejala klinis yang dapat dilihat namun menularkan penyakit kepada orang lain. Karier merupakan sumber penularan yang berbahaya karena tidak dikenal dan bersifat *silent* (Fakultas Kedokteran UI, 2006)

d. Mobilitas

Terjadinya epidemik pada suatu daerah yang sudah lama bebas dari penyakit difteri dapat ditimbulkan karena adanya penderita atau kariernya yang datang dari luar, atau mutasi dari jenis non virulen menjadi virulen. Kasus difteri dilaporkan di London yaitu seorang wanita yang sebelumnya berpergian dari India terserang difteri faring dan difteri kulit. Di New Zealand kejadian difteri pertama kali selama kurun waktu 19 tahun terjadi pada anak yang berusia 32 bulan. Hal ini kemungkinan tertular dari ayahnya yang memiliki lesi di kulit dan sebelumnya telah berpergian dari Bali (Lestari, 2012).

e. Pengetahuan, Sikap, dan Tindakan

Menurut Lestari (2012), pengetahuan merupakan salah satu faktor yang dapat memudahkan dalam mempengaruhi seseorang berperilaku positif atau negatif dalam hidupnya. Sebagian besar pengetahuan diperoleh melalui indera baik dari diri sendiri maupun dari orang lain. Pengetahuan yang baik seperti mengetahui tentang imunisasi, manfaat imunisasi, dan penyakit difteri.

Sikap merupakan keyakinan pada setiap individu yang seringkali dipengaruhi oleh perasaan, sehingga dapat menentukan perilaku tertentu. Salah

satu aspek penting untuk memahami sikap manusia adalah mengungkapkan atau pengukuran yang berkaitan dengan sikap itu sendiri. Pengukuran sikap diperlukan karena salah satu variabel seseorang dalam praktiknya misalnya ibu setuju/tidak setuju anak diimunisasi, ibu setuju/tidak setuju anak kontak dengan penderita difteri.

Perilaku adalah semua kegiatan manusia baik dapat diamati maupun tidak langsung oleh orang lain, sehingga perilaku memiliki peranan penting dalam kaitannya kejadian penyakit. Menurut Notoatmodjo (2000), perilaku manusia dibagi dalam tiga ranah yaitu pengetahuan, sikap, dan tindakan. Tindakan adalah reaksi konkrit seseorang terhadap obyek (Lestari, 2012).

2.12.2 Hubungan Antara Faktor Resiko dengan Kejadian Difteri

Saikia, dkk (2009) dalam penelitiannya pada kejadian luar biasa difteri di India didapatkan adanya perubahan epidemiologi difteri dan kurangnya pertahanan antibodi pada penderita yang berusia di atas 5 tahun. Rata-rata usia penderita pada KLB difteri adalah 21 tahun. Menurut Booy, dkk (2005), penelitian di London mengenai imunitas diperoleh menurunnya imunitas pasif alami yang berasal dari ibu akan membentuk imunitas yang baik. Keadaan ini diperoleh dengan imunisasi secara teratur dan sesuai jadwal. Dengan imunisasi DPT lengkap dapat mencegah terjadinya penyakit difteri, pertusis dan tetanus (Lestari, 2012).

Penelitian yang dilakukan oleh Sitohang (2002) tentang pengaruh kepadatan serumah terhadap kejadian difteri pada KLB difteri di Cianjur didapatkan hasil kepadatan serumah, status imunisasi, dan status gizi memiliki hubungan bermakna terhadap kejadian difteri. Pada penelitian yang dilakukan Rusli (2003) tentang pengaruh status imunisasi terhadap kejadian difteri pada

KLB difteri di Cianjur diperoleh bahwa status imunisasi dan status gizi memiliki hubungan bermakna dengan kejadian difteri. Penelitian yang dilakukan Kartono (2007) tentang hubungan lingkungan rumah dengan kejadian difteri pada KLB difteri di Tasikmalaya dan Garut diperoleh hasil status imunisasi, kepadatan hunuan tempat tidur, kelembaban dalam rumah, jenis lantai rumah, sumber penularan, dan pengetahuan ibu memiliki hubungan dengan terjadinya difteri (Lestari, 2012).

2.13 Pencegahan Penyakit dalam Pandangan Islam

Pencegahan merupakan tindakan preventif untuk menghindari terhadap segala hal yang tidak diinginkan atau bahkan merugikan jika hal itu terjadi. Jika disandarkan dengan kata penyakit, pencegahan penyakit berarti upaya-upaya yang bisa dilakukan untuk menghindari munculnya penyakit.

Islam memiliki kaidah “ الوقاية خير من العلاج “ yang berarti “mencegah lebih baik daripada mengobati” serta teori hukum Islam yang dipakai oleh ulama mazhab dalam penetapan hukum adalah *sadd al-dzari'ah*, yaitu menutup peluang terjadinya akibat buruk atau tindakan preventif atas dampak yang ditimbulkan. Dengan demikian, dalam perspektif hukum Islam, pencegahan penyakit hukumnya wajib untuk merealisasikan tujuan yang lebih besar, yakni kemaslahatan dan kesehatan yang baik (Sholeh, A.N, 2015).

Sebelum Penyakit jasmani itu menyerang tubuh, maka juga terdapat upaya-upaya pencegahan yang telah diajarkan Rosullulloh, diantaranya yaitu

a. Menjaga kebersihan makanan, badan, pakaian dan tempat tinggal

Sabda Rasulullah, *“Kebersihan adalah sebagian dari iman”*. Hadits tersebut menjadi dasar yang sangat kuat bahwa Islam sangat mementingkan urusan ini. Hampir tidak dijumpai agama selain Islam yang begitu detail mengatur masalah kebersihan badan, pakaian dan tempat tinggal. Diantara upaya untuk menjaganya yaitu:

1) Menjaga makanan dari kotoran

Rosululloh telah mengajarkan tentang adab ketika makan, bahwa tangan yang digunakan untuk makan dan membersihkan kemaluan tidak sama. Diriwayatkan dari Aisyah ra. Ia berkata, *“Tangan Rosululloh yang kanan digunakan untuk bersuci dan makan, sangkan yang kiri digunakan untuk buang air besar dan hal-hal yang mengganggu.”*

Rosululloh juga bersabda:

” Wahai Anak Adam! Ucapkanlah Bismillah, makanlah dengan tangan kanan, dan makanlah makanan yang dekat denganmu.”

Dari Abu Qudhofah, Rosululloh bersabda:

“Jika salah seorang dari kalian minum, maka janganlah ia bernafas didalam gelas”

Sesuai dengan pembuktian ilmiah, bakteri dapat masuk dalam tubuh manusia melalui makanan atau minuman yang masuk dalam tubuh. Untuk itu, sangat penting menjaga makanan agar tidak terkontaminasi dengan bakteri (Hikmah, 2015).

2) Menjaga lingkungan dari polusi

Beberapa objek yang dapat terkena polusi, diantaranya yaitu air, tanah, udara. Jika lingkungan sudah dipenuhi polusi, maka akan menjadi sumber bibit penyakit, diantaranya influenza, hepatitis, cacar, dan lain-lain.

Rosululloh bersabda: *”Apabila salah seorang dari kamu menguap, hendaklah ia meletakkan kedua tangannya di mulutnya, karena sesungguhnya setan akan masuk pada saat menguap.”*

Dari Abu Hurairah, Rasulullah bersabda bahwa apabila bersin, beliau menutup wajahnya dengan kedua tangannya atau pakaiannya, dan menekan suara dengannya.

Dari Ibnu Abbas, Rasulullah bersabda bahwa beliau dilarang bernafas atau meniup di dalam bejana.

Nabi juga melarang kencing di air yang diam, melarang orang yang baru bangun tidur memasukkan tangannya ke dalam bejana sebelum dia mencucinya tiga kali.

Rosululloh bersabda:

”Apabila salah seorang dari kalian bangun tidur, janganlah ia menyelupkan tangannya didalam bejana sebelum mencucinya tiga kali, karena ia tidak tahu dimanakah tangannya itu berada semalam.”

”Janganlah salah seorang dari kalian kencing di air diam yang tidak mengalir, kemudian mandi di dalamnya.”

Dari hadis-hadis itu dibuktikan dengan pembuktian ilmiah bahwa bakteri dapat menular melalui air, udara, dan tanah. Individu harus mengetahui

bagaimana menjaga diri agar tidak terkena penyakit karena bakteri-bakteri berbahaya itu (Hikmah, 2015).

b. Menjalani pola hidup Islami

Seperti anjuran Rasulullah untuk berolahraga, makan ketika lapar dan berhenti makan sebelum kenyang, tidur lebih awal dan bangun lebih pagi, dan lain-lain. Rosululloh juga mengajarkan pola makan dan minum yang baik.

Rasululloh bersabda:”*Seseorang tidaklah mengisi kantong yang lebih buruk daripada perutnya. Cukuplah bagi seseorang itu beberapa suap makanan, yang bisa menegakkan tulang punggungnya. Jika harus makan banyak, maka maksimal sepertiga untuk makanannya, sepertiga untuk minumannya, dan sepertiga untuk nafasnya.*”

1. Memiliki adab ketika makan atau minum

Mengikuti adap dan tata cara yang baik ketika makan atau minum telah dicontohkan Rosul, diantaranya tidak makan atau minum sambil berdiri, tidak makan atau minum yang sangat panas, tidak minum ketika sedang makan, tidak mencela makanan dan yang lainnya.

Rasululloh bersabda:” Aku tidak akan makan sambil bersandar”

Dalam uji penelitian, makan dengan bersandar kesamping itulah yang berbahaya, karena bisa menghalangi proses masuknya makanan secara alami dalam kondisi yang wajar. Sehingga akan sulit mencapai lambung, bahkan bisa berakibat menekan lambung, sehingga lambung tidak siap menerima makanan. Selain itu, Rosululloh juga menggunakan tiga jari ketika makan (Hikmah, 2015)

2. Olahraga yang cukup

Olah raga juga merupakan bentuk pencegahan terhadap penyakit. Dengan olah raga, maka akan mengeluarkan keringat. Perintah berolahraga terdapat dalam hadits Rasulullah Saw:

عن بكر بن عبد الله بن ربيع الأنصاري قال قال رسول الله صلى الله عليه وسلم علموا

أولادكم السباحة والرماية (الإصابة لابن حجر)

"Dari Bakr bin Abdillah bin Rabi' al-Anshary ia berkata: Rasulullah Saw. bersabda: "Ajarkanlah anak-anak kalian berenang dan memanah".

Menurut penelitian ilmiah, keringat merupakan racun-racun yang terpendam dalam tubuh juga pembakaran kalori-kalori yang berlebih. Jika racun itu dikeluarkan, maka tubuh akan sehat, dan sebaliknya, jika didiamkan dalam tubuh dan diendapkan, maka racun akan menumpuk dan tubuh akan rentan terhadap berbagai penyakit (Sholeh, A.N, 2015).

3. Mematikan lampu sebelum tidur

Seperti sabda Rosululloh: *"Jika kalian tidur, matikan lampu-lampu, tutuplah pintu-pintu, tutuplah kendi-kendi, dan tutuplah makan dan minuman."*

Dan saya kira beliau juga bersabda: *"meski hanya dengan setangkai kayu yang kau letakkan di atasnya."* (Hikmah, 2015)

c. Menghindari daerah wabah

Rasulullah pernah melarang para sahabat mendekati daerah yang terjangkit wabah penyakit menular. Larangan tersebut bertujuan agar penyakit menular tidak meluas ke daerah lain, sebagaimana sabdanya:

عن حبيب بن أبي ثابت قال سمعت إبراهيم بن سعد قال سمعت أسامة بن زيد يحدث سعدا عن

النبي صلى الله عليه وسلم قال: إِذَا سَمِعْتُ بِالطَّاعُونَ بِأَرْضٍ فَلَا تَدْخُلُوهَا وَإِذَا وَقَعَ بِأَرْضٍ وَأَنْتُمْ بِهَا

فَلَا تَخْرُجُوا مِنْهَا (رواه البخاري)

Dari Habib bin Abu Tsabit ia berkata: Saya mendengar Ibrahim bin Sa'd berkata: Saya mendengar Usamah bin Zaid berbincang dengan Sa'd tentang apa yang didengar dari nabi Saw bahwa beliau bersabda: "Bila kalian mendengar ada wabah penyakit di suatu daerah maka jangan masuk ke daerah wabah tersebut. Dan bila wabah tersebut telah terjadi di suatu daerah sedang kalian berada di situ, maka jangan keluar dari daerah tersebut". (HR. Bukhari).

Hadits tersebut menjelaskan dua hal, yaitu (1) seruan untuk menjauhi daerah terkena wabah penyakit untuk mencegah terjadinya penularan; (2) perihal karantina dan isolasi atas suatu wabah penyakit akan tidak terjadi penularan meluas, keluar dari daerah “endemik” (Sholeh, A.N, 2015).

d. Menjalankan ibadah-ibadah yang diperintahkan Allah

Dalam menjalankan ibadah-ibadah tersebut, terdapat banyak hikmah dan manfaat, termasuk di dalamnya hikmah dan manfaat kesehatan. Puasa sebagai contoh, adalah suatu ibadah yang telah dibuktikan memberi manfaat kesehatan bagi orang yang melaksanakannya. Diantaranya peristiwa yang terjadi ketika puasa yaitu Rekonstruksi sel-sel tubuh dan pembersihan tubuh dari Racun (Hikmah, 2015).

Sabda Rosululloh:

وَأَنْ تَصُومُوا خَيْرٌ لَكُمْ إِنْ كُنْتُمْ تَعْلَمُونَ

Artinya:” ... Dan berpuasa lebih baik bagimu jika kamu mengetahui.”

Selain berpuasa, wudhu, mandi.juga merupakan ibadah yang wajib dilakukan sebagai syarat syahnya ibadah. Semua itu bukan tanpa alasan, karena sholat dan wudhu terbukti memiliki manfaat terhadap kesehatan fisik. Begitu juga dalam sholat, bukan hanya sebagai ibadah sebagai bentuk kewaiban. Karena sholat merupakan olah raga-olah raga kecil. Hal ini disebut olah raga, karena gerakan-gerakan sholat ternyata mempunyai kemampuan tersendiri untuk kesehatan. Intinya, gerakan-gerakan itu dapat memperlancar peredaran darah.

Selain penjelasan di atas, pencegahan juga dapat dilakukan secara proaktif, yakni dengan "mempersenjatai" diri melalui upaya kekebalan (imunitas) tubuh dari serangan penyakit. Sebagaimana Hadis Nabi Saw:

عن سعد بن أبي وقاص يقول: سمعت رسول الله صلى الله عليه وسلم يقول: من تصبح بسبع تمرات عجوذة ذلك اليوم سم ولا سحر (رواه مسلم)

Dari Sa'd bin Abi Waqqash Ra. ia berkata: Saya mendengar Rasulullah Saw bersabda: "Barangsiapa makan tujuh butir kurma Madinah pada pagi hari, ia tidak akan terkena pengaruh buruk sihir atau racun". (HR. Muslim)

petunjuk Nabi Muhammad SAW tersebut menegaskan mengenai tindakan preventif secara proaktif, dengan jalan memakan tujuh butir kurma Madinah agar terhindar dari penyakit (Sholeh, A.N, 2015).

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan pendekatan studi literatur dan deskriptif kuantitatif. Pada studi literatur yaitu mengumpulkan bahan-bahan pustaka yang dibutuhkan penulis sebagai acuan dalam menyelesaikan penelitian, sedangkan pendekatan deskriptif kuantitatif yaitu menganalisis dan menyusun data yang sudah ada sesuai dengan kebutuhan penulis.

3.2 Sumber data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang bersumber dari Badan Pusat Statistik (BPS) dan tugas akhir dari Nandasari (2014). Jumlah lokasi penelitian ini adalah 29 kabupaten dan 9 kota di Provinsi Jawa Timur.

3.3 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan pada penelitian ini dibagi menjadi dua, yaitu variabel dependen (Y) dan variabel independen (X). Variabel dependennya adalah jumlah kasus KLB Difteri di Jawa Timur tahun 2012. Sedangkan untuk variabel independennya seperti pada tabel berikut:

Tabel 3.1 Pendefinisian Variabel Independen

Variabel	Keterangan
X_1	Persentase balita yang mendapat imunisasi DPT lengkap
X_2	Persentase rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS)
X_3	Persentase rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung
X_4	Persentase rumah sehat
X_5	Persentase pendidikan tertingga tamat sekolah dasar
X_6	Persentase Kepadatan penduduk
X_7	Persentase Sarana kesehatan (Puskesmas)

3.4 Analisis Data

3.4.1 Estimasi Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan pembobot Adaptive Bisquare Kernel

Langkah-langkah estimasi model MGWNBR sebagai berikut:

1. Menentukan model MGWNBR
2. Menentukan fungsi *likelihood* dan *ln likelihood* dari model MGWNBR.
3. Memberikan pembobot *adaptive bisquare* kernel pada fungsi *ln likelihood*.
4. Menentukan turunan pertama dari fungsi *ln likelihood* yang terboboti untuk membentuk vektor gradien.
5. Menentukan turunan kedua dari fungsi *ln likelihood* yang terboboti untuk membentuk matriks Hessian.
6. Iterasi *Newton-Raphson*

3.4.2 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Menggunakan MGWNBR

Langkah-langkah dalam pemodelan jumlah kasus Difteri di Jawa Timur menggunakan MGWNBR sebagai berikut:

1. Melakukan analisis deskriptif terhadap variabel dependen dan variabel independen.
2. Melakukan pengujian multikolinearitas dengan melihat nilai koefisien korelasi antar variabel dan nilai VIF.
3. Memodelkan dengan regresi Poisson.
4. Memodelkan dengan regresi binomial negatif.
5. Melakukan pengujian spasial, yaitu:
 - a. Uji heterogenitas spasial
 - b. Uji dependensi spasial
6. Memodelkan dengan GWNBR dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Menentukan u_i dan v_i berdasarkan garis lintang selatan dan garis bujur timur untuk setiap kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur.
 - b. Menghitung jarak *Euclidean* antar lokasi pengamatan.
 - c. Mendapatkan *bandwidth* optimum untuk setiap lokasi pengamatan dengan menggunakan *CV* minimum.
 - d. Menghitung matriks pembobot menggunakan fungsi *Adaptive Bisquare Kernel*.
 - e. Mengestimasi parameter model GWNBR.
7. Uji variabilitas spasial pada model GWNBR untuk klasifikasi variabel global dan variabel lokal.
8. Memodelkan dengan MGWNBR.
9. Menentukan model terbaik.
10. Interpretasi, pemetaan dan menarik kesimpulan.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Model Model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (MGWNBR) dengan Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*

4.1.1 Model MGWNBR

Model MGWNBR merupakan perluasan dari model GWNBR yang mengkombinasikan antara parameter yang bersifat lokal dan parameter yang bersifat konstan terhadap lokasi pengamatan. Model MGWNBR juga merupakan perkembangan dari model MGWPR, dimana pada model MGWNBR dapat mengatasi keadaan overdispersi, sedangkan dalam model MGWPR harus memenuhi kondisi equidispersi. Keduanya sama-sama digunakan untuk menganalisis hubungan variabel respon yang berupa data diskrit dengan variabel prediktor berupa diskrit, kontinu, maupun kategori. Model MGWPR terdapat pada persamaan (2.60) dengan $Y_i \sim \text{Poisson}$, maka model MGWNBR dengan $Y_i \sim \text{Negative Binomial}$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$y_i = \exp \left(\sum_{j=0}^{q^*} \beta_j(u_i, v_i) x_{ij} + \sum_{p=q^*+1}^q \gamma_p x_{ip} + \varepsilon_i \right) \quad (4.1)$$

Model MGWNBR pada persamaan di atas dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_1 &= \exp(\beta_0(u_1, v_1) + \beta_1(u_1, v_1)x_{11} + \dots + \beta_{q^*}(u_1, v_1)x_{1q^*} + \gamma_p x_{1p} \\ &\quad + \gamma_{p+1}x_{2(p+1)} + \dots + \gamma_q x_q + \varepsilon_1) \\ y_2 &= \exp(\beta_0(u_2, v_2) + \beta_1(u_2, v_2)x_{21} + \dots + \beta_{q^*}(u_2, v_2)x_{2q^*} + \gamma_p x_{2p} \\ &\quad + \gamma_{p+1}x_{2(p+1)} + \dots + \gamma_q x_{2q} + \varepsilon_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \vdots \\
 y_n &= \exp(\beta_0(u_n, v_n) + \beta_1(u_n, v_n)x_{n1} + \cdots + \beta_{q^*}(u_n, v_n)x_{nq^*} + \gamma_{q^*+1}x_{n(q^*+1)} \\
 & \quad + \gamma_{q^*+2}x_{n(q^*+2)} + \cdots + \gamma_q x_{nq} + \varepsilon_n)
 \end{aligned}$$

Dalam model binomial negatif, Y_i adalah variabel yang berupa data cacah sehingga Y_i merupakan bilangan bulat non-negatif, maka nilai ekspektasi dari Y_i juga tidak mungkin negatif. Berdasarkan persamaan di atas hal tersebut menjadi sesuatu yang bertentangan karena nilai untuk $\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \beta_1(u_i, v_i)x_{2i} + \cdots + \beta_{q^*}(u_i, v_i)x_{q^*i} + \gamma_p x_{pi} + \gamma_{p+1}x_{(p+1)i} + \cdots + \gamma_q x_{qi}$ adalah kontinu pada interval $(-\infty, \infty)$. Untuk mengatasi hal yang bertentangan tersebut, maka digunakan sebuah fungsi penghubung (η) yang menghubungkan antara *fitted value* (μ_i) dengan prediktor linier. Berdasarkan persamaan (2.21), maka model MGWNBR memiliki fungsi penghubung yaitu

$$\begin{aligned}
 \eta_i &= \ln(y_i) \\
 &= \beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \beta_1(u_i, v_i)x_{2i} + \cdots \\
 & \quad + \beta_{q^*}(u_i, v_i)x_{q^*i} + \gamma_p x_{pi} + \gamma_{p+1}x_{(p+1)i} + \cdots \\
 & \quad + \gamma_q x_{qi} + \varepsilon_i
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

dengan menggunakan pendekatan matriks, maka persamaan di atas dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \ln y_1 \\ \ln y_2 \\ \vdots \\ \ln y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} &= \begin{bmatrix} \beta_0(u_1, v_1) & \beta_1(u_1, v_1) & \cdots & \beta_{q^*}(u_1, v_1) \\ \beta_0(u_2, v_2) & \beta_1(u_2, v_2) & \cdots & \beta_{q^*}(u_2, v_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0(u_n, v_n) & \beta_1(u_n, v_n) & \cdots & \beta_{q^*}(u_n, v_n) \end{bmatrix}_{n \times (q^*+1)} \\
&\otimes \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1q^*} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2q^*} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nq^*} \end{bmatrix}_{n \times (q^*+1)} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} x_{1p} & x_{1(p+1)} & \cdots & x_{1q} \\ x_{2p} & x_{2(p+1)} & \cdots & x_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{np} & x_{n(p+1)} & \cdots & x_{nq} \end{bmatrix}_{n \times (q-q^*)} \begin{bmatrix} \gamma_{pi} \\ \gamma_{p+1} \\ \vdots \\ \gamma_q \end{bmatrix}_{(q-q^*) \times 1} \\
&+ \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Perbedaan dari model MGWNBR dengan GWNBR pada variabel prediktornya yaitu pada model MGWNBR variabel prediktor X dipartisi menjadi dua bagian yaitu variabel prediktor dengan koefisien lokal dengan variabel prediktor dengan koefisien global. Berikut partisi dari vektor x .

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{q^*} \\ x_{q^*+1} \\ x_{q^*+2} \\ \vdots \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{q^*} \\ x_p \\ x_{p+1} \\ \vdots \\ x_q \end{bmatrix}$$

Sehingga partisi dari vektor x_i

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} 1 \\ x_{1i} \\ x_{2i} \\ \vdots \\ x_{q^*i} \end{bmatrix}_{(q^*+1) \times 1} \quad \text{dan} \quad \mathbf{x}_i^* = \begin{bmatrix} x_{pi} \\ x_{p+1,i} \\ \vdots \\ x_{qi} \end{bmatrix}_{(q-q^*) \times 1}$$

Sehingga model MGWNBR pada persamaan (4.3) dapat dibentuk menjadi:

$$\ln \mathbf{y} = (\boldsymbol{\beta}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \otimes \mathbf{x}^T) \mathbf{1} + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.4)$$

Persamaan (4.4) di selesaikan secara parsial untuk mencari nilai $\beta(u_i, v_i)$, k_i dan γ . Misalkan diasumsikan nilai ekspektasi untuk Y_i adalah $E(Y_i | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, \dots, X_{ki} = x_{ki}) = \mu_i$ dan $E(\varepsilon_i | X_i) = 0$ maka diperoleh

$$\mu_i = E(Y_i | X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, \dots, X_{ki} = x_{ki}) = \sum_{j=0}^{q^*} \beta_j(u_i, v_i) x_{ij} + \sum_{p=q^*+1}^q \gamma_p x_{ip}$$

Sehingga didapatkan,

$$\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \boldsymbol{\gamma}) \quad (4.5)$$

Dimana Y_i diasumsikan berdistribusi binomial negatif, sehingga pada persamaan (4.5) terdapat tiga parameter yang tidak diketahui yaitu, $\beta(u_i, v_i)$, γ dan parameter dispersi (k_i). γ merupakan koefisien prediktor variabel global.

4.1.2 Fungsi Likelihood dan ln likelihood Model MGWNBR

Selanjutnya untuk mencari nilai β, γ dan parameter dispersi yang dipengaruhi oleh letak geografis menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan

$$E(Y_i) = \mu_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \boldsymbol{\gamma})$$

Langkah selanjutnya yaitu membuat fungsi *likelihood* untuk model MGWNBR. Fungsi *likelihood* model MGWNBR berdasarkan pada fungsi probabilitas dari distribusi binomial negatif campuran Poisson-Gamma yang terdapat pada persamaan (2.15) dan (2.16), sehingga fungsi *likelihood* untuk model MGWNBR dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
L(\beta, \gamma, k_i) &= \prod_{i=1}^n f(\beta, \gamma, k_i) \\
&= \prod_{i=1}^n \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{k_i}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k_i}\right) y_i!} \left(\frac{\mu_i}{\mu_i + \frac{1}{k_i}}\right)^{y_i} \left(\frac{\frac{1}{k_i}}{\mu_i + \frac{1}{k_i}}\right)^{\frac{1}{k_i}} \quad (4.6)
\end{aligned}$$

Berdasarkan teorema fungsi gamma pada persamaan (2.26), maka persamaan (4.6) dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned}
L(\beta(u_i, v_i), \gamma, k_i) &= \prod_{i=1}^n \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{k_i}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k_i}\right) y_i!} \left(\frac{\mu_i}{\mu_i + \frac{1}{k_i}}\right)^{y_i} \left(\frac{\frac{1}{k_i}}{\mu_i + \frac{1}{k_i}}\right)^{\frac{1}{k_i}} \\
&= \prod_{i=1}^n \left\{ \left(\left(\frac{1}{k_i}\right)^{y_i} \prod_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) \left(\frac{1}{y_i!}\right) \left(\frac{k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{k_i \mu_i + 1}\right)^{\frac{1}{k_i}} \right\} \\
&= \prod_{i=1}^n \left\{ \left(\prod_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) \left(\frac{1}{y_i!}\right) \left(\frac{1}{k_i}\right)^{y_i} \left(\frac{k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{k_i \mu_i + 1}\right)^{\frac{1}{k_i}} \right\} \\
&= \prod_{i=1}^n \left\{ \left(\prod_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) \left(\frac{1}{y_i!}\right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{k_i \mu_i + 1}\right)^{\frac{1}{k_i}} \right\} \quad (4.7)
\end{aligned}$$

Selanjutnya fungsi *likelihood* untuk pengamatan lokasi ke- i diubah ke dalam fungsi \ln *likelihood* untuk membantu mempermudah perhitungan memaksimumkan fungsi *likelihood* dalam mencari parameter $\beta_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \dots, \beta_{q^*}(u_i, v_i), \gamma_p, \gamma_{p+1}, \dots, \gamma_q$ dan k_i . Fungsi \ln *likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& l(\beta(u_i, v_i), \gamma, k_i) \\
&= \ln L(\beta(u_i, v_i), \gamma, k_i) \\
&= \ln \prod_{i=1}^n \left\{ \left(\prod_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) \left(\frac{1}{y_i!} \right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right)^{y_i} \left(\frac{1}{k_i \mu_i + 1} \right)^{\frac{1}{k_i}} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) + \ln \left(\frac{1}{y_i!} \right) + \ln \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right)^{y_i} + \ln \left(\frac{1}{k_i \mu_i + 1} \right)^{\frac{1}{k_i}} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) + \ln(1) - \ln(y_i!) + \ln(\mu_i)^{y_i} - \ln(k_i \mu_i + 1)^{y_i} \right. \\
&\quad \left. + \ln(1)^{\frac{1}{k_i}} - \ln(k_i \mu_i + 1)^{\frac{1}{k_i}} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) - \ln(y_i!) + y_i \ln(\mu_i) - y_i \ln(k_i \mu_i + 1) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{k_i} \ln(k_i \mu_i + 1) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) - \ln(y_i!) + y_i \ln(\mu_i) - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(k_i \mu_i + 1) \right\} \quad (4.8)
\end{aligned}$$

dengan

$$\mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \dots + \beta_q(u_i, v_i)x_{qi} + \gamma_p x_{pi} + \dots + \gamma_q x_{qi})$$

Kemudian misalkan:

$$a = \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) - \ln(y_i!)$$

$$b = y_i \ln(\mu_i)$$

$$= y_i (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \boldsymbol{\gamma})$$

$$c = \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(k_i \mu_i + 1)$$

Jadi

$$l(\beta(u_i, v_i), \gamma, k_i) = \sum_{i=1}^n (a + b - c) \quad (4.9)$$

4.1.3 Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel* pada Model MGWNBR

Pembobot memiliki peranan penting pada data spasial, karena nilai suatu pembobot merupakan perwakilan dari lokasi dimana masing-masing data diambil. Informasi mengenai suatu lokasi dapat direpresentasikan oleh sebuah titik koordinat, seperti garis lintang dan garis bujur.

Pada model regresi global, fungsi pembobot spasial adalah 1 untuk setiap lokasi pengamatan, sehingga parameter yang sama akan diperoleh pada setiap pengamatan, atau disebut juga global parameter. Salah satu pembentukan matriks pembobot yang berdasarkan kelokalan adalah dengan cara mengeluarkan pengamatan yang memiliki jarak dari lokasi pengamatan ke- i lebih besar dari suatu nilai d . Fungsi pembobotnya adalah sebagai berikut:

$$W_j(u_i, v_i) = \begin{cases} 1 & , \text{ untuk } d_{ij} \leq d \\ 0 & , \text{ untuk lainnya} \end{cases} \quad (4.10)$$

dimana d_{ij} adalah jarak *Euclidean* antara lokasi pengamatan ke- i dengan lokasi pengamatan ke- j .

Penggunaan fungsi di atas akan menyederhanakan pembentukan model, karena hanya sebagian data saja yang digunakan untuk membentuk model, yaitu yang memiliki jarak dari lokasi pengamatan ke- i lebih kecil daripada d . Fungsi pembobot tersebut memiliki masalah diskontinuitas, yaitu parameter yang dihasilkan dapat berubah secara drastis ketika lokasi pengamatan berubah.

Salah satu mengatasi masalah diskontinuitas pada pembobot adalah dengan cara membentuk w_{ij} sebagai fungsi kontinu dari d . Salah satu alternatif fungsi pembobot adalah fungsi adaptif *kernel Bisquare* seperti persamaan (2.41) yaitu:

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h_i}\right)^2\right)^2 & , \text{ untuk } d_{ij} \leq h_i \\ 0 & , \text{ untuk lainnya} \end{cases}$$

yang merupakan fungsi pembobot yang kontinu sampai jarak sejauh h dari lokasi pengamatan ke- i dan bernilai nol untuk lokasi data yang memiliki jarak lebih besar daripada h . Pada penelitian ini menggunakan fungsi kernel *adaptif bisquare kernel* yang memiliki *bandwidth* berbeda pada masing-masing lokasi pengamatan. *Bandwidth* tersebut menunjukkan jumlah atau proporsi dari observasi untuk dimasukkan pada estimasi regresi pada lokasi pengamatan ke- i .

Dengan pembobot setiap lokasi (u_i, v_i) yang diberikan, maka diperoleh fungsi *ln likelihood* sebagai berikut:

$$l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i) = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i)(a + b - c) \quad (4.11)$$

4.1.4 Turunan Pertama dari Fungsi *ln likelihood*

Untuk mendapatkan taksiran $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$, $\hat{\boldsymbol{\gamma}}$, dan \hat{k}_i maka fungsi *ln likelihood* diturunkan terhadap masing-masing parameter yang bersesuaian untuk membentuk vektor gradien.

a. Turunan pertama terhadap $\beta_0(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{\partial a}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} + \frac{\partial b}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} - \frac{\partial c}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \right)$$

Maka,

$$\frac{\partial a}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) - \ln(y_i!) \right) = 0$$

$$\frac{\partial b}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} (y_i \mu_i) = y_i$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial c}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \left(\left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(k_i \mu_i + 1) \right) \\
&= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{\partial}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \ln(k_i \mu_i + 1) \\
&= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1}
\end{aligned}$$

dengan,

$$\mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \dots + \beta_{q^*}(u_i, v_i)x_{q^*i} + \gamma_p x_{pi} + \dots + \gamma_q x_{qi})$$

sehingga,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{\partial a}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} + \frac{\partial b}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} - \frac{\partial c}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(0 + y_i - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i k_i \mu_i + y_i - y_i k_i \mu_i - \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i - \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right)
\end{aligned}$$

Turunan pertama terhadap $\boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{\partial a}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} + \frac{\partial b}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} - \frac{\partial c}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \right) \\
\frac{\partial a}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} &= \frac{\partial}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) - \ln(y_i!) \right) = 0 \\
\frac{\partial b}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} &= \frac{\partial}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} (y_i \mu_i) = y_i x_{1i}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial c}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} &= \frac{\partial}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \left(\left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(k_i \mu_i + 1) \right) \\
&= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{\partial}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \ln(k_i \mu_i + 1) \\
&= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{x_{1i} k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1}
\end{aligned}$$

Jadi,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{\partial a}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} + \frac{\partial b}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} - \frac{\partial c}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(0 + y_i x_{1i} - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{x_{1i} k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i x_{1i} k_i \mu_i + y_i x_{1i} - y_i x_{1i} k_i \mu_i - \mu_i x_{1i}}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{1i} (y_i - \mu_i)}{k_i (\mu_i) + 1} \right) = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{1i} (y_i - \mu_i)}{k_i \mu_i + 1} \right)
\end{aligned}$$

Jadi, secara umum turunan pertama terhadap β_j untuk $j = 1, 2, 3, \dots, q^*$

adalah sebagai berikut

$$\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{\partial a}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} + \frac{\partial b}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} - \frac{\partial c}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} \right)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + r k_i) \right) - \ln(y_i!) \right) = 0$$

$$\frac{\partial b}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} (y_i \mu_i) = y_i x_{q^*i}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial c}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} &= \frac{\partial}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} \left(\left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(k_i \mu_i + 1) \right) \\
&= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{\partial}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \ln(k_i \mu_i + 1) \\
&= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{x_{q^*i} k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1}
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{\partial a}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} + \frac{\partial b}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} - \frac{\partial c}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(0 + y_i x_{q^*i} - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{x_{q^*i} k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i x_{q^*i} k_i \mu_i + y_i x_{q^*i} - y_i x_{q^*i} k_i \mu_i - \mu_i x_{q^*i}}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{q^*i} (y_i - \mu_i)}{k_i \mu_i + 1} \right) \tag{4.12}
 \end{aligned}$$

b. Turunan pertama terhadap parameter $\boldsymbol{\gamma}$

1) Turunan pertama terhadap γ_p

$$\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_p} = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{\partial a}{\partial \gamma_p} + \frac{\partial b}{\partial \gamma_p} - \frac{\partial c}{\partial \gamma_p} \right)$$

Misal

$$\mu_i = \beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \dots + \beta_{q^*}(u_i, v_i)x_{q^*i} + \gamma_p x_{pi} + \dots + \gamma_q x_{qi}$$

$$\frac{\partial \mu_i}{\partial \gamma_p} = x_{pi}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \gamma_p} = \frac{\partial}{\partial \gamma_p} \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + r k_i) \right) - \ln(y_i!) \right) = 0$$

$$\frac{\partial b}{\partial \gamma} = \frac{\partial}{\partial \gamma_p} (y_i a a) = y_i x_{pi}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \gamma_p} = \frac{\partial}{\partial \gamma_p} \left(\left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(k_i \mu_i + 1) \right)$$

$$= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{\partial}{\partial \gamma} \ln(k_i \mu_i + 1)$$

$$= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{x_{pi} k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1}$$

Jadi,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_p} &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(0 + y_i - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{x_{*i}^T k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i x_{pi} k_i \mu_i + y_i x_{pi} - y_i x_{pi} k_i \mu_i - \mu_i x_{pi}}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{pi} (y_i - \mu_i)}{k_i \mu_i + 1} \right)
\end{aligned}$$

2) Turunan pertama terhadap γ_q

$$\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_q} = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{\partial a}{\partial \gamma_q} + \frac{\partial b}{\partial \gamma_q} - \frac{\partial c}{\partial \gamma_q} \right)$$

Misal

$$\mu_i = \beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \dots + \beta_q(u_i, v_i)x_{qi} + \gamma_p x_{pi} + \dots + \gamma_q x_{qi}$$

$$\frac{\partial \mu_i}{\partial \gamma_q} = x_{qi}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \gamma_q} = \frac{\partial}{\partial \gamma_q} \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) - \ln(y_i!) \right) = 0$$

$$\frac{\partial b}{\partial \gamma_q} = \frac{\partial}{\partial \gamma_q} (y_i a) = y_i x_{qi}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \gamma_q} = \frac{\partial}{\partial \gamma_q} \left(\left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(k_i \mu_i + 1) \right)$$

$$= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{\partial}{\partial \gamma_q} \ln(k_i \mu_i + 1)$$

$$= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{x_{qi} k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1}$$

Jadi,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_q} \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(0 + y_i - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \frac{x_{*i}^T k_i \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i x_{qi} k_i \mu_i + y_i x_{qi} - y_i x_{qi} k_i \mu_i - \mu_i x_{qi}}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{qi} (y_i - \mu_i)}{k_i \mu_i + 1} \right)
\end{aligned} \tag{4.13}$$

c. Turunan pertama terhadap parameter dispersi k_i

$$\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i} = \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{\partial a}{\partial k_i} + \frac{\partial b}{\partial k_i} - \frac{\partial c}{\partial k_i} \right)$$

Misal,

$$\frac{\partial a}{\partial k_i} = \frac{\partial}{\partial k_i} \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} (1 + rk_i) \right) - \ln(y_i!) \right) = \sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1 + rk_i} \right)$$

$$\frac{\partial b}{\partial k_i} = \frac{\partial}{\partial k_i} (y_i(aa)) = 0$$

$$\frac{\partial c}{\partial k_i} = \frac{\partial}{\partial k_i} \left(\left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \ln(k_i \mu_i + 1) \right)$$

Misal

$$u = y_i + \frac{1}{k_i} \text{ maka } \frac{du}{dk_i} = -\frac{1}{k_i^2}$$

$$v = \ln(k_i \mu_i + 1)$$

Maka,

$$\frac{dv}{dk_i} = \frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1}$$

Sehingga

$$\begin{aligned}\frac{\partial c}{\partial k_i} &= u'v + uv' \\ &= -\frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) + \left(y_i + \frac{1}{k_i}\right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1}\right)\end{aligned}$$

Sehingga turunan pertama $l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)$ terhadap parameter dispersi k_i adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i} &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+r k_i} \right) + 0 \right. \\ &\quad \left. - \left(-\frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) + \left(y_i + \frac{1}{k_i}\right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1}\right) \right) \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+r k_i} \right) + \frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) \right. \\ &\quad \left. - \left(y_i + \frac{1}{k_i}\right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1}\right) \right)\end{aligned}\tag{4.14}$$

Turunan-turunan parsial dari persamaan *ln-likelihood* di atas jika disusun dalam matriks disebut vektor kemiringan (*slope*) sebagai berikut:

$$g(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \\ \vdots \\ \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_p} \\ \vdots \\ \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_q} \\ \frac{\partial l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i - \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \\ \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{1i}(y_i - \mu_i)}{k_i \mu_i + 1} \right) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{q^*i}(y_i - \mu_i)}{k_i \mu_i + 1} \right) \\ \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{pi}(y_i - \mu_i)}{k_i \mu_i + 1} \right) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{qi}(y_i - \mu_i)}{k_i \mu_i + 1} \right) \\ \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+r k_i} \right) \right) + \frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \right) \end{bmatrix}$$

4.1.5 Turunan Kedua dari Fungsi *ln likelihood*

Pada turunan pertama diperoleh persamaan yang nonlinier, sehingga untuk mendapatkan estimasi parameter model MGWNBR diperlukan metode numerik, yaitu *Newton Rhapson*. Dalam metode numerik diperlukan matriks hessian, yaitu matriks yang berisi turunan-turunan kedua dari fungsi *ln likelihood*. Berikut adalah turunan kedua dari fungsi *ln likelihood* pada model MGWNBR:

a) Untuk H_{00}

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_0^2(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i - \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right)$$

Misal:

$$u = y_i - \mu_i \quad u' = \frac{\partial u}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} = 0 - \mu_i = -\mu_i$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} = k_i \mu_i$$

dengan

$$\mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \cdots + \beta_{q^*}(u_i, v_i)x_{q^*i} + \gamma_p x_{pi} + \cdots + \gamma_q x_{qi})$$

sehingga,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 l^*(l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i))}{\partial \beta_0^2(u_i, v_i)} \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-\mu_i(1 + k_i \mu_i) - (y_i - \mu_i)k_i \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-\mu_i - k_i \mu_i \mu_i - y_i k_i \mu_i + \mu_i k_i \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \frac{-\mu_i - y_i k_i \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \frac{-(1 + k_i y_i) \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \end{aligned}$$

b) Untuk H_{0m} dimana $m = 1, 2, \dots, q^*$

$$\frac{\partial^2 l^*(l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i))}{\partial \beta_m(u_i, v_i) \partial \beta_0(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_m(u_i, v_i)} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i - \mu_i}{1 + k_i \mu_i} \right)$$

Ingat bahwa

$$\mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \cdots + \beta_{q^*}(u_i, v_i)x_{q^*i} + \gamma_p x_{pi} + \cdots + \gamma_q x_{qi})$$

Misal:

$$u = y_i - \mu_i \quad u' = \frac{\partial u}{\partial \beta_m(u_i, v_i)} = -x_{mi} \mu_i$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial \beta_m(u_i, v_i)} = k_i x_{mi} \mu_i$$

sehingga

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 l^*(l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i))}{\partial \beta_m(u_i, v_i) \partial \beta_0(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{mi} \mu_i (1 + k_i \mu_i) - (y_i - \mu_i) k_i x_{mi} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{mi} \mu_i - k_i x_{mi} \mu_i \mu_i - k_i y_i x_{mi} \mu_i + \mu_i k_i \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \frac{-x_{mi} \mu_i - k_i y_i x_{mi} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \frac{-(1 + k_i y_i) x_{mi} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2}
\end{aligned}$$

c) Untuk H_{0n} dimana $n = p, p + 1, \dots, q$

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_n \partial \beta_0(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \gamma_n} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i - \mu_i}{1 + k_i \mu_i} \right)$$

Ingat bahwa

$$\mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \dots + \beta_{q^*}(u_i, v_i)x_{q^*i} + \gamma_p x_{pi} + \dots + \gamma_q x_{qi})$$

Misal:

$$u = y_i - \mu_i \quad u' = \frac{\partial u}{\partial \gamma_n} = -x_{ni} \mu_i$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial \gamma_n} = k_i x_{ni} \mu_i$$

sehingga

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_n \partial \beta_0(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{ni} \mu_i (1 + k_i \mu_i) - (y_i - \mu_i) k_i x_{ni} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{ni} \mu_i - k_i x_{ni} \mu_i \mu_i - k_i y_i x_{ni} \mu_i + \mu_i k_i \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \frac{-x_{ni} \mu_i - k_i y_i x_{ni} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \frac{-(1 + k_i y_i) x_{ni} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2}
\end{aligned}$$

d) Untuk H_{0k}

$$\frac{\partial^2 l^*(l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i))}{\partial k_i \partial \beta_0(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial k_i} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{y_i - \mu_i}{1 + k_i \mu_i} \right)$$

Ingat bahwa

$$\mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \dots + \beta_{q^*}(u_i, v_i)x_{q^*i} + \gamma_p x_{pi} + \dots + \gamma_q x_{qi})$$

Misal:

$$u = y_i - \mu_i \quad u' = \frac{\partial u}{\partial k_i} = 0$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial k_i} = \mu_i$$

sehingga

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i \partial \beta_0(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{0 - \mu_i (y_i - \mu_i)}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-\mu_i (y_i - \mu_i)}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right)
\end{aligned}$$

e) Untuk H_{mr} , dimana $r = 0, 1, 2, \dots, q^*$ dan $m = 1, 2, 3, \dots, q^*$

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_r(u_i, v_i) \partial \beta_m(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{mi}(y_i - \mu_i)}{1 + k_i \mu_i} \right)$$

Misal:

$$u = x_{mi}(y_i - \mu_i) \quad u' = \frac{\partial u}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} = -x_{mi} x_{ri} \mu_i$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} = k_i x_{ri} \mu_i$$

sehingga,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_r(u_i, v_i) \partial \beta_m(u_i, v_i)} \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{mi} x_{ri} \mu_i (1 + k_i \mu_i) - x_{mi} (y_i - \mu_i) k_i x_{ri} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{mi} x_{ri} \mu_i - x_{mi} y_i k_i x_{ri} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{mi} x_{ri} \mu_i (1 + y_i k_i)}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \end{aligned}$$

f) Untuk H_{mn} , dimana $n = p, p + 1, \dots, q$ dan $m = 1, 2, 3, \dots, q^*$

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_n \partial \beta_m(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \gamma_n} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{mi}(y_i - \mu_i)}{1 + k_i \mu_i} \right)$$

Misal:

$$u = x_{mi}(y_i - \mu_i) \quad u' = \frac{\partial u}{\partial \gamma_n} = -x_{mi} x_{ni} \mu_i$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial \gamma_n} = k_i x_{ni} \mu_i$$

sehingga,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_n \partial \beta_m(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{mi} x_{ni} \mu_i (1 + k_i \mu_i) - x_{mi} (y_i - \mu_i) k_i x_{ni} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{mi} x_{ni} \mu_i - x_{mi} y_i k_i x_{ni} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{mi} x_{ni} \mu_i (1 + y_i k_i)}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right)
\end{aligned}$$

g) Untuk H_{mk} , dimana $m = 1, 2, 3, \dots, q^*$

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i \partial \beta_m(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial k_i} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{mi} (y_i - \mu_i)}{1 + k_i \mu_i} \right)$$

Misal:

$$u = x_{mi} (y_i - \mu_i) \quad u' = \frac{\partial u}{\partial k_i} = 0$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial k_i} = \mu_i$$

sehingga

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i \partial \beta_m(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{0 - x_{mi} (y_i - \mu_i) \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{mi} \mu_i (y_i - \mu_i)}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right)
\end{aligned}$$

h) Untuk H_{nr} , dimana $r = 0, 1, 2, \dots, q^*$ dan $n = p, p + 1, \dots, q$

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_r(u_i, v_i) \partial \gamma_n} = \frac{\partial}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ni} (y_i - \mu_i)}{1 + k_i \mu_i} \right)$$

Misal:

$$u = x_{ni} (y_i - \mu_i) \quad u' = \frac{\partial u}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} = -x_{ni} x_{ri} \mu_i$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} = k_i x_{ri} \mu_i$$

sehingga,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_r(u_i, v_i) \partial \beta_m(u_i, v_i)} \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{ni} x_{ri} \mu_i (1 + k_i \mu_i) - x_{ni} (y_i - \mu_i) k_i x_{ri} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{ni} x_{ri} \mu_i - x_{ni} y_i k_i x_{ri} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{ni} x_{ri} \mu_i (1 + y_i k_i)}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \end{aligned}$$

i) Untuk H_{nn} , dimana $n = p, p + 1, \dots, q$

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_n \partial \gamma_n} = \frac{\partial}{\partial \gamma_n} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ni} (y_i - \mu_i)}{1 + k_i \mu_i} \right)$$

Misal:

$$u = x_{ni} (y_i - \mu_i) \quad u' = \frac{\partial u}{\partial \gamma_n} = -x_{ni} x_{ni} \mu_i$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} = k_i x_{ni} \mu_i$$

sehingga,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_r(u_i, v_i) \partial \beta_m(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{ni} x_{ni} \mu_i (1 + k_i \mu_i) - x_{ni} (y_i - \mu_i) k_i x_{ni} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{ni} x_{ni} \mu_i - x_{ni} y_i k_i x_{ni} \mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{ni} x_{ni} \mu_i (1 + y_i k_i)}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \end{aligned}$$

j) Untuk H_{nk} , dimana $n = p, p + 1, p + 2, \dots, q$

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i \partial \gamma_n} = \frac{\partial}{\partial k_i} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ni} (y_i - \mu_i)}{1 + k_i \mu_i} \right)$$

Misal:

$$u = x_{ni}(y_i - \mu_i) \quad u' = \frac{\partial u}{\partial k_i} = 0$$

$$v = 1 + k_i \mu_i \quad v' = \frac{\partial v}{\partial k_i} = \mu_i$$

sehingga

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i \partial \gamma_n} &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{0 - x_{ni}(y_i - \mu_i)\mu_i}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{-x_{ni}\mu_i(y_i - \mu_i)}{(1 + k_i \mu_i)^2} \right) \end{aligned}$$

k) Untuk H_{kr} , dimana $r = 0, 1, 2, \dots, q^*$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_r(u_i, v_i) \partial k_i} \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+r k_i} \right) \right) + \frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \right) \end{aligned}$$

Misal:

$$p = \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+r k_i} \right) \right) \quad p' = \frac{\partial p}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} = 0$$

$$q = \frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) \quad q' = \frac{\partial q}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} = \frac{1}{k_i^2} \left(\frac{k_i x_{ri} \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right)$$

$$r = \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \quad r' = \frac{\partial r}{\partial \beta_r(u_i, v_i)} = \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left[\frac{x_{ri} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - \mu_i^2 k_i x_{ri}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right]$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \beta_r(u_i, v_i) \partial k_i} \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i)(p' + q' - r') \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(0 + \frac{1}{k_i^2} \left(\frac{k_i x_{ri} \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left[\frac{x_{ri} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - \mu_i^2 k_i x_{ri}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ri} \mu_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)} - y_i \left[\frac{x_{ri} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - \mu_i^2 k_i x_{ri}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{k_i} \left[\frac{x_{ri} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - \mu_i^2 k_i x_{ri}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ri} \mu_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)} - \left[\frac{y_i x_{ri} \mu_i k_i \mu_i + y_i x_{ri} \mu_i - y_i \mu_i^2 k_i x_{ri}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right. \\
&\quad \left. - \left[\frac{x_{ri} \mu_i \mu_i + \frac{1}{k_i} x_{ri} \mu_i - \mu_i^2 x_{ri}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ri} \mu_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)} - \frac{y_i x_{ri} \mu_i}{(k_i \mu_i + 1)^2} - \frac{\frac{1}{k_i} x_{ri} \mu_i}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ri} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - y_i x_{ri} \mu_i k_i - x_{ri} \mu_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ri} \mu_i k_i \mu_i - y_i x_{ri} \mu_i k_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ri} \mu_i (\mu_i - y_i)}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right)
\end{aligned}$$

1) Untuk H_{kn} , dimana $n = p, p + 1, p + 2, \dots, q$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_n \partial k_i} \\
&= \frac{\partial}{\partial \gamma_n} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1 + rk_i} \right) + \frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \right)
\end{aligned}$$

Misal:

$$\begin{aligned}
p &= \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+r k_i} \right) \right) & p' &= \frac{\partial p}{\partial \gamma_n} = 0 \\
q &= \frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) & q' &= \frac{\partial q}{\partial \gamma_n} = \frac{1}{k_i^2} \left(\frac{k_i x_{ni} \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \\
r &= \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) & r' &= \frac{\partial r}{\partial \gamma_n} = \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left[\frac{x_{ni} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - \mu_i^2 k_i x_{ni}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right]
\end{aligned}$$

sehingga,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial \gamma_n \partial k_i} \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) (p' + q' - r') \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(0 + \frac{1}{k_i^2} \left(\frac{k_i x_{ni} \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left[\frac{x_{ni} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - \mu_i^2 k_i x_{ni}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ni} \mu_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)} - y_i \left[\frac{x_{ni} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - \mu_i^2 k_i x_{ni}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{k_i} \left[\frac{x_{ni} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - \mu_i^2 k_i x_{ni}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ni} \mu_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)} - \left[\frac{y_i x_{ni} \mu_i k_i \mu_i + y_i x_{ni} \mu_i - y_i \mu_i^2 k_i x_{ni}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right. \\
&\quad \left. - \left[\frac{x_{ni} \mu_i \mu_i + \frac{1}{k_i} x_{ni} \mu_i - \mu_i^2 x_{ni}}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right] \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ni} \mu_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)} - \frac{y_i x_{ni} \mu_i}{(k_i \mu_i + 1)^2} - \frac{\frac{1}{k_i} x_{ni} \mu_i}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ni} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - y_i x_{ni} \mu_i k_i - x_{ni} \mu_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ni} \mu_i k_i \mu_i - y_i x_{ni} \mu_i k_i}{k_i (k_i \mu_i + 1)^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\frac{x_{ni} \mu_i (\mu_i - y_i)}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right)
\end{aligned}$$

m) Untuk H_{kk}

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i^2}$$

$$= \frac{\partial}{\partial k_i} \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+rk_i} \right) \right) + \frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) - \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \right)$$

Misal:

$$p = \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+rk_i} \right) \right) \quad p' = \frac{\partial p}{\partial k_i} = \sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{(0)(1+rk_i) - r^2}{(1+rk_i)^2} \right) = \sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{-r^2}{(1+rk_i)^2} \right)$$

$$q = \frac{1}{k_i^2} \ln(k_i \mu_i + 1) \quad q' = \frac{\partial q}{\partial k_i} = -\frac{2}{k_i^3} \ln(k_i \mu_i + 1) + \frac{1}{k_i^2} \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right)$$

$$r = \left(y_i + \frac{1}{k_i} \right) \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) \quad r' = \frac{\partial r}{\partial k_i} = \frac{-\frac{1}{k_i^2} \mu_i (k_i \mu_i + 1) - (y_i \mu_i + k_i^{-1} \mu_i) \mu_i}{(k_i \mu_i + 1)^2}$$

$$= \frac{y_i \mu_i + k_i^{-1} \mu_i}{k_i \mu_i + 1} \quad = \frac{-\frac{1}{k_i} \mu_i^2 - \frac{1}{k_i^2} \mu_i - (y_i \mu_i^2 + k_i^{-1} \mu_i^2)}{(k_i \mu_i + 1)^2} = \frac{\frac{1}{k_i} \mu_i \left(-2\mu_i - \frac{1}{k_i} \right) - y_i \mu_i^2}{(k_i \mu_i + 1)^2}$$

Sehingga,

$$\frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)}{\partial k_i^2}$$

$$= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) (p' + q' - r')$$

$$= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{-r^2}{(1+rk_i)^2} \right) - \frac{2}{k_i^3} \ln(k_i \mu_i + 1) + \frac{1}{k_i^2} \left(\frac{\mu_i}{k_i \mu_i + 1} \right) - \frac{\frac{1}{k_i} \mu_i \left(-2\mu_i - \frac{1}{k_i} \right) - y_i \mu_i^2}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{-r^2}{(1+rk_i)^2} \right) - \frac{2}{k_i^3} \ln(k_i \mu_i + 1) + \frac{\mu_i}{k_i^2 (k_i \mu_i + 1)} + \frac{\mu_i + 2k_i \mu_i^2}{k_i^2 (k_i \mu_i + 1)^2} + \frac{y_i \mu_i^2}{(k_i \mu_i + 1)^2} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^n w_{ij}(u_i, v_i) \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{-r^2}{(1+rk_i)^2} \right) - \frac{2}{k_i^3} \ln(k_i \mu_i + 1) + \frac{2\mu_i(1+k_i\mu_i)}{k_i^2(k_i\mu_i+1)^2} + \frac{y_i\mu_i^2}{(k_i\mu_i+1)^2} \right)$$

Selanjutnya yaitu membentuk matriks Hessian yang simetris, dengan elemen-elemennya adalah turunan parsial kedua dari fungsi $l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)$ terhadap masing-masing parameternya. Misalkan parameter-parameter MGWNBR ditulis dengan $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i$, maka matriks hessiannya adalah:

$$H(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0(u_i, v_i) \partial \beta_0(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_0(u_i, v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i) \partial \beta_0(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_q \partial \beta_0(u_i, v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_q \partial \beta_0(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial k_i \partial \beta_0(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0(u_i, v_i) \partial \beta_1(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_1(u_i, v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i) \partial \beta_1(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_p \partial \beta_1(u_i, v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_q \partial \beta_1(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial k_i \partial \beta_1(u_i, v_i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0(u_i, v_i) \partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i) \partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_p \partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_q \partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial k_i \partial \beta_{q^*}(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0(u_i, v_i) \partial \gamma_p} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \gamma_p} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i) \partial \gamma_p} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_p \partial \gamma_p} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_q \partial \gamma_p} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial k_i \partial \gamma_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0(u_i, v_i) \partial \gamma_q} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \gamma_q} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i) \partial \gamma_q} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_p \partial \gamma_q} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_q \partial \gamma_q} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial k_i \partial \gamma_q} \\ \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0(u_i, v_i) \partial k_i} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial k_i} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_{q^*}(u_i, v_i) \partial k_i} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_p \partial k_i} & \cdots & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma_q \partial k_i} & \frac{\partial^2 l^*(\boldsymbol{\theta})}{\partial k_i \partial k_i} \end{bmatrix}$$

atau ditulis menjadi:

$$H(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} H_{00} & H_{10} & \cdots & H_{q^*0} & H_{gp0} & \cdots & H_{gq0} & H_{k0} \\ H_{01} & H_{11} & \cdots & H_{q^*1} & H_{gp1} & \cdots & H_{gq1} & H_{k1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{0q^*} & H_{1q^*} & \cdots & H_{q^*q^*} & H_{gpq^*} & \cdots & H_{gqq^*} & H_{kq^*} \\ H_{0gp} & H_{1gp} & \cdots & H_{q^*gp} & H_{gppp} & \cdots & H_{gqgp} & H_{kp} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{0gq} & H_{1gq} & \cdots & H_{q^*gq} & H_{gpgq} & \cdots & H_{gqqq} & H_{kq} \\ H_{0k} & H_{1k} & \cdots & H_{q^*k} & H_{gpk} & \cdots & H_{gqk} & H_{kk} \end{bmatrix}$$

4.1.6 Menentukan Nilai Taksiran Model MGWNBR dengan Metode Iterasi Newton-Rhapon

Misalkan $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i$ yaitu parameter-parameter dari model MGWNBR, maka nilai $\boldsymbol{\theta}$ yang memenuhi persamaan $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}$ akan memaksimumkan $l^*(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}, k_i)$. Karena persamaan-persamaan dalam matriks $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\theta})$ tidak linier, maka untuk mencari taksiran dari $\beta_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_{q^*}(u_i, v_i), \gamma_p, \gamma_{p+1}, \dots, \gamma_q$ dan k_i digunakan metode numerik yaitu metode iterasi *Newton-Rhapon* yaitu:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} - [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)})]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)}) \quad (4.15)$$

Keterangan:

$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)})$: matriks ukuran $(k+2) \times (k+2)$ dan elemen-elemennya berisi turunan parsial kedua dari $l^*(\boldsymbol{\theta})$.

$\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)})$: vektor yang elemen-elemennya berisi turunan parsial pertama dari $l^*(\boldsymbol{\theta})$.

dengan $m = 0, 1, 2, \dots, n$.

Berikut ini langkah-langkah metode numerik Newton-Raphson dalam estimasi parameter model MGWNBR:

1. Memasukkan nilai awal parameter yang diperoleh dari regresi binomial negatif, yaitu:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(0)} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \\ \hat{k} \end{bmatrix}_{(k+2) \times 1}^{(0)}$$

Nilai taksiran awal $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(0)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen pada iterasi ke- m

2. Selanjutnya mensubstitusikan nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(0)}$ ke vektor \mathbf{g} dan matriks \mathbf{H} sebagai berikut:

$$\mathbf{g}^{(0)}(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial l^*(\theta)}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial l^*(\theta)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \\ \vdots \\ \frac{\partial l^*(\theta)}{\partial \beta_q(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial l^*(\theta)}{\partial \gamma_p} \\ \vdots \\ \frac{\partial l^*(\theta)}{\partial \gamma_q} \\ \frac{\partial l^*(\theta)}{\partial k_i} \end{bmatrix}^{(0)}_{(k+2) \times 1}$$

$$\mathbf{H}(\hat{\theta}^{(0)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial \beta(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \gamma \beta(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial k_i \partial \beta(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial \gamma} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \gamma \partial \gamma} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial k_i \partial \gamma} \\ \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial k_i} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \gamma \partial k_i} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial k_i^2} \end{bmatrix}^{(0)}_{(k+2) \times (k+2)}$$

3. Selanjutnya untuk melakukan iterasi sesuai dengan persamaan (4.15)
4. Proses iterasi berhenti saat nilai yang diperoleh konvergen ke suatu nilai yaitu

$$\hat{\theta}^{(m+1)} \approx \hat{\theta}^{(m)}$$
5. Jika belum mencapai konvergen, maka kembali pada langkah ke-2 dengan menggunakan nilai awal dari hasil taksiran sebelumnya hingga konvergen. Taksiran parameter yang konvergen diperoleh jika $|\hat{\theta}^{(m+1)} - \hat{\theta}^{(m)}| \leq \varepsilon$ dengan $\varepsilon = 10^{-8}$.

4.2 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur dengan MGWNBR

4.2.1 Deskripsi Data

Provinsi Jawa Timur merupakan salah satu provinsi di Indonesia yang berada pada 111°0' hingga 114°4' Bujur Timur (BT) dan 7°12' hingga 8°48' Lintang Selatan (LS). Provinsi Jawa Timur memiliki 229 pulau, yang terdiri dari

162 pulau bernama dan 67 pulau tidak bernama, dengan panjang pantai sekitar 2.833,85 km. Provinsi Jawa Timur memiliki luas wilayah daratan 47.959 km² yang terbagi atas 29 kabupaten, 9 kota, 662 kecamatan dan 8505 desa/kelurahan (Dinkes, 2013).

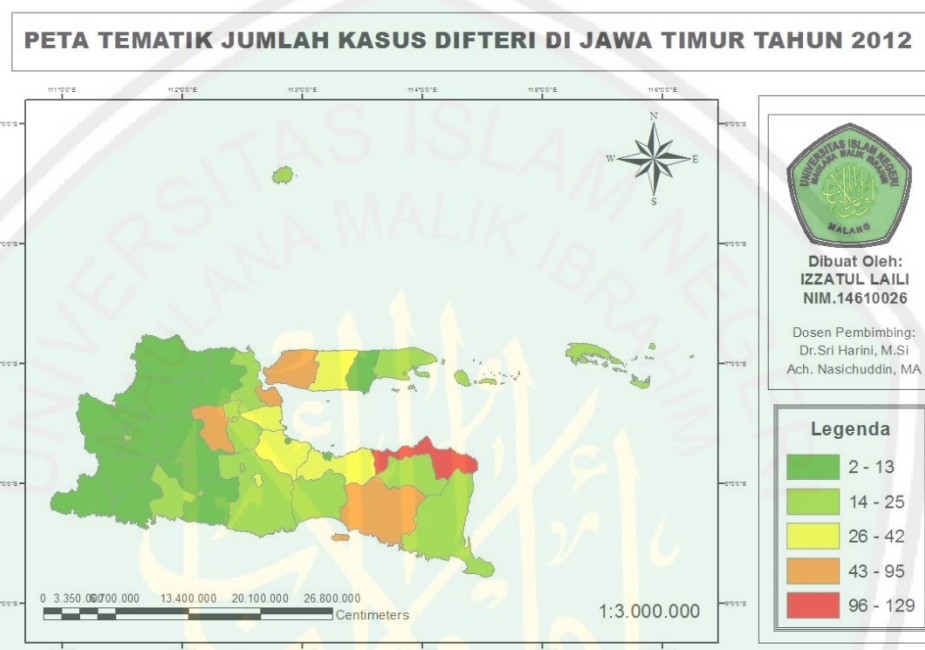
Tabel 4.1 Statistik Deskriptif

Variabel	Jumlah	Rata-rata	Minimum	Maksimum	Variansi
Y	955	25,13	2	129	751,144
X ₁	2866,88	75,4442	15,65	100,00	294,187
X ₂	1661,43	43,7218	8,50	65,74	218,690
X ₃	3290,34	86,5879	21,38	100,00	308,069
X ₄	2577,77	67,8361	38,29	87,17	168,216
X ₅	1121,64	29,5168	16,74	40,12	35,963
X ₆	95,64	2,5168	0,06	11,60	9,948
X ₇	99,99	2,6313	0,31	6,46	1,790

Dari Tabel 4.1 menunjukkan bahwa rata-rata banyaknya kasus difteri di Provinsi Jawa Timur tahun 2012 sebesar 25,13, rata-rata persentase balita yang mendapat imunisasi DPT lengkap (X₁) sebesar 75,4442 persen, rata-rata persentase rumah tangga ber-perilaku hidup bersih dan sehat (X₂) sebesar 43,72 persen, rata-rata persentase rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung (X₃) sebesar 86,59 persen, rata-rata persentase rumah sehat (X₄) sebesar 67,84 persen, rata-rata penduduk yang pendidikan tertingginya tamatan SD (X₅) sebesar 29,51 persen, rata-rata persentase kepadatan penduduk (X₆) sebesar 2,158 persen dan rata-rata persentase puskesmas (X₇) sebesar 2,63 persen.

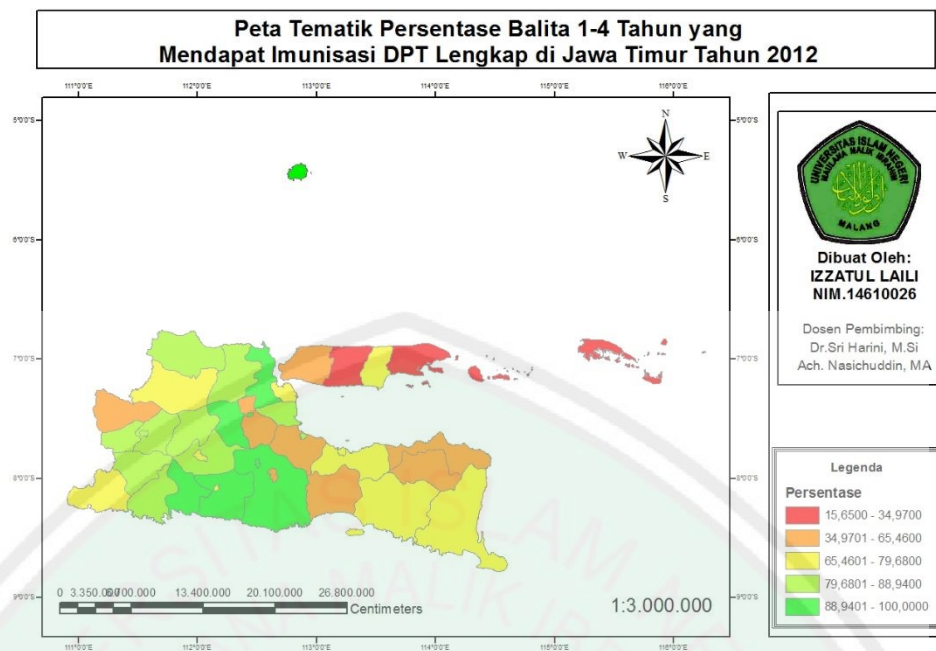
Difteri merupakan kasus “*re-emerging disease*” di Jawa Timur karena kasus difteri sebenarnya menurun di tahun 1985, namun kembali meningkat di tahun 2005 saat terjadi Kejadian Luar Biasa KLB di Kabupaten Bangkalan. Penyebaran difteri semakin meluas dan mencapai puncaknya pada tahun 2012

sebanyak 955 kasus dengan 37 kematian dan sudah tersebar di 38 kabupaten/kota. Pada tahun 2012 kasus tertinggi difteri terdapat di Kabupaten Situbondo 129 kasus yang ditandai dengan warna merah pada peta, sedangkan kasus terendah dengan warna hijau pada peta terdapat di Kota Kediri dengan 2 kasus (Dinkes, 2013). Berikut ini peta persebaran jumlah kasus difteri di Jawa Timur.



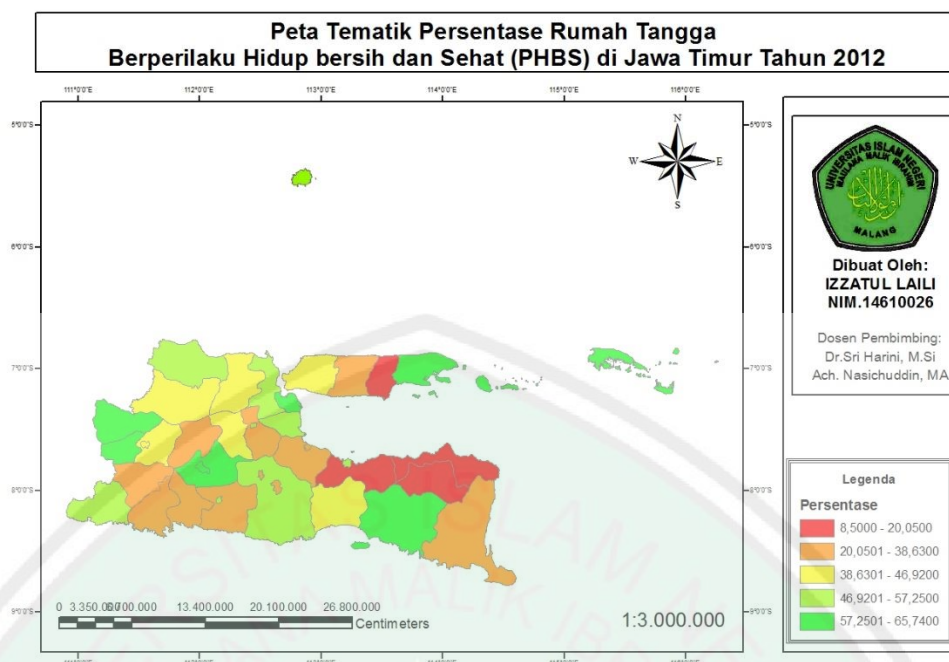
Gambar 4.1 Peta Tematik Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Tahun 2012

Imunisasi DPT Lengkap (X_1) merupakan salah satu upaya untuk menekan kasus difteri. Vaksin tersebut diberikan tiga kali yaitu pada umur dua bulan, tiga bulan dan empat bulan. Persentase imunisasi DPT lengkap tertinggi dengan warna hijau pada peta terdapat di Kota Mojokerto sebesar 100 persen dan diikuti beberapa daerah lainnya yang sewarna. Sedangkan penduduk yang mendapat imunisasi DPT lengkap terendah dengan warna merah terdapat di Kabupaten Sumenep sebesar 15,65 persen. Berikut adalah peta persebaran balita yang mendapat imunisasi DPT lengkap di Jawa Timur.



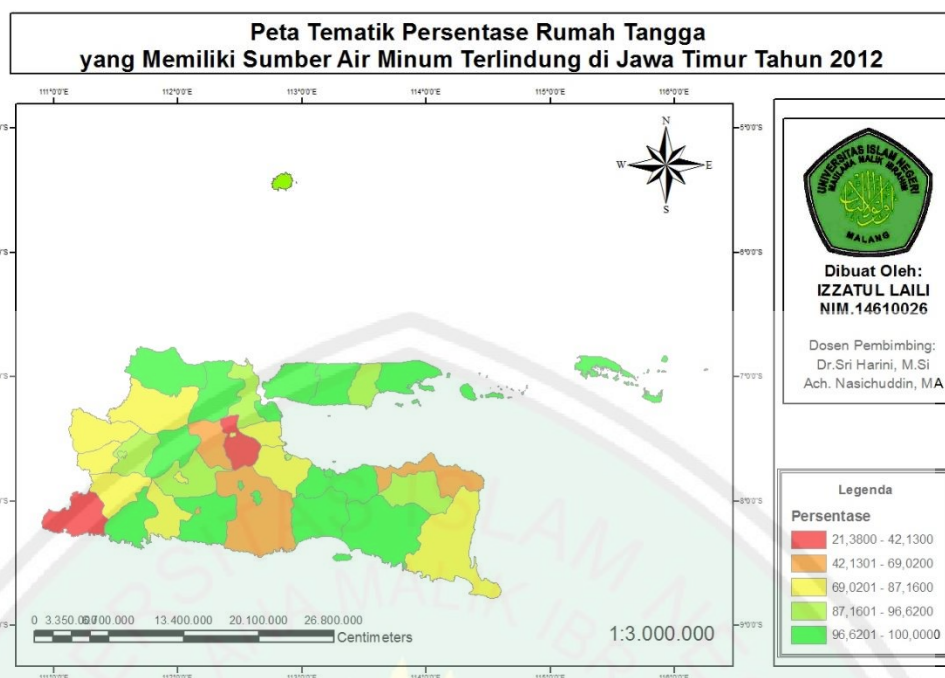
Gambar 4.2 Peta Tematik Persentase Balita 1-4 Tahun yang Mendapat imunisasi DPT Lengkap di Jawa Timur Tahun 2012

Rumah tangga ber-perilaku hidup bersih dan sehat (X_2) adalah rumah tangga yang melaksanakan indikator PHBS. Rumah tangga ber-PHBS kategori terbaik dengan interval 57,2501-65,7400 digambarkan dengan warna hijau dan yang tertinggi terdapat di Kota Kediri sebesar 65,74 persen. Sedangkan rumah tangga ber-PHBS kategori terburuk dengan interval 8,500-20,0500 digambarkan dengan warna merah dan terendah terdapat di Kabupaten Pamekasan sebesar 8,5 persen. Berikut adalah peta persebaran rumah tangga ber-PHBS di Jawa Timur.



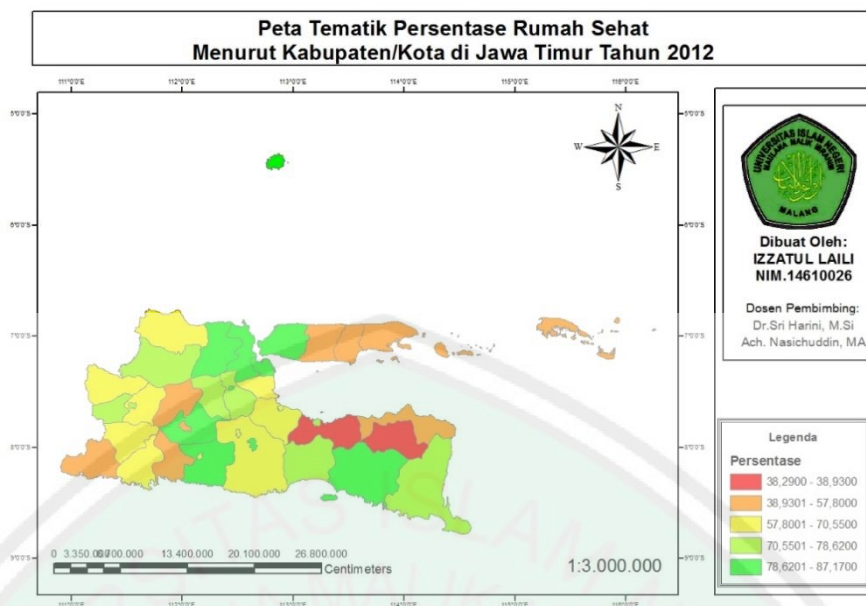
Gambar 4.3 Peta Tematik Persentase Rumah Tangga Berperilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) di Jawa Timur Tahun 2012

Air minum terlindung (X_3) merupakan air minum berkualitas yang meliputi air ledeng, keran umum, hydrant umum, terminal air, penampungan air hujan (PAH) atau mata air dan sumur terlindung, sumur bor atau sumur pompa yang jaraknya minimal 10 m dari pembuangan kotoran, penampungan limbah dan pembuangan sampah. Persentase rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung kategori terbaik dengan interval 96,6201-100,00 digambarkan dengan warna hijau dan daerah dengan PHBS tertinggi terdapat di beberapa kabupaten/kota yaitu, Lumajang, Jember, Probolinggo, Lamongan, Sumenep, Kota Blitar dan Kota Batu. Sedangkan persentase kategori terburuk dengan interval 21,3801-42,1300 digambarkan dengan warna merah dan persentase terendah rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung terdapat pada Kabupaten Mojokerto. Berikut adalah peta persebaran persentase rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung di Jawa Timur.



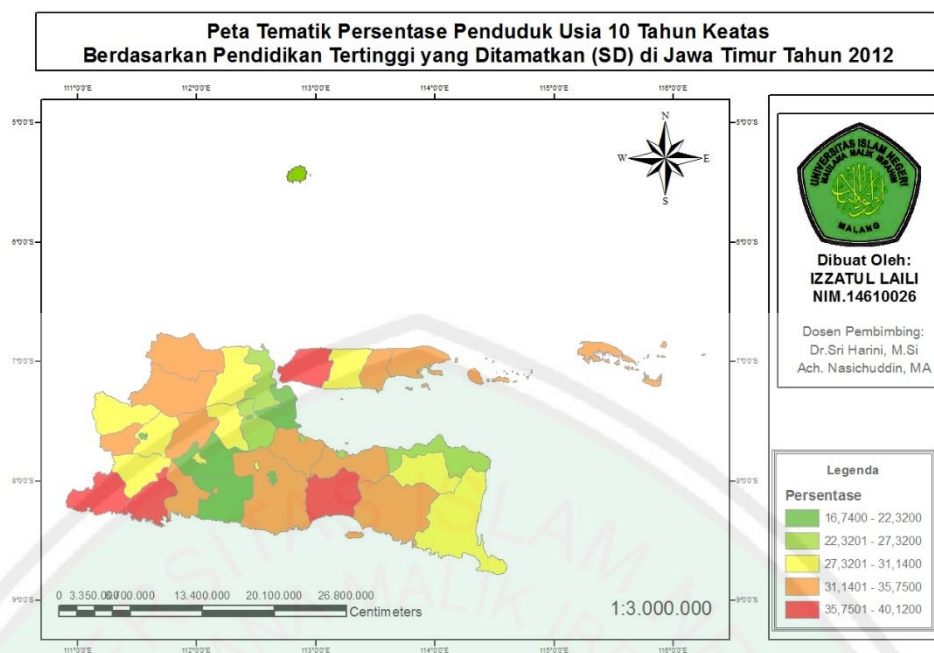
Gambar 4.4 Peta Tematik Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Sumber Air Minum Terlindung di Jawa Timur Tahun 2012

Rumah sehat (X_4) adalah bangunan rumah tinggal yang memenuhi syarat kesehatan yaitu memiliki jaban sehat, tempat pembuangan sampah, sarana air bersih, sarana pembuangan air limbah, ventilasi baik, kepadatan hunian rumah sesuai dan lantai rumah tidak dari tanah. Daerah yang memiliki persentase rumah tangga rumah sehat kategori terbaik dengan interval 78,6201-87,1700 digambarkan dengan warna hijau dan tertinggi yaitu Kabupaten Gresik dengan persentase 87,17 persen. Sedangkan daerah yang memiliki persentase rumah sehat kategori terburuk dengan interval 38,2900-38,9300 digambarkan dengan warna merah dan persentase terendah terdapat di Kabupaten Probolinggo dengan persentase 38,29 persen. Berikut adalah peta persebaran persentase rumah sehat di Jawa Timur.



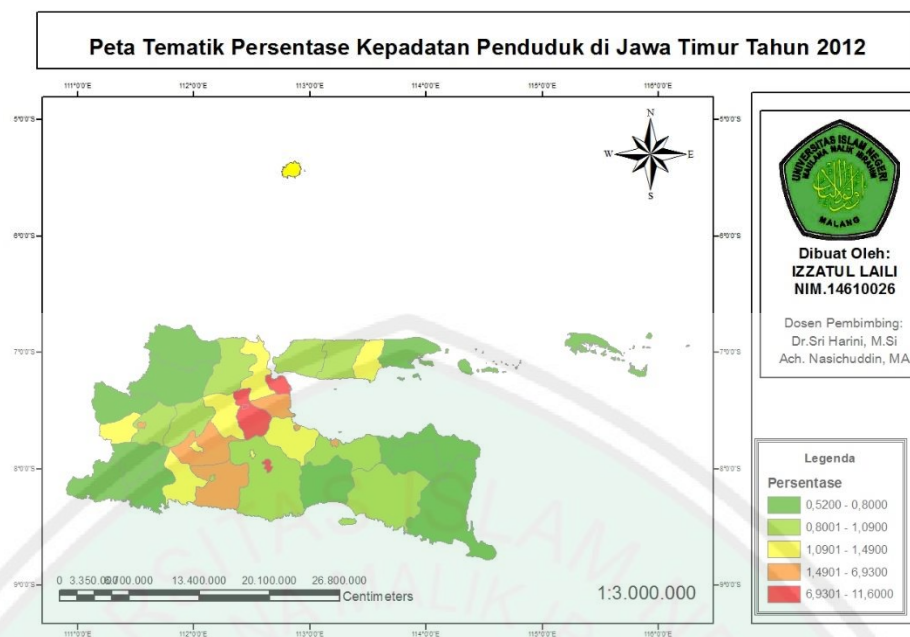
Gambar 4.5 Peta Tematik Persentase Rumah Sehat Menurut Kabupaten/Kota di Jawa Timur Tahun 2012

Faktor selanjutnya yaitu tingkat pendidikan tertinggi yang ditamatkan. Pada gambar 4.5 dapat dilihat bahwa penduduk dengan pendidikan tertinggi SD di Jawa Timur berbeda antara wilayah satu dengan wilayah yang lain. Penduduk dengan pendidikan tertinggi SD kategori terburuk dengan interval 35,7501-40,1200 digambarkan dengan warna merah dengan persentase tertinggi terdapat di Kabupaten Pacitan sebesar 40,12 persen. Sedangkan kategori terbaik dengan interval 16,7400-22,3200 digambarkan dengan warna hijau dengan persentase terendah terdapat di Kota Mojokerto sebesar 16,74 persen. Berikut adalah peta tematik berdasarkan pendidikan tertinggi yang ditamatkan di Jawa Timur.



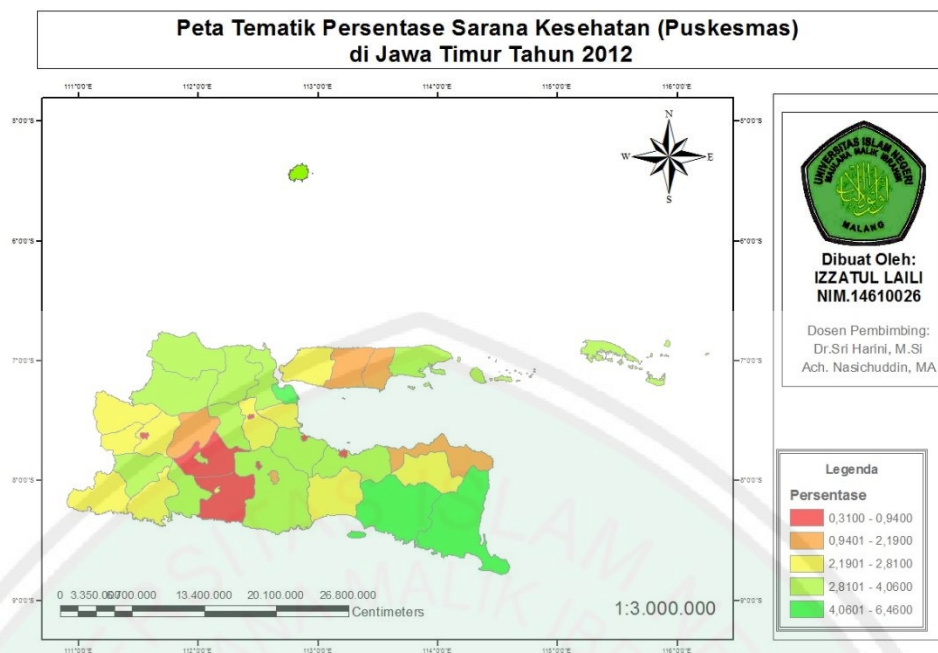
Gambar 4.6 Peta Tematik Persentase Penduduk Pendidikan Tertinggi Tamatan SD di Jawa Timur Tahun 2012

Kepadatan penduduk (X_6) disuatu wilayah akan membawa dampak bagi pola kehidupan masyarakat sehingga rentan terhadap keadaan lingkungan sekitarnya. Persentase kepadatan penduduk kategori terburuk dengan interval 6,9301-11,600 digambarkan dengan warna merah dengan persentase tertinggi terdapat di kota Surabaya sebesar 11,6 persen. Sedangkan kepadatan penduduk kategori terbaik dengan interval 0,5200-0,8000 digambarkan dengan warna hijau dengan persentase terendah terdapat di kabupaten Pacitan sebesar 0,52 persen. Berikut adalah peta persebaran kepadatan penduduk di Jawa Timur.



Gambar 4.7 Peta Tematik Persentase Kepadatan Penduduk di Jawa Timur Tahun 2012

Persentase sarana kesehatan salah satunya yaitu puskesmas (X_7) diharapkan mampu menjangkau masyarakat terutama di masyarakat pedesaan agar mendapatkan pelayanan kesehatan dengan mudah dan bermutu. Persentase puskesmas kategori terbaik dengan interval 4,0601-6,4600 digambarkan dengan warna hijau dengan persentase tertinggi terdapat di Kota Surabaya sebesar 6,46 persen. Sedangkan kategori terburuk dengan interval 0,3100-0,9400 digambarkan dengan warna merah dengan persentase terendah terdapat di Kota Blitar sebesar 0,31 persen. Berikut adalah peta tematik persentase puskesmas di Jawa Timur.



Gambar 4.8 Peta Tematik Persentase Sarana Kesehatan (Puskesmas) di Jawa Timur Tahun 2012

4.2.2 Uji Multikolinearitas

Pengujian multikolinearitas dapat dilakukan menggunakan dua kriteria yaitu dengan menggunakan nilai koefisien korelasi antar variabel prediktor dan nilai *Variance Inflation Factors* (VIF). Nilai koefisien korelasinya diperoleh dengan menggunakan bantuan *software* SPSS20, sehingga didapatkan hasil nilai koefisien korelasinya adalah sebagai berikut:

Tabel 4.2 Koefisien Korelasi Antara Variabel Prediktor

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
X_1	1,000						
X_2	0,108	1,000					
X_3	0,003	-0,016	1,000				
X_4	0,309	0,485	0,166	1,000			
X_5	-0,181	-0,159	-0,122	-0,435	1,000		
X_6	0,078	0,152	0,003	0,466	-0,755	1,000	
X_7	-0,130	0,268	-0,109	-0,025	0,315	-0,219	1,000

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat diketahui bahwa nilai korelasi antara variabel X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , X_5 , X_6 dan X_7 menunjukkan tidak terdapat nilai korelasi yang

tinggi atau semua variabel bebas memiliki koefisien korelasi Pearson yang kurang dari $\pm 0,95$ yang artinya tidak terdapat kasus multikolinieritas.

Kriteria kedua yang digunakan untuk mengetahui adanya multikolinieritas adalah dengan mengetahui nilai VIF. Nilai VIF dapat diketahui dengan menggunakan bantuan *software* SPSS20. Hasil dari nilai VIF pada masing-masing variabel bebas yang digunakan pada data jumlah kasus difteri setiap kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur adalah sebagai berikut:

Tabel 4.3 Nilai VIF

Variabel	VIF
X_1	1,167
X_2	1,485
X_3	1,094
X_4	1,913
X_5	2,651
X_6	2,643
X_7	1,278

Berdasarkan Tabel 4.3 tidak ada nilai VIF dari variabel bebas yang melebihi 10. Dengan demikian disimpulkan bahwa antara variabel bebas tidak saling berkorelasi, sehingga tidak terjadi kasus multikolinieritas. Dari kedua kriteria yang telah digunakan, menunjukkan bahwa hasilnya sama yaitu tidak adanya multikolinieritas antara variabel-variabel bebas. Oleh karena itu, semua variabel prediktor tersebut dapat digunakan dalam pemodelan menggunakan dalam analisis regresi selanjutnya.

4.2.3 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri dengan Regresi Poisson

Setelah dilakukan pengujian kasus multikolinieritas antara variabel dan diperoleh hasil bahwa tidak ada kasus multikolinieritas, maka dapat dilanjutkan dengan regresi Poisson. Hasil dari pemodelan regresi Poisson menggunakan

bantuan *software* R dengan metode iterasi *Fisher Scoring* yang konvergen pada iterasi ke-5 dengan batas konvergensi 10^{-6} sebagai berikut:

Tabel 4.4 Hasil Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Parameter	Koefisien	Z value	Signifikansi
$\hat{\beta}_0$	6,251	16,055	Signifikan
$\hat{\beta}_1$	-0,02194	-11,078	Signifikan
$\hat{\beta}_2$	-0,02815	-9,594	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	-0,00904	-5,457	Signifikan
$\hat{\beta}_4$	0,02941	8,309	Signifikan
$\hat{\beta}_5$	-0,07333	-7,967	Signifikan
$\hat{\beta}_6$	0,0001159	-5,785	Signifikan
$\hat{\beta}_7$	0,03361	11,995	Signifikan
Devians: 483,69; Derajat Bebas: 30;			
AIC: 675,46			

^{*)}signifikan dengan $\alpha = 5\%$

Setelah didapatkan nilai estimasi parameter model regresi Poisson maka selanjutnya dilakukan pengujian parameter serentak dan parsial. Pengujian serentak signifikansi parameter model regresi Poisson bertujuan untuk mengetahui apakah variabel bebas memberikan pengaruh secara serentak terhadap variabel terikat. Berdasarkan hasil pengujian dengan signifikansi 5% diperoleh $\chi^2_{(7;0,05)}$ sebesar 14,067. Nilai $\chi^2_{(7;0,05)}$ kurang dari nilai *devians* sebesar 483,69 yang berarti seluruh parameter secara bersama-sama mempunyai pengaruh dalam model. Kemudian pengujian dilanjutkan dengan menguji signifikansi parameter secara parsial. Dengan taraf signifikansi 5% didapatkan $Z_{(0,05/2)}$ sebesar 1,96. Nilai $Z_{(0,05/2)}$ jika dibandingkan dengan $|Z_{value}|$ setiap parameter pada tabel 4.5 diperoleh bahwa semua parameter yaitu $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$ dan β_7 memiliki nilai $|Z_{value}|$ lebih dari 1,96 sehingga tolak H_0 , yang artinya Imunisasi DPT lengkap (X_1), rumah tangga ber-perilaku hidup bersih dan sehat (X_2), rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung (X_3), rumah sehat (X_4),

penduduk tamatan SD (X_5), kepadatan penduduk (X_6), dan sarana kesehatan (puskesmas) (X_7) berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012. Model regresi Poisson yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \exp(6,251 - 0,02194X_1 - 0,02815X_2 - 0,00904X_3 + 0,02941X_4 - 0,07333X_5 + 0,0001159X_6 + 0,03361X_7)$$

4.2.4 Overdispersi

Overdispersi pada data cacah dapat dideteksi dengan nilai devians yang dibagi dengan derajat bebasnya. Jika kedua nilai tersebut lebih dari 1, maka dikatakan terjadi overdispersi pada data. Berdasarkan Tabel 4.5 dan persamaan (2.10), hasil nilai devians sebesar 483,69 dibagi dengan derajat bebas sebesar 30 adalah 16,123 yang lebih besar dari 1, sehingga mengindikasikan terjadi kasus overdispersi yang mengakibatkan model regresi Poisson kurang sesuai. Model regresi yang diharapkan dapat mengatasi overdispersi adalah model regresi binomial negatif.

4.2.5 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri dengan Regresi Binomial Negatif

Setelah dilakukan pemeriksaan overdispersi, maka dapat dilanjutkan dengan pemodelan regresi binomial negatif. Taksiran β dan parameter dispersi (k) diperoleh dari hasil iterasi *Fisher Scoring* yang konvergen pada iterasi ke-1 dengan batas konvergen sebesar 10^{-8} . Untuk mendapatkan model dilakukan pengujian pada masing parameter terlebih dahulu, hasil uji signifikansi dengan bantuan *software R* diperoleh sebagai berikut:

Tabel 4.5 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Binomial Negatif

Parameter	Z_{value}	Signifikansi
$\hat{\beta}_0$	4,267	Signifikan
$\hat{\beta}_1$	-3,141	Signifikan
$\hat{\beta}_2$	-3,515	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	-2,089	Signifikan
$\hat{\beta}_4$	3,085	Signifikan
$\hat{\beta}_5$	-2,401	Signifikan
$\hat{\beta}_6$	-1,384	Tidak Signifikan
$\hat{\beta}_7$	3,817	Signifikan

*)signifikan dengan $\alpha = 5\%$

Setelah didapatkan nilai estimasi parameter model regresi binomial negatif maka selanjutnya dilakukan pengujian parameter serentak dan parsial. Pengujian serentak signifikansi parameter model regresi binomial negatif bertujuan untuk mengetahui apakah variabel bebas memberikan pengaruh secara serentak terhadap variabel terikat. Berdasarkan hasil pengujian dengan signifikan 5% diperoleh $\chi^2_{(7;0,05)}$ sebesar 14,067. Nilai $\chi^2_{(7;0,05)}$ kurang dari nilai *devians* sebesar 38,942 yang berarti seluruh parameter secara bersama-sama mempunyai pengaruh dalam model. Kemudian pengujian dilanjutkan dengan menguji signifikansi parameter secara parsial. Dengan taraf signifikansi 5% didapatkan $Z_{(0,05/2)}$ sebesar 1,96. Nilai $Z_{(0,05/2)}$ jika dibandingkan dengan $|Z_{value}|$ setiap parameter pada tabel 4.6 diperoleh bahwa terdapat enam parameter yaitu parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ dan β_7 yang memiliki nilai $|Z_{value}|$ lebih dari 1,96 sehingga tolak H_0 , yang artinya bahwa semua variabel prediktor mempengaruhi jumlah kasus difteri di Jawa Timur Tahun 2012 kecuali kepadatan penduduk (X_6). Berdasarkan variabel yang signifikan pada Tabel (4.5), maka untuk mendapatkan model regresi binomial negatif dilakukan regresi kedua dengan variabel prediktor X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 dan X_7 dengan hasil sebagai berikut:

Tabel 4.6 Hasil Estimasi Parameter Model Regresi Binomial Negatif

Parameter	Koefisien
$\hat{\beta}_0$	5,592
$\hat{\beta}_1$	-0,02104
$\hat{\beta}_2$	-0,03276
$\hat{\beta}_3$	-0,01526
$\hat{\beta}_4$	0,032342
$\hat{\beta}_5$	-0,045534
$\hat{\beta}_7$	0,35179
k	2,332
Devians: 38,975; Derajat Bebas: 30; AIC: 313,28	

Dari Tabel 4.6 parameter dispersi (k) sebesar 2.332 sehingga model regresi binomial negatif sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \exp(5.5923 - 0.021039X_1 - 0.032763X_2 - 0.015260X_3 + 0,032342X_4 - 0.045534X_5 + 0.351793X_7)$$

Nilai rasio devians dibagi dengan derajat bebas sebesar 1,299. Nilai ini jauh lebih kecil jika dibandingkan dengan nilai rasio model regresi Poisson pada Tabel 4.4 yaitu 16.123. Serta nilai AIC model regresi binomial negatif sebesar 313.28 juga lebih kecil dari nilai AIC model regresi Poisson yaitu 675.46. Hal ini menunjukkan bahwa regresi binomial negatif dapat mengatasi kasus *overdispersi* pada regresi Poisson meskipun belum sepenuhnya sehingga model regresi binomial negatif lebih baik daripada model regresi Poisson.

4.2.6 Pengujian Spasial

Letak geografis suatu wilayah pengamatan memungkinkan terdapat hubungan antar wilayah pengamatan yang berdekatan, hubungan ini disebut efek spasial. Efek spasial yang terjadi antar wilayah pengamatan dapat dibagi menjadi dua, yaitu ketergantungan (dependensi) spasial dengan menggunakan uji Moran's

I dan keragaman (heterogenitas) spasial dengan menggunakan uji *Breusch-Pagan*. Uji Moran's I berdasarkan persamaan (2.34) dengan bantuan *software* R diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4.7 Uji Moran's I

<i>Observed</i>	<i>Expected</i>	<i>Sd</i>	<i>p-value</i>
-0.02150312	-0,02702703	0,04786464	0,9081226

Berdasarkan Tabel 4.7 pengujian dependensi spasial dengan menggunakan uji Moran's I, diperoleh $p\text{-value}=0.9081226$ sehingga dengan taraf nyata $\alpha = 5\%$ didapatkan kesimpulan bahwa tidak ada dependensi spasial yang artinya bahwa pengamatan suatu lokasi tidak bergantung dengan pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan.

Sedangkan untuk mengetahui keterkaitan wilayah menggunakan Uji *Breusch-Pagan* berdasarkan persamaan (2.35) diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4.8 Uji *Breusch-Pagan* (BP)

BP	DF	<i>p-value</i>
16,109	7	0,02414

Berdasarkan Tabel 4.8 pengujian heterogenitas spasial dengan menggunakan uji *Breusch-Pagan* diperoleh nilai BP sebesar 16,109 dengan $P\text{value}$ sebesar 0,02414. Dengan menggunakan taraf signifikan 5% dan derajat bebas 7 diperoleh $\chi^2_{(7;0,05)}$ sebesar 14,067 sehingga dapat disimpulkan bahwa variansi antar lokasi berbeda atau terdapat perbedaan karakteristik antara satu titik pengamatan dengan pengamatan lainnya dan perlu membuat matriks pembobot.

Berdasarkan kesimpulan pengujian dependensi spasial yang menyatakan pengamatan suatu lokasi tidak bergantung dengan lokasi lain yang letaknya berdekatan dan pengujian heterogenitas spasial yang menyatakan terdapat

perbedaan karakteristik antara satu titik pengamatan dengan titik pengamatan yang lain maka dapat dilanjutkan pemodelan dengan menggunakan GWNBR.

4.2.7 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri dengan GWNBR

Berdasarkan hasil pengujian spasial didapatkan kesimpulan terdapat keragaman spasial antar wilayah, maka perlu membuat pembobot. Pembentukan matriks pembobot diawali dengan menentukan *bandwidth* optimum. Penentuan *bandwidth* ini menggunakan validasi *Cross-Validation* (CV) dengan teknik *Golden Section Search* untuk memperoleh *bandwidth* yang optimum untuk pembobot *adaptive bisquare* dengan nilai CV minimum sebesar 54142,69 sebagai berikut:

Tabel 4.9 *Bandwidth Adaptive Bisquare* untuk setiap kabupaten/kota di Jawa Timur

Kabupaten/Kota	Bandwidth	Kabupaten/Kota	Bandwidth
Kabupaten Pacitan	1.2150327	Kabupaten Magetan	1.3894615
Kabupaten Ponorogo	1.4978089	Kabupaten Ngawi	0.9970460
Kabupaten Trenggalek	1.4665271	Kabupaten Bojonegoro	1.4641651
Kabupaten Tulungagung	1.8278750	Kabupaten Tuban	1.5822199
Kabupaten Blitar	1.5660563	Kabupaten Lamongan	2.6809190
Kabupaten Kediri	1.7947299	Kabupaten Gresik	0.9502420
Kabupaten Malang	1.1980856	Kabupaten Bangkalan	1.8522070
Kabupaten Lumajang	1.7974703	Kabupaten Sampang	1.5100358
Kabupaten Jember	1.1078838	Kabupaten Pamekasan	1.4857413
Kabupaten Banyuwangi	1.1711084	Kabupaten Sumenep	1.1925184
Kabupaten Bondowoso	1.1017165	Kota Kediri	1.1045375
Kabupaten Situbondo	1.0400598	Kota Blitar	1.1527870
Kabupaten Probolinggo	1.2683121	Kota Malang	0.9265766
Kabupaten Pasuruan	1.5521053	Kota Probolinggo	1.1569370
Kabupaten Sidoarjo	1.0404455	Kota Pasuruan	1.4435106
Kabupaten Mojokerto	1.1244614	Kota Mojokerto	1.0705904
Kabupaten Jombang	2.0306239	Kota Madiun	1.4481255
Kabupaten Nganjuk	1.1360023	Kota Surabaya	1.0530931
Kabupaten Madiun	1.7974308	Kota Batu	0.9700855

Setelah mendapatkan nilai *bandwidth* optimum, langkah selanjutnya adalah mendapatkan matriks pembobot, dalam penelitian ini digunakan pembobot *adaptive bisquare kernel* karena pengamatan tersebar secara mengelompok, sehingga membutuhkan *bandwidth* yang berbeda tiap-tiap lokasinya. Matriks pembobot ini merupakan matriks diagonal dan digunakan untuk menduga parameter koefisien regresi di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur. Kabupaten/kota masing-masing memiliki matriks pembobot yang berbeda dapat dilihat pada lampiran 10. Misalkan matriks pembobot di lokasi (u_{17}, v_{17}) yaitu Kabupaten Jombang adalah $W(u_{17}, v_{17})$ berdasarkan pada jarak suatu lokasi dengan lokasi terdekat yang masih memberikan pengaruh terhadap lokasi tersebut, maka langkah awal sebelum mendapat matriks pembobot adalah dengan mencari jarak *euclidean* lokasi (u_{17}, v_{17}) ke semua lokasi penelitian. Jarak *euclidean* antar lokasi dapat dihitung berdasarkan letak geografis tiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur. Hasil perhitungan jarak *euclidean* dan matriks pembobot dari Kabupaten Jombang ke setiap Kabupaten/kota di Jawa Timur dengan *bandwidth* optimum sebesar 2,0306 dalam satuan koordinat adalah sebagai berikut:

Tabel 4.10 Jarak Euclidean dan Matriks Pembobot Kabupaten Jombang di Jawa Timur

Kabupaten/Kota	Jarak Euclidean	Matriks Pembobot
Kabupaten Pacitan	2.153903	0
Kabupaten Ponorogo	2.448591	0
Kabupaten Trenggalek	1.043887	0.243373
Kabupaten Tulungagung	1.081157	0.422692
Kabupaten Blitar	2.140841	0
Kabupaten Kediri	0.252982	0.960656
Kabupaten Malang	1.022008	0.074165
Kabupaten Lumajang	0.544518	0.824882
Kabupaten Jember	1.286934	0
Kabupaten Banyuwangi	2.067293	0
Kabupaten Bondowoso	1.560801	0
Kabupaten Situbondo	1.65	0

Kabupaten Probolinggo	2.258539	0
Kabupaten Pasuruan	2.4684	0
Kabupaten Sidoarjo	1.662077	0
Kabupaten Mojokerto	1.398463	0
Kabupaten Jombang	0	1
Kabupaten Nganjuk	1.370109	0
Kabupaten Madiun	0.65	0.755553
Kabupaten Magetan	0.818352	0.426557
Kabupaten Ngawi	1.619413	0
Kabupaten Bojonegoro	2.030616	0
Kabupaten Tuban	1.019215	0.342281
Kabupaten Lamongan	0.650308	0.885783
Kabupaten Gresik	1.647119	0
Kabupaten Bangkalan	2.50018	0
Kabupaten Sampang	2.199113	0
Kabupaten Pamekasan	2.416113	0
Kabupaten Sumenep	1.542077	0
Kota Kediri	1.552707	0
Kota Blitar	1.470544	0
Kota Malang	1.628158	0
Kota Probolinggo	1.46219	0
Kota Pasuruan	2.368903	0
Kota Mojokerto	1.328006	0
Kota Madiun	0.76844	0.516122
Kota Surabaya	1.373827	0
Kota Batu	1.667843	0

Berdasarkan Tabel 4.10 dapat dibentuk matriks pembobot pada lokasi (u_{17}, v_{17}) yaitu Kabupaten Jombang sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{17}(u_i v_i) &= \text{diag}[w_1(u_2, v_2), w_2(u_2, v_2), \dots, w_{38}(u_2, v_2)] \\ &= \text{diag}[0; 0; 0.243373; \dots; 0] \end{aligned}$$

Jarak Kabupaten Jombang dengan Kabupaten Pacitan, Kabupaten Ponorogo, Kota Batu, dan kabupaten/kota lainnya yang berada di luar bandwidth optimum Kabupaten Jombang nilai pembobotnya adalah nol. Sedangkan kabupaten/kota yang berdekatan dengan Kabupaten Jombang memiliki nilai pembobot mendekati satu. Hal yang sama juga untuk kabupaten/kota lainnya di Jawa Timur.

Pengujian parameter pertama yaitu pengujian signifikansi model GWNBR secara serentak untuk mengetahui apakah variabel bebas memberikan pengaruh secara serentak terhadap model. Berdasarkan hasil perhitungan nilai devians model GWNBR sebesar 44.09119 dengan taraf signifikansi 5% diperoleh $\chi^2_{(7;0,05)}$ sebesar 14.067. Hal ini menunjukkan bahwa nilai devians lebih besar dari nilai $\chi^2_{(7;0,05)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tolak H_0 yang artinya berarti minimal ada satu variabel yang berpengaruh signifikan, sehingga dilanjutkan dengan pengujian secara parsial.

Pengujian secara parsial menghasilkan parameter yang berbeda untuk setiap kabupaten/Kota. Variabel yang memberikan Pengaruh signifikan apabila nilai $|Z_{value}| > Z_{(0,05/2)}$. Pada taraf signifikansi 5% didapatkan $Z_{(0,05/2)}$ sebesar 1,96. Sebagai contoh akan disajikan pengujian parameter pada lokasi (u_{17}, v_{17}) yaitu Kabupaten Jombang menggunakan *software R* sebagai berikut :

Tabel 4.11 Uji Signifikansi Model GWNBR di Kabupaten Jombang

Parameter	Z value	Signifikansi
$\hat{\beta}_0(u_{17}, v_{17})$	0,476937	Tidak signifikan
$\hat{\beta}_1(u_{17}, v_{17})$	15102,45	Signifikan
$\hat{\beta}_2(u_{17}, v_{17})$	-3,60186	Signifikan
$\hat{\beta}_3(u_{17}, v_{17})$	-45,9798	Signifikan
$\hat{\beta}_4(u_{17}, v_{17})$	-4,86116	Signifikan
$\hat{\beta}_5(u_{17}, v_{17})$	1,459151	Tidak signifikan
$\hat{\beta}_6(u_{17}, v_{17})$	-1,81115	Tidak signifikan
$\hat{\beta}_7(u_{17}, v_{17})$	-0,62981	Tidak signifikan

Dari Tabel 4.11 diketahui bahwa variabel yang signifikan sebanyak 4 variabel. Untuk mendapatkan model GWNBR di Kabupaten Jombang, dilakukan regresi kedua dengan variabel prediktornya adalah X_1, X_2, X_3 , dan X_4 . Hasil yang diperoleh dengan bantuan *software R* sebagai berikut:

Tabel 4.12 Nilai Estimasi Parameter Model GWNBR di Kabupaten Jombang

Parameter	Koefisien
$\hat{\beta}_1(u_{17}, v_{17})$	-0.02039
$\hat{\beta}_2(u_{17}, v_{17})$	-0.04404
$\hat{\beta}_3(u_{17}, v_{17})$	-0.01352
$\hat{\beta}_4(u_{17}, v_{17})$	-0.04055
\hat{k}_{17}	2.1813

Berdasarkan Tabel 4.12 model GWNBR untuk Kabupaten Jombang dengan parameter dispersi sebesar 2,1813 adalah:

$$\hat{y}_{17} = \exp(-0.020X_1 - 0,044X_2 - 0,013X_3 + 0.040X_4)$$

Sesuai model yang terbentuk Kabupaten Jombang dapat disimpulkan bahwa setiap penurunan persentase imunisasi DPT lengkap sebesar 1% (X_1) akan menaikkan jumlah kasus difteri sebesar $e^{(0.020)} = 1,020 \approx 1$ kasus dengan asumsi bahwa variabel lainnya konstan. Kemudian setiap penurunan 1% rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (X_2) akan menaikkan jumlah kasus difteri sebesar $e^{(0.044)} = 1,044 \approx 1$ kasus dengan asumsi bahwa variabel lainnya konstan. Selanjutnya setiap penurunan persentase rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung (X_3) sebesar 1% maka akan menaikkan jumlah kasus difteri sebesar $e^{(0.013)} = 1,013 \approx 1$ kasus dengan asumsi bahwa variabel lainnya konstan. Selanjutnya setiap pertambahan persentase rumah sehat (X_4) sebesar 1% akan menambah jumlah kasus difteri sebesar $e^{(0.040)} = 1,0408 \approx 1$ kasus dengan asumsi bahwa variabel lainnya konstan.

4.2.8 Pemetaan Jumlah Kasus Difteri dengan GWNBR

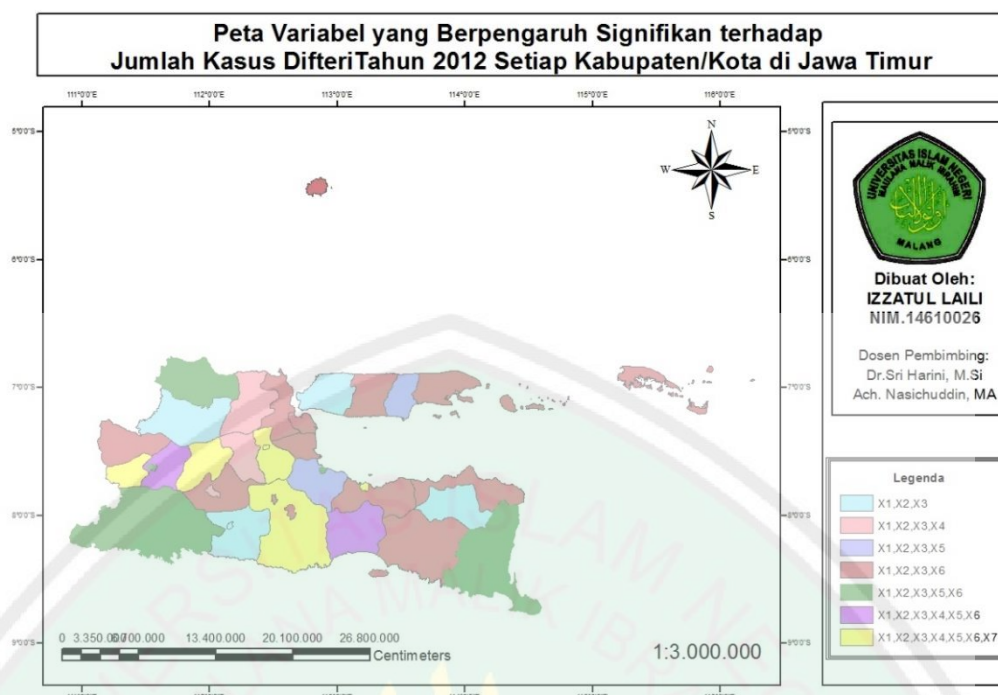
Berdasarkan hasil pengujian dengan menggunakan *software* R diperoleh hasil pengujian signifikansi parameter GWNBR dapat dilihat pada Lampiran 9. Nilai $|Z_{hitung}|$ yang dibandingkan dengan $Z_{0,05/2} = 1,96$. Akan tolak H_0 jika nilai

$|Z_{hitung}| > 1,96$. Berdasarkan variabel yang signifikan di setiap kabupaten/Kota maka dapat dibuat 7 kelompok yang mana jumlah kasus difteri yang terjadi dipengaruhi oleh variabel yang sama disajikan dalam Tabel 4.13.

Tabel 4.13 Pengelompokan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur Berdasarkan Variabel Bebas yang Berpengaruh Signifikan

No	Kabupaten/Kota	Varibel yang signifikan
1	Kab.Blitar,Kab.Bondowoso, Kab.Bojonegoro,Kab.Bangkalan, Kota.Blitar	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung)
2	Kab.Blitar, Kab.Jombang, Kab.Lamongan.	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_4 (Rumah Sehat)
3	Kab.Pasuruan, Kab.Pamekasan	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_5 (Pendidikan tertinggi tamatan SD)
4	Kab.Jember, Kab.Situbondo, Kab.Probolinggo, Kab.Sidoarjo,Kab.Ngawi, Kab.Gresik, Kab.Sampang,Kab.sumenep,Kota Kediri,Kota Malang, Kota Surabaya, Kota Batu	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_6 (Kepadatan penduduk)
5	Kab.Pacitan, Kab.Ponorogo, Kab.Trenggalek, Kab.Tulungagung, Kab.Banyuwangi, Kab.Tuban, Kota Pasuruan, Kota Madiun.	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_5 (Pendidikan tertinggi tamatan SD) X_6 (Kepadatan penduduk)
6	Kab.Lumajang dan Kab.Madiun	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_4 (Rumah Sehat) X_5 (Pendidikan tertinggi tamatan SD) X_6 (Kepadatan penduduk)
7	Kab.Malang, Kab.Mojokerto, Kab.Nganjuk, Kab.Magetan, Kota Probolinggo, Kota Mojokerto	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_4 (Rumah Sehat) X_5 (Pendidikan tertinggi tamatan SD) X_6 (Kepadatan penduduk) X_7 (Sarana kesehatan puskesmas)

Dari 38 Kabupaten/Kota di Jawa Timur dapat dibentuk tujuh kelompok wilayah berdasarkan variabel-variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus difteri. Hasil dari tabel 4.13 apabila digambar dalam bentuk peta tematik Provinsi Jawa Timur tersaji pada Gambar 4.9 sebanyak empat kabupaten dan satu kota dengan 3 variabel signifikan yaitu X_1, X_2 dan X_3 ditandai dengan warna *lake*. Sebanyak tiga kabupaten dengan 4 variabel signifikan yaitu X_1, X_2, X_3 , dan X_4 ditandai dengan warna *rose*. Sebanyak dua kabupaten dengan 4 variabel signifikan yaitu X_1, X_2, X_3 , dan X_5 ditandai dengan warna *Med Blue*. Sebanyak 8 kabupaten dan 4 kota dengan 4 variabel signifikan yaitu X_1, X_2, X_3 , dan X_6 ditandai dengan warna *coral*, Sebanyak 6 kabupaten dan dua kota dengan 5 variabel signifikan yaitu X_1, X_2, X_3, X_5 dan X_6 ditandai dengan warna *green*, Sebanyak dua kabupaten dengan 6 variabel signifikan yaitu X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 , dan X_6 ditandai dengan warna *lilac* dan Sebanyak 4 kabupaten dan 2 kota dengan 6 variabel signifikan yaitu X_1, X_2, X_3, X_5, X_6 , dan X_7 ditandai dengan warna *sun*. Berikut ini peta model GWNBR untuk jumlah kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012 berdasarkan variabel yang signifikan.



Gambar 4.9 Peta Model GWNBR untuk Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Tahun 2012 Berdasarkan Variabel yang Signifikan

Berdasarkan analisis GWNBR dengan pembobot *adaptive bisquare kernel* seperti pada Tabel 4.13, menunjukkan bahwa variabel X_1, X_2 dan X_3 berpengaruh terhadap seluruh lokasi penelitian, sedangkan variabel X_4, X_5, X_6 dan X_7 hanya berpengaruh pada beberapa lokasi saja (berpengaruh secara lokal). Oleh karena itu dengan variabel tersebut akan dibentuk model MGWNBR. Pada analisis MGWNBR ini variabel prediktor X_1, X_2 dan X_3 adalah sebagai variabel globalnya dan variabel prediktor X_4, X_5, X_6 dan X_7 adalah sebagai variabel prediktor lokal.

4.2.9 Pemodelan Jumlah Kasus Difteri dengan MGWNBR

Pemodelan jumlah kasus difteri di Jawa Timur dengan MGWNBR menggunakan variabel prediktor lokal persentase imunisasi DPT lengkap (X_1), persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (X_2), dan persentase

rumah tangga yang memiliki sumber air minum terlindung (X_3). Sedangkan variabel prediktor lokalnya yaitu persentase rumah sehat (X_4), persentase pendidikan tertinggi tamatan SD (X_5), persentase kepadatan penduduk (X_6), dan persentase sarana kesehatan (puskesmas) (X_7). Langkah-langkah pemodelan MGWNBR sama seperti pada GWNBR, yaitu menghitung jarak Euclid, menentukan *bandwidth*, dan membentuk matriks pembobot. Pemodelan dengan MGWNBR pada data kasus difteri di Jawa Timur dengan prosedur iterasi *Newton Rhapson* dengan nilai awal dari regresi binomial negatif.

Pengujian parameter pertama yaitu pengujian secara serentak untuk mengetahui apakah variabel bebas memberikan pengaruh secara serentak terhadap model. Berdasarkan hasil perhitungan nilai devians model MGWNBR sebesar 23,859 dengan taraf signifikansi 5% diperoleh $\chi^2_{(7;0,05)}$ sebesar 14,067. Hal ini menunjukkan bahwa nilai devians lebih besar dari nilai $\chi^2_{(7;0,05)}$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tolak H_0 yang artinya berarti seluruh parameter secara bersama-sama mempunyai pengaruh dalam model MGWNBR.

Pengujian secara parsial menghasilkan parameter yang berbeda untuk setiap kabupaten/Kota. Variabel yang memberikan Pengaruh signifikan apabila nilai $|Z_{value}| > Z_{(0,05/2)}$. Pada taraf signifikansi 5% didapatkan $Z_{(0,05/2)}$ sebesar 1,96. Sebagai contoh akan disajikan pengujian parameter pada lokasi (u_{17}, v_{17}) yaitu Kabupaten Jombang, Berdasarkan hasil pengujian dengan menggunakan *software R* di peroleh hasil sebagai berikut :

Tabel 4.14 Uji Signifikansi Parameter Model MGWNBR di Kabupaten Jombang

Parameter	Z value	Signifikansi
$\hat{\beta}_0(u_{17}, v_{17})$	156.0963	Signifikan
$\hat{\gamma}_1$	-3.29735	Signifikan
$\hat{\gamma}_2$	-4.67228	Signifikan
$\hat{\gamma}_3$	-1.64185	Tidak signifikan
$\hat{\beta}_4(u_{17}, v_{17})$	9.489866	Signifikan
$\hat{\beta}_5(u_{17}, v_{17})$	-32.8232	Signifikan
$\hat{\beta}_6(u_{17}, v_{17})$	-3.18071	Signifikan
$\hat{\beta}_7(u_{17}, v_{17})$	4.451518	Signifikan

Dari Tabel 4.14 diketahui bahwa variabel global yang signifikan adalah X_1 dan X_2 sedangkan variabel lokal yang signifikan adalah X_4, X_5, X_6 , dan X_7 sehingga diperoleh model sebagai berikut:

Tabel 4.15 Hasil Estimasi Parameter Model MGWNBR di Kabupaten Jombang

Parameter	Z value
$\hat{\beta}_0(u_{17}, v_{17})$	3.945
$\hat{\gamma}_1$	-0.80798
$\hat{\gamma}_2$	-1.36567
$\hat{\beta}_4(u_{17}, v_{17})$	0.07576
$\hat{\beta}_5(u_{17}, v_{17})$	-0.19221
$\hat{\beta}_6(u_{17}, v_{17})$	-0.26363
$\hat{\beta}_7(u_{17}, v_{17})$	0.09248
\hat{k}_{17}	73.906

Berdasarkan Tabel 4.15 model MGWNBR untuk Kabupaten Jombang dengan parameter dispersi sebesar 73,906 adalah:

$$\hat{y}_{17} = \exp(3.945 - 0.807X_1 - 1.365X_2 + 0.075X_4 - 0.192X_5 - 0.263X_6 + 0.092X_7)$$

Sesuai model yang terbentuk Kabupaten Jombang dapat disimpulkan bahwa setiap penurunan persentase imunisasi DPT lengkap sebesar 1% (X_1) akan menaikkan jumlah kasus difteri sebesar $e^{(3.945-0.807)} = 23,057 \approx 23$ kasus dengan asumsi bahwa variabel prediktor lainnya konstan. Kemudian setiap penurunan 1% rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (X_2) akan

menaikkan jumlah kasus difteri sebesar $e^{(3.945-1.365)} = 13,197 \approx 13$ kasus dengan asumsi bahwa variabel lainnya konstan. Selanjutnya setiap kenaikan persentase rumah sehat (X_4) sebesar 1% maka akan menaikkan jumlah kasus difteri sebesar $e^{(3.945+0,075)} = 55,701 \approx 56$ kasus dengan asumsi bahwa variabel lainnya konstan. Selanjutnya setiap penurunan persentase pendidikan tamatan tertinggi SD (X_5) sebesar 1% akan menambah jumlah kasus difteri sebesar $e^{(3.945-0.192)} = 42,64 \approx 43$ kasus dengan asumsi bahwa variabel lainnya konstan. Selanjutnya setiap penurunan persentase kepadatan penduduk (X_6) sebesar 1% maka akan menaikkan jumlah kasus difteri sebesar $e^{(3.945-0.263)} = 39,72 \approx 40$ kali dengan asumsi bahwa variabel lainnya konstan. Serta setiap kenaikan persentase sarana kesehatan (puskesmas) (X_7) sebesar 1% maka akan menaikkan jumlah kasus difteri sebesar $e^{(3.945+0,092)} = 56,65 \approx 57$ dengan asumsi variabel lainnya konstan.

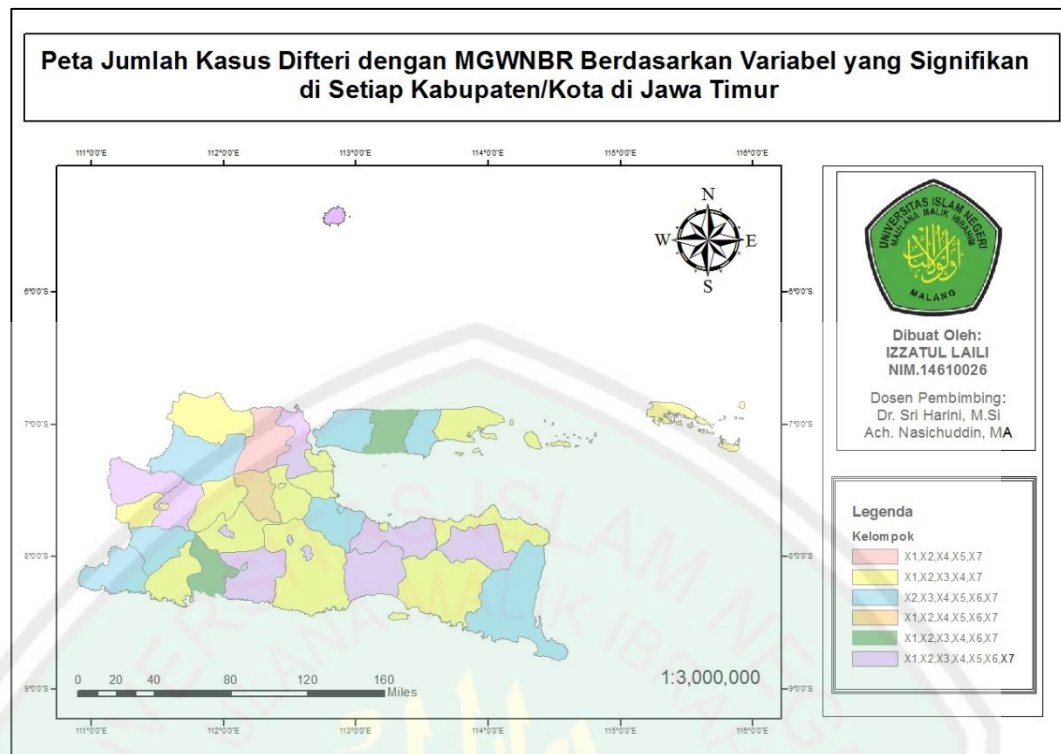
4.2.10 Pemetaan Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Tahun 2012 dengan MGWNBR

Berdasarkan hasil pengujian dengan menggunakan *software* R diperoleh hasil pengujian signifikansi parameter MGWNBR dapat dilihat pada Lampiran 9. Nilai $|Z_{hitung}|$ yang dibandingkan dengan $Z_{0,05/2} = 1,96$. Akan tolak H_0 jika nilai $|Z_{hitung}| > 1,96$. Berdasarkan variabel yang signifikan di setiap kabupaten/Kota maka dapat dibuat enam kelompok yang mana jumlah kasus difteri yang terjadi dipengaruhi oleh variabel yang sama disajikan dalam Tabel 4.16.

Tabel 4.16 Pengelompokan Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur Berdasarkan Variabel Bebas yang Berpengaruh Signifikan

No	Kabupaten/Kota	Varibel yang signifikan
1	Kab. Lamongan	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_4 (Rumah Sehat) X_5 (Pendidikan tertinggi tamatan SD) X_7 (Sarana kesehatan puskesmas)
2	Kab. Trenggalek, Kab. Malang, Kab. Jember, Kab. Situbondo, Kab. Sidoarjo, Kab. Mojokerto, Kab. Nganjuk, Kab. Magetan, Kab. Tuban, Kab. Sumenep, Kota Kediri, Kota Probolinggo, Kota Mojokerto, Kota Madiun, Kota Surabaya	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_5 (Rumah Sehat) X_7 (Sarana kesehatan puskesmas)
3	Kab. Pacitan, Kab. Ponorogo, Kab. Blitar, Kab. Banyuwangi, Kab. Pasuruan, Kab. Bojonegoro, Kab. Bangkalan, Kab. Pamekasan, Kota Pasuruan	X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_4 (Rumah Sehat) X_5 (Pendidikan tertinggi tamatan SD) X_6 (Kepadatan penduduk) X_7 (Sarana kesehatan puskesmas)
4	Kab. Jombang	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_4 (Rumah Sehat) X_5 (Pendidikan tertinggi tamatan SD) X_6 (Kepadatan penduduk) X_7 (Sarana kesehatan puskesmas)
5	Kab. Tulungagung, Kab. Sampang	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_4 (Rumah Sehat) X_6 (Kepadatan penduduk) X_7 (Sarana kesehatan puskesmas)
6	Kab. Kediri, Kab. Lumajang, Kab. Bondowoso, Kab. Probolinggo, Kab. Madiun, Kab. Ngawi, Kab. Gresik, Kota Blitar, Kota Malang, Kota Batu	X_1 (Imunisasi DPT lengkap) X_2 (PHBS) X_3 (Sumber air minum terlindung) X_4 (Rumah Sehat) X_5 (Pendidikan tertinggi tamatan SD) X_6 (Kepadatan penduduk) X_7 (Sarana kesehatan puskesmas)

Dari 38 Kabupaten/Kota di Jawa Timur dapat dibentuk enam kelompok wilayah berdasarkan variabel-variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus difteri. Hasil dari Tabel 4.11 apabila digambarkan dalam bentuk peta tematik Provinsi Jawa Timur tersaji pada Gambar 4.9 sebanyak empat kabupaten dan satu kota dengan 3 variabel signifikan yaitu $X_1, X_2,$ dan X_3 ditandai dengan warna *lake*. Sebanyak tiga kabupaten dengan 4 variabel signifikan yaitu $X_1, X_2, X_3,$ dan X_4 ditandai dengan warna *rose*. Sebanyak dua kabupaten dengan 4 variabel signifikan yaitu $X_1, X_2, X_3,$ dan X_5 ditandai dengan warna *Med Blue*. Sebanyak 8 kabupaten dan 4 kota dengan 4 variabel signifikan yaitu $X_1, X_2, X_3,$ dan X_6 ditandai dengan warna *coral*, sebanyak 6 kabupaten dan dua kota dengan 5 variabel signifikan yaitu $X_1, X_2, X_3, X_5,$ dan X_6 ditandai dengan warna *green*, sebanyak dua kabupaten dengan 6 variabel signifikan yaitu X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 dan X_6 ditandai dengan warna *lilac* dan Sebanyak 4 kabupaten dan 2 kota dengan 6 variabel signifikan yaitu X_1, X_2, X_3, X_5, X_6 dan X_7 ditandai dengan warna *sun*. Berikut ini peta model GWNBR untuk jumlah kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012 berdasarkan variabel yang signifikan.



Gambar 4.10 Peta Model GWNBR untuk Jumlah Kasus Difteri di Jawa Timur Tahun 2012 Berdasarkan Variabel yang Signifikan

4.2.11 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik berdasarkan kriteia AIC pada model. Dari hasil perhitungan diperoleh nilai AIC untuk setiap model sebagai berikut:

Tabel 4.17 Nilai AIC

Model	AIC
Regresi Poisson	675,46
Regresi Binomial Negatif	313,28
GWNBR	293,1339
MGWNBR	285,5702

Berdasarkan Tabel 4.17 dari kedua model nilai AIC terkecil adalah model MGWNBR dengan nilai AIC sebesar 285,5702. Sehingga dapat disimpulkan dalam pemodelan jumlah kasus difteri di Jawa Timur dengan pendekatan MGWNBR merupakan model terbaik.

4.3 Pemetaan Sebagai Upaya Pencegahan Penyakit Menurut Islam

Berdasarkan pemodelan dari regresi Poisson diperoleh hasil bahwa semua variabel prediktor berpengaruh terhadap jumlah kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012 yaitu, persentase balita usia 1-4 tahun yang mendapat imunisasi DPT lengkap, persentase rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat, persentase rumah tangga yang memiliki sumber air terlindung, persentase rumah sehat, persentase pendidikan tertinggi tamatan SD, kepadatan penduduk dan persentase sarana kesehatan yaitu puskesmas.

Berdasarkan pemodelan regresi binomial negatif, variabel prediktor kepadatan penduduk tidak berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus difteri di Jawa Timur 2012. Perbedaan tersebut dikarenakan terdapat overdispersi pada regresi Poisson akibatnya signifikansi dari peubah penjelas menjadi bias ke atas, sehingga menghasilkan kesimpulan yang tidak valid. Dari kedua metode analisis yang telah digunakan, terdapat beberapa variabel yang selalu berpengaruh signifikan terhadap model, diantaranya yaitu persentase balita yang mendapat imunisasi DPT lengkap, persentase hidup bersih dan sehat, persentase rumah sehat, dan sumber air minum terlindung.

Difteri merupakan penyakit yang disebabkan bakteri *Corynebacterium diphtheria*. Difteri bersifat ganas, mudah menular dan menyerang terutama saluran nafas bagian atas. Penularannya bisa karena kontak langsung dengan penderita melalui bersin atau batuk atau kontak tidak langsung karena adanya makanan yang terkontaminasi bakteri difteri. Karena mudah menular, maka perlu dilakukan penelitian yang fokus pada pengamatan setiap wilayah dengan memperhatikan aspek-aspek spasial, dalam hal ini penulis menggunakan metode MGWNBR.

Pada Gambar 4.1 terdapat daerah yang bewarna merah yaitu Kabupaten Situbondo, berarti pada daerah ini kasus difterinya sangat tinggi pada tahun 2012 yaitu sebanyak 129 kasus. Faktor yang mempengaruhi kondisi tersebut setelah dianalisis menggunakan MGWNBR yaitu imunisasi DPT lengkap, persentase rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat, persentase rumah tangga yang memiliki sumber air terlindung, dan kepadatan penduduk. Berdasarkan hasil tersebut, maka Kabupaten Situbondo menjadi daerah yang perlu untuk di isolasi agar wabah difteri tidak meluas ke daerah lain. Hal ini sesuai dengan Sabda Rasulullah Saw yaitu:

عن حبيب بن أبي ثابت قال سمعت إبراهيم بن سعد قال سمعت أسامة بن زيد يحدث سعدا عن النبي صلى الله عليه وسلم قال: إِذَا سَمِعْتُ بِالطَّاعُونَ بِأَرْضٍ فَلَا تَدْخُلُوهَا وَإِذَا وَقَعَ بِأَرْضٍ وَأَنْتُمْ بِهَا فَلَا تَخْرُجُوا مِنْهَا (رواه البخاري)

Dari Habib bin Abu Tsabit ia berkata: Saya mendengar Ibrahim bin Sa'd berkata: Saya mendengar Usamah bin Zaid berbincang dengan Sa'd tentang apa yang didengar dari nabi Saw bahwa beliau bersabda: "Bila kalian mendengar ada wabah penyakit di suatu daerah maka jangan masuk ke daerah wabah tersebut. Dan bila wabah tersebut telah terjadi di suatu daerah sedang kalian berada di situ, maka jangan keluar dari daerah tersebut". (HR. Bukhari).

Mencegah merupakan upaya preventif yang harus dilakukan agar tubuh tidak terserang penyakit. Beberapa upaya itu telah diajarkan dalam Islam, misalnya menjaga kebersihan badan, pakaian, dan tempat tinggal, menjalani pola hidup Islami, dan menghindari daerah wabah. Semua itu juga terbukti secara ilmiah, bermanfaat untuk menjaga kesehatan.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian yang dipaparkan pada bab sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Estimasi parameter model MGWNBR dengan pembobot *adaptive bisquare kernel* didapatkan hasil yaitu:

$$\hat{\theta}^{(m+1)} = \hat{\theta}^{(m)} - [H(\hat{\theta}^{(m)})]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\theta}^{(m)})$$

dengan $\theta = [\beta(u_i, v_i), \gamma, k_i]$,

$$\mathbf{g}^{(m)}(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial l^*(\theta)}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial l^*(\theta)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \\ \vdots \\ \frac{\partial l^*(\theta)}{\partial \beta_q(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial \gamma_p}{\partial l^*(\theta)} \\ \vdots \\ \frac{\partial \gamma_q}{\partial l^*(\theta)} \\ \frac{\partial k_i}{\partial l^*(\theta)} \end{bmatrix}^{\theta(u_i, v_i) \approx \theta^{(r)}(u_i, v_i)}$$

$$H(\hat{\theta}^{(m)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial \beta(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \gamma \beta(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial k_i \partial \beta(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial \gamma} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \gamma \partial \gamma} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial k_i \partial \gamma} \\ \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial k_i} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial \gamma \partial k_i} & \frac{\partial^2 l^*(\theta)}{\partial k_i^2} \end{bmatrix}^{\theta(u_i, v_i) \approx \theta^{(r)}(u_i, v_i)}$$

Proses iterasi berhenti saat nilai yang diperoleh konvergen ke suatu nilai yaitu

$$|\hat{\theta}^{(m+1)} - \hat{\theta}^{(m)}| \leq \varepsilon$$

2. Berdasarkan data Jumlah kasus difteri di Jawa Timur tahun 2012 didapatkan model MGWNBR dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel* yang berbeda untuk setiap kabupaten/kota. Hal ini dikarenakan estimasi parameter model MGWNBR bersifat lokal.

5.2 Saran

Saran untuk penulisan skripsi ini antara lain :

1. Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan pengujian hipotesis model MGWNBR mengandung outlier, multikolinieritas, maupun autokorelasi.
2. Berdasarkan penelitian ini, pemerintah daerah bisa membuat kebijakan khusus yang tepat pada beberapa aspek yang secara nyata berbeda kondisinya antara satu lokasi dengan lokasi lainnya.

DAFTAR RUJUKAN

- Agresti, A. 2002. *Categorical Data Analysis*. United Kingdom: John Wiley and Sons.
- Akaike, H. 1973. *Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle proc 2nd*. Milan: Budepest.
- Anselin, L. 1988. *Spatial Econometris: Mehods and Models*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bouk, Maria Ansilia. 2016. *Pendugaan Model Regresi Binomial Negatif dengan metode Kemungkinan Maksimum*. Skripsi. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.
- Cameron, A.C dan Trivedi, P.K. 1998. *Regression Analysis of Count Data*. USA: Cambridge University Press.
- De Jong, P. dan Heller, G. 2008. *Generalized Linear Models for Insurance Data*. USA: Cambridge University Press.
- Faqih, Allamah Kamal & Tim Ulama. 2005. *Tafsir Nurul Qur'an*. Jakarta: Al Huda.
- Fischer, M, dan Getis. A. 2009. *Handbook of Aplied Spasial Analysis*. New York: Springer.
- Fitriyah, Isma Imroatul. 2017. *Estimasi Parameter Model Geographically Weighted Negative Binomial Regression (GWNBR) dengan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel*. Skripsi. Malang: UIN Malang.
- Fotheringham, A., Brundson, C., & Charlton, M. 2002. *Geographically Weighted Regression*. United Kingdom: John Wiley and Sons.
- Hasan, M.I. 2002. *Pokok-Pokok Materi Statistik (Statistik Deskriptif)*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Hikmah, Amidana. 2015. *Pencegahan Penyakit dalam Islam/Pengobatan Fisik Ala Nabi*.(Online). (<http://infobarumyamy.blogspot.com/2015/04/makalah-pencegahan-penyakit-dalam-Islam.html>), diakses 5 Agustus 2018.

- Hilbe, J. 2011. *Negative Binomial Regression, Second Edition*. New York: Cambridge University Press.
- Hogg, R. V., dan Craig, A. T. 1995. *Introduction to Mathematical Statistics (5th ed)*. New Jersey: Prentice-hall International.
- Johnson, Norman L., Kotz, S., dan Kemp, Adrienne. 1992. *Univariate Discrete Distribution*. New York: The Willey Interscience Publication.
- Juniardi, L.C., dan Salamah, M. 2015. Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kasus Kusta di Jawa Timur Tahun 2013 Menggunakan *Geographically Weighted Negative Binomial Regression (GWNBR)*. *Jurnal Sains dan Seni*, 55-60.
- Kunoli, F. J. 2013. *Pengantar Epidemiologi Penyakit Menular*. Jakarta: Trans Info Media.
- Lestari, Kusuma Scorpia. 2012. *Faktor-faktor yang Berhubungan dengan Kejadian Difteri Kabupaten Sidoarjo*. Tesis. Depok: Universitas Indonesia.
- Leung, Y., Mei, C.L., dan Zhang., W.X. 2000. Statistic Test for Spatial Non Stasionary Based on The Geographically Weighted Regression Model. *Journal Statistics and Computation*, 32 (2):9-32.
- Madaniah, N. 2015. *Penggunaan Ayat-Ayat Al Qur'an untuk Pengobatan Menurut Quraish Shihab dalam Tafsir Al Misbah*. Disertasi. Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya.
- Nakaya, T., dkk. 2005. Geographically Weighted Poisson Regression for Disease Association Mapping. *Journal Statistics in Medicine*. Vol.24, No.17.:2695-2717.
- Nandasari, B.N. 2014. *Pemodelan Kejadian Luar Biasa Difteri di Jawa Timur dengan Menggunakan Geographically Weighted Negative Binomial Regression (GWNBR)*. Skripsi. Surabaya: Institut Teknologi Surabaya.
- Notoatmodjo, S. 1997. *Prinsip-Prinsip Dasar Ilmu Kesehatan Masyarakat*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.
- Okavianty, Toharudin, T., dan Jaya, I.M. 2017. Geographically Weighted Poisson Regression Semiparametric On Modeling Of The Number Of Tuberculosis

Cases (Case study: Bandung city). In AIP Conference Proceedings (Vol. 1827, No. 1, p. 020022). Penerbit : AIP Publishing.

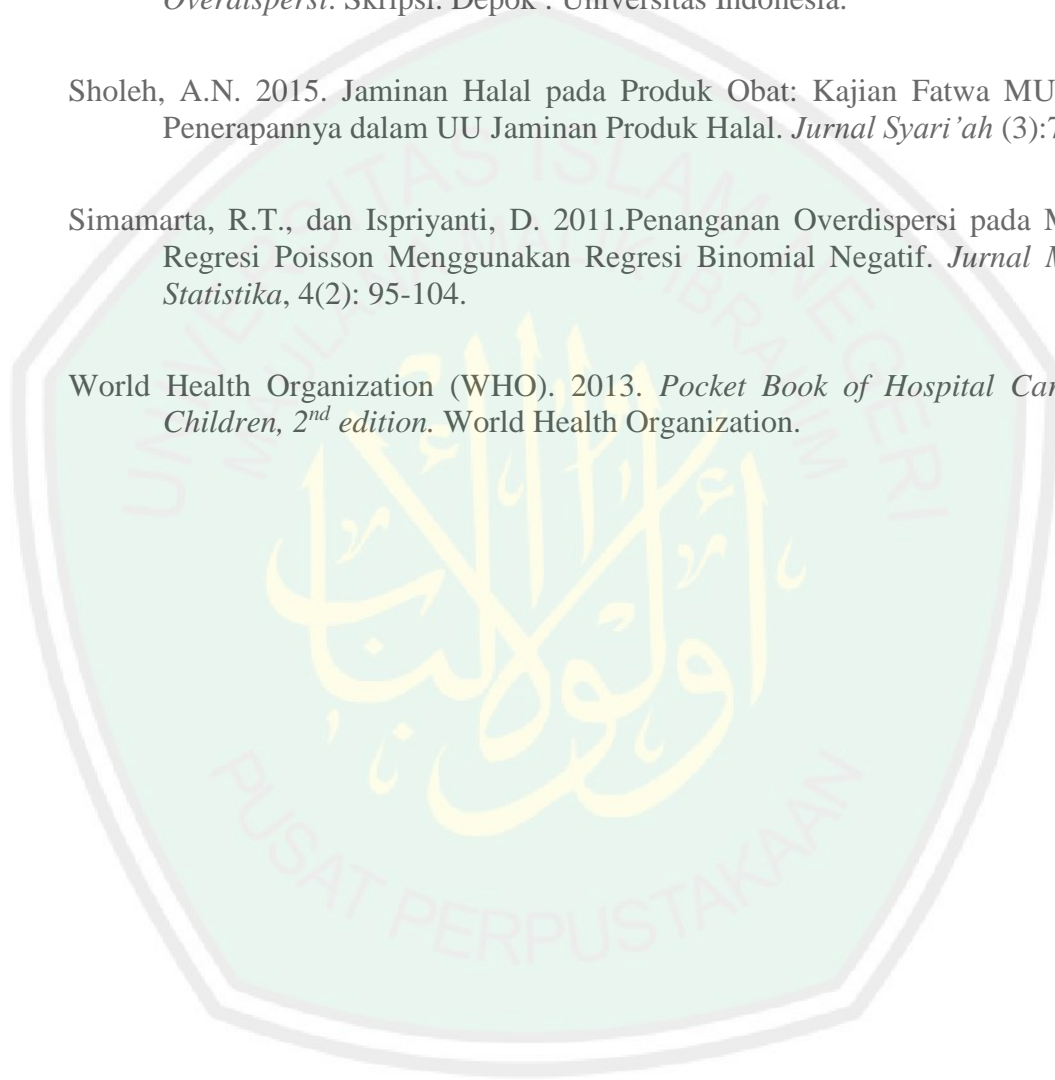
Ricardo, A., dan Carvalho, T, V. R. 2014. *Geographicaly Weighted Negative Binomial Regression-Incorporating Overdispersion*. Springer Science: Business Media New York.

Shafira. 2011. *Penaksiran Parameter Distribusi Binomial Negatif Pada Kasus Overdispersi*. Skripsi. Depok : Universitas Indonesia.

Sholeh, A.N. 2015. Jaminan Halal pada Produk Obat: Kajian Fatwa MUI dan Penerapannya dalam UU Jaminan Produk Halal. *Jurnal Syari'ah* (3):70-87

Simamarta, R.T., dan Ispriyanti, D. 2011. Penanganan Overdispersi pada Model Regresi Poisson Menggunakan Regresi Binomial Negatif. *Jurnal Media Statistika*, 4(2): 95-104.

World Health Organization (WHO). 2013. *Pocket Book of Hospital Care for Children, 2nd edition*. World Health Organization.



LAMPIRAN

Lampiran 1 : Variabel Penelitian

NO	Kabupaten/Kota	Y	X1	X2	X3
1	Pacitan	7	75.72	54.81	42.13
2	Ponorogo	8	83.83	35.09	79.06
3	Trenggalek	8	88.12	34.35	100.00
4	Tulungagung	18	90.39	35.32	77.65
5	Blitar	23	76.39	49.63	61.94
6	Kediri	10	72.26	64.89	81.35
7	Malang	22	90.29	57.25	67.30
8	Lumajang	16	64.41	40.52	100.00
9	Jember	58	78.88	63.80	100.00
10	Banyuwangi	23	76.45	38.63	79.87
11	Bondowoso	19	60.11	14.55	89.38
12	Situbondo	129	53.7	18.86	60.96
13	Probolinggo	29	68.61	20.05	100.00
14	Pasuruan	29	65.22	38.59	82.51
15	Sidoarjo	33	84.45	56.93	82.15
16	Mojokerto	17	58.97	37.55	21.38
17	Jombang	95	93.31	45.31	69.02
18	Nganjuk	6	88.94	30.91	97.38
19	Madiun	4	87.09	46.92	96.62
20	Magetan	6	84.31	64.57	82.85
21	Ngawi	6	65.46	62.32	87.16
22	Bojonegoro	13	79.68	43.49	83.03
23	Tuban	8	82.55	53.67	98.85
24	Lamongan	6	83.96	45.54	100.00
25	Gresik	23	92.77	54.84	96.21
26	Bangkalan	69	49.01	39.69	99.03
27	Sampang	38	34.97	29.09	98.12
28	Pamekasan	8	78.21	8.5	89.73
29	Sumenep	21	15.65	59.99	100.00
30	Kota Kediri	2	80.58	65.74	95.95
31	Kota Blitar	8	94.73	30.44	100.00
32	Kota Malang	42	61.51	36.07	99.93
33	Kota Probolinggo	8	74.93	52.19	100.00
34	Kota Pasuruan	3	85.45	38.52	94.36
35	Kota Mojokero	21	100	53.90	82.40
36	Kota Madiun	25	86.44	44.46	95.10
37	Kota Surabaya	78	69.22	62.97	98.92
38	Kota Batu	16	90.31	31.48	100.00

Lampiran 1 (Lanjutan)

NO	Kabupaten/Kota	X4	X5	X6	X7
1	Pacitan	49.89	40.12	0.52	2.5
2	Ponorogo	61.17	30.46	0.79	3.23
3	Trenggalek	60.54	38.6	0.75	2.29
4	Tulungagung	57.80	32.57	1.19	3.23
5	Blitar	65.18	34.61	0.88	2.5
6	Kediri	56.46	30.18	1.36	3.85
7	Malang	70.55	32.8	0.98	4.06
8	Lumajang	76.55	38.48	0.77	2.6
9	Jember	80.02	32.68	0.96	5.1
10	Banyuwangi	73.76	29.11	0.6	4.69
11	Bondowoso	38.93	31.14	0.65	2.6
12	Situbondo	53.07	27.32	0.54	1.77
13	Probolinggo	38.29	32.32	0.92	3.44
14	Pasuruan	64.05	34.21	1.42	3.44
15	Sidoarjo	68.63	20.13	3.85	2.71
16	Mojoketo	72.37	26.71	8.38	2.81
17	Jombang	77.69	29.11	1.49	3.54
18	Nganjuk	50.53	33.46	1.09	2.08
19	Madiun	69.27	29.8	0.9	2.71
20	Magetan	73.93	32.15	1.2	2.29
21	Ngawi	62.70	30.22	0.8	2.5
22	Bojonegoro	77.37	35.17	0.72	3.75
23	Tuban	64.96	35.75	0.78	3.44
24	Lamongan	84.46	27.97	0.93	3.44
25	Gresik	87.17	24.52	1.34	3.33
26	Bangkalan	81.18	38.81	0.97	2.29
27	Sampang	51.92	28.12	1.01	2.19
28	Pamekasan	51.24	34.34	1.4	2.08
29	Sumenep	56.29	31.92	0.69	3.13
30	Kota Kediri	83.30	20.58	5.42	0.94
31	Kota Blitar	81.93	22.32	5.65	0.31
32	Kota Malang	86.84	18.92	10.4	1.56
33	Kota Probolinggo	78.62	24.85	5.63	0.63
34	Kota Pasuruan	68.79	24.98	6.84	0.83
35	Kota Mojokero	81.12	16.74	8.38	0.52
36	Kota Madiun	72.41	18.77	6.93	0.63
37	Kota Surabaya	80.99	21.74	11.6	6.46
38	Kota Batu	67.80	29.96	1.32	0.52

Lampiran 2 : Statistika deskriptif, korelasi variabel prediktor, dan Uji VIF

Variabel prediktor

Statistika Deskriptif

Descriptive Statistics								
	N	Range	Minimum	Maximum	Sum	Mean	Std. Deviation	Variance
Y	38	127	2	129	955	25,13	27,407	751,144
X1	38	84,35	15,65	100,00	2866,88	75,4442	17,15189	294,187
X2	38	57,24	8,50	65,74	1661,43	43,7218	14,78815	218,690
X3	38	78,62	21,38	100,00	3290,34	86,5879	17,55190	308,069
X4	38	48,88	38,29	87,17	2577,77	67,8361	12,96982	168,216
X5	38	23,38	16,74	40,12	1121,64	29,5168	5,99691	35,963
X6	38	11,54	,06	11,60	95,64	2,5168	3,15399	9,948
X7	38	6,15	,31	6,46	99,99	2,6313	1,33785	1,790
Valid N (listwise)	38							

Korelasi Variabel Prediktor

Correlations					
		Y	X1	X2	X3
Pearson Correlation	Y	1,000	-,278	-,116	-,133
	X1	-,278	1,000	,108	,003
	X2	-,116	,108	1,000	-,016
	X3	-,133	,003	-,016	1,000
	X4	,077	,309	,485	,166
	X5	-,114	-,181	-,159	-,122
	X6	,104	,078	,152	,003
Sig. (1-tailed)	X7	,261	-,130	,268	-,109
	Y	.	,045	,243	,212
	X1	,045	.	,260	,492
	X2	,243	,260	.	,462
	X3	,212	,492	,462	.
	X4	,323	,030	,001	,159
	X5	,247	,138	,170	,232
	X6	,266	,321	,181	,492
	X7	,057	,218	,052	,256

X4	X5	X6	X7
,077	-,114	,104	,261
,309	-,181	,078	-,130
,485	-,159	,152	,268
,166	-,122	,003	-,109
1,000	-,435	,466	-,025
-,435	1,000	-,755	,315
,466	-,755	1,000	-,219
-,025	,315	-,219	1,000
,323	,247	,266	,057
,030	,138	,321	,218
,001	,170	,181	,052
,159	,232	,492	,256
.	,003	,002	,440
,003	.	,000	,027
,002	,000	.	,094
,440	,027	,094	.

Nilai VIF

Model	Collinearity Statistics	
	Tolerance	VIF
(Constant)		
X1	,857	1,167
X2	,674	1,485
X3	,914	1,094
X4	,523	1,913
X5	,377	2,651
X6	,378	2,643
X7	,782	1,278

a. Dependent Variable: Y

Lampiran 3. Jarak *Longitude* dan *latitude*

Kabupaten/Kota	u	v
Pacitan	-7.36	111.53
Ponorogo	-7.24	111.26
Trenggalek	-7.12	113.15
Tulungagung	-7	113.51
Blitar	-8.02	111.42
Kediri	-8.16	113.32
Malang	-7.47	112.74
Lumajang	-7.54	113.49
Jember	-7.59	112.37
Banyuwangi	-7.52	111.57
Bondowoso	-8.03	112
Situbondo	-7.09	112.24
Probolinggo	-7.09	111.53
Pasuruan	-7.39	111.19
Sidoarjo	-7.07	112.24
Mojoketo	-7.27	112.42
Jombang	-8.08	113.56
Nganjuk	-7.32	112.42
Madiun	-7.43	113.56
Magetan	-7.57	112.92
Ngawi	-7.32	112.13
Bojonegoro	-8.03	111.53
Tuban	-7.1	113.28
Lamongan	-8.1	114.21
Gresik	-7.47	112.03
Bangkalan	-8.11	111.06
Sampang	-6.52	112.01
Pamekasan	-7.34	111.26
Sumenep	-7.02	112.44
Kota Kediri	-7.58	112.38
Kota Blitar	-8.04	112.09
Kota Malang	-7.38	112.09
Kota Probolinggo	-7.14	112.44
Kota Pasuruan	-7.37	111.3
Kota Mojokero	-7.28	112.5
Kota Madiun	-7.45	113.12
Kota Surabaya	-7.51	112.31
Kota Batu	-7.49	112

Lampiran 4. Syntax dan Output Regresi Poisson

```

data<-read.table(file.choose(), sep=",", header=TRUE)
attach(data)
##Regresi Poisson##
library(MASS)
regresiPoisson=glm(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7, data=data, fam
ily=Poisson)
summary(regresiPoisson)

```

```

Call:
glm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7,
family = Poisson,
data = dataa)

```

Deviance Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-6.712	-2.590	-0.950	1.618	8.952

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	
(Intercept)	6.251e+00	3.893e-01	16.055	< 2e-16	***
X1	-2.194e-02	1.980e-03	-11.078	< 2e-16	***
X2	-2.815e-02	2.934e-03	-9.594	< 2e-16	***
X3	-9.042e-03	1.657e-03	-5.457	4.84e-08	***
X4	2.941e-02	3.539e-03	8.309	< 2e-16	***
X5	-7.333e-02	9.204e-03	-7.967	1.63e-15	***
X6	-1.159e-04	2.003e-05	-5.785	7.26e-09	***
X7	3.361e-02	2.802e-03	11.995	< 2e-16	***

```

---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.'
0.1 ' ' 1

```

(Dispersion parameter for Poisson family taken to be 1)

```

Null deviance: 828.92 on 37 degrees of freedom
Residual deviance: 483.69 on 30 degrees of freedom
AIC: 675.46

```

Number of Fisher Scoring iterations: 5

Lampiran 5. Syntax dan Output Regresi Binomial Negatif

```
##BINOMIAL NEGATIF##
library(MASS)
summary(rbn <- glm.nb(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7,data =
data))

Call:
glm.nb(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7,
data = data,
init.theta = 2.441715569, link = log)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.1664  -0.9158  -0.2377   0.5548   1.6722

Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  6.245e+00  1.464e+00   4.267 1.99e-05 ***
X1          -2.193e-02  6.984e-03  -3.141 0.001686 **
X2          -3.267e-02  9.296e-03  -3.515 0.000440 ***
X3          -1.378e-02  6.598e-03  -2.089 0.036714 *
X4           3.674e-02  1.191e-02   3.085 0.002034 **
X5          -7.377e-02  3.073e-02  -2.401 0.016359 *
X6          -1.109e-04  8.011e-05  -1.384 0.166225
X7           3.746e-02  9.816e-03   3.817 0.000135 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.'
0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Negative Binomial(2.4417)
family taken to be 1)

Null deviance: 73.587  on 37  degrees of freedom
Residual deviance: 38.942  on 30  degrees of freedom
AIC: 313.67

Number of Fisher Scoring iterations: 1

            Theta: 2.442
      Std. Err.: 0.597

2 x log-likelihood: -295.674
```

Lampiran 6. Syntax dan Output Uji Spasial

Uji Heterogenitas Spasial

```
##BPTEST##
library(lmtest)
hetero=lm(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X5+X6+X7,data=dataa)
bptest(hetero)
```

studentized Breusch-Pagan test

```
data: hetero
BP = 16.109, df = 7, p-value = 0.02414
```

Uji Dependensi Spasial

```
##UJI MORANS I##
library(ape)
uji=as.matrix(dist(cbind(dataa$u,dataa$v)))
uji.inv=1/uji
diag(uji.inv)=0
Moran.I(dataa$Y,uji.inv)
$`observed`
[1] -0.02150312

$expected
[1] -0.02702703

$sd
[1] 0.04786464

$p.value
[1] 0.9081226
```

Lampiran 7. Syntax dan Output Bandwidth tiap wilayah

```
##BANDWIDTH##
bandwidth<-
gwr.sel(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7,data=data,coords=cbind(d
ata$u,data$v),adapt=TRUE,gweight=gwr.bisquare)
Adaptive q: 0.381966 CV score: 80991.96
Adaptive q: 0.618034 CV score: 58914.1
Adaptive q: 0.763932 CV score: 54517.57
Adaptive q: 0.7817738 CV score: 55096.63
Adaptive q: 0.7304 CV score: 54415.2
Adaptive q: 0.68748 CV score: 54640.26
Adaptive q: 0.7331002 CV score: 54297.93
Adaptive q: 0.7461536 CV score: 54407.42
Adaptive q: 0.7380861 CV score: 54198
Adaptive q: 0.7384368 CV score: 54212.37
Adaptive q: 0.7364697 CV score: 54157.39
Adaptive q: 0.7351827 CV score: 54210.06
Adaptive q: 0.7367257 CV score: 54147.08
Adaptive q: 0.7370166 CV score: 54150.64
Adaptive q: 0.7368073 CV score: 54143.8
Adaptive q: 0.736848 CV score: 54142.69
Adaptive q: 0.7369124 CV score: 54145.74
Adaptive q: 0.736848 CV score: 54142.69
gwnbr<-
gwr(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7,data=data,coords=cbind(data$
u,data$v),adapt=bandwidth,hatmatrix=TRUE,gweight=gwr.bi
square)
gwnbr$bandwidth
[1] 1.2150327 1.4978089 1.4665271 1.8278750 1.5660563
1.7947299 1.1980856
 [8] 1.7974703 1.1078838 1.1711084 1.1017165 1.0400598
1.2683121 1.5521053
[15] 1.0404455 1.1244614 2.0306239 1.1360023 1.7974308
1.3894615 0.9970460
[22] 1.4641651 1.5822199 2.6809190 0.9502420 1.8522070
1.5100358 1.4857413
[29] 1.1925184 1.1045375 1.1527870 0.9265766 1.1569370
1.4435106 1.0705904
[36] 1.4481255 1.0530931 0.9700855
```

Lampiran 8. Syntax Jarak *Euclid* dan Pembobot *Adaptive Bisquare*

```
##JARAK EUCLIDEAN##
u=data[10]
u<-as.matrix(u)
i<-nrow(u)
v=data[11]
v<-as.matrix(v)
j<-nrow(v)
library(fields)
jarakeuc<-matrix(nrow=38,ncol=38)
for(i in 1:38)
+   for(j in 1:38){jarakeuc[i,j]=sqrt((u[i,]-
u[j,])**2+(v[i]-v[j])**2)}
write.table(jarakeuc,file="D:/jarak3.csv",sep=",")

##PEMBOBOT ADAPTIVE BISQUARE KERNEL##
bandwidth<-gwnbr$bandwidth
bandwidth<-as.matrix(bandwidth)
i<-nrow(bandwidth)
pembobot<-matrix(nrow=38,ncol=38)
for(i in 1:38)
+ for(j in 1:38)
+ {pembobot[i,j]=(1-(jarakeuc[i,j]/bandwidth[i])**2)**2
+   pembobot[i,j]<-
ifelse(jarakeuc[i,j]<bandwidth[i,],pembobot[i,j],0)}
write.table(pembobot,file="D:/pembobottfiks.csv",sep=",",
")
```

Lampiran 9. Jarak Euclid Setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur

No	1	2	3	...	37	38
1	0	0.295466	1.637681	...	0.794292	0.487647
2	0.295466	0	1.893806	...	1.084159	0.781089
3	1.637681	1.893806	0	...	0.926121	1.208056
4	2.012461	2.262764	0.379473	...	1.303879	1.587514
5	0.669104	0.796241	1.950103	...	1.025768	0.785684
6	1.960638	2.256103	1.053803	...	1.201083	1.480304
7	1.21499	1.497765	0.539073	...	0.431856	0.74027
8	1.968248	2.250089	0.54037	...	1.180381	1.490839
9	0.870919	1.163873	0.910659	...	0.1	0.383275
10	0.164924	0.417732	1.629847	...	0.740068	0.431045
11	0.818413	1.082451	1.466492	...	0.605392	0.54
12	0.759605	0.991413	0.910494	...	0.425793	0.466476
13	0.27	0.308869	1.620278	...	0.885889	0.617171
14	0.341321	0.165529	1.97851	...	1.12641	0.816149
15	0.766942	0.994636	0.911373	...	0.445533	0.483735
16	0.894539	1.160388	0.745252	...	0.264008	0.474131
17	2.153903	2.448591	1.043887	...	1.373827	1.667843
18	0.890898	1.162755	0.756902	...	0.219545	0.4531
19	2.031207	2.307834	0.514004	...	1.252557	1.561153
20	1.405774	1.692483	0.505371	...	0.612944	0.923472
21	0.601332	0.87367	1.039423	...	0.261725	0.214009
22	0.67	0.834865	1.85809	...	0.937443	0.715891
23	1.769209	2.024846	0.131529	...	1.053091	1.338096
24	2.780288	3.0728	1.443607	...	1.989497	2.29264
25	0.511957	0.803617	1.173414	...	0.282843	0.036056
26	0.885099	0.892693	2.312618	...	1.386542	1.126055
27	0.967471	1.039663	1.288255	...	1.034456	0.970052
28	0.27074	0.1	1.902761	...	1.063673	0.75505
29	0.971442	1.200333	0.717008	...	0.506952	0.643817
30	0.601664	0.896939	1.155509	...	0.230868	0.127279
31	0.880909	1.152779	1.403567	...	0.573847	0.557315
32	0.560357	0.841724	1.091421	...	0.255539	0.142127
33	0.936216	1.18423	0.710282	...	0.392173	0.562228
34	0.230217	0.136015	1.866815	...	1.019657	0.710211
35	0.973293	1.240645	0.669403	...	0.298329	0.54231
36	1.592545	1.871817	0.331361	...	0.812219	1.120714
37	0.794292	1.084159	0.926121	...	0	0.310644
38	0.487647	0.781089	1.208056	...	0.310644	0

Lampiran 10. Matriks Pembobot *Adaptive Bisquare*

No	1	2	3	...	37	38
1	1	0.885229	0	...	0.327927	0.70379
2	0.923687	1	0	...	0.226643	0.530058
3	0	0	1	...	0.361441	0.103318
4	0	0	0.915659	...	0.241238	0.06037
5	0.668231	0.54981	0	...	0.326011	0.559954
6	0	0	0.429336	...	0.304852	0.102205
7	0	0	0.636084	...	0.757025	0.382205
8	0	0	0.827413	...	0.323485	0.097394
9	0.145947	0	0.105201	...	0.983772	0.774958
10	0.960729	0.761721	0	...	0.360786	0.747408
11	0.200856	0.001202	0	...	0.487275	0.577233
12	0.217708	0.008346	0.054583	...	0.692885	0.638145
13	0.911417	0.884906	0	...	0.262274	0.582493
14	0.905619	0.977382	0	...	0.224027	0.52345
15	0.208522	0.007417	0.054159	...	0.666889	0.614404
16	0.13479	0	0.314435	...	0.89279	0.676029
17	0	0	0.541299	...	0.294062	0.10588
18	0.1482	0	0.309207	...	0.926695	0.707137
19	0	0	0.843134	...	0.264593	0.060332
20	0	0	0.75292	...	0.648665	0.311668
21	0.404819	0.053903	0	...	0.866935	0.909979
22	0.625054	0.455454	0	...	0.348182	0.579024
23	0	0	0.986227	...	0.310256	0.081099
24	0	0	0.504164	...	0.201866	0.072192
25	0.50372	0.081109	0	...	0.830655	0.997123
26	0.595441	0.589383	0	...	0.19326	0.397395
27	0.347523	0.276638	0.074077	...	0.281643	0.344943
28	0.93469	0.99096	0	...	0.237615	0.550172
29	0.113168	0	0.407673	...	0.671222	0.502014
30	0.13551	0	0.115992	...	0.983999	0.765626
31	0.173111	1.79E-10	0	...	0.565811	0.587179
32	0.402292	0.030543	0	...	0.853667	0.953497
33	0.119138	0	0.388237	...	0.783394	0.583453
34	0.949776	0.982322	0	...	0.251038	0.574463
35	0.030104	0	0.370934	...	0.850729	0.552651
36	0	0	0.898024	...	0.469798	0.160856
37	0.185857	0	0.051349	...	1	0.833542
38	0.558469	0.123688	0	...	0.805429	1

Lampiran 11. Syntax GWNBR

```

##GWNBR##
library(MASS)
gwnbr=function(X,y,W1,k1,b1){
beta=matrix(c(0),9,9,byrow=T)
beta[1,1]=k1
beta[1,2:9]=c(b1)
for(i in 1:9){
satu<-rep(1,38)
satu<-as.matrix(satu)
b01<-rbind(c(k1,beta[i,2:9]))
Xb1<-as.matrix(X)%*%as.matrix(beta[i,2:9])
miyu1<-exp(Xb1)
delta11<-((log(1+k1*miyu1)-
digamma(y+(1/k1))+digamma(1/k1))/k1^2)+((y-
miyu1)/((1+k1*miyu1)*k1))
delta11<-as.matrix(delta11)
p11<-t(satu)%*%W1)%*%delta11
delta21<-(y-miyu1)/(1+k1*miyu1)
delta21<-as.matrix(delta21)
p21<-t(X)%*%as.matrix(W1)%*%delta21
p21<-as.matrix(p21)
gt1<-rbind(p11,p21)
delta31<-((trigamma(y+(1/k1))-
trigamma(1/k1))/k1^4)+((2*digamma(y+(1/k1))-
2*digamma(1/k1)-
2*log(1+k1*miyu1))/k1^3)+((2*miyu1)/(k1^2*(1+k1*miyu1))
)+(((y+(1/k1))*miyu1^2)/(1+k1*miyu1)^2)-(y/k1^2)
delta31<-as.matrix(delta31)
p31<-t(satu)%*%W1)%*%delta31
p31<-as.matrix(p31)
delta41<-miyu1*(miyu1-y)/(1+k1*miyu1)^2

```

```

delta41<-as.matrix(delta41)
p41<-t(X)%*%W1)%*%delta41
p41<-as.matrix(p41)
h11<-rbind(p31,p41)
delta51<-miyu1*(k1*y+1)/(1+k1*miyu1)^2
delta51<-t(delta51)
delta51<-c(delta51)
delta51<-as.matrix(diag(delta51))
p51<-t(X)%*%as.matrix(W1)%*%delta51)%*%as.matrix(X)
p51<--1*p51
p51<-as.matrix(p51)
h21<-rbind(t(p41),p51)
H1<-cbind(h11,h21)
H11<-ginv(H1)
beta[i,]<-(t(b01)-H11)%*%gt1)
}
return(list(beta=beta,hessian=H1))
}
gwnbr1<-function(x,y,W,teta){
beta<-rbn$coefficients
param<-matrix(c(0),nrow(x),ncol(x)+1,byrow=T)
zhit<-matrix(c(0),nrow(x),ncol(x),byrow=T)
for(i in 1:38){
ww<-as.matrix(diag(W[i,]))
hit<-gwnbr(x,y,ww,teta,beta)
param[i,]<-hit$beta[9,]
write.csv(hit$hessian,file=paste("hessian",i,".csv"))
invh<--ginv(as.matrix(hit$hessian))
for(j in 1:ncol(x)){
zhit[i,j]<-param[i,j]/invh[j+1,j+1]
}
}
return(list(koefisien=param,Z_hitung=zhit))

```

```
}  
  
tugas=read.table("F://book3.txt",header=TRUE)  
bobot=as.matrix(read.csv("F://pembobottfiks.csv",header  
=TRUE,sep=", "))  
xx=data[,3:9]  
y=data[,2]  
x=as.matrix(cbind(1,xx))  
model=gwnbr1(x,y,bobot,2.442)  
model$koefisien  
model$Z_hitung
```



Lampiran 12. Koefisien Parameter GWNBR untuk Setiap Kab/Kota di Jawa Timur

No	k	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
1	1.738	1.939	-0.0039	-0.002	5.26E-05	0.0026	-0.008
2	1.736	1.907	-0.004	-0.002	-8.49E-05	0.0029	-0.007
3	1.715	2.026	-0.0015	-0.0049	-0.000417	0.0049	-0.017
4	1.697	2.033	-0.0015	-0.0046	-0.000806	0.0044	-0.016
5	1.753	1.952	-0.0049	-0.0004	5.54E-05	0.0022	-0.007
6	1.817	1.897	-0.0008	-0.0046	-0.001403	0.0039	-0.012
7	1.816	1.977	-0.0013	-0.0046	-0.000352	0.0039	-0.016
8	1.753	1.982	-0.0012	-0.0045	-0.001162	0.0041	-0.014
9	1.882	1.887	-0.0013	-0.0041	-0.000363	0.0031	-0.013
10	1.723	1.963	-0.0046	-0.0014	0.00028	0.0024	-0.008
11	1.74	1.629	-0.0028	-0.0024	-0.000104	0.0032	-0.001
12	1.948	1.902	-0.0013	-0.0039	-0.000197	0.0026	-0.014
13	1.775	1.994	-0.0028	-0.0027	-0.0003	0.0021	-0.011
14	1.73	1.928	-0.0045	-0.0015	2.15E-05	0.0027	-0.007
15	1.95	1.904	-0.0013	-0.0039	-0.000199	0.0026	-0.014
16	1.906	1.924	-0.0013	-0.0041	-0.000258	0.003	-0.014
17	1.798	1.92	-0.0009	-0.0042	-0.001663	0.0036	-0.011
18	1.9	1.923	-0.0013	-0.004	-0.000269	0.0029	-0.014
19	1.729	1.996	-0.0013	-0.0045	-0.001228	0.0042	-0.014
20	1.798	1.97	-0.0013	-0.0049	-0.000485	0.0045	-0.016
21	1.924	1.88	-0.0014	-0.0039	-0.000193	0.0026	-0.012
22	1.749	1.937	-0.0048	-0.0004	4.91E-05	0.0022	-0.007
23	1.705	2.027	-0.0015	-0.0049	-0.000522	0.0049	-0.017
24	1.779	1.925	-0.0009	-0.0037	-0.002261	0.0031	-0.009
25	1.894	1.857	-0.0016	-0.0036	-0.000185	0.0025	-0.011
26	1.751	2.039	-0.0056	0.0005	0.0002	0.0016	-0.008
27	1.92	2.008	-0.0015	-0.0033	-0.000388	0.0018	-0.015
28	1.731	1.921	-0.0043	-0.0017	-4.03E-06	0.0028	-0.007
29	1.915	1.945	-0.0013	-0.004	-0.000256	0.0029	-0.015
30	1.883	1.889	-0.0013	-0.0041	-0.000358	0.0031	-0.013
31	1.768	1.673	-0.0024	-0.003	-0.00038	0.0033	-0.003
32	1.925	1.858	-0.0014	-0.0039	-1.34E-04	0.0026	-0.011
33	1.91	1.937	-0.0013	-0.004	-0.000251	0.003	-0.015
34	1.73	1.927	-0.0043	-0.0016	3.08E-05	0.0027	-0.007
35	1.901	1.937	-0.0013	-0.0042	-0.000269	0.0033	-0.015
36	1.759	1.992	-0.0014	-0.005	-0.000512	0.0048	-0.017
37	1.899	1.872	-0.0013	-0.0041	-0.000312	0.003	-0.012
38	1.879	1.866	-0.0018	-0.0035	-0.000212	0.0025	-0.011

Lampiran 12. Lanjutan

No	β_6	β_7
1	-0.012	0.0334
2	-0.012	0.0339
3	-0.021	0.0532
4	-0.017	0.0501
5	-0.012	0.0275
6	-0.012	0.051
7	-0.02	0.0546
8	-0.015	0.0495
9	-0.016	0.0504
10	-0.013	0.0307
11	-0.005	0.0357
12	-0.015	0.0469
13	-0.012	0.0384
14	-0.012	0.0322
15	-0.015	0.0469
16	-0.017	0.0497
17	-0.01	0.048
18	-0.017	0.0498
19	-0.014	0.0484
20	-0.021	0.0553
21	-0.014	0.0457
22	-0.012	0.0273
23	-0.02	0.0525
24	-0.006	0.0431
25	-0.012	0.0435
26	-0.014	0.0258
27	-0.014	0.0445
28	-0.012	0.0328
29	-0.017	0.0491
30	-0.016	0.0507
31	-0.007	0.04
32	-0.013	0.0451
33	-0.017	0.0495
34	-0.012	0.0325
35	-0.018	0.0517
36	-0.021	0.0543
37	-0.015	0.0496
38	-0.012	0.0426

Lampiran 13. Nilai Z hitung Pengujian Hipotesis

No	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
1	0.81956	19452.41	-21.923	-30.907	0.302774
2	0.858723	21411.38	-20.8713	-28.7074	-0.49488
3	0.840958	31645.61	-7.20754	-69.7814	-0.95863
4	0.703055	27071.24	-5.8145	-52.0381	-1.87978
5	0.437207	12549.76	-16.8771	-3.89377	0.253889
6	0.381683	11635.8	-3.05038	-46.2806	-3.7334
7	0.950431	30691.99	-8.07894	-89.9742	-1.04416
8	0.672013	23531.76	-5.58401	-57.1953	-3.56394
9	0.852065	27002.35	-9.16332	-87.6096	-1.42445
10	0.666304	15378.32	-21.6916	-18.4427	1.551942
11	0.203841	4474.839	-5.53348	-16.4108	-0.25225
12	0.959231	34893.37	-10.6702	-92.0206	-0.7315
13	0.757338	24464.1	-17.0409	-44.1656	-1.36078
14	0.742316	18920.1	-20.8862	-19.1108	0.123245
15	0.941538	34610.18	-10.5487	-90.7509	-0.72089
16	1.080688	36715.66	-10.8887	-98.5987	-0.98692
17	0.476937	15102.45	-3.60186	-45.9798	-4.86116
18	1.078172	36479.5	-10.9099	-99.346	-1.06821
19	0.602696	22365.99	-5.10809	-50.7409	-3.41049
20	0.954221	30426.54	-8.2154	-92.9401	-1.66868
21	0.979751	31697.74	-11.7741	-91.0458	-0.89533
22	0.400693	11522.65	-15.6225	-3.93012	0.215006
23	0.786384	29880.85	-6.72178	-63.8938	-1.23309
24	0.408997	13456.95	-2.77699	-32.253	-5.70413
25	0.817821	21451.22	-11.0334	-70.3416	-0.8326
26	0.291994	9659.948	-14.0366	3.547907	0.715269
27	0.626685	33388.2	-9.2904	-62.2792	-1.08028
28	0.803555	20078.03	-21.4109	-23.5819	-0.02376
29	1.03042	37741.3	-10.4275	-92.5274	-0.82923
30	0.857527	27306.94	-9.1301	-88.2577	-1.39049
31	0.2721	5588.658	-5.66092	-25.0882	-0.96357
32	0.885848	25621.86	-10.4067	-80.9234	-0.5853
33	1.080042	37924.46	-10.8051	-96.732	-0.88696
34	0.794196	19789.62	-21.7817	-22.9372	0.182442
35	1.013347	33169.77	-9.81105	-90.2063	-0.83363
36	0.84746	29045.38	-7.38786	-79.6575	-1.5354
37	0.907893	28283.97	-9.86734	-90.734	-1.27688
38	0.80667	20567.75	-11.7505	-65.9909	-0.96911

Lampiran 13. Lanjutan

No	β_5	β_6	β_7
1	2.354036	-2.63166	-1.08594
2	2.737723	-1.94453	-0.88999
3	3.010094	-3.59355	-1.64051
4	2.335362	-2.76691	-1.05568
5	1.350285	-1.47328	-0.92757
6	1.311316	-1.6508	-0.70312
7	2.519407	-4.63815	-2.15689
8	2.219822	-2.81085	-1.04904
9	1.699385	-4.25712	-1.80086
10	2.029762	-2.34803	-1.15518
11	0.844359	-0.19243	-0.23758
12	1.543198	-4.47555	-1.65708
13	1.487102	-3.33831	-0.91372
14	2.421827	-1.76779	-0.91715
15	1.512607	-4.39251	-1.62155
16	1.991196	-5.16799	-2.15115
17	1.459151	-1.81115	-0.62981
18	1.995517	-5.23386	-2.16775
19	2.08703	-2.49458	-0.88968
20	2.990242	-4.60588	-2.14547
21	1.618126	-4.88244	-1.68814
22	1.271364	-1.36854	-0.87508
23	2.848404	-3.32422	-1.43982
24	1.103692	-1.234	-0.27288
25	1.465457	-4.10522	-1.34821
26	0.721108	-1.17462	-0.80818
27	0.841944	-3.5287	-0.91526
28	2.604991	-1.91261	-0.9376
29	1.891168	-4.75318	-1.91702
30	1.714268	-4.29348	-1.82621
31	0.979792	-0.53512	-0.35731
32	1.477343	-4.35704	-1.47393
33	1.989077	-5.05707	-2.08269
34	2.563193	-1.98276	-0.97466
35	2.053231	-4.76619	-2.17907
36	3.051898	-4.03715	-1.83738
37	1.748237	-4.37219	-1.81701
38	1.474618	-4.08425	-1.32361

Lampiran 14. Syntax MGWNBR

```
data<-read.table(file.choose(), sep=",", header=TRUE)
attach(data)

##ITERASI##
k1<-rbn$theta
Nbcoef1<-rbn$ coefficients[1:5]
Nbcoefg<-rbn$ coefficients[6:8]
b1<-as.matrix(Nbcoef1)
g1<-as.matrix(Nbcoefg)
x1<-data[,3:6]
x1<-as.matrix(x1)
X1<-cbind(1,x1)
xg<-data[,7:9]
Xg<-as.matrix(xg)
y<-data[2]

pembobot=as.matrix(read.csv("F://pembobotgauss.csv", header=TRUE, sep=", "))

##Pembobot Pacitan##
W1<-pembobot[25,]
W1<-t(W1)
W1<-c(W1)
W1<-diag(W1)

satu<-rep(1,38)
satu<-as.matrix(satu)
b01<-rbind(k1,b1,g1)
g01<-rbind(g1)

Xg1<-Xg%*%g1
Xb1<-X1%*%b1
miyu1<-exp(Xb1+Xg1)

delta11<-((log(1+k1*miyu1)-
digamma(y+(1/k1))+digamma(1/k1))/k1^2)+((y-
miyu1)/((1+k1*miyu1)*k1))
delta11<-as.matrix(delta11)
p11<-t(satu)%*%W1%*%delta11

delta21<-(y-miyu1)/(1+k1*miyu1)
delta21<-as.matrix(delta21)
p21<-t(X1)%*%as.matrix(W1)%*%delta21
p21<-as.matrix(p21)

delta31<-(y-miyu1)/(1+k1*miyu1)
delta31<-as.matrix(delta31)
```

```

p31<-t(Xg)%*%as.matrix(W1)%*%delta31
p31<-as.matrix(p31)
gt1<-rbind(p11,p21,p31)

delta41<-((trigamma(y+(1/k1))-
trigamma(1/k1))/k1^4)+((2*digamma(y+(1/k1))-
2*digamma(1/k1)-
2*log(1+k1*miyu1))/k1^3)+((2*miyu1)/(k1^2*(1+k1*miyu1))
)+( ((y+(1/k1))*miyu1^2)/(1+k1*miyu1)^2)-(y/k1^2)
delta41<-as.matrix(delta41)
p41<-t(satu)%*%W1)%*%delta41
p41<-as.matrix(p41)

delta51<-miyu1*(miyu1-y)/(1+k1*miyu1)^2
delta51<-as.matrix(delta51)
p51<-t(X1)%*%W1)%*%delta51
p51<-as.matrix(p51)

delta61<-miyu1*(miyu1-y)/(1+k1*miyu1)^2
delta61<-as.matrix(delta61)
p61<-t(Xg)%*%W1)%*%delta61
p61<-as.matrix(p61)

delta71<-miyu1*(k1*y+1)/(1+k1*miyu1)^2
delta71<-t(delta71)
delta71<-c(delta71)
delta71<-as.matrix(diag(delta71))
p71<-t(X1)%*%as.matrix(W1)%*%delta71)%*%as.matrix(X1)
p71<--1*p71
p71<-as.matrix(p71)

delta81<-miyu1*(k1*y+1)/(1+k1*miyu1)^2
delta81<-t(delta81)
delta81<-c(delta81)
delta81<-as.matrix(diag(delta81))
p81<-t(Xg)%*%as.matrix(W1)%*%delta81)%*%as.matrix(X1)
p81<--1*p81
p81<-as.matrix(p81)

delta91<-miyu1*(k1*y+1)/(1+k1*miyu1)^2
delta91<-t(delta91)
delta91<-c(delta91)
delta91<-as.matrix(diag(delta91))
p91<-t(Xg)%*%as.matrix(W1)%*%delta81)%*%as.matrix(Xg)
p91<--1*p91
p91<-as.matrix(p91)

delta101<-miyu1*(k1*y+1)/(1+k1*miyu1)^2
delta101<-t(delta101)

```

```

delta101<-c(delta101)
delta101<-as.matrix(diag(delta101))
p101<-t(X1)%*%as.matrix(W1)%*%delta101)%*%as.matrix(Xg)
p101<--1*p101
p101<-as.matrix(p101)

h11<-rbind(p41,p51,p61)
h21<-rbind(t(p51),p71,t(p101))
h31<-rbind(t(p61),t(p81),p91)
H1<-cbind(h11,h21,h31)
H11<-ginv(H1)
b11<-(b01-H11%*%gt1)
parameter<-b11
parameter
bs1<-b11-b01
sel<-abs(bs1)
sel
parameter<-as.matrix(parameter)
sel<-as.matrix(sel)
zhit=parameter/sel
zhit
write.table(galat,file="E:/zhit25.csv",sep=",")
write.table(parameter,file="E:/parameter25.csv",sep=",",
)

#menghitung nilai devians#
datay<-as.matrix(Y)
datax<-as.matrix(cbind(1,data[,3:9]))
tetanb<-rbn$theta
betanb<-as.matrix(rbn$coefficients)
muw<-as.matrix(rep(exp(betanb[1]),38))
slr<-matrix(0,nrow(data),1)
for(i in 1:nrow(data))
slr[i]<-0
for(r in 1:datay[i])
{slr[i]<-slr[i]+log(r+(1/tetanb))}

parameter=as.matrix(read.csv("F://parametermgwnbr.csv",
header=TRUE,sep=","))

#devians mgwnbr#
tetagw<-as.matrix(parameter[,2])
betagw<-as.matrix(parameter[,3:10])
muwgw<-as.matrix(exp(parameter[,3]))
muogw<-as.matrix(exp(apply(datax*betagw,1,sum)))
Lwgw<-sum(slr-lgamma(datay+1)+datay*log(tetagw*muwgw)-
(datay+(1/tetagw))*log(1+tetagw*muwgw))

```

```
Logw<-sum(slr-lgamma(datay+1)+datay*log(tetagw*muogw) -  
(datay+(1/tetagw))*log(1+tetagw*muogw))  
DGW<-2*(Logw-Lwgw)  
DGW  
  
##AIC  
ssegw<-sum((datay-muogw)^2)  
n<-nrow(data)  
k<-ncol(datax)+1  
a<-log(ssegw/n)  
b<-2*k  
aicgw<-(n*a)+b  
aicgw
```



Lampiran 15. Koefisien Parameter MGWNBR untuk Setiap Kab/Kota di Jawa Timur

No	k	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
1	6.2844	5.9502	-0.014	-0.0439	-0.0204	0.0472	-0.0764
2	6.276	6.0557	-0.0128	-0.0446	-0.0204	0.0463	-0.0804
3	6.0073	5.7799	-0.0261	-0.0223	-0.021	0.0345	-0.0339
4	6.1492	5.7644	-0.0263	-0.024	-0.0177	0.0367	-0.044
5	6.2234	6.5144	-0.011	-0.0515	-0.0235	0.0491	-0.0896
6	6.5184	6.3957	-0.0326	-0.0257	-0.0115	0.0391	-0.0634
7	6.0684	5.639	-0.0276	-0.0236	-0.0221	0.0395	-0.0298
8	6.3638	5.8545	-0.0283	-0.0246	-0.0145	0.0383	-0.0516
9	6.2039	5.7776	-0.0281	-0.0283	-0.0204	0.0448	-0.0418
10	6.264	6.0957	-0.0118	-0.0468	-0.0222	0.0479	-0.0808
11	6.1736	8.5175	-0.0246	-0.042	-0.0234	0.0467	-0.1203
12	6.062	5.5819	-0.0267	-0.0266	-0.0191	0.0423	-0.0425
13	6.2519	5.437	-0.0193	-0.0399	-0.0171	0.0491	-0.0618
14	6.2549	6.0735	-0.0108	-0.0474	-0.0216	0.0474	-0.0824
15	6.0523	5.5764	-0.0266	-0.0265	-0.019	0.0421	-0.0423
16	6.0887	5.571	-0.0274	-0.026	-0.0206	0.0429	-0.0371
17	6.5874	6.2022	-0.0315	-0.0269	-0.0086	0.0411	-0.0716
18	6.1057	5.5936	-0.0275	-0.0264	-0.0205	0.0433	-0.038
19	6.3537	5.8584	-0.0279	-0.0249	-0.0138	0.0384	-0.0546
20	6.0981	5.7783	-0.0276	-0.0229	-0.0205	0.0363	-0.0327
21	6.1961	5.744	-0.0268	-0.0288	-0.0185	0.0444	-0.0503
22	6.2169	6.7072	-0.012	-0.0513	-0.0237	0.049	-0.0926
23	6.0496	5.7911	-0.0262	-0.0226	-0.02	0.0346	-0.0365
24	6.7006	6.1661	-0.0312	-0.0303	-0.0011	0.0451	-0.0961
25	6.2761	6.0305	-0.0264	-0.0315	-0.0184	0.0458	-0.0604
26	6.1746	6.1498	-0.0081	-0.0552	-0.0243	0.0517	-0.0849
27	6.033	5.4161	-0.0253	-0.0317	-0.0159	0.0441	-0.048
28	6.2663	6.0676	-0.0116	-0.0462	-0.0212	0.0469	-0.0815
29	6.0042	5.5958	-0.0269	-0.0257	-0.0201	0.0411	-0.0381
30	6.198	5.753	-0.0281	-0.028	-0.0205	0.0446	-0.0407
31	6.2299	7.9268	-0.0263	-0.0392	-0.021	0.046	-0.1047
32	6.2213	5.8407	-0.0269	-0.0288	-0.0188	0.0449	-0.0538
33	6.0407	5.5724	-0.0271	-0.0256	-0.0204	0.0419	-0.0371
34	6.2654	6.0584	-0.0115	-0.0464	-0.0213	0.0471	-0.0813
35	6.0542	5.4648	-0.0275	-0.0237	-0.0224	0.042	-0.0289
36	6.0998	5.7889	-0.0271	-0.0222	-0.0202	0.0349	-0.0336
37	6.2033	5.7584	-0.0279	-0.0278	-0.0202	0.0446	-0.0432
38	6.29	6.0632	-0.026	-0.0329	-0.0183	0.0463	-0.0622

Lampiran 16. Lanjutan

No	β_6	β_7
1	-0.0795	0.4347
2	-0.0783	0.4434
3	-0.0285	0.2719
4	-0.0541	0.2891
5	-0.0891	0.462
6	-0.098	0.2706
7	-0.0258	0.2532
8	-0.0746	0.2839
9	-0.0469	0.2705
10	-0.0816	0.449
11	-0.1371	0.3917
12	-0.0463	0.2926
13	-0.0763	0.4046
14	-0.0779	0.4564
15	-0.0458	0.2933
16	-0.0394	0.2731
17	-0.1182	0.2939
18	-0.0409	0.2736
19	-0.0818	0.2929
20	-0.0276	0.2539
21	-0.0581	0.3003
22	-0.0941	0.4594
23	-0.0349	0.2757
24	-0.1739	0.3419
25	-0.0721	0.3173
26	-0.0795	0.4825
27	-0.0568	0.3376
28	-0.0783	0.4508
29	-0.0385	0.2832
30	-0.0454	0.2686
31	-0.1197	0.3592
32	-0.0633	0.302
33	-0.0383	0.2773
34	-0.0784	0.4515
35	-0.0277	0.2555
36	-0.0298	0.2598
37	-0.0483	0.2733
38	-0.0747	0.326

Lampiran 17. Nilai Z hitung MGWNBR untuk Setiap Kab/Kota di Jawa Timur

No	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
1	20.4023	-1.78294	-3.92464	-3.07879	4.532793	-29.2792
2	32.51668	-1.40657	-3.75057	-3.07999	4.878273	-12.1576
3	12.51116	-6.21214	-2.15821	-2.91578	15.29163	-0.8493
4	12.07165	-5.9759	-2.75686	-4.49794	1055.667	-1.47841
5	23.90757	-1.01545	-2.74202	-2.42588	3.987628	-5.66448
6	41.58954	-3.0597	-3.64885	-5.04389	16.92402	-6.15117
7	9.353441	-4.85926	-2.58063	-2.66348	14.56182	-0.67683
8	15.1141	-4.43126	-3.04869	-21.2504	24.57176	-2.33269
9	12.443	-4.52541	-6.4919	-3.08497	5.600787	-1.31207
10	41.71163	-1.16293	-3.32521	-2.64181	4.29566	-11.3877
11	3.74295	-9.07831	-4.51509	-2.43604	4.712216	-2.58455
12	8.457239	-5.62496	-4.34712	-3.60991	7.697196	-1.35909
13	6.754916	-7.4984	-5.52944	-5.13638	3.993878	-5.17563
14	36.06273	-0.96234	-3.22602	-2.75377	4.454924	-9.47784
15	8.378808	-5.68031	-4.30518	-3.62682	7.930208	-1.34264
16	8.303381	-5.0201	-3.84267	-3.02097	6.993198	-1.01347
17	156.0963	-3.29735	-4.67228	-1.64185	9.489866	-32.8232
18	8.628787	-4.95803	-4.18498	-3.05752	6.672719	-1.06366
19	15.27465	-4.66913	-3.20221	-816.636	23.91112	-2.85787
20	12.46317	-4.87247	-2.33853	-3.04256	78.05771	-0.79839
21	11.53688	-5.52395	-7.43871	-3.89736	5.81256	-2.14559
22	14.41363	-1.20691	-2.76324	-2.39358	4.003825	-4.91717
23	12.84645	-6.17075	-2.24311	-3.20211	16.13063	-0.97882
24	81.39799	-3.37251	-12.7966	-0.08718	5.440275	-4.29162
25	28.52235	-5.88757	-26.43	-3.96925	5.072864	-4.50629
26	66.75075	-0.58967	-2.45053	-2.3068	3.471772	-7.62154
27	6.559138	-7.5718	-32.2152	-7.62437	6.035876	-1.86549
28	34.81384	-1.12686	-3.42973	-2.86401	4.628129	-10.476
29	8.661096	-5.41692	-3.63748	-3.19481	9.577012	-1.06832
30	11.76845	-4.52619	-6.01269	-3.04058	5.678072	-1.23362
31	4.704625	-6.00279	-6.05469	-2.91537	4.973512	-3.38477
32	14.55857	-5.45509	-7.32581	-3.77454	5.5156	-2.69339
33	8.323527	-5.21206	-3.60056	-3.06882	8.156114	-1.01112
34	33.01881	-1.09851	-3.39038	-2.8257	4.564734	-10.7018
35	7.032472	-4.92764	-2.62713	-2.60188	7.98772	-0.6436
36	12.78046	-5.20892	-2.10192	-3.13898	18.21569	-0.83634
37	11.90894	-4.69791	-5.6631	-3.14568	5.729156	-1.41176
38	33.92973	-6.41286	-162.165	-4.05552	4.881089	-5.39877

Lampiran 16. Lanjutan

No	β_6	β_7
1	-51.502	5.810794
2	-28.4837	5.311591
3	-0.54346	3.087514
4	-2.00704	4.083013
5	-11.0292	4.526434
6	-5.79687	3.031002
7	-0.46586	2.371517
8	-11.4815	3.737457
9	-1.37329	3.026222
10	-162.504	5.03775
11	-2.44706	12.32572
12	-1.32915	4.348735
13	-15.8553	9.05217
14	-24.349	4.728608
15	-1.2999	4.400766
16	-0.94714	3.148122
17	-3.18071	4.451518
18	-1.01716	3.170749
19	-118.679	4.374369
20	-0.51602	2.394972
21	-2.53385	5.043121
22	-7.23111	4.615847
23	-0.75605	3.272255
24	-1.87297	19.01945
25	-8.00943	7.444245
26	-49.9112	3.935599
27	-2.33611	15.10287
28	-28.3768	4.961235
29	-0.90664	3.691238
30	-1.27124	2.942628
31	-3.09969	512.5647
32	-3.56775	5.219681
33	-0.89626	3.357908
34	-29.4139	4.929288
35	-0.51789	2.448444
36	-0.58008	2.594581
37	-1.4722	3.156777
38	-11.8064	9.628

RIWAYAT HIDUP



Izzatul Laili, lahir di Jombang 14 Desember 1996, tinggal di Dusun Cermenan, Desa Sugihwaras, Kecamatan Ngoro, Kabupaten Jombang.. Anak bungsu dari dua bersaudara, putri dari pasangan bapak Suparno dan ibu Iftinah. Pendidikan dasar ditempuh di MI Miftahul Ulum Cermenan dan lulus pada tahun 2008, kemudian melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTs Miftahul Ulum Cermenan dan lulus pada tahun 2011, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di MAN Kandangan dan lulus pada tahun 2014. Selanjutnya menempuh pendidikan tinggi pada tahun 2014 di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SPAN-PTAIN dan menerima beasiswa Bidikmisi. Penulis mengambil jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Penulis dapat dihubungi melalui email: izzatullaili1@gmail.com.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)551345

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Izzatul Laili
NIM : 14610026
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Negative Binomial Regression (MGWNB)* dengan Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*
Pembimbing I : Dr. Sri Harini, M.Si
Pembimbing II : Ach. Nasichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1	9 Februari 2018	Konsultasi Bab I dan II	1.	
2	4 Maret 2018	Revisi Bab I dan II		2.
3	14 Maret 2018	Konsultasi Bab III	3.	
4	29 Maret 2018	Revisi Agama Bab I dan II		4.
5	12 April 2018	ACC Agama Bab I & II	5.	
6	16 Mei 2018	Revisi Bab III, Konsultasi Bab IV		6.
7	30 Juli 2018	Konsultasi Bab IV	7.	
8	27 Agustus 2018	Konsultasi Bab IV		8.
9	31 Agustus 2018	Konsultasi Bab IV	9.	
10	03 September 2018	Revisi Agama Bab IV		10.
11	05 September 2018	ACC Agama Keseluruhan	11.	
12	06 September 2018	ACC Keseluruhan		12.

Malang, 05 September 2018

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001