ESTIMASI PARAMETER MODEL *GEOGRAPICALLY WEIGHTED MULTINOMIAL LOGISTIC REGRESSION* DENGAN PEMBOBOT *ADAPTIVE BISQUARE KERNEL*

SKRIPSI

OLEH
NOVIA ANI SA'ADA
NIM. 14610018

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018

ESTIMASI PARAMETER MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED MULTINOMIAL LOGISTIC REGRESSION* (GWMLR) DENGAN PEMBOBOT *ADAPTIVE BISQUARE KERNEL*

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Novia Ani Sa'ada
NIM. 14610018

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018

ESTIMASI PARAMETER MODEL *GEOGRAPICALLY WEIGHTED MULTINOMIAL LOGISTIC REGRESSION* (GWMLR) DENGAN PEMBOBOT *ADAPTIVE BISQUARE KERNEL*

SKRIPSI

Oleh
Novia Ani Sa'ada
14610018

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 08 November 2018

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Sri Harini, M.Si	Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D
NIP. 19731014 200112 2 002	NIP. 19571005198 203 1 006

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 196504142003121001

ESTIMASI PARAMETER MODEL *GEOGRAPICALLY WEIGHTED MULTINOMIAL LOGISTIC REGRESSION* (GWMLR) DENGAN PEMBOBOT *ADAPTIVE BISQUARE KERNEL*

SKRIPSI

Oleh
Novia Ani Sa'ada
NIM. 14610018

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 27 November 2018

Penguji Utama	: Dr. Suci Astutik, M.Si	....
Ketua Penguji	: Abdul Aziz, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Sri Harini, M.Si	....
Anggota Penguji	: Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 196504142003121001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Novia Ani Sa'ada
NIM	:	14610018
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Estimasi Model *Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression* (GWMLR) dengan Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 08 November 2018
yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
9C887AFF485914507
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Novia Ani Sa'ada
NIM. 14610018

MOTO

فَٱذۡكُرُونِيٓ أَذۡكُرۡكُمۡ وَٱشۡكُرُواْ لِي وَلَا تَكۡفُرُونِ ١٥٢

Karena itu, ingatlah kamu kepada-Ku niscaya aku ingat (pula) kepadamu, dan bersyukurlah kepada-Ku, dan janganlah kamu mengingkari (nikmat)-Ku.

(Q.S. Al-Baqarah/2:152)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua Orangtua yaitu Ayahanda ABDUL SALIM dan Ibunda CHUDAIFAH tercinta yang senantiasa ikhlas mendoakan, memberi support tiada henti, mendengarkan segala keluh kesah, serta memberikan masukan atau motivasi beserta materi kepada penulis dalam menuntut ilmu agar mendapat ridho Allah SWT.

Untuk Abang saya FAISAL IBRAMSAH yang penulis sayangi, yang selalu mendoakan, yang senantiasa memberi motivasi dan kekuatan kepada penulis, yang tiada henti memberi support dan segala kebutuhan penulis.

Untuk Adik saya tersayang M. TAUFIKUR RAHMAN, yang juga senantiasa ikhlas mendoakan, yang ikhlas mensupport penulis dalam pengerjaan skripsi ini.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur alhamdulillah penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT, karena berkat limpahan rahmat, hidayah, dan inayah-Nya, skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat beserta salam semoga tetap tercurahkan kepada nabi Muhammad SAW, yang telah membawa manusia dari alam jahiliyah menuju alam yang berilmu seperti sekarang ini.

Skripsi yang berjudul "Estimasi Parameter Model *Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression* (GWMLR) dengan Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*" ini penulis susun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan program studi strata satu (S-1) di jurusan Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam proses penyusunannya tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak yang telah mendorong dan membimbing penulis, baik tenaga, ide-ide, maupun pemikiran. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi sekaligus pembimbing I selalu membimbing penulis dengan segala ilmu yang dimiliki serta senantiasa memberikan doa, arahan, nasihat, dan motivasi dalam melakukan penelitian kepada penulis.

3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan berbagi ilmunya kepada penulis.
5. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih karena telah memberikan ilmunya selama masa perkuliahan.
6. Ibu dan Ayah penulis yang selalu memberikan perhatian, dukungan, motivasi, support, materi, doa, serta kasih sayang kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
7. Teman-teman Ita Purwinda, Mifvatul Surya Sova Novita Sari, Dewi Zumrotul Nafisa, dan seluruh teman Matematika-A angkatan 2014, juga teman-teman Statistika angkatan 2014 yang telah memberikan dukungan.
8. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung ikut memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Terakhir penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan hal yang bermanfaat dan menambah wawasan bagi pembaca dan khususnya bagi penulis juga.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, November 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR SIMBOL

y_i	:	Variabel dependen pada lokasi ke –*i*
(u_i, v_i)	:	Koordinat letak geografis (*longitude*, *latitude*) pada lokasi ke-*i*
x_{ik}	:	Variabel independen k pada pengamatan ke-*i*
$\beta_k(u_i, v_i)$	:	Parameter pada lokasi ke-*i* yang berhubungan dengan variabel independen ke-k (x_{ik}) dengan $k = 0,1,2, \dots, p$
X_i	:	Nilai variabel independen untuk kejadian ke-*i*
β	:	Nilai koefisien regresi
ε_i	:	*Residual* ke-*i* yang diasumsikan identik, independen dan distribusi normal dengan *mean* nol dan *varians* konstan σ^2
$W(.)$	:	Fungsi pembobot

ABSTRAK

Sa'ada, Novia Ani. 2018. **Estimasi Parameter Model *Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression* (GWMLR) dengan Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel***. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D.

Kata Kunci: GWMLR, MLE, data spasial, tingkat kemiskinan

Regresi logistik merupakan analisis yang digunkaan untuk mendeskripsikan hubungan antara variabel respon yang terdiri dari dua kategori berskala nominal terhadap variabel bebas, kemudian karena adanya suatau permasalahan jika terdapat data kategorik yang tidak lagi dua kategori berskala nominal melainkan tiga kategori berskala nominal atau lebih maka digunakan suatu metode untuk mengatasi masalah tersebut yaitu regresi multinomial logistik. Selanjutnya, dengan mempertimbangkan aspek spasial, model regresi multinomial logistik dikembangkan menjadi model GWMLR. Data yang digunakan adalah data presentase tingkat kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015 sebagai variabel (Y) yang dikategorikan menjadi tiga kategori yaitu kabupaten/kota dengan penduduk cenderung tidak miskin (1), kabupaten/kota yang rentan (2), dan kabupaten/kota yang cenderung miskin (3), dengan variabel bebas penduduk dengan pendidikan tertinggi tamat sekolah dasar (X_1), perempuan yang proses persalinannya ditolong tenaga medis (X_2), angka melek huruf (X_3), dan rumah penduduk dengan alas lantai tanah (X_4). Metode yang digunakan adalah metode MLE. Hasil yang diperoleh dalam penelitian ini adalah (1) fomula dalam estimasi model GWMLR, (2) model GWMLR untuk kasus presentase tingkat kemiskinan di Jawa Timur berdasarkan kesamaan variabel bebas yang signifikan.

ABSTRACT

Sa'ada, Novia Ani. 2018. **Parameter Estimation of Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression Model (GWMLR) with the Adaptive Bisquare Kernel**. Thesis. Department of mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisor (I) Dr. Sri Harini. M.Si. (II) Dr H. Turmudi, M.Si, Ph.D.

Key words: GWMLR, MLE, spatial data, poverty level

Logistic regression is an analysis used to describe the relationship between response variables consisting of two nominal scale categories to independent variables, then because of a problem if there are categorical data that are no longer two categories of nominal scale but three categories of nominal or more scales a method is used to overcome this problem, namely multinomial logistic regression. Furthermore, taking into account the spatial aspects, the multinomial logistic regression model was developed into the GWMLR model. The data used is the percentage data of the poverty rate in East Java in 2015 as the response variable (Y) which is categorized into three categories, namely district/cities with a population that tends not to be poor (1) vulnerable districts/cities (2), and districts/cities tend to be poor (3), with the independent variables of population with the highest education graduating from elementary school (X_1), women whose birth process is assisted by medical personnel (X_2), literacy rates (X_3), and residents' houses with floor mat (X_4). The method used is the MLE method. The results obtained in this study were (1) fomula in the estimation of the GWMLR model, (2) the GWMLR model for the percentage of poverty rates in East Java based on significant independent variable similarities.

ملخص

صعده ، نوفيا العاني. ٢٠١٨. **تقدير معلمات نموذج** ***Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression*** **(GWMLR) مع نواة** ***Bisquare*** **التكيفية**.**بحث جامعي**. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة الدولة الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) الدكتور سري هاريني المجستير (٢) الدكتور الحج ترمودي ماجستير.

الكلمات الرئيسية: MLE,GWMLR، البيانات المكانية، مستوي الفقر

الانحدار اللوجستي هو تحليل يستخدم لوصف العلاقة بين متغيرات الاستجابة التي تتكون من فئتين من المقاييس الاسمية الى متغيرات مستقلة، ثم بسبب مشكلة إذا كانت هناك بيانات فئوية لم تعد فئتين من المقياس الاسمي، ولكن ثلاث فئات من المقاييس الاسمية أو المقاييس يتم استخدام طريقة للتغلب على هذه المشكلة، وهي الانحدار اللوجستي متعدد الحدود. علاوة على ذلك، مع الأخذ بعين الاعتبار الجوانب المكانية، تم تطوير نموذج الانحدار اللوجستي متعدد الحدود في نموذج GWMLR. البيانات المستخدمة هي النسبة المئوية للبيانات معدل الفقر في جاوا الشرقية في عام ٢٠١٥ كمتغير(Y) والذي يتم تصنيفه الى ثلاث فئات، وهي المناطق/المدن التي يقطنها السكان والتي لا تميل الي أن تكون فقيرة (١) والمناطق الضعيفة/المدن (٢)، والمقاطعات/ المدن تميل الى أن تكون فقيرة (٣)، مع المتغير المستقل من السكان ذوي التعليم العالي المتخرج من المدرسة الابتدائية (X_1)، والنساء اللواتي يساعدن عملية الولادة من قبل العاملين في المجال الطبي (X_2)، ومعدلات القراءة والكتابة (X_3)، ومنازل السكان مع حصيرة أرضية (X_4). الطريقة المستخدمة هي طريقة MLE. النتائج التي تم الحصول عليها في هذه الدراسة هي (١) صيغه في تقدير نموذج GWMLR، (٢) نموذج GWMLR للنسبة المئوية لمعدلات الفقر في جاوة الشرقية على أساس التشابهات المتغيرة المستقلة الهامة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika dalam arti luas merupakan ilmu yang mempelajari tentang pengumpulan data, pengolahan data sampai dengan kesimpulan berdasarkan data tersebut. Dengan kata lain definisi ilmu statistika ini mencakup semua kegiatan statistik dari pengumpulan data sampai pada pembuatan kesimpulan (Asra dan Rudiansyah, 2013).

Terkait dengan penjelasan tersebut dalam kajian islam telah di singgung pada surat Maryam ayat 94 yaitu tentang perhitungan, lebih jelasnya sebagai berikut:

لَّقَدْ أَحْصَىٰهُمْ وَعَدَّهُمْ عَدًّا ﴿٩٤﴾

Artinya: Sesungguhnya Allah telah menentukan jumlah mereka dan menghitung mereka dengan hitungan yang teliti. (Q.S Maryam /19:94)

Surat Maryam ayat 94 tersebut menjelaskan bahwasanya Allah sudah menghitung mahluk-Nya dengan teliti dan tidak samar bagi-Nya mengenai jumlah mereka secara keseluruhan ataupun secara rinci dan tiada seorangpun yang terlewat dari perhitungn-Nya. Hal tersebut serupa dengan makna matematika menurut Johnson dan Rising (1972) yaitu matematika merupakan bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas dan akurat representasinya. Maka sudah jelas diantara keduanya bahwa matematika merupakan hitungan yang harus dikerjakan dengan cermat, jelas dan harus teliti seperti yang dibahas dalam surat Maryam ayat 94 di atas.

Analisis untuk data spasial memerlukan perhatian lebih dibandingkan data nonspasial, khususnya ketika menggunakan analisis regresi. Salah satu hal yang harus diperhatikan pada pengamatan data spasial yaitu kemungkinan munculnya heterogenitas spasial. Heterogenitas spasial muncul karena kondisi data di lokasi yang satu dengan lokasi yang lainnya tidak sama, baik dari segi geografis, keadaan sosial maupun hal-hal lain yang melatarbelakanginya. Salah satu dampak adanya heterogenitas spasial adalah parameter regresi bervariasi secara parsial. Untuk mengantisipasi kondisi demikian maka dikenalkan model regresi yang terboboti oleh geografis atau banyak dikenal dengan *Geographically Weighted Regression* (GWR).

Menurut Fotheringham, dkk (2002), GWR adalah salah satu analisis yang membentuk analisis regresi namun bersifat lokal untuk setiap lokasi. Hasil analisis tersebut yaitu model regresi yang nilai-nilai parameternya berlaku hanya pada setiap lokasi pengamatan dan berbeda dengan lokasi lainnya. Dalam GWR digunakan unsur matriks pembobot $W(i)$ yang besarnya tergantung pada kedekatan antar lokasi. Semakin dekat suatu lokasi, bobot pengaruhnya semakin besar. Fungsi dari pembobot sendiri ialah untuk memberikan hasil estimasi parameter yang berbeda untuk setiap lokasi.

Pemodelan data kategorik seringkali dilakukan dengan regresi logistik. Jika variabel respon mempunyai dua kategori (dikotomus), maka digunakan model regresi logistik biner. Untuk variabel respon yang mempunyai kategori lebih dari dua (polikotomus) digunakan model regresi logistik ordinal bila mempunyai skala pengukuran ordinal dan model regresi multinomial bila mempunyai skala pengukuran nominal (Hosmer dan Lemeshow, 2000).

Model regresi logistik telah dikembangkan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon dengan variabel bebas yang bergantung pada lokasi geografis dimana data tersebut diamati. Model tersebut adalah *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) (Atkinson, dkk, 2003). Model GWLR merupakan bentuk kombinasi dari model GWR dan model regresi logistik dikotomus (Fotheringham, 1998). Kemudian karena adanya suatu permasalahan dalam model GWLR yaitu jika terdapat data kategorik yang tidak lagi dikotomus melainkan polikotomus maka untuk mengatasi masalah tersebut model GWLR dikembangkan menjadi *Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression* (GWMLR) (Luo dan Nagaraj, 2008).

GWMLR merupakan kombinasi GWR dan regresi multinomial logistik yang mana regresi logistik multinomial itu sendiri adalah regresi logistik yang menggunakan variabel respon dengan lebih dari dua kategori berskala nominal. Data berskala nominal merupakan data dengan angka yang diberikan kepada objek mempunyai arti sebagai label dan tidak menunjukkan tingkatan, yang akhirnya kedua model tersebut digabungkan menjadi satu bentuk model. Pada model tersebut terdapat beberapa parameter yang dapat diestimasi dengan berbagai macam metode (Fathurahman, dkk, 2014).

Merujuk pada penelitian sebelumnya, yaitu tentang Model GWMLR berdasarkan (studi kasus pada nilai indeks pembangunan manusia dan status area kesehatan dari daerah/ kota di Sumatera tahun 2013) yang dilakukan oleh Fibriyani, dkk (2015). Dan penelitian kedua yaitu tentang pemodelan pertumbuhan perkotaan dengan GWMLR yang dilakukan oleh Luo dan Nagaraj (2008).

Terkait yang dibahas dalam penelitian ini yaitu tentang estimasi dalam kajian islam disinggung dalam surat Al-Kahfi ayat 11, sebagai berikut:

فَضَرَبۡنَا عَلَىٰٓ ءَاذَانِهِمۡ فِي ٱلۡكَهۡفِ سِنِينَ عَدَدٗا ١١

Artinya: Maka kami tutup telinga mereka beberapa tahun dalam gua itu, (Q.S Al-Kahfi /18:11)

Paparan makna dari ayat tersebut dapat dijadikan dasar dari segi agama terkait adanya estimasi. Pada penggalan kata "beberapa tahun" merupakan penjelasan mengenai adanya estimasi, karena maksud dalam kata tersebut masih belum diketahui atau terdapat ketidakpastian berapa tahun yang dimaksudkan oleh Allah, menurut Djamaluddin (2001) satu tahun yaitu 12 bulan 365 hari, namun dalam ayat tersebut Allah tidak menjelaskan beberapa tahun yang dimaksudkan dengan jelas akan tetapi dinyatakan dengan suatu perkiraan saja.

Berdasarkan uraian tersebut, maka penulis mengangkat permasalahan dan menyusun dalam sebuah penelitian yang berjudul "Estimasi Parameter Model GWMLR dengan Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana estimasi parameter model GWMLR menggunakan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*?
2. Bagaimana model tingkat kemiskinan di Jawa Timur mengunakan GWMLR?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, diperoleh tujuan dalam penelitian yaitu:

1. Untuk mengestimasi parameter model GWMLR menggunakan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel.*
2. Untuk mendapatkan model tingkat kemiskinan di Jawa Timur mengunakan GWMLR.

1.4 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan tersebut, maka manfaat yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Dapat mengetahui estimasi parameter model GWMLR dengan menggunakan fungsi pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*.
2. Dapat memahami tentang model GWMLR yang diaplikasikan pada data kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015 dengan fungsi pembobot *Adaptive Bisquare Kenel*.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian, batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Metode yang digunakan dalam mengestimasi model GWMLR yaitu menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
2. Penelitian ini diterapkan pada data kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015 dengan variabel yang digunakan adalah persentase penduduk miskin sebagai

variabel (Y) yang dikategorikan menjadi tiga kategori yaitu kabupaten/kota dengan penduduk cenderung tidak miskin (1), kabupaten/kota yang rentan (2), dan kabupaten/kota yang cenderung miskin (3), dengan empat variabel bebas yaitu presentase pendidikan tertinggi tamat sekolah dasar (X_1), presentase perempuan yang yang proses persalinannya di tolong tenaga medis (X_2), angka melek huruf (X_3), dan rumah penduduk dengan alas lantai tanah (X_4).

1.6 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan skripsi ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Meliputi latar belakang masalah yang diteliti, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Berisi tentang teori-teori yang digunakan sebagai acuan di dalam pembahasan masalah yang diambil dari berbagai literatur (buku, majalah, artikel, maupun jurnal, dan sebagainya).

BAB III METODE PENELITIAN

Berisi pendekatan penelitian, jenis dan sumber data, estimasi parameter, dan analisis data.

BAB IV PEMBAHASAN

Berisi tentang hasil penelitian yang mengkaji estimasi parameter GWMLR menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* dan menerapkan aplikasinya.

BAB V PENUTUP

Berisi tentang kesimpulan dan saran-saran yang sesuai dengan hasil penelitian.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Data Spasial

Kata spasial berasal dari *space* yang berarti ruang. Data spasial mempunyai dua bagian penting yang berbeda dari data lain yaitu informasi lokasi (spasial) dan informasi deskriptif (non spasial). Pendapat dari Cressie (1993) menyatakan bahwa data spasial adalah data yang dikumpulkan dari lokasi spasial berbeda dan memiliki sifat ketergantungan antara pengukuran data dengan lokasi. Data spasial diasumsikan berdistribusi normal dan memiliki hubungan secara spasial untuk dapat dianalisis secara spasial.

Pada saat ini data spasial menjadi media yang sangat penting dalam pengambilan kebijakan perencaraan pembangunan dan pengolahan sumber daya alam. Pemanfaatan data spasial semakin berkembang yang dikarenakan adanya teknologi dan pemanfaatan pada Sistem Informasi Geografis (SIG). Pada umumnya gambaran atau deskripsi yang digunakan yaitu berupa peta ataupun gambar dengan format digital yang memiliki titik koordinat tertentu.

Menurut Prahasta (2009), data spasial adalah data yang berorientasi goegrafis, memiliki sistem koordinat tertentu sebagai dasar referensinya dan mempunyai dua bagian penting yang membuatnya berbeda dari data lain, yaitu:

a. Informasi lokasi (spasial), berkaitan dengan suatu koordinat baik koordinat geofrafis (lintang dan bujur) atau koordinat, termasuk diantaranya informasi datum dan proyeksi. Informasi lokasi atau geometri milik suatu objek dapat dimasukkan ke dalam beberapa bentuk seperti titik (dimensi nol-point), garis (suatu dimensi-line atau polyline), polygon (dua dimensi-area), dan permukaan (3D).

b. Informasi deskriptif (atribut) merupakan informasi nonspasial suatu lokasi yang memiliki beberapa keterangan yang berkaitan dengannya, seperti jenis vegetasi, populasi, luasan, dan parameter lainnya. Data nonspasial dapat disajikan dalam bentuk seperti format tabel, format laporan, format pengukuran, ataupun format grafik.

2.1.1 Uji Spasial

Terdapat dua pengujian spasial, yatu uji Dependensi Spasial dan Uji Heterogenitas Spasial

a. Uji Dependensi Spasial

Dependensi spasial menunjukkan bahwa pengamatan di suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan. Pengujian suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lian yang letaknya berdekatan. Pengujian dependensi spasial dapat dilakukan dengan uji *Moran's I* (Juniardi dan Salamah, 2015). Hipotesis uji *Moran's I* adalah sebagai berikut:

$H_0: \mu_i = 0$ (tidak terdapat dependendi spasial)

$H_0: \mu_i \neq 0$ (terdapat dependensi spasial)

Statistik uji *Moran'I* adalah sebagai berikut:

$$Z_i = I - \frac{E(I)}{\sqrt{Var(I)}}$$

Kriteria penolakan : tolak H_0 jika $Z_{i\,hit} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ yang artinya terdapat dependensi spasial.

b. Uji Heterogenitas Spasial

Pengujian heterogenitas spasial digunakan untuk melihat karakteristik di suatu lokasi pengamatan. Pengaruh yang terjadi akibat adanya heterogenitas spasial adalah adanya parameter regresi yang berbeda-beda secara spasial. Uji heterogenitas spasial dapat diuji dengan menggunakan statistik uji *Breusch Pagan* dengan perumusan hipotesis sebagai berikut (Anselin, 1988):

H_0: $\sigma^2(u_i, v_i) = \cdots = \sigma^2(u_n, v_n) = \sigma^2$ (variansi antar lokasi sama)

H_1:paling sedikit terdapat satu $\sigma^2(u_n, v_n) \neq \sigma^2$(variansi antar lokasi berbeda)

dengan statistik uji *Breusch-Pagan* (BP) sebagai berikut:

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right) f^T \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{Z})^{-1} \boldsymbol{Z}^T f - \chi^2_{(k)} \tag{2.1}$$

dimana:

$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$

$f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ dengan $f_i = \frac{\varepsilon_i^2}{\varepsilon^2} - 1$

σ^2 : variansi dari y

ε_i^2 : kuadrat sisaan untuk pengamatan ke-i

Z : matriks berukuran $n \times (p+1)$ yang berisi vector yang sudah distandarisasi (z) untuk setiap pengamatan.

Kriteria penolakan: Tolak H_0 jika nilai $BP > \chi^2{}_{(\alpha,k)}$ yang artinya adalah variansi antar lokasi berbeda.

2.2 Regresi Multinomial logistik

Regresi multinomial logistik adalah regresi logistik yang menggunakan variabel respon dengan lebih dari dua kategori berskala nominal. Data berskala nominal merupakan data dengan angka yang diberikan kepada objek mempunyai arti sebagai label dan tidak menunjukkan tingkatan. Apabila terdapat *j* yang berarti banyaknya kategori pada variabel respon maka model logistik yang akan terbentuk sebanyak *J-1* yang masing-masing persamaan akan membentuk regresi logistik biner yang membandingkan suatu kelompok kategori terhadap kategori pembanding (Hosmer dan Lemeshow, 2000).

2.2.1 Model Regresi Multinomial Logistik

Model regresi logistik multinomial pada penelitian ini terdiri atas tiga kategori *Y* (*Y*= 1,2,3), sehingga dibutuhkan dua fungsi logit dan dipilih kategori respons yang menjadi kategori pembanding yaitu *Y = 3*. Bentuk umum regresi logistik multinomial dengan tiga kategori yaitu (Fitriany, 2013):

$$\pi_i(x) = P(Y = i|x) = \frac{\exp(g_i(x))}{1+\sum_{h=0}^{2} \exp(g_h(x))} \qquad (2.2)$$

bentuk transformasi logit dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$g_1(x) = \ln\left(\frac{\pi_1(x)}{\pi_3(x)}\right) = \ln\left[\frac{P(Y = 1|x)}{P(Y = 3|x)}\right]$$

$$= \boldsymbol{\beta_{10} + \beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2 + \cdots + \beta_{1p}x_p}$$

$$= \boldsymbol{x^T\beta_1}$$

$$g_2(x) = \ln\left(\frac{\pi_2(x)}{\pi_3(x)}\right) = \ln\left[\frac{P(Y = 2|x)}{P(Y = 3|x)}\right]$$

$$= \boldsymbol{\beta_{20} + \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2 + \cdots + \beta_{2p}x_p}$$

$$= \boldsymbol{x^T\beta_2}$$

selanjutnya membentuk peluang tiga kategori:

$$P(Y=3|x)=\pi_3(x)=\frac{1}{1+\exp\big(g_1(x)\big)+\exp\big(g_2(x)\big)}$$

$$P(Y=1|x)=\pi_1(x)=\frac{\exp\big(g_1(x)\big)}{1+\exp\big(g_1(x)\big)+\exp\big(g_2(x)\big)}$$

$$P(Y=2|x)=\pi_2(x)=\frac{\exp\big(g_2(x)\big)}{1+\exp\big(g_1(x)\big)+\exp\big(g_2(x)\big)}$$

2.2.2 Pendugaan Parameter Regresi Multinomial Logistik

Pendugaan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada model logistik dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum likelihood Estimation* (MLE). Fungsi *likelihood* untuk model peluang dari regresi logistik multinomial untuk amatan ke- *i* dalam *n* amatan yang saling bebas adalah sebagai berikut (Fitriyani,2013):

$$l(\boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n}[\pi_1(\mathrm{x})^{y_{i1}}\pi_2(\mathrm{x})^{y_{i2}}\pi_3(\mathrm{x})^{y_{i3}}$$

$$= \prod_{i=1}^{n}[\pi_1(\mathrm{x})^{y_{i1}}\pi_2(\mathrm{x})^{y_{i2}}\pi_3(x)^{1-y_{i1}-y_{i2}}]$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left[\pi_1(\mathrm{x})^{y_{i1}}\pi_2(\mathrm{x})^{y_{i2}}\pi_3(\mathrm{x})\frac{1}{\pi_3(\mathrm{x})^{y_{i1}}}\frac{1}{\pi_3(\mathrm{x})^{y_{i2}}}\right]$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left\{\left[\frac{\pi_1(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right]^{y_{i1}}\left[\frac{\pi_2(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right]^{y_{i2}}\pi_3(\mathrm{x})\right\}$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\pi_3(\mathrm{x})\exp\left(\ln\left[\frac{\pi_1(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right]^{y_{i1}}\right)\exp\left(\ln\left[\frac{\pi_2(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right]^{y_{i2}}\right)$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\pi_3(\mathrm{x})\exp\left(y_{i1}\ln\left[\frac{\pi_1(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right]+y_{i2}\ln\left[\frac{\pi_2(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right]\right)$$

Untuk mempermudah perhitungan, maka fungsi *likelihood* dimaksimumkan dalam bentuk $\ln(l(\boldsymbol{\beta}))$ sebagai berikut (Fitriyani,2013):

$$L(\boldsymbol{\beta}) = \ln(l(\boldsymbol{\beta}))$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\big(\pi_3(\mathrm{x})\big) + y_{i1} \ln\left(\frac{\pi_1(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right) + y_{i2} \ln\left(\frac{\pi_2(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\big(\pi_3(\mathrm{x_i})\big) + y_{i1} \ln\left(\frac{\pi_1(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right) + y_{i2} \ln\left(\frac{\pi_2(\mathrm{x})}{\pi_3(\mathrm{x})}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{1}{1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}\right) + y_{i1} \ln\left[\frac{\frac{\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)}{1+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}}{\frac{1}{1+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}}\right]$$

$$+\, y_{i2} \ln\left[\frac{\frac{\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}{1+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}}{\frac{1}{1+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{1}{1+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}\right) + y_{i1} \ln[\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)]$$

$$+\, y_{i2} \ln[\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{1}{1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}\right) + y_{i1}\, \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1 + y_{i2}\, \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln 1 - \ln\ (1+\exp\ \ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2))\ + y_{i1}\, \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1 + y_{i2}\, \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} 0 - \ln\ (1+\exp\ \ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp\ \ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2))\ + y_{i1}\, \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1 + y_{i2}\, \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} -\ln\ (1+\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2))\ + y_{i1}\, \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1 + y_{i2}\, \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2$$

Selanjutnya untuk mendapatkan estimator parameter model regresi multinomial logistik adalah memaksimumkan fungsi *ln likelihood* dengan cara menentukan turunan parsial pertama fungsi *ln likelihood* terhadap parameter yang diestimasi kemudian disamakan dengan nol, yaitu:

- Turunan pertama terhadap $\boldsymbol{\beta_1}$

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n} y_{i1}\boldsymbol{x}^T - \frac{\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1})\ \boldsymbol{x}^T}{1 + \exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1}) + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2})}$$

$$0 = \sum_{i=1}^{n} y_{i1}\boldsymbol{x}^T - \frac{\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1})}{1 + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1}) + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2})}$$

- Turunan pertama terhadap $\boldsymbol{\beta_2}$

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n} y_{i2}\boldsymbol{x}^T - \frac{\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2})\ \boldsymbol{x}^T}{1 + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1}) + \exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2})}$$

$$0 = \sum_{i=1}^{n} y_{i2}\mathbf{x}^{\mathbf{T}} - \frac{\exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2})}{1 + \exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1}) + \exp\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2})}$$

Menurut Hosmer dan Lemeshow (2000) estimasi varian dan kovarian diperoleh dari turunan kedua fungsi ln *likelihood*.

$$\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T\boldsymbol{\beta}_1}$$

$$= -\frac{\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1})\boldsymbol{x}^T\,(1 + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1}) + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1})) - \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1})\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1})\boldsymbol{x}^T}{(1 + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1}) + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2}))^2}$$

$$= -\frac{\boldsymbol{x}^T(\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1}) + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1})^2 + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1} + \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2})) - \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1})^2\boldsymbol{x}^T}{(1 + \exp(\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_1) + \exp(\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_2))^2}$$

$$= -\frac{\boldsymbol{x}^T(\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1}) + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1} + \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2}))\boldsymbol{x}^T}{(1 + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_1}) + \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta_2}))^2}$$

$$\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T \boldsymbol{\beta}_2}$$

$$= -\frac{\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)\boldsymbol{x}^T\,(1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)) - \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)\boldsymbol{x}^T}{(1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2))^2}$$

$$= -\frac{\boldsymbol{x}^T(\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)^2+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)) - \exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)^2\boldsymbol{x}^T}{(1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2))^2}$$

$$= -\frac{\boldsymbol{x}^T(\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2))\boldsymbol{x}^T}{(1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2))^2}$$

Nilai parameter $\boldsymbol{\beta}$ dari turunan pertama $L(\boldsymbol{\beta})$ diperoleh melalui prosedur iteratif yang dikenal dengan *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS) yang dilakukan dengan metode iterasi *Newton Raphson*, yaitu memaksimumkan fungsi *likelihood* (Agresti, 2002). Algoritma untuk optimasi dapat dituliskan sebagai berikut:

1. Menentukan nilai estimasi awal $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\mathbf{0})}$. Penentuan nilai awal ini biasanya diperoleh dengan metode Ordinary Least Square (OLS), yaitu:

   $$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\mathbf{0})} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y}$$

   dengan $\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{p1} & x_{p2} & \cdots & x_{pm} \end{bmatrix}$ $\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix}$

2. Membentuk vektor gradient g

   $$\boldsymbol{g}^{(\mathbf{t})}\left(\beta^{(t)}\right) = \left(\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_0}\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_1}\cdots\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_p}\right)^T$$

   dimana p adalah banyaknya variabel bebas.

3. Membentuk matriks Hessian $\boldsymbol{H}$

$$\boldsymbol{H}^{(t)}(\beta^{(t)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_0^2 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_0^2 \partial \beta_p} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_0^2 \partial \beta_1} & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_p} & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_p^2} \end{bmatrix}$$

Memasukkan nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\mathbf{0})}$ ke dalam elemen-elemen vektor g dan matriks H sehingga diperoleh vektor $\boldsymbol{g}^{(\mathrm{t})}(\hat{\beta}^{(0)})$ dan matriks $\boldsymbol{H}^{(t)}(\hat{\beta}^{(0)})$

4. Mulai dari t = 0 dilakukan ietrasi pada persamaan:

$$\boldsymbol{\beta}^{(t+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(t)} - \left(\boldsymbol{H}^{(t)}(\beta^{(0)})\right)^{-\mathbf{1}} \boldsymbol{g}^{(t)}(\beta^{(t)})$$

Nilai $\boldsymbol{\beta}^{(t)}$ merupakan sekumpulan estimasi parameter yang konvergen pada iterasi ke-*t*.

dimana,

$\boldsymbol{g}^{(t)}(\beta^{(t)})_{1xp}$ = matriks turunan pertama terhadap parameternya

$\boldsymbol{H}^{(t)}(\beta^{(t)})_{pxp}$ = matriks turunan kedua terhadap parameternya

5. Jika belum diperoleh estimasi parameter konvergen, maka dilanjutkan kembali hingga iterasi ke $t = t + 1$. Iterasi berhenti pada keadaan konvergen, yaitu jika $\left\|\boldsymbol{\beta}^{(t+1)} - \boldsymbol{\beta}^{(t)}\right\| \leq \varepsilon$ dimana ε merupakan nilai *error* terkecil atau mendekati nol. Hasil estimasi yang diperoleh adalah $\boldsymbol{\beta}^{(t+1)}$ pada iterasi terakhir.

2.2.3 Pengujian Parameter

Pengujian terhadap parameter model dilakukan untuk mengetahui pengaruh variabel bebas dalam model. Pengaruh dari variabel bebas dapat diketahui dengan melakukan uji signifikansi secara keseluruhan menggunakan statistik uji-G dan secara parsial menggunakan statistik uji *Wald*.

1. Uji Signifikansi Keseluruhan (uji-G)

Uji serentak disebut juga uji model *chi-square*, dilakukan sebagai upaya memeriksa peranan variabel prediktor dalam model secara bersama-sama. Menurut Hosmer dan Lemeshow (2000), pengujian parameter model secara serentak menggunakan uji nisbah kemungkinan (*Likelihood Ratio test*), dengan hipotesis:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$

H_1: paling sedikit ada satu $\beta_i \neq 0$ $(i = 1,2,..,k)$

Statistik yang digunakan adalah statistik uji G yang dirumuskan sebagai berikut :

$$G = -\frac{2\ln\left(\frac{n_1}{n}\right)^{n_1}\left(\frac{n_0}{n}\right)^{n_0}}{\sum_{i=1}^{n}\hat{\pi}_i^{y_i}(1-\hat{\pi}_i)^{1-y_i}}, \tag{2.3}$$

dimana $n_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$, $n_0 = \sum_{i=1}^{n}(1-y_i)$, dan $n = n_1 + n_0$.

Statistik uji akan mengikuti sebaran *chi-square* sehingga H_0 ditolak jika $G > \chi^2_{p(\alpha)}$ dengan p derajat bebas adalah banyaknya parameter dalam model tanpa β_0.

2. Uji Parsial (uji *Wald*)

Pengujian secara parsial dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter terhadap variabel respon. Pengujian signifikansi parameter menggunakan uji *Wald* (Hosmer dan Lemeshow, 2000) dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \beta_j = 0$

$H_0: \beta_j \neq 0 \quad ; j = 1,2, \dots, p$

Statistik uji

$$W = \frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta}_i)} \text{ atau } W^2 = \frac{\hat{\beta}_i^2}{SE(\hat{\beta}_i)^2} \,. \qquad (2.4)$$

Statistik uji W tersebut, yang juga disebut sebagai Statistik uji *Wald*, mengikuti distribusi normal sehingga H_0 ditolak jika $|W| > \chi^2_{(\alpha,1)}$.

2.3 Model GWR

GWR merupakan pengembangan dari model regresi linear OLS menjadi model regresi terboboti dengan memperhatikan efek spasial, sehingga menghasilkan penduga parameter yang hanya dapat digunakan untuk memprediksi setiap titik atau lokasi dimana data tersebut diamati dan disimpulkan (Fotheringham, dkk, 2002).

Model GWR merupakan suatu model yang memperhatikan faktor geografis sebagai variabel yang mempengaruhi variabel respon. Asumsi yang digunakan pada model GWR adalah *residual* berdistribusi normal dengan *mean* nol dan *varians* σ^2 pendapat dari Fotheringham (2002). Menurut Mei (2005) model GWR dikembangkan dari model regresi global berdasarkan regresi non-parametrik. Model ini menghitung parameter pada setiap lokasi pengamatan.

Sehingga setiap lokasi pengamatan memiliki nilai parameter regresi yang berbeda-beda.

Pada model GWR faktor geografis merupakan variabel bebas yang dapat mempengaruhi variabel respon. Asumsi yang harus dipenuhi dalam model GWR adalah *error* berdistribusi normal dengan *mean* nol dan varians σ^2. Pada model GWR hubungan antara variabel respon Y dan variabel bebas pada lokasi ke-i adalah (Fotheringham, dkk, 2002):

$$\boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i) x_{ik} + \boldsymbol{\varepsilon}_i; \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.5}$$

Keterangan:

$\boldsymbol{y}_i$: Variabel dependen pada lokasi ke –*i*

(u_i, v_i) : Titik koordinat letak geografis (*longitude*, *latitude*) pada lokasi ke-i

x_{ik} : Variabel independen ke-*k* pada lokasi ke-*i*

$\boldsymbol{\beta}_0(u_i, v_i)$: Konstan / intercept pada lokasi ke-i

$\boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i)$: Koefisien regresi,variabel prediktor ke-*k* untuk setiap lokasi (u_i, v_i)

p : Jumlah variabel independen

$\boldsymbol{\varepsilon}_i$: Residual ke-*i* yang diasumsikan identik, independen dan distribusi normal dengan *mean* nol dan *varians* konstan σ^2

i : $i = 1, 2, \ldots, n$

k : $k = 1, 2, \ldots, p$

2.3.1 Fungsi Pembobot Model GWR

Menurut Yasin (2011) peran pada pembobot model GWR sangat penting karena nilai pembobot ini mewakili letak data observasi satu dengan lainnya. Pembobot pada GWR dapat digunakan pada beberapa pendekatan dan terdiri beberapa fungsi yang dapat digunakan untuk menentukan besarnya pembobot untuk masing-masing lokasi yang berbeda pada model GWR, di antaranya dengan menggunakan fungsi kernel (*kernel function*).

Fotheringham, dkk, (2002) menyatakan bahwa ada beberapa jenis fungsi pembobot yang dapat digunakan sebagai berikut:

1. Fungsi Jarak Invers

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} 1, & jika \ \ d_{ij} < h \\ 0, & jika \ \ d_{ij} > h \end{cases} \tag{2.6}$$

Fungsi jarak Invers (*Invers Distance Function*) yaitu jarak yang akan memberi bobot nol ketika lokasi ke-*j* berada di luar radius ke-*h* dari lokasi ke-*i*, sedangkan apabila lokasi ke-*j* berada di dalam radius *h* maka akan diperoel pembobot satu dan nilai d_{ij} sebagai berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - v_i)^2 + (u_i - v_i)^2} \tag{2.7}$$

2. Fungsi *Fixed Kernel Gauss*

$$w_j(u_i, v_i) = exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right) \tag{2.8}$$

Fungsi *fixed kernel gauss* yaitu memberikan bobot yang akan semakin menurun mengikuti fungsi *gauss* d_{ij} semakin besar.

3. Fungsi *Adaptive Gaussian Kernel*

$$w_j(u_i, v_i) = exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{h_{i(q)}}\right)^2\right) \tag{2.9}$$

dengan $h_{i(q)}$ adalah *bandwith adaptive* atau *bandwith* yang berbeda untuk setiap lokasi yang menetapkan q sebagai jarak tetangga terdekat (*nesrest neighbor*) dari lokasi ke-*i*.

4. Fungsi *Fixed Kernel Bisquare*

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right)^2, & \text{jika } d_{ij} < h \\ 0, & \text{jika } d_{ij} > h \end{cases} \tag{2.10}$$

Fungsi *adaptive kernel bisquare* yaitu memberikan bobot nol ketika lokasi ke-*j* berada diluar radius ke-*h* dari lokasi ke-*i*, begitu sebaliknya apabila lokasi ke-*j* berada di dalam radius ke-*h* maka akan mengikuti fungsi *kernel bisquare*.

5. Fungsi *Adaptive Bisquare Kernel*

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h_{i(q)}}\right)^2\right)^2, & \text{jika } d_{ij} < h_i \\ 0, & \text{jika } d_{ij} > h_i \end{cases} \tag{2.11}$$

6. Fungsi *Kernel Tricube* (*Adaptive Tribuce Kernel*)

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^3\right)^3, & \text{jika } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{jika } d_{ij} > h \end{cases} \tag{2.12}$$

dengan $d_{ij} = \sqrt{(u_i - v_i)^2 + (u_i + v_i)^2}$ yaitu jarak *euclide* antara lokasi (u_i, v_i) ke lokasi (u_j, v_j) dan h adalah parameter penghalus yang biasa disebut *bandwith*.

2.3.2 Estimasi Parameter Model GWR

Estimasi parameter model GWR dilakukan dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi yang akan diamati. Pembobot pada model GWR memiliki peran yang sangat penting, karena nilai pembobot mewakili letak data observasi satu dengan yang lainnya. Pemberian pembobot pada data sesuai dengan kedekatan dengan lokasi pengamatan ke-*i* mempunyai pengaruh yang besar terhadap estimasi parameternya daripada daerah yang lebih jauh. Misalkan pembobot untuk setiap lokasi (u_i, v_i) adalah $w_k(u_i, v_i)$ dengan $k = 1,2, \dots, p$, maka parameter pada lokasi pengamatan (u_i, v_i) diestimasi dengan menambahkan unsur pembobot $w_j(u_i, v_i)$ dan kemudian meminimumkan jumlah kuadrat residual dari persamaan (2.2) sebagai berikut (Yasin, 2011):

$$\sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{w_j}(u_i, v_i)\boldsymbol{\varepsilon}_j^2 = \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{w_j}(u_i, v_i)[\boldsymbol{y_j} - \boldsymbol{\beta_0}(u_i, v_i) - \sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{\beta_k}(u_i, v_i)\boldsymbol{x_{jk}}] \quad (2.13)$$

dalam bentuk matriks jumlah kuadrat residual, yaitu:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\varepsilon^T W_l \varepsilon} &= (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta_l})^T \boldsymbol{W_l}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta_l}) \\
&= \left(\boldsymbol{y^T} - \boldsymbol{\beta_l^T X^T}\right) \boldsymbol{W_l}\,(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta_l}) \\
&= \boldsymbol{y^T W_l y} - \boldsymbol{W_l y^T X \beta_l} - \boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l y} + \boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l X \beta_l} \\
&= \boldsymbol{y^T W_l y} - \boldsymbol{W_l}(\boldsymbol{y^T X \beta_l})^T - \boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l y} + \boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l X \beta_l} \\
&= \boldsymbol{y^T W_l y} - \boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l y} - \boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l y} + \boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l X \beta_l} \\
&= \boldsymbol{y^T W_l y} - 2\boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l y} + \boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l X \beta_l} \quad (2.14)
\end{aligned}$$

dengan,

$$\boldsymbol{\beta_l} = \begin{pmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_p(u_i, v_i) \end{pmatrix} \text{ dan } \boldsymbol{W_l} = diag\left(w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \ldots, w_n(u_i, v_i)\right)$$

(Yasin, 2011)

Persamaan (2.14) diturunkan tehadap $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$ dan akan disamakan dengan nol untuk hasilnya, maka estimator parameter model GWR sebagai berikut:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon^T W_l \varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial(\boldsymbol{y^T W_l y} - \boldsymbol{2\beta_l^T X^T W_l y} + \boldsymbol{\beta_l^T X^T W_l X \beta_l})}{\partial \boldsymbol{\beta}}$$

$$= \boldsymbol{0} - 2\boldsymbol{X^T W_l y} + \boldsymbol{X^T W_l X \beta_l} + \left(\boldsymbol{X^T \beta_l^T W_l X}\right)^{\boldsymbol{T}}$$

$$= -2\boldsymbol{X^T W_l y} + \boldsymbol{X^T W_l X \beta_l} + \boldsymbol{X^T W_l X \beta_l}$$

$$= -2\boldsymbol{X^T W_l y} + \boldsymbol{2X^T W_l X \beta_l}$$

$$2\boldsymbol{X^T W_l y} = 2\boldsymbol{X^T W_l X \beta_l}$$

$$\boldsymbol{X^T W_l y} = \boldsymbol{X^T W_l X \beta_l}$$

$$\boldsymbol{\beta_l} = (\boldsymbol{X^T W_l X})^{-\boldsymbol{1}} \boldsymbol{X^T W_l y}$$

Sehingga didapat *estimator* parameter untuk Model GWR adalah sebagai berikut (Yasin, 2011):

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\boldsymbol{X^T W_l}(\mathrm{u_i}, \mathrm{v_i})\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\, \boldsymbol{X^T W_l}(\mathrm{u_i}, \mathrm{v_i})\boldsymbol{y} \qquad \text{(Yasin,2011)} \qquad (2.15)$$

Estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$ pada persamaan (2.15) merupakan *estimator unbias* dan konsisten yakni dengan bukti:

$$
\begin{aligned}
E\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)\right) &= E[(\boldsymbol{X^T W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{W_l}(u_i, v_i)\boldsymbol{X^T y}] \\
&= E[(\boldsymbol{X^T W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X^T W_l}(u_i, v_i)]\, E(\boldsymbol{y}) \\
&= E[(\boldsymbol{X^T W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X^T W_l}(u_i, v_i)]\, E(\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i) + \boldsymbol{\varepsilon}) \\
&= ((\boldsymbol{X^T W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X^T W_l}(u_i, v_i))\big(\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i)\big) \\
&= ((\boldsymbol{X^T W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X^T W_l}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})\big(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)\big) \\
&= l\, \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \\
&= \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)
\end{aligned}
$$

Karena $E[\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)] = \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$, maka terbukti bahwa penaksir $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$adalah *unbias* (Yasin,2011).

Misalkan $\mathbf{x_i^T} = \begin{bmatrix} 1 & x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ip} \end{bmatrix}$adalah elemen baris ke-*i* dari matriks $\boldsymbol{X}$, maka nilai prediksi untuk y pada lokasi pengamatan (u_i, v_i) dapat diperoleh dengan cara berikut:

$$\hat{y} = \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = \mathbf{x}_i^T \left(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{W} \boldsymbol{X}\right)^{-1} \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{W} \boldsymbol{y} \tag{2.16}$$

sehingga untuk seluruh lokasi dapat dituliskan:

$\hat{\boldsymbol{y}} = [\hat{y}_1 \quad \hat{y}_2 \quad \hat{y}_n \quad \cdots \quad \hat{y}_n]^T$ dan $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\hat{\varepsilon}_1 \quad \hat{\varepsilon}_2 \quad \hat{\varepsilon}_n \quad \cdots \quad \hat{\varepsilon}_n]^T$

atau dapat pula dituliskan sebagai berikut:

$\hat{\boldsymbol{y}} = Ly$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = y - \hat{y} = (l - L) \quad (2.17)$$

dengan l adalah matriks identitas berukuran *n* x *n* dan

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T \left(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{W}(u_1, v_1)\boldsymbol{X}\right)^{-1} \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_2^T \left(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{W}(u_2, v_2)\boldsymbol{X}\right)^{-1} \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T \left(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{W}(u_n, v_n)\boldsymbol{X}\right)^{-1} \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{W}(u_n, v_n) \end{bmatrix}$$

2.4 Metode Estimasi *Maximum Likelihood*

Definisi: fungsi densitas bersama dari variabel random $X_1, X_2, \ldots, X_n$ yang bernilai $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah $L(\beta) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \beta)$ yang merupakan fungsi *likelihood*. Untuk $x_1, x_2, \ldots, x_n$ tetap, fungsi *likelihood* merupakan fungsi dari θ dan dilambangkan dengan $L(\beta)$. Jika $X_1, X_2, \ldots, X_n$ mewakili sebuah sampel random dari $f(x;\beta)$, maka $L(\theta) = f(x_1;\beta).f(x_2;\beta) \ldots f(x_n;\beta)$ dapat dituliskan sebagai berikut (Hogg dan Craig, 1995):

$$\begin{aligned} L(\beta) &= f(\tilde{x};\beta) \\ &= f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \beta) \\ &= f(x_1;\beta).f(x_2;\beta) \ldots f(x_n;\beta) \\ &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\beta) \end{aligned} \quad (2.18)$$

$L(\beta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \beta)$ merupakan fungsi densitas probabilitas dari $x_1, x_2, \dots, x_n$. Untuk hasil pengamatan $x_1, x_2, \dots, x_n$, nilai $\hat{\beta}$ berada dalam Ω ($\hat{\beta} \in \Omega$), dimana $L(\beta)$ maksimum yang disebut sebagai *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dari β. Jadi $\hat{\beta}$ merupakan nilai dugaan dari β.

Jika $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \max f(x_1, x_2, \dots, x_n; \beta)\ ; \beta \in \Omega$, maka untuk memperoleh nilai $\hat{\beta}$ tersebut yang memaksimumkan $L(\beta)$ harus diturunkan dengan langkah-langkah sebagai berikut (Hogg dan Craig, 1995):

1. Nilai $\hat{\beta}$ diperoleh dari turunan pertama jika:

$$\frac{\partial}{\partial \beta} L(\beta)|_{\beta=\hat{\beta}} = 0$$

2. Nilai $\hat{\beta}$ dikatakan memaksimumkan $L(\beta)$ jika:

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 \beta} L(\beta)|_{\beta=\hat{\beta}} < 0$$

Selain dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*, nilai $\hat{\beta}$ juga dapat diperoleh dengan memaksimumkan fungsi *ln likelihood*, karena dengan memaksimumkan fungsi *ln likelihood*, juga akan memaksimumkan fungsi *likelihood*, karena fungsi *ln likelihood* merupakan fungsi yang monoton naik, maka untuk memperoleh $\hat{\beta}$ dengan memaksimumkan fungsi *ln likelihood* dapat dilakukan dengan langkah-langkah yang sama, yaitu (Hogg dan Craig, 1995):

1. Nilai $\hat{\beta}$ diperoleh dari turunan pertama jika:

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \ln L(\beta)|_{\beta=\hat{\beta}} = 0$$

2. Nilai $\hat{\beta}$ dikatakan memaksimumkan $L(\beta)$ jika:

$$\frac{\partial^2}{\partial^2\beta}\ln L(\beta)|_{\beta=\hat{\beta}} < 0$$

2.5 Iterasi *Newton Raphson*

Metode Iterasi *Newton Raphson* digunakan apabila dalam proses estimasi parameter didapat persamaan akhir yang nonlinier, maka tidak mudah memperoleh estimasi parameter tersebut, sehingga diperlukan suatu metode numerik untuk memecahkan persamaan nonlinier tersebut. Metode *Newton Raphson* adalah metode untuk menyelesaikan persamaan nonlinier secara iterative seperti persamaan *likelihood* yang mencari lokasi yang memaksimalkan suatu fungsi. Menurut Agresti (2002), metode iterasi *Newton Raphson* dapat ditulis:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\beta}}^{m} - \left(\boldsymbol{H}^{(m)}\right)^{-1}\boldsymbol{g}^{m} \tag{2.19}$$

dimana $\boldsymbol{H}$ merupakan matriks *Hessian* dan $\boldsymbol{g}$ merupakan vektor gradien. Persamaan (2.19) jika dinyatakan dengan matriks sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{m+1} = \begin{bmatrix} \beta_1{}^{m+1} \\ \beta_2{}^{m+1} \\ \vdots \\ \beta_k{}^{m+1} \end{bmatrix} \text{ dan } \hat{\boldsymbol{\beta}}^{m} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1^{m} \\ \hat{\beta}_2^{m} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k^{m} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_1 \beta_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_k \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_k^2} \end{bmatrix} \text{ dengan } \boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_k} \end{bmatrix}$$

2.6 Distribusi Multinomial

Distribusi statistik yang digunakan dalam pemodelan multinomial logit adalah distribusi multinomial. Karena banyaknya kategori dari variabel respon model multinomial logit lebih dari dua kategori, maka distribusinya mengikuti distribusi multinomial.

Distribusi multinomial merupakan suatu distribusi yang sering digunakan dalam analisis data kategorik. Distribusi ini merupakan pengembangan dari distribusi binomial (Murray dan Larry, 2004).

Jika kejadian-kejadian $A_1, A_2, \ldots, A_k$ dapat terjadi dengan probabilitas masing-masing $p_1, p_2, \ldots, p_k$, maka distribusi peluang peubah acak $x_1, x_2, \ldots, x_k$ yang menyatakan banyak terjadinya $A_1, A_2, \ldots, A_k$ dalam n usaha bebas akan adalah:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_k; p_1, p_2, \ldots, p_k; n) = \left(\frac{n}{x_1!, x_2!, \ldots, x_k!}\right) p_1^{x_1} p_2^{x_2} \ldots p_k^{x_k} \qquad (2.20)$$

untuk $x_i \geq 0, \sum_{i=1}^{k} x_i = n\,, 0 < p_i < 1$ dan $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$.

2.7 Penentuan *Bandwidth*

Secara teoritis, *bandwidth* merupakan lingkaran dengan radius dari titik pusat lokasi yang digunakan sebagai dasar menentukan bobot setiap pengamatan terhadap model regresi pada lokasi tersebut. Jika pengamatan-pengamatan yang dekat dengan lokasi ke – *i* maka akan lebih berpengaruh dalam membentuk parameter model lokasi ke-*i* (Mertha, 2008).

Karena itu pengamatan-pengamatan yang terletak di dalam radius *h* masih dianggap berpengaruh terhadap model pada lokasi tersebut, sehingga akan diberi bobot yang akan bergantung pada fungsi yang digunakan.

Menurut Fotheringham, dkk (2002), beberapa metode pilihan untuk pemilihan *bandwidth* optimum adalah sebagai berikut:

1. *Cross Validation* (CV)

$$CV = n\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - y_{\neq i}(b)\right)^2 \tag{2.21}$$

2. *Akaike Information Criterion* (AIC)

$$AIC = 2n\log_e(\sigma) + n\log_e(2\pi) + n + tr(S) \tag{2.22}$$

3. *Generalized Cross Validation* (GCV)

$$GCV = n\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(y_i - y_i(h)\right)^2}{\left(n - v_1\right)^2} \tag{2.23}$$

4. *Bayesian Information Criterion* (BIC)

$$BIC = -2n\log_e(L) + k\log_e(n) \tag{2.24}$$

2.8 Model GWMLR

Model GWMLR merupakan hasil pengembangan dari GWLR, model GWMLR merupakan gabungan dari model Regresi Multinomial Logistik dan GWR. Model GWMLR merupakan model regresi yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon kategorik polikotomus berskala nominal dengan variabel bebas yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati.

Variabel respon model GWMLR berdistribusi Multinomial yaitu $(y_{i1}, y_{i2,\dots,} y_{i,J-1})$ dan multinomial $\left(1, \pi_1(x_i), \pi_2(x_i), \dots, \pi_{J-1}(x_i)\right)$. Sehingga model GWMLR dinyatakan seperti persamaan berikut (Luo & Nagaraj, 2008):

$$\ln\left(\frac{\pi_j(x_i)}{\pi_J(x_i)}\right) = x_i^T \beta_j(u_i, v_i),\ i = 1, 2, \dots\dots, n\ ;\ j = 1, 2, \dots., J-1 \qquad (2.25)$$

dengan $\mathbf{x}_\mathrm{i}^\mathrm{T} = [1\ \ \mathrm{x_{i1} x_{i2}}\ \ \dots\ \ \mathrm{x_{ip}}]$ adalah vektor variabel bebas lokasi ke-*i*,

$\boldsymbol{\beta}_\mathbf{j}(u_i, v_i) = [\beta_{0j}(\mathrm{u_i, v_i})\ \beta_{1j}(\mathrm{u_i, v_i})\ \beta_{2j}(\mathrm{u_i, v_i})\ \ \dots\ \ \beta_{pj}(\mathrm{u_i, v_i})]^\mathrm{T}$ adalah vektor parameter untul lokasi ke-*i*, pada kategori respon ke-*j*

(u_i, v_i) = titik koordinat (garis lintang selatan, garis bujur timur) lokasi ke-*i*

$\pi_j(x_i)$ = probabilitas kategori respon ke-*j*, *j* = 1,2, … , *J*-1 yang merupakan fungsi dari x_i

$\pi_J(x_i)$ = probabilitas kategori respon ke-*J*.

Probabilitas $\pi_j(x_i)$ dan $\pi_J(x_i)$ dinyatakan seperti persamaan berikut:

$$\pi_j(x_i) = \frac{\exp\left(x_i^T \beta_j(u_i, v_i)\right)}{1 + \sum_{j=1}^{J-1} \exp\left(x_i^T \beta_j(u_i, v_i)\right)}, i = 1, 2, \dots, n\ ;\ j = 1, 2, \dots, J-1 \qquad (2.26)$$

$$\pi_J(x_i) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{J-1} \exp\left(x_i^T \beta_j(u_i, v_i)\right)} \qquad (2.27)$$

2.9 Hasil Penelitian Sebelumnya

Model yang terkait dalam penelitian ini diambil dari penelitian terdahulu, yang dilakukan oleh Fibriyani, dkk (2015) dimana hasil penelitiannya adalah:

1. Model GWMLR pada penelitian ini melibatkan 2 variabel bebas, diantaranya adalah persentase populasi dengan tingkat pendidikan minimum sekolah menengah atas (X_5) dan rasio dokter per 100000 populasi (X_6) dengan AIC

sebesar 193.6922 dan akurasi klasifikasi model lengkap sebesar 70,80%, tetapi akurasi klasifikasi model terbaik GWMLR sebesar 69.34%.

2. Sebagian besar kabupaten di provinsi NAD termasuk dalam kategori 4, yaitu kabupaten yang memiliki nilai IPM dan status DBK-B yang lebih rendah. Selain itu, sebagian besar kabupaten di provinsi Jambi, Sumatra Selatan, Bengkulu dan Lampung dalam kategori 3, yaitu kabupaten dengan nilai HDI rendah dan status DBK.

Demikian juga dengan penelitian kedua yang dilakukan oleh Luo dan Nagaraj (2008) dimana hasil penelitiannya adalah:

1. Mengembangkan regresi multinomial logistik geografis untuk memeriksa perubahan penggunaan lahan dalam proses pertumbuhan perkotaan.
2. Menggunakan fungsi gaussian untuk menentukan bobot geografis, pemilihan model terbaik, untuk estimasi di lokasi sampel individual, semua sampel lain akan digunakan untuk kalibrasi.
3. Model yang diusulkan berhubungan dengan konversi penggunaan lahan berganda dan variasi lokal variabel independen.
4. Studi kasus di area metropolitan *springfield* dilakukan dengan menggunakan model yang diusulkan dan itu menunjukkan bahwa faktor-faktor pendorong konversi penggunaan lahan bervariasi secara spasial bahwa faktor-faktor pendorong mungkin memiliki tingkat influensa yang berbeda di tempat yang berbeda, atau bahkan mungkin berlawanan efek pada konversi penggunaan lahan.

2.10 Kemiskinan

Kemiskinan merupakan keadaan dimana seorang individu atau sekelompok orang tidak mampu memenuhi kebutuhan dasarnya, seperti makanan, pakaian, tempat berlindung, pendidikan, dan kesehatan yang dianggap sebagai kebutuhan minimal dan memiliki standar tertentu. Faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan antara lain adalah:

a. Tingkat Pengangguran

Tingkat pegangguran adalah banyaknya jumlah angkatan kerja yang tidak bekerja dan aktif mencari pekerjaan (BPS, 2010). Banyak dampak-dampak yang terjadi akibat pengangguran diantaranya adalah meningkatnya kemiskinan di suatu negara. Kemiskinan tersebut menjadi dampak terbesar dari tingginya tingkat pengangguran, semakin banyak pengangguran maka semakin tinggi pula tingkat kemiskinan di suatu negara. Hal itulah yang terjadi di Indonesia. Dewasa ini pengangguran yang semakin tinggi membuat pendapatan dan pengeluaran mereka tidak seimbang, pastilah pengeluaran akan semakin tinggi sedangkan pendapatan rendah bahkan mungkin tidak ada pendapatan (Effendi, 1993).

b. Pendidikan Tertinggi Tingkat Sekolah

Kondisi kemiskinan dapat disebabkan oleh taraf pendidikan yang rendah. Taraf pendidikan yang rendah mengakibatkan kemampuan pengembangan diri terbatas dan menyebabkan sempitnya lapangan pekerjaan yang dimasuki. Taraf pendidikan yang rendah juga membatasi kemampuan untuk mencari dan memanfaatkan peluang. Penduduk miskin yang umumnya berpendidikan rendah harus bekerja apa saja untuk mempertahankan hidupnya. Kondisi tersebut menyebabkan lemahnya posisi tawar masyarakat miskin dan tingginya kerentanan terhadap perlakuan yang merugikan. Masyarakat miskin juga harus menerima pekerjaan dengan imbalan yang rendah tanpa sistem kontrak (Effendi, 1993).

c. Perempuan yang Proses Persalinannya di tolong Tenaga Medis

Permasalahan kemiskinan dapat dilihat dari aspek kesehatan, yaitu terbatasnya akses dan rendahnya mutu layanan kesehatan. Rendahnya mutu layanan kesehatan dasar disebabkan oleh terbatasnya tenaga kesehatan, kurangnya peralatan, dan kurangnya sarana kesehatan. Pada umumnya tingkat kesehatan masyarakat miskin masih rendah. Berdasarkan Survei Dasar Kesehatan Indonesia (SDKI) bahwa masalah utama dalam mendapatkan pelayanan kesehatan adalah karena kendala biaya, jarak, dan transpotasi. Pemanfaatan rumah sakit masih didominasi oleh golongan mampu, sedangkan masyarakat miskin cenderung memanfaatkan pelayanan di puskesmas. Demikian juga persalinan oleh tenaga medis pada penduduk miskin hanya sebesar 39,1% (Widyasworo, 2014).

2.11 Estimasi dan Kemiskinan dalam Kajian Islam

1. Estimasi

وَقَالُوا۟ مَا هِىَ إِلَّا حَيَاتُنَا ٱلدُّنْيَا نَمُوتُ وَنَحْيَا وَمَا يُهْلِكُنَآ إِلَّا
ٱلدَّهْرُ ۚ وَمَا لَهُم بِذَٰلِكَ مِنْ عِلْمٍ ۖ إِنْ هُمْ إِلَّا يَظُنُّونَ ﴿٢٤﴾

Artinya: "Dan mereka berkata: "Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita mati dan kita hidup dan tidak ada yang akan membinasakan kita selain masa", dan mereka sekali-kali tidak mempunyai pengetahuan tentang itu, mereka tidak lain hanyalah menduga-duga saja" (Q.S Al-Jaatsiyah/ 45:24).

Surat Al-Jaatsiyah ayat 24 menjelaskan bahwa orang-orang musyrik yang telah disebutkan sebagian sifat mereka berkata, tidak ada kehidupan lagi sesudah kehidupan yang kita alami. Kita mati, kemudian hiduplah anak-anak sesudah kematian kita. Perkataan seperti itu merupakan pendustaan yang tegas dari mereka terhadap kebangkitan dan akhirat. Ringkasnya mereka berkata, yang ada hanyalah dunia ini saja. Suatu kaum mati, kemudian hiduplah yang lain. Tidak ada kebangkitan, tidak ada kiamat, dan tidak ada yang membinasakan kita kecuali berjalannya malam dan siang. Jadi lewatnya malam dan siang itulah yang mempengaruhi kebinasaan dan mereka menimbulkan setiap peristiwa kepada masa (Al-Maraghi, 1989).

Dalam kehidupan ini hanyalah kehidupan dunia saja, dan bahwa yang membinasakan adalah masa, mereka tidaklah mempunyai ilmu yang didasarkan kepada akal maupun maqal (kitab). Jadi ringkasnya mereka adalah menyangka, membuat perkiraan saja tanpa adanya hujjah yang dijadikan pegangan (Al-Maraghi, 1989).

Dari ayat yang telah dijelaskan diatas sangat jelas sekali bahwa yang ada kaitannya dengan estimasi adalah kalimat yang berbunyi "*mereka adalah menyangka, membuat perkiraan saja tanpa adanya hujjah yang dijadikan pegangan*". Akan tetapi, lain halnya dalam statistika meskipun mengestimasi harus mempunyai pegangan dalam arti mengetahui dan paham ilmu-ilmu yang mempelajari hal tersebut.

Metode estimasi juga disebutkan dalam suatu hadits yang diriwayatkan Malik, dari Nafi', dari Abdullah bin Umar pada bab jual beli sebagai berikut:

حَدَّثَنَا عَبْدُ اللَّهِ بْنُ يُوسُفَ أَخْبَرَنَا مَالِكٌ عَنْ نَافِعٍ عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ عُمَرَ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُمَا أَنَّ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ نَهَى عَنْ الْمُزَابَنَةِ وَالْمُزَابَنَةُ اشْتِرَاءُ الثَّمَرِ بِالتَّمْرِ كَيْلًا وَبَيْعُ الْكَرْمِ بِالزَّبِيبِ كَيْلًا

Telah menceritakan kepada kami ['Abdullah bin Yusuf] telah mengabarkan kepada kami [Malik] dari [Nafi'] dari ['Abdullah bin 'Umar radliallahu 'anhu] bahwa Rasulullah shallallahu 'alaihi wasallam melarang Al Muzaabanah.Al Muzaabanah adalah menjual kurma masak dengan kurma basah dengan timbangan tertentu dan menjual anggur kering dengan anggur basah dengan timbangan tertentu.(*Hadits Bukhari no: 2036*).

Makna asal "Muzabanah" adalah menolak dengan keras. Atas dasar ini maka peperangan dinamakan "Zabuun", yakni karena dahsyatnya usaha untuk saling mempertahankan diri dari kedua belah pihak. Adapun penyebab salah satu jenis jual-beli dinamakan "Muzabanah" adalah karena masing-masing dari kedua belah pihak menolak hak yang lain. Atau, karena salah satu dari keduanya apabila tidak puas dan merasa ditipu kemudian ingin membatalkan jual beli, maka pihak yang lain menolak keinginan itu dan tidak mau membatalkannya (Al Asqalani, 2007).

"Yaitu menjual kurma kering dengan kurma basah", maksudnya, kurma yang belum matang. Ini adalah pengertian asal jual beeli muzabanah. Imam Syafi'I memasukkan semua jual-beli (barter) barang dengan barang yang telah diketahui kadarnya, atau dengan baranag yang telah diketahui kadarnya tetapi termasuk barang yang berlaku riba di dalamnya.

Dia berkata, “Adapun perkataan orang yang mengatakan ‘aku menjamin untukmu bahwa buah kurmaku ini akan menghasilkan 20 sha’ (misalnya). Apabila lebih, maka itu untukku. Tetapi jika kurang dari itu, maka itu akan menjadi resiko bagiku’, maka ini termasuk undian (judi) dan bukan muzabanah (Al Asqalani, 2007).

Ibnu Hajar mengatakan bahwa pada bab “Menjual Anggur Kering dengan Anggur Kering” melalui jalur Ayyub dan Nafi’, dari Ibnu Umar diriwayatkan, “Muzabanah adalah seseorang menjual buah berdasarkan takaran [Dan dia mengatakan] apabila lebih, maka ia adalah untukku dan apabila kurang, maka ia menjadi resiko bagiku”. Riwayat ini menjelaskan bahwa untuk perjudian seperti ini dikategorikan pula sebagai jual-beli muzabanah. Keberadaannya sebagai salah satu bentuk perjudian tidak menghalangi untuk dimasukkan sebagai jual-beli muzabanah (Al Asqalani, 2007).

Imam Maliki berkata, “muzabanah” adalah segala sesuatu yang tidak diketahui ukurannya, baik berdasarkan takaran, timbangan maupun jumlahnya apabila dijual dengan sesuatu yang diketahui ukurannya, baik berdasarkan takaran ataupun yang lainnya. Dalam hal ini, sama saja apakah ia termasuk barang yang berlaku padanya hukum riba atau barang yang lainnya jika dilakukan secara tunai, sebab dilarangnya jual-beli seperti ini adalah karena telah dimasuki unsur judi dan penipuan (Al Asqalani, 2007).

2. Kemiskinan

Kata miskin dalam al-Quran biasa dihubungkan dengan kata *faqir*. Karenanya, dua istilah ini menjadi kajian khusus dalam melihat tolak akar miskin di dalam al-Quran. Sedangkan di dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia, miskin diartikan tidak berharta benda, serba kekurangan (berpenghasilan rendah). Sementara faqir mempunyai arti orang yang sangat kekurangan, orang yang sangat miskin, orang yang dengan sengaja membuat dirinya menderita kekurangan untuk mencapai kesempurnaan batin.

Ar-Raghib al-Asfahani di dalam bukunya al-Mufradat, mengungkapkan kata miskin dalam peristilahan bahasa Arab berasal dari akar sakana yang berarti tenang yaitu tetapnya sesuatu setelah bergerak. Sementara itu kata miskin di dalam al-Quran disebutkan sebanyak 25 kali. Masih di dalam kitab al-Mufradat, ar-Raghib al-Asfahani mengungkapkan kata faqir yang pada asalnya berarti sendi tulang atau badan yang patah. Dikatakan juga berasal dari kata al-Fuqrah yang berarti lubang. Sementara itu kata faqir di dalam al-Quran disebutkan sebanyak 13 kali.

Ulama' berbeda pendapat dalam meendefinisikan miskin dan faqir Wahhab az-Zuhaili ketika menafsirkan QS. At-Taubah (9) ayat 60 membedakan antara makna miskin dan faqir ini. Menurutnya al-fuqara' (mufrad:faqir) menunjukkan kepada seseorang yang tidak memiliki harta dan tidak mempunyai usaha tetap untuk mencukupi kebutuhannya, seolah-olah ia adalah orang yang sangat menderita karena kefaqiran hidupnya. Sementara al-Masakin (mufrad: miskin) menunjukkan kepada seseorang yang memiliki harta dan usaha tetapi tidak dapat mencukupi keperluan hidupnya. Seolah-olah ialah orang yang lemah hidupnya.

Perbedaan pendapat tentang yang manakah diantara dua kondisi ini yang lebih baik atau lebih buruk dari yang lainnya diwakili oleh kalangan Syafi'I dan kalangan Hanafiyah. Menurut kalangan Syafi'I yang juga diikuti oleh kalangan Hanafiyah menyebutkan bahwa faqir lebih buruk kondisinya dari miskin. Sementara kalangan Hanafiyah yang juga diikuti oleh kalangan Malikiyah mengatakan sebaliknya.

Kesimpulan ini dipertegas lagi dengan adanya pendapat bahwa pada prinsipnya orang miskin dan orang faqir adalah mereka yang tidak dapat memenuhi kebutuhan hidupnya sebagai kebalikan dari orang kaya yaitu orang yang memiliki kelebihan harta seukuran satu nisab dari kebutuhan pokoknya dan anak-anaknya yang meliputi kebutuhan bidang sandang, pangan, papan, minuman, kendaraan, sarana untuk bekerja, dan lain sebagainya. Sehingga orang-orang yang tidak memliki semua itu dapat dikategorikan sebagai orang faqir yang berhak memperoleh zakat.

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan pada penelitian ini yaitu studi literatur dan deskriptif kuantitatif. Untuk studi literatur yaitu dengan mengumpulkan bahan pustaka dari buku dan jurnal. Sedangkan deskriptif kuantitatif yaitu menyusun dan menganalisis data sesuai dengan kebutuhan peneliti.

3.2 Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder yang bersumber dari Badan Pusat Statistika (BPS) Jawa Timur Tahun 2015 dan di update terakhir pada tanggal 30 Mei 2017. Data tersebut diambil melalui situs resmi yaitu http://Jatim.bps.go.id.

3.3 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah presentase penduduk miskinan di Jawa Timur tahun 2015 sebagai variabel (Y) yang dikategorikan menjadi tiga kategori yaitu kabupaten/kota dengan penduduk cenderung tidak miskin (1), kabupaten/kota yang rentan (2), dan kabupaten/kota yang cenderung miskin (3), dengan empat variabel bebas yaitu presentase pendidikan tertinggi tamat sekolah dasar (X_1), presentase perempuan yang yang proses persalinannya di tolong tenaga medis (X_2), angka melek huruf (X_3), dan rumah penduduk dengan alas lantai tanah (X_4).

3.4 Analisis Data

3.4.1 Estimasi Parameter Model GWMLR dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*

Langkah-langkah estimasi parameter model GWMLR pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Menentukan model GWMLR
2. Menentukan fungsi *likelihood*
3. Menentukan fungsi *ln likelihood*
4. Memberikan fungsi pembobot W_{ij} pada fungsi *ln likelihood*
5. Menentukan turunan parsial pertama dan kedua dari fungsi *ln likelihood* terboboti

3.4.2 Pemodelan Tingkat Kemiskinan di Jawa Timur Menggunakan GWMLR

Adapun langkah-langkah dalam pemodelan tigkat kemiskinan di Jawa Timur Tahun 2015 adalah sebagai berikut:

1. Melakukan analisis deskriptif data sebagai gambaran awal untk mengetahui tingkat kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015.
2. Membentuk model regresi multinomial logistik.
3. Melakukan pengujian spasial
   a. Uji Heterogenitas Spasial menggunakan uji *Breusch-Pagan.*
   b. Uji Dependensi Spasial menggunakan uji *Moran's I.*
4. Menentukan model GWMLR dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Menentukan u_i dan v_i berdasarkan garis lintang selatan dan garis bujur timur untuk setiap kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur.

b. Menghitung jarak *Euclidean* antar lokasi pengamatan.

c. Mendapatkan *bandwidth optimum* untuk setiap lokasi pengamatan dengan menggunakan CV minimum.

d. Menghitung matriks pembobot menggunakan fungsi *Adaptive Bisquare Kernel*.

e. Melakukan uji signifikansi parameter model GWMLR secara serentak dan parsial.

3.4.3 Pemetaan Tingkat Kemiskinan di Jawa Timur Tahun 2015

Pemetaan tingkat kemiskinan di Jawa Timur dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membuat peta global berdasarkan data awal.
2. Mengelompokkan kabupaten/kota berdasarkan variabel yang berpengaruh signifikan.
3. Membuat peta lokal berdasarkan variabel yang berpengaruh signifikan.

BAB IV
PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai hasil analisis yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini, yaitu mengetahui bentuk estimasi parameter model GWMLR.

4.1 Estimasi Parameter model GWMLR

Model GWMLR merupakan model regresi yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon kategorik polikotomus berskala nominal dengan variabel bebas masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati, sebagaimana model umum di persamaan (2.25).

4.1.1 Penentuan model GWMLR

Model GWMLR dapat diperoleh dengan melakukan estimasi terhadap parameter modelnya dengan menggunakan metode MLE. Merujuk pada persamaan (2.26) dan (2.27), maka diperoleh persamaan yang akan digunakan pada penelitian ini (misalkan *J* = 3), yaitu:

$$\pi_1(x_i) = \frac{\exp \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}(u_i, v_i)}{1 + \exp(\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}(u_i, v_i)) + \exp(\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}(u_i, v_i))}$$

$$\pi_2(x_i) = \frac{\exp \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}(u_i, v_i)}{1 + \exp(\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}(u_i, v_i)) + \exp(\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}(u_i, v_i))}$$

$$\pi_3(x_i) = \frac{1}{1 + \exp(\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}(u_i, v_i)) + \exp(\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}(u_i, v_i))}$$

dengan $i = 1,2,\dots,n$

4.1.2 Penentuan Fungsi *Likelihood*

Selanjutnya menentukan fungsi *likelihood* berdasarkan persamaan (2.26) dan (2.27) sebagai berikut:

$$l[\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)] = \prod_{i=1}^{n}[\pi_1(\mathrm{x_i})^{y_{i1}}\pi_2(\mathrm{x_i})^{y_{i2}}\pi_3(\mathrm{x_i})^{y_{i3}}$$

$$l(\boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n}[\pi_1(\mathrm{x_i})^{y_{i1}}\pi_2(\mathrm{x_i})^{y_{i2}}\pi_3(\mathrm{x}_i)^{1-y_{i1}-y_{i2}}]$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left[\pi_1(\mathrm{x}_i)^{y_{i1}}\pi_2(\mathrm{x}_i)^{y_{i2}}\pi_3(\mathrm{x_i})\frac{1}{\pi_3(\mathrm{x_i})^{y_{i1}}}\frac{1}{\pi_3(\mathrm{x_i})^{y_{i2}}}\right]$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left\{\left[\frac{\pi_1(\mathrm{x}_i)}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]^{y_{i1}}\left[\frac{\pi_2(\mathrm{x}_i)}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]^{y_{i2}}\pi_3(\mathrm{x_i})\right\}$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\pi_3(\mathrm{x_i})\exp\left(\ln\left[\frac{\pi_1(\mathrm{x}_i)}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]^{y_{i1}}\right)\exp\left(\ln\left[\frac{\pi_2(\mathrm{x}_i)}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]^{y_{i2}}\right)$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\pi_3(\mathrm{x_i})\exp\left(y_{i1}\ln\left[\frac{\pi_1(\mathrm{x}_i)}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]+y_{i2}\ln\left[\frac{\pi_2(\mathrm{x}_i)}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]\right)$$

4.1.3 Penentuan Fungsi ln *Likelihood*

Langkah selanjutnya adalah membentuk fungsi ln *likelihood* dengan cara melakukan transformasi ln pada fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$L(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n}\ln(\pi_3(\mathrm{x_i}))+y_{i1}\ln\left[\frac{\pi_1(\mathrm{x_i})}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]+y_{i2}\ln\left[\frac{\pi_2(\mathrm{x}_i)}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\ln(\pi_3(\mathrm{x_i}))+y_{i1}\ln\left[\frac{\pi_1(\mathrm{x}_i)}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]+y_{i2}\ln\left[\frac{\pi_2(\mathrm{x}_i)}{\pi_3(\mathrm{x}_i)}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{1}{1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}\right) + y_{i1}\ln\left[\frac{\frac{\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)}{1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}}{\frac{1}{1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}}\right]$$

$$+ y_{i2}\ln\left[\frac{\frac{\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}{1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}}{\frac{1}{1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{1}{1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}\right) + y_{i1}\ln[\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)]$$

$$+ y_{i2}\ln[\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{1}{1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)}\right) + y_{i1}\,\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1 + y_{i2}\,\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln 1 - \ln\left(1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)\right) + y_{i1}\,\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1 + y_{i2}\,\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} 0 - \ln\left(1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)\right) + y_{i1}\,\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1 + y_{i2}\,\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} -\ln\left(1+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1)+\exp(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2)\right) + y_{i1}\,\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_1 + y_{i2}\,\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\beta}_2$$

4.1.4 Pemberian Fungsi Pembobot pada Fungsi *ln likelihood*

Faktor letak geografis merupakan faktor pembobot pada model GWMLR. Faktor ini memiliki nilai yang berbeda untuk setiap lokasi yang menunjukkan sifat lokal pada model GWMLR. Oleh karena itu pembobot diberikan pada fungsi *ln likelihood*.

Fungsi pembobot yang digunakan pada penelitian ini adalah fungsi pembobot *adaptive bisquare kernel* pada persamaan (2.11), sehingga diperoleh fungsi *ln likelihood* terboboti sebagai berikut:

$$L^*(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{w_j}(y_{i1}\, \boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_1}(u_i, v_i) + y_{i2}\, \boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_2}(u_i, v_i)$$

$$- \ln\left(1 + \exp(\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_1}(u_i, v_i)) + \exp\ (\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_2}(u_i, v_i))\right))$$

4.1.5 Penentuan Turunan Parsial Pertama dan Kedua

Selanjutnya untuk mendapatkan estimator parameter model GWMLR adalah memaksimumkan fungsi *ln likelihood* terboboti dengan cara menentukan turunan parsial pertama fungsi *ln likelihood* terhadap parameter yang diestimasi kemudian disamakan dengan nol, yaitu:

Misalkan:

$\boldsymbol{W} = w_{ij}(u_i, v_i)$

$Y_1 = y_{i1}$

$Y_2 = y_{i2}$

$E_1 = \exp(\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}(u_i, v_i))$

$E_2 = \exp(\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}(u_i, v_i))$

$$\pi_1 = \frac{E_1}{1 + E_2 + E_3}$$

$$\pi_2 = \frac{E_2}{1 + E_2 + E_3}$$

$$a = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}Y_1\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_1}(u_i, v_i) + \boldsymbol{W}Y_2\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_2}\,(u_i, v_i)$$

$$b = \boldsymbol{W}\ln(1 + E_1 + E_2)$$

- Turunan pertama terhadap $\boldsymbol{\beta_1}(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial L^*(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)}\left(\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}Y_1\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_1}(u_i,v_i) + \boldsymbol{W}Y_2\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_2}(u_i,v_i) - \boldsymbol{W}\ln(1+E_1+E_2)\right)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)}\left(\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}Y_1\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_1}(u_i,v_i) + \boldsymbol{W}Y_2\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_2}(u_i,v_i)\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}Y_1\boldsymbol{x^T}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)}(-\boldsymbol{W}\ln(1+E_1+E_2))$$

$$= \boldsymbol{W}\pi_1\boldsymbol{x^T}$$

sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial L^*(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)} = \frac{\partial a}{\partial \boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)} - \frac{\partial b}{\partial \boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}Y_1\boldsymbol{x^T} - \boldsymbol{W}\pi_1\boldsymbol{x^T}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x^T}(Y_1 - \pi_1)$$

- Turunan pertama terhadap $\boldsymbol{\beta_2}(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial L^*(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta_2^T}(u_i,v_i)} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta_2^T}(u_i,v_i)}\left(\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}Y_1\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_1}(u_i,v_i) + \boldsymbol{W}Y_2\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\beta_2}(u_i,v_i) - \boldsymbol{W}\ln(1+E_1+E_2)\right)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)}\left(\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}Y_1\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}(u_i,v_i) + \boldsymbol{W}Y_2\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}(u_i,v_i)\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}Y_2\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)}(-\boldsymbol{W}\ln(1+E_1+E_2))$$

$$= \boldsymbol{W}\pi_2\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}$$

sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial L^*(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)} = \frac{\partial a}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)} - \frac{\partial b}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}Y_2\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}} - \boldsymbol{W}\pi_2\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\,(Y_2 - \pi_2)$$

Turunan-turunan parsial pertama persamaan *ln-likelihood* tersebut jika disusun dalam bentuk matriks atau disebut vektor kemiringan (*slope*) sebagai berikut:

$$\boldsymbol{g}(\beta(u_i,v_i)) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial L^*(\beta(u_i,v_i))}{\partial \beta_1^T(u_i,v_i)} \\ \dfrac{\partial L^*(\beta(u_i,v_i))}{\partial \beta_2^T(u_i,v_i)} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\,(Y_1 - \pi_1) \\ \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\,(Y_2 - \pi_2) \end{bmatrix}$$

Selanjutnya ialah membentuk matriks *Hessian* yang mana elemen-elemennya terdiri dari turunan parsial kedua fungsi $L^*(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i))$ terhadap masing-masing parameternya.

$$\boldsymbol{H}(\beta(u_i,v_i)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L^*(\beta(u_i,v_i))}{\partial\beta_1^T(u_i,v_i)\partial\beta_1(u_i,v_i)} & \frac{\partial^2 L^*(\beta(u_i,v_i))}{\partial\beta_1^T(u_i,v_i)\partial\beta_2(u_i,v_i)} \\ \frac{\partial^2 L^*(\beta(u_i,v_i))}{\partial\beta_2^T(u_i,v_i)\partial\beta_1(u_i,v_i)} & \frac{\partial^2 L^*(\beta(u_i,v_i))}{\partial\beta_2^T(u_i,v_i)\partial\beta_2(u_i,v_i)} \end{bmatrix}$$

atau dapat ditulis menjadi

$$\boldsymbol{H}(\beta(u_i,v_i) = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan dihitung turunan-turunan parsial kedua dari persamaan *ln-likelihood* terhadap masing-masing parameternya, sebagai berikut:

- Untuk $\boldsymbol{H_{11}}$

$$\frac{\partial^2 L^*(\boldsymbol{\beta})}{\partial\boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)\boldsymbol{\beta_1}(u_i,v_i)} = \frac{\partial^2}{\partial\boldsymbol{\beta_1^T}(u_i,v_i)\boldsymbol{\beta_1}(u_i,v_i)}\left(\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{Wx^T}\left(Y_1 - \frac{E_1}{1+E_1+E_2}\right)\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{Wx^T}\left(0 - \frac{E_1}{1+E_1+E_2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{Wx^T}\left(-\frac{E_1\mathbf{x}^\mathbf{T}(1+E_1+E_2) - E_1E_1\boldsymbol{x^T}}{(1+E_1+E_2)^2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{Wx^T}\left(-\frac{\mathbf{x}^\mathbf{T}E_1 + E_1^2 + E_1E_2 - (E_1^2)\boldsymbol{x^T}}{(1+E_1+E_2)^2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{Wx^T}\left(-\frac{\mathbf{x}^\mathbf{T}E_1 + E_1E_2\boldsymbol{x^T}}{(1+E_1+E_2)^2}\right)$$

- Untuk $\boldsymbol{H_{12}}$

$$\frac{\partial^2 L^*\left(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial L^*\left(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\right)\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}(u_i,v_i)}$$

$$= \frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\left(Y_1 - \frac{E_1}{1+E_1+E_2}\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}(u_i,v_i)}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{T}\boldsymbol{x}\frac{E_1}{1+E_1+E_2}\left(1 - \frac{E_1}{1+E_1+E_2}\right)$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{T}\boldsymbol{x}\,\pi_1(1-\pi_1)$$

- Untuk $\boldsymbol{H_{22}}$

$$\frac{\partial^2 L^*(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial L^*\left(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\right)\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}(u_i,v_i)}$$

$$= \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\left(Y_2 - \frac{E_2}{1+E_1+E_2}\right)\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{2}}^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{1}}(u_i,v_i)}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\left(0 - \frac{E_2}{1+E_1+E_2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\left(-\frac{E_2\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}(1+E_1+E_2) - E_2E_2\boldsymbol{x}^{T}}{(1+E_1+E_2)^2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\left(-\frac{\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}E_2+E_2^2 + E_1E_2 - (E_2^2)\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}}{(1+E_1+E_2)^2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}\left(-\frac{\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}E_2 + E_1E_2\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}}}{(1+E_1+E_2)^2}\right)$$

- Untuk $\boldsymbol{H_{21}}$

$$\frac{\partial^2 L^*\left(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\right)}{\partial\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)\partial\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}(u_i,v_i)}=\frac{\partial\left(\partial L^*\left(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\right)\right)}{\partial\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)\partial\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}(u_i,v_i)}$$

$$=\frac{\partial\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{Wx^T}\left(Y_2-\frac{E_2}{1+E_1+E_2}\right)}{\partial\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{2}}^{\boldsymbol{T}}(u_i,v_i)\partial\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}(u_i,v_i)}$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{Wx^Tx}\frac{E_2}{1+E_1+E_2}\left(1-\frac{E_2}{1+E_1+E_2}\right)$$

$$=-\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\boldsymbol{Wx^Tx}\,\pi_2(1-\pi_2)$$

Sehingga apabila ditulis dalam bentuk matriks menjadi:

$$\boldsymbol{H}\left(\hat{\beta}^{(t)}(u_i,v_i)\right)=\boldsymbol{X^TWVX} \tag{4.1}$$

Persamaan dalam matriks $\boldsymbol{g}(\beta(u_i,v_i)$ merupakan persamaan yang berbentuk implisit sehingga untuk menyelesaikan permasalahan tersebut digunakan suatu prosedur iterasi numerik yaitu dengan menggunakan pendekatan iterasi Newton *Raphson*.

Secara umum persamaan iterasi *Newton Raphson* adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t+1)}(u_i,v_i)=\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i,v_i)-[\boldsymbol{H}(\hat{\beta}^{(t)})(u_i,v_i)]^{-1}\boldsymbol{g}\left(\hat{\beta}^{(t)}(u_i,v_i)\right) \tag{4.2}$$

Persamaan (4.2) digunakan untuk menentukan taksiran $\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)$ pada iterasi ke$-t$ dengan $t=0,1,2,..$ yaitu $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i,v_i)$. Sebelum menentukan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i,v_i)$, pilih nilai taksiran awal untuk $\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)$ yaitu:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}(u_i,v_i)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_0(u_i,v_i)\\ \hat{\beta}_i(u_i,v_i)\\ \vdots\\ \widehat{\beta_k}(u_i,v_i)\end{bmatrix}^{(0)}$$

Nilai taksiran awal $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}(u_i,v_i)$ ditentukan berdasarkan nilai estimasi regresi multinomial logistik. Selanjutnya mensubstitusikan nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}(u_i,v_i)$ ke vektor g dan matriks H sebagai berikut

$$\boldsymbol{g}^{(\mathbf{0})}\left(\beta(u_i,v_i)\right)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_1(u_i,v_i)}\\ \dfrac{\partial L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_2(u_i,v_i)}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}\left(\hat{\beta}^{(0)}\right)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_1^T(u_i,v_i)\partial\beta_1(u_i,v_i)} & \dfrac{\partial^2 L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_1^T(u_i,v_i)\partial\beta_2(u_i,v_i)}\\ \dfrac{\partial^2 L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_2^T(u_i,v_i)\partial\beta_1(u_i,v_i)} & \dfrac{\partial^2 L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_2^T(u_i,v_i)\partial\beta_2(u_i,v_i)}\end{bmatrix}$$

Sehingga turunan parsial kedua dari $L^*\left(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\right)$ pada saat $\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\approx\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{t})}(u_i,v_i)$ berbentuk matriks sebagai berikut

$$\boldsymbol{H}\left(\hat{\beta}^{(t)}\right)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_1^T(u_i,v_i)\partial\beta_1(u_i,v_i)} & \dfrac{\partial^2 L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_1^T(u_i,v_i)\partial\beta_2(u_i,v_i)}\\ \dfrac{\partial^2 L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_2^T(u_i,v_i)\partial\beta_1(u_i,v_i)} & \dfrac{\partial^2 L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_2^T(u_i,v_i)\partial\beta_2(u_i,v_i)}\end{bmatrix}^{\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\approx\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{t})}(u_i,\boldsymbol{v_i})}$$

dan dalam bentuk vektor sebagai berikut

$$\boldsymbol{g}\left(\hat{\beta}^{(\mathbf{t})}(u_i,v_i)\right)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_1(u_i,v_i)}\\ \dfrac{\partial L^*\left(\beta(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_2(u_i,v_i)}\end{bmatrix}^{\left(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\approx\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{t})}(u_i,v_i)\right)}$$

Proses iterasi akan terhenti ketika nilai taksiran yang diperoleh sudah konvergen ke suatu nilai yaitu

$$\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t+1)}(u_i,v_i)\approx\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i,v_i)\right)$$

atau

$\left|\left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t+1)}(u_i, v_i) - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i, v_i)\right|\right|, \varepsilon$ dengan ε merupakan bilangan yang sangat kecil. Selanjutnya pilih $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})}(u_i, v_i)$ sebagai taksiran untuk $\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$.

4.2 Pemodelan Tingkat Kemiskinan di Jawa Timur menggunakan GWMLR

4.2.1 Deskripsi Data

Pada penelitian ini model GWMLR di terapkan pada kasus tingkat kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015. Variabel respon yang digunakan dalam penelitian ini adalah presentase penduduk miskin di Jawa Timur sebagai variabel respon (Y), yang dikategorikan menjadi tiga kategori yaitu kabupaten/kota dengan penduduk cenderung tidak miskin (1), kabupaten/kota yang rentan (2), dan kabupaten/kota yang cenderung miskin (3), dengan empat variabel bebas yaitu presentase pendidikan tertinggi tamat sekolah dasar (X_1), presentase perempuan yang yang proses persalinannya di tolong tenaga medis (X_2), angka melek huruf (X_3), dan rumah penduduk dengan alas lantai tanah (X_4).

Sebelum melakukan analsisis statistika inferensia pada data tingkat kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015, terlebih dahulu dilakukan analaisi statistika deskriptif terhadap data dengan tujuan untuk melihat gambaran umum mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015.

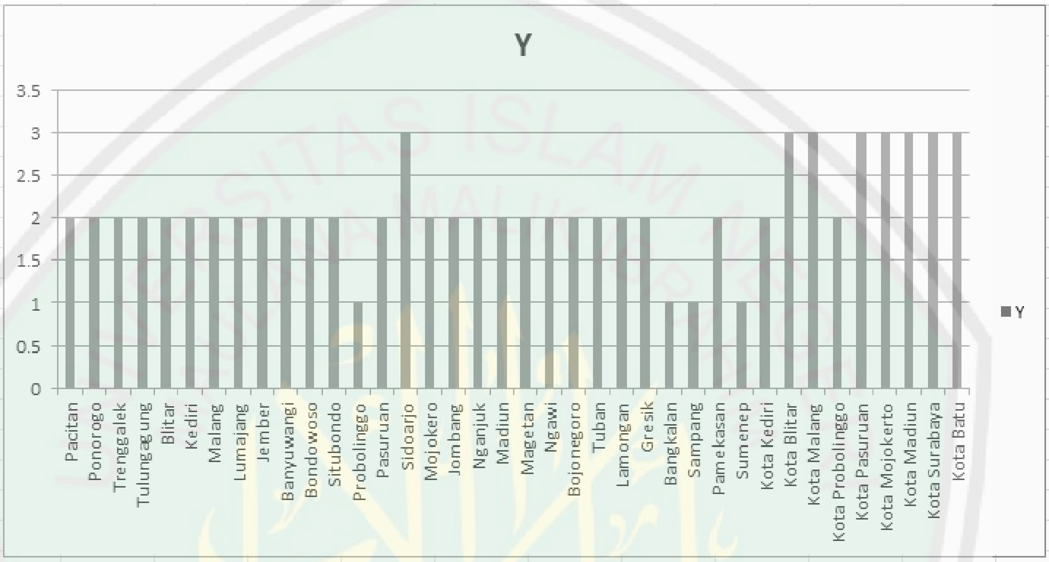
Statistika deskriptif dapat dilihat dari ukuran pemusatan dan penyebaran data yang dapat diperoleh dari program SPSS.16, adapun hasilnya sebagai berikut:

Tabel 4. 1 *Descriptive Statistic*

	N	***Minimum***	***Maximum***	***Mean***	***Std. Deviation***
Y	38	5	26	12.17	5.034
X_1	38	0	2	.74	.460
X_2	38	3	49	24.03	11.606
X_3	38	78	99	92.49	5.272
X_4	38	0	47	11.15	11.901
Valid N (listwise)	38				

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat diketahui secara keseluruhan bahwa rata-rata tingkat kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015 sebesar 12.17%, dimana presentase kemiskinan tertinggi ada pada kabupaten Sampang sebesar 26% dan kabupaten dengan presentase kemiskinan terendah terdapat pada kabupaten Malang sebesar 5%. Tingginya nilai rata-rata tingkat kemiskinan tersebut dapat disebabkan oleh beberapa aspek variabel yang berpengaruh. Aspek pertama yang kemungkinan mempunyai pengaruh terhadap tingkat kemiskinan ialah banyaknya pendidikan tertinggi tamat sekolah dasar dengan rata-rata 0.74%. Kemudian pada aspek kedua yaitu banyaknya perempuan yang yang proses persalinannya di tolong tenaga medis juga mempunyai pengaruh terhadap tingginya nilai rata-rata kemiskinan dengan rata-rata sebesar 24.03%. pada aspek ketiga yaitu angka melek huruf mempunyai pengaruh besar terhadap tingginya kemiskinan di Jawa Timur yaitu sebesar 92.49%. Sedangkan pada aspek rumah penduduk dengan alas lantai tanah juga mempunyai pengaruh terhadap tingginya presentase kemiskinan dengan rata-rata sebesar 11.15%.

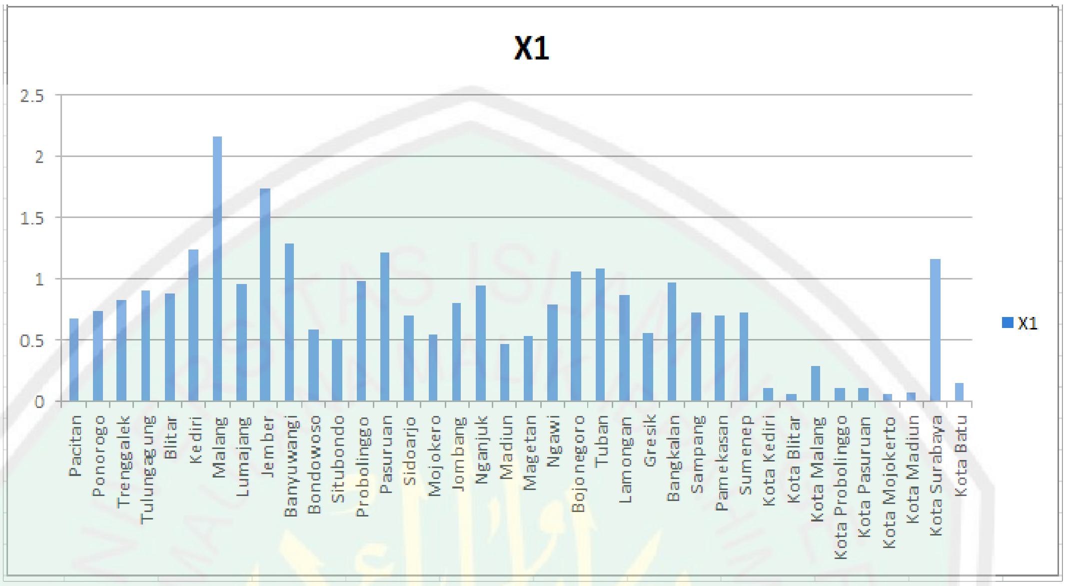
Satatistik deskriptif juga dapat dilihat dengan grafik pola sebaran data. Grafik ini bertujuan untuk melihat keadaan yang lebih detail dan keadaan variabel respon serta variabel bebas untuk setiap kabupaten dan kota yang berada di Provinsi Jawa Timur. Adapun grafik pola sebaran data untuk variabel respon tingkat kemiskinan di Jawa Timur adalah sebagai berikut:



Gambar 4. 1 Grafik Tingkat Kemiskinan di Jawa Timur tahun 2015 (*Y*)
(Sumber: BPS Jawa Timur)

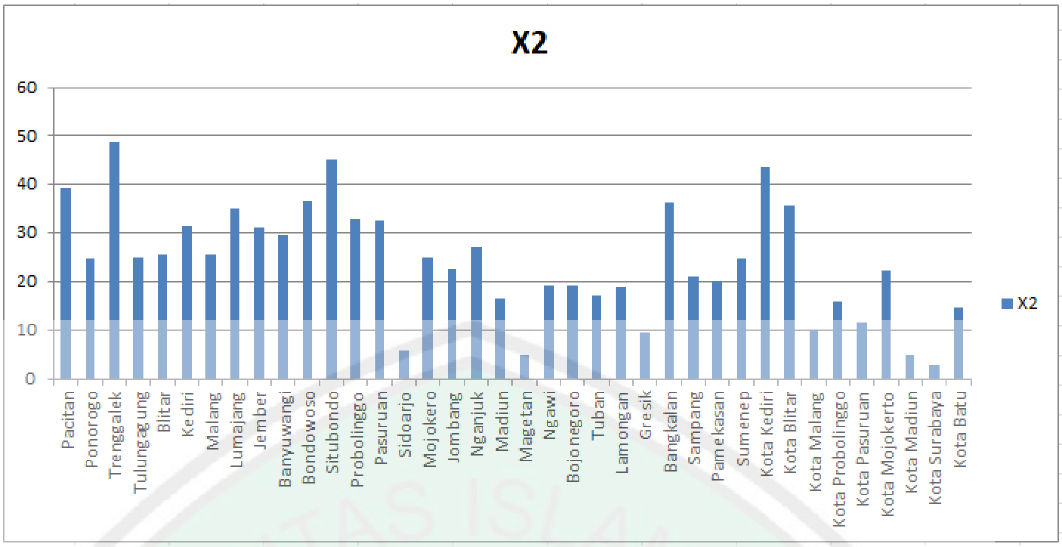
Dari Gambar 4.1 dapat dilihat bahwa tingkat kemiskinan di Jawa Timur pada tahun 2015 berbeda untuk setiap kabupaten/kota. Kabupaten Sampang dengan presentase tingkat kemiskinan sebesar 26% yang merupakan salah satu kabupaten di Jawa Timur dengan tingkat kemiskinan paling tinggi, kemudian disusul dengan kabupaten Bangkalan dan Probolinggo dengan presentase tingkat kemsikinan sebesar 23% dan 21%. Pada kabupaten/kota yang memiliki presentase tingkat kemiskinan terkecil berada di Kota Malang yaitu sebesar 5%. kemudian disusul dengan Kota Batu dan Kota Madiun dengan presentase tingkat kemiskinan sebesar 4.71% dan 4.89%.

Perbedaan tingkat kemiskinan di Jawa Timur antar wilayah satu dengan wilayah yang lainnya disebabkan oleh beberapa variabel. Variabel pertama yang mempengaruhi adalah tingkat pengangguran terbuka.



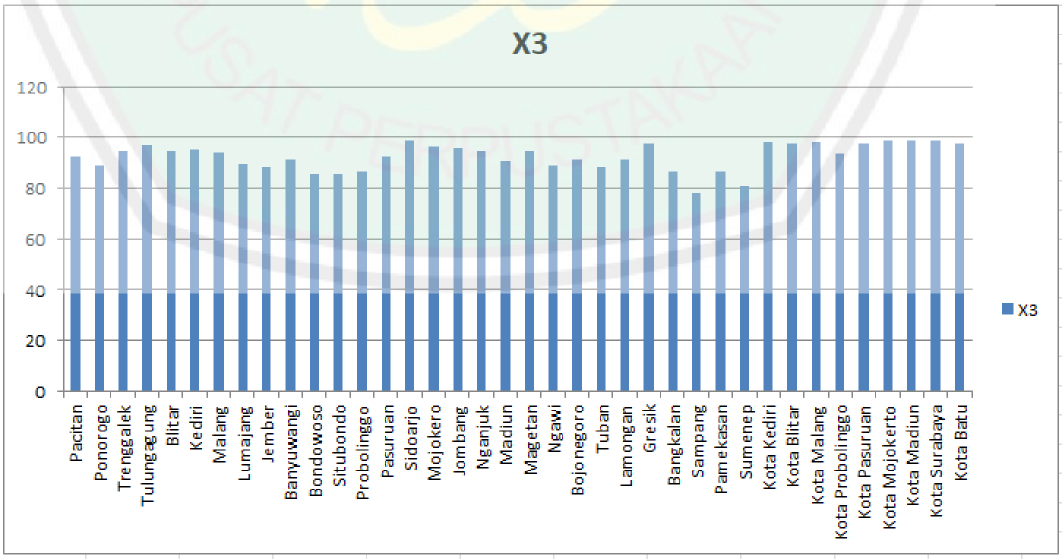
Gambar 4. 2 Grafik Penduduk dengan Pendidikan Tertinggi Tamat SD (X_1)
(Sumber: BPS Jawa Timur)

Faktor selanjutnya yang berpengaruh adalah tingkat pendidikan tertinggi yang ditamatkan. Pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa tingkat penduduk dengan pendidikan teritinggi seklah dasar di Jawa Timur berbeda antara wilayah satu dengan wilayah yang lain. Tingkat penduduk dengan pendidikan tertinggi sekolah dasar yang paling tinggi berada di kabupaten Malang sebesar 2.15%. Kemudian disusul dengan kabupaten Jember dan Banyuwangi sebesar 1.73% dan 1,29%. Adapun tingkat penduduk dengan pendidikan tertinggi sekolah dasar yang paling rendah berada di kota Blitar dan Mojokerto, masing-masing 0.05%, kemudian disusul dengan kota Madiun sebesar 0.07%. Semakin rendah tingkat pendidikan yang ditamatkan, maka cenderung semakin sulit untuk mencari pekerjaan, sehingga akan semakin tinggi tingkat kemiskinan.



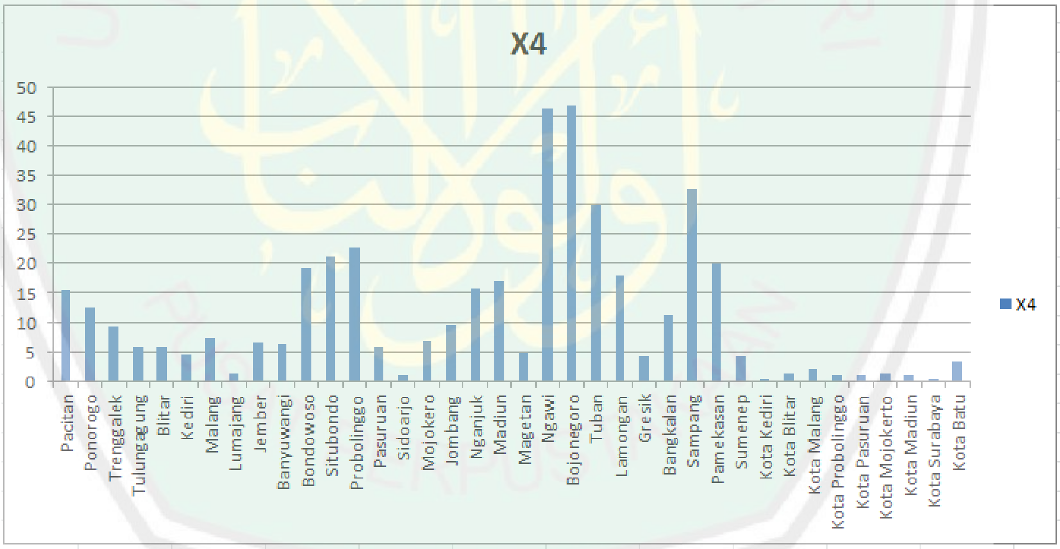
Gambar 4. 3 Grafik Perempuan yang proses persalinannya di tolong tenaga medis (X_2)
(Sumber: BPS Jawa Timur)

Selanjutnya, proses persalinan yang ditolong oleh tenaga medis rata-rata sudah baik dan sudah cukup merata diberbagai wilayah kabupaten/kota satu dengan kabupaten/kota yang lainnya di Jawa Timur. Meskipun demikian masih terdapat daerah yang proses persalinannya di tolong oleh tenaga medis yang tergolong cukup rendah, yaitu di kabupaten Sampang dengan presentase sebesar 68.8%.



Gambar 4. 4 Grafik Angka Melek Huruf (X_3)
(Sumber: BPS Jawa Timur)

Faktor selanjutnya adalah angka melek huruf. Melihat angka melek huruf di Jawa Timur sudah cukup baik dimana rata-rata kabupaten/kota sudah mendekati 100%. Pada Gambar 4.4 Dapat dilihat bahwa angka melek huruf di Jawa Timur berbeda antara wilayah satu dnegan wilayah yang lain. Tingkat angka melek huruf yang paling tinggi berada pada kabupaten Sidoarjo, kota Madiun, dan kota Mojokerto sebesar 98,86%, 98,64%, dan 98,49%. Adapun angka melek huruf yang paling rendah berada di kabupaten Sampang sebesar 78,03%. Angka melek huruf yang tinggi mengindikasikan adanya keberhasilan dari pendidikan tingkat dasar yang efektif yang memungkinkan sebagian besar penduduknya untuk memperoleh kemampuan menggunakan kata-kata tertulis dalam kehidupan sehari-hari dan melanjutkan pembelajarannya.



Gambar 4. 5 Grafik Rumah Penduduk dengan Alas Lantai Tanah (X_4)
(Sumber: BPS Jawa Timur)

Pada Gambar 4.5 Dapat dilihat bahwa tingkat rumah penduduk dengan alas lantai tanah di Jawa Timur berbeda anatar wilayah satu dnegan wilayah yang lain. Tingkat rumah penduduk dengan alas lantai tanah yang paling tinggi berada di kabupaten Bojonegoro sebesar 46,68%, kemudian disusul dengan kabupaten

Ngawi dan Sampang sebesar 46,39% dan 32,60%. Adapun tingkat rumah penduduk dengan alas lantai tanah yang paling rendah berada di kota Kediri, dan Surabaya sebesar 0.0542% dan 0.30%. Semkain banyak rumah penduduk yang alasnya masih berupa tanah, semakin tinggi pula tingkat kemiskinan berdasarkan kelayakan tempat tinggal.

4.2.2 Model Regresi Multinomial Logistik

Model regresi multinomial logistik dapat digunakan untuk melihat antara status kemiskinan di setiap kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur dengan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingkat kemiskinan. Penelitian ini menggunakan nilai *Variance Inflation Factors* (VIF) sebagai kriteria untuk mengetahui adanya multikolinieritas antar variabel bebas. Nilai VIF yang lebih dari 10 menunjukkan adanya multikolinieritas antar variabel bebas. Berikut adalah nilai VIF dari masing-masing variabel bebas X.

Tabel 4. 2 Nilai VIF

Variabel	VIF
X_1	1.110
X_2	1.150
X_3	1.738
X_4	1.532

Tabel 4.2, dapat diketahui bahwa nilai VIF dari masing-masing variabel bebas X kurang dari 10. Sehingga dapat disimpulkan bahwa dalam model tidak terdapat masalah multikolinearitas.

Pengujian signifikansi model dan parameter merupakan pemeriksaan untuk menentukan apakah variabel bebas dalam model signifikan atau berpengaruh secara nyata terhadap variabel respon (Basuki. 2004).

Seperti yang ada dalam regresi logistik, maka dalam model multinomial logit dapat digunakan uji *likelihood ratio* (LR) untuk menilai signifikansi dari variabel bebas dalam model tersebut.

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$\mathrm{H_0}: \beta_k; k = 1,2, \dots, 7$ (tidak terdapat variabel bebas yang berpengaruh terhadap variabel respon)

$\mathrm{H_1}: \beta_{gk} \neq 1,2, \dots, 7$ (terdapat minimal satu variabel bebas yang berpengaruh terhadap variabel respon)

Tabel 4. 3 *Likelihood Ratio Tests*

	Chi-Square	**Df**	**Sig.**
Model	54.895	8	0.000

Berdasarkan uji *likelihood ratio test* nilai P-*value* model sebesar 0.000, dengan menggunakan taraf signifikansi 10% maka nilai P-*Value* $< \alpha = 0,1$ dan didapatkan nilai G sebesar 54.895 dengan nilai $\chi^2_{0.1,8} = 13,36$. Sehingga $G > \chi^2_{0.1,8}$, sehingga tolak H_0. Jadi dapat disimpulkan bahwa variabel prediktor yang digunakan secara bersama-sama (serentak) berpengaruh signifikan terhadap kemiskinan, atau minimal ada satu variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap kemiskinan.

Dengan menggunakan *software* R didapatkan nilai estimasi parameter model regresi multinomial logistik sebagai berikut:

Tabel 4. 4 Estimasi Parameter Model Regresi Multinomial Logistik

Y	Parameter	Estimate	Std. Error	*Wald*	Sig.
cenderung tidak miskin	β_0	259.1	562.931	21.179	
	β_1	183.913	444.122	0.171	Tidak
	β_2	4.966	6.605	86.183	Ya
	β_3	- 28.967	2.190	174.996	Ya
	β_4	16.444	82.664	0.040	Tidak
Rentan	β_0	245.7	531.019	21.408	
	β_1	178.668	444.072	0.162	Tidak
	β_2	4.945	4.603	46.182	Ya
	β_3	- 27.339	1.106	143.008	Ya
	β_4	16.398	82.664	0.039	Tidak

Berdasarkan Tabel 4.4 diperoleh nilai uji *wald* yang akan digunakan untuk pengujian secara parsial yang akan dibandingkan dengan nilai $\chi^2_{0.1,1} = 2{,}71$ dengan taraf signifikansi 10%. Sehingga dari empat variabel bebas yang signifikan atau memiliki nilai uji $wald > 2{,}71$ adalah persentase perempuan yang proses persalinannya ditolong tenaga medis (X_2) dan presentase angka melek huruf (X_3). Kemudian dilakukan pengujian kembali untuk mendapatkan model regresi multinomial logistic. Sehingga diperoleh hasil estimasi sebagai beirkut:

Tabel 4. 5 Estimasi Parameter Model Regresi Multinomial Logistik

Y	Parameter	Estimate	Std. Error	*Wald*	Sig.
cenderung tidak miskin	β_0	271.3	562.931	17.416	
	β_2	5.211	6.605	93.180	Ya
	β_3	- 32.710	2.190	126.97	Ya
Rentan	β_0	261.8	531.019	23.4	
	β_2	6.531	4.603	4.179	Ya
	β_3	- 28.002	1.106	143.65	Ya

Diperoleh model regresi logistik multinomial sebagai berikut:

$$g_1(x) = 271.3 + 5.211X_2 - 32.71X_3$$

$$g_2(x) = 261.8 + 6.531X_2 - 28.002X_3$$

4.2.3 Uji Spasial

Model GWMLR merupakan model lokal untuk data yang memiliki efek keragaman spasial. Tingkat kemiskinan di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur memiliki karakteristik masing-masing dalam berbagai aspek dari perbedaan geografis, ekonomi, sosial, dan budaya. Sehingga dilakukan pengujian spasial untuk mengetahui apakah data mengandung keragaman spasial. Uji spasial dilakukan dengan menggunakan Uji *Breush-Pagan* dan Uji *Moran's I*. Berdasarkan hasil pengujian heterogenitas spasial pada data diperoleh nilai statistik uji *Breushch-Pagan* sebesar 11.723 dengan p-*value* sebesar 0.03169. Dengan jumlah parameter dalam penelitian yaitu 5 dan digunakan $\alpha = 10\%$ maka diperoleh $\chi^2_{5,10\%} = 10.64$. Sehingga berdasarkan kedua kriteria yaitu $BP > \chi^2_{5,10\%} = 10,64$ dan $p - value < \alpha$ diperoleh kesimpulan bahwa variansi antar lokasi berbeda atau terdapat perbedan karakteristik antara satu titik pengamatan dengan titik pengamatan lainnya artinya model regresi multinomial logistik memiliki efek keragaman spasial.

Berdasarkan hasil pengujian dependensi spasial diperoleh nilai statistik uji *Moran's I* dengan p-*value* sebesar 0.44986. Sehingga dengan taraf nyata sebesar $\alpha = 10\%$ didapat kesimpulan bahwa tidak ada dependensi spasial yang artinya bahwa pengamatan suatu lokasi tidak bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan. Berdasarkan kesimpulan dari hasil pengujian heterogenitas spasial yang menyatakan pengamatan suatu lokasi tidak bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan maka dapat dilanjutkan pemodelan dengan menggunakan metode GWMLR.

4.2.4 *Bandwidth Optimum*

Tahap dalam pemodelan tingkat kemiskina di Jawa Timur dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernal* adalah penentuan matriks pembobotan yang di awali dengan menentukan *bandwidth* (*h*) optimum untuk keseluruhan kabupaten/kota di Jawa Timur berdasarkan metode *Akaike Information Criterion* (AIC) *minimization*. Teknik ini dilakukan secara iterasi dengan mengevaluasi nilai AIC pada interval jarak minimum dan jarak maksimum. Nilai bandwidth optimum dengan menggunakan *adaptive Bisquare kernel* menghasilkan nilai *bandwidth* optimum yang berbeda di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur. Hal inilah yang membedakan antara pembobot *adaptive* dan *fixed*. Dimana pada pembobot *fixed kernel* menghasilkan *bandwidth* yang sama di seluruh kabupaten/kota. Dengan menggunakan *software* R, diperoleh nilai *bandwidth* optimum untuk setiap kabupaten/kota yang ditunjukkan pada tabel berikut:

Tabel 4. 6 *Bandwidth Optimum*

No.	Kabupaten/Kota	Bandwidth (kilometer)
1.	Kab. Pacitan	223.7702
2.	Kab. Ponorogo	198.8853
3.	Kab. Trenggalek	186.3098
4.	Kab. Tulungagung	175.1796
5.	Kab. Blitar	139.1420
6.	Kab. Kediri	119.6965
7.	Kab. Malang	122.8818
8.	Kab. Lumajang	203.0702
9.	Kab. Jember	226.9219
10.	Kab. Banyuwangi	515.7431

Tabel 4. 7 Lanjutan *Bandwidth Optimum*

11	Kab. Bondowoso	222.9809
12.	Kab. Situbondo	182.2337
13.	Kab. Probolinggo	161.2544
14	Kab. Pasuruan	146.2634
15.	Kab. Sidoarjo	125.5928
16.	Kab. Mojokerto	115.5508
17.	Kab. Jombang	111.7883
18.	Kab. Nganjuk	167.8706
19.	Kab. Madiun	197.4926
20.	Kab. Magetan	205.0736
21.	Kab. Ngawi	187.9594
22.	Kab. Bojonegoro	172.5025
23.	Kab. Tuban	172.8494
24.	Kab. Lamongan	119.6902
25.	Kab. Gresik	128.8274
26.	Kab. Bangkalan	134.4572
27.	Kab. Sampang	193.0319
28.	Kab. Pamekasan	208.3240
29.	Kab. Sumenep	236.1382
30.	Kota Kediri	123.0694
31.	Kota Blitar	129.3614
32.	Kota Malang	122.8143
33.	Kota Probolinggo	183.9202
34.	Kota Pasuruan	128.2199
35.	Kota Mojokerto	116.1807
36.	Kota Madiun	193.0849
37.	Kota Surabaya	128.1221
38.	Kota Batu	116.4608

4.2.5 Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*

Pembobot digunakan untuk memberikan penekanan yang berbeda untuk observasi yang berbeda dalam menghasilkan penduga parameter. Sebelum pembobot ditentukan harus dihitung dahulu d_{ij} yang merupakan jarak lokasi (u_i, v_i)dengan lokasi (u_j, v_j) menggunakan jarak. Jarak *Euclidean* masing-masing kabupaten/kota dapat dilihat pada Lampiran 5. Besarnya nilai pembobot yang digunakan bergantung pada jarak antar wilayah pengamatan. Semakin dekat jarak antar wilayah maka semakin besar pengaruhnya, sehingga nilai pembobotnya mendekati satu. Sebaliknya, semakin jauh jarak antar wilayah maka semakin kecil pengaruhnya sehingga nilai pembobotnya mendekati nol. Dalam penentuan matriks pembobot menggunakan *bandwidth* yang berbeda di seluruh kabupaten/kota. Matriks pembobot masing-masing kabupaten/ kota dapat dilihat pada lampiran 7.

Matriks pembobot digunakan untuk menduga parameter lokasi (u_i, v_i). Pendugaan parameter model GWMLR diperoleh dengan memasukkan pembobot spasial menggunakan ietrasi *Newton-raphson* dengan fungsi *Adaptive Bisquare Kernel* disetiap kabupaten/kota sehingga didapatkan nilai pendugaan parameter disetiap lokasi pengamatan (u_i, v_i).

4.2.6 Pembentukan Model GWMLR

Pendugaan parameter model GWMLR diperoleh dengan memasukkan pembobot spasial menggunakan iterasi Newton raphson disetiap kabupaten/kota sehingga didapatkan nilai estimasi parameter di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur. Estimasi parameter koefisien model GWMLR menggunakan hasil estimasi parameter koefisien regresi multinomial logistik sebagai nilai awal iterasi *Newton raphson*. Hasil estimasi parameter model GWMLR dapat dilihat pada lampiran 8. Estimasi parameter model GWMLR menghasilkan nilai yang berbeda-beda untuk setiap lokasi pengamatan.

Berdasarkan hasil output *software* R diperoleh nilai estimasi parameter model GWMLR untuk kabupaten Jombang sebagi berikut:

Tabel 4. 8 Estimasi Parameter Model GWMLR Kabupaten Jombang

Y	Parameter	Estimate	Std. Error	*Wald*	Sig.
cenderung tidak miskin	β_0	2,069776	562.931		
	β_1	−0,11297	444.122	0.068	Tidak
	β_2	−0,17019	6.605	0.868	Tidak
	β_3	0,397529	2.190	5.180	Ya
	β_4	0,00510	82.664	0.036	Tidak
Rentan	β_0	2,0558312	531.019		
	β_1	−0,11025	444.072	0.062	Tidak
	β_2	−0,16289	4.603	0.691	Tidak
	β_3	0,380122	1.106	4.893	Ya
	β_4	0,00481	82.664	0.019	Tidak

Sehingga dari 4 variabel bebas yang signifikan adalah variabel angka melek huruf (X_3). Dari hasil estimasi tersebut maka dapat dibentuk model GWMLR untuk kabupaten Jombang sebagai berikut:

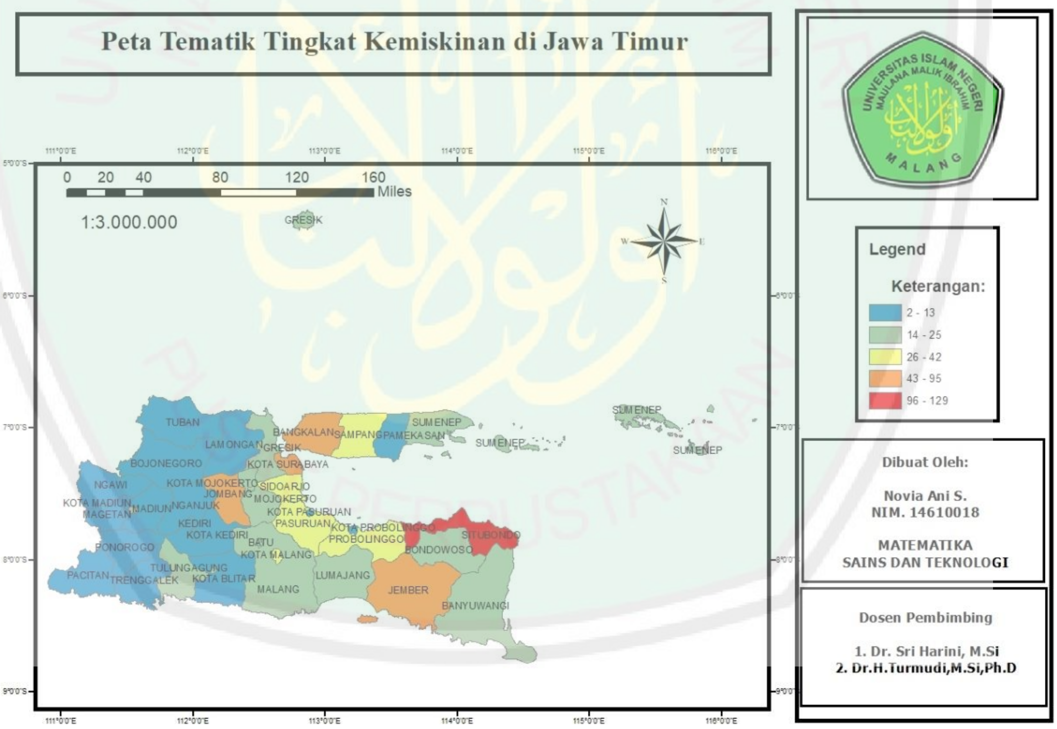
$$g_1(x) = 2{,}069776 + 0{,}397529X_3$$

$$g_2(x) = 2{,}0558312 + \ 0{,}380122X_3$$

Setelah mendapatkan nilai estimasi parameter model GWMLR untuk setiap lokasi pengamatan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian signifikansi secara serentak. Berdasarkan hasil perhitungan didapatkan nilai devians model GWMLR sebesar 16,79. Dengan taraf nyata 10% didapatkan $\chi^2_{(0.1,4)}$ sebesar 7.78. Sehingga diperoleh $D > \chi^2_{(0.1,4)}$ yang artinya minimal ada satu variabel yang berpengaruh signifikan, sehingga dilanjutkan dengan pengujian secara parsial. Pengujian parsial hasil estimasi parameter untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh signifikan di setiap kabupaten/kota. Koefisien dan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan berbeda-beda setiap kabupaten/kota di Jawa Timur. Signifikansi pengujian parameter model menggunakan uji *wald* dengan taraf nyata 10% dan derajat bebas 1 ($G_{(0.1,1)}$) mempunyai nilai 2,706. Nilai statistik uji *Wald* pada masing-masing kabupaten/kota dapat dilihat pada Lampiran 9.

4.3 Pemetaan Tingkat Kemiskinan di Jawa Timur Tahun 2015

Pemetaan secara global untuk tingkat kemiskinan di Jawa Timur dilakukan berdasarkan data kemiskinan yang sebenarnya sebelum diberikan pembobot. Berikut merupakan peta global untuk tingkat kemiskinan di Jawa Timur:



Gambar 4. 6 Peta Global untuk Tingkat Kemiskinan di Jawa Timur

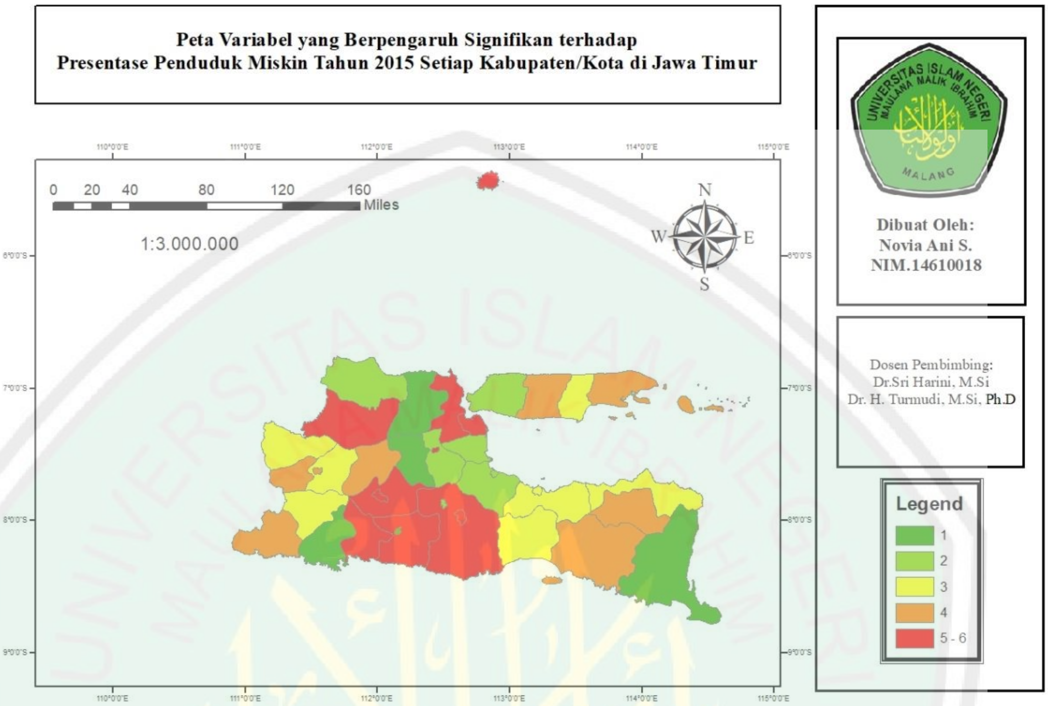
Seacara umum untuk membandingkan kemiskinan antar wilayah dapat diketahui presentase penduduk miskinnya. Semakin besar presentase penduduk miskin suatu wilayah mengindikasikan penduduk wilayah tersebut masih banyak yang belum sejahtera. Untuk mengetahui kabupaten/kota mana saja yang termasuk kelompok presentase penduduk miskinnya rendah atau tinggi dapat dilihat pada Gambar 4.6. Untuk kabupaten-kabupaten yang berada di Pulau Madura sebagian besar masuk dalam kelompok presentase penduduk miskin tinggi dengan presentase penduduk miskin sebesar 20.2% - 25.7%, kecuali Kabupaten Pamekasan masuk kelompok presentase penduduk miskin agak tinggi. Tingkat kemiskinan kabupaten-kabupaten di Jawa Timur (selain yang berada di Pulau Madura) bervariasi namun sebagian besar masuk dalam kelompok presentase penduduk miskin sedang, hanya Kabupaten Probolinggo yang masuk kelompok presentase penduduk miskin tinggi. Selain kabupaten-kabupaten tersebut, beberapa kabupaten lain juga perlu perhatian serius karena masih tergolong kabupaten dengan presentase kemiskinan yang cukup tinggi, yaitu Kabupaten Bondowoso, Pacitan, Ngawi, Bojonegoro, Tuban, dan Lamongan.

Setelah menganalisis peta kemiskinan secara global, selanjutnya akan menganalisis peta lokal berdasarkan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan setiap kabupaten/kota di Jawa Timur. Sebelumnya akan dikelompokkan terlebih dahulu kabupaten/kota berdasarkan variabel yang signifikan. Berdasarkan uji t maka dapat dibuat 6 kelompok kabupaten/kota yang mana tingkat kemiskinan yang terjadi dipengaruhi oleh variabel yang sama.

Tabel 4. 9 Pengelompokan Kabupaten/Kota Berdasarkan Variabel Signifikan

No	Kabupaten/Kota	Variabel Signifikan	Ket.
1	Kab. Trenggalek, Kab. Blitar, Kab. Jombang, Kab. Lamongan.	X1,X2,X3,X4	Kelompok 1
2	Kab. Banyuwangi, Kab. Pasuruan, Kab. Sidoarjo, Kab. Mojokerto, Kab. Tuban, Kab. Bangkalan, Kota Pasuruan, Kota Batu.	X1,X2,X3	Kelompok 2
3	Kab. Ponorogo, Kab. Lumajang, Kab. Situbondo, Kab. Probolinggo, Kab. Madiun, Kab. Ngawi, Kab. Pamekasan, Kota Probolinggo.	X3	Kelompok 3
4	Kab. Pacitan, Kab. Jember, Kab. Bondowoso, Kab. Nganjuk, Kab. Magetan, Kab. Sampang, Kab. Sumenep, Kota Madiun.	X3,X4	Kelompok 4
5	Kab. Tulungagung, Kab. Kediri, Kab. Malang, Kab. Bojonegoro, Kab. Gresik, Kota Kediri, Kota Malang, Kota Blitar, Kota Mojokerto.	X2,X3	Kelompok 5
6	Kota Surabaya	X1,X3	Kelompok 6

Berikut adalah peta persebaran variabel yang berpengaruh secara signifikan terhadap tingkat kemiskinan setiap kabupaten/kota di Jawa Timur:



Gambar 4. 7 Peta Tematik Berdasarkan Variabel yang Berpengaruh Signifikan

Pada peta lokal dapat dilihat bahwa wilayah yang berdekatan memiliki warna yang sama, yang artinya tingkat kemiskinan di daerah tersebut dipengaruhi oleh variabel yang sama. Pada kelompok pertama degan area berwarna hijau yang terdiri dari kabupaten Trenggalek, kabupaten Blitar, kabupaten Jombang dan kabupaten Lamongan, variabel yang signifikan adalah variabel presentase penduduk dengan pendidikan tertinggi tamat sekolah dasar (X_1), presentase perempuan yang proses persalinannya ditolong tenaga medis (X_2), angka melek huruf (X_3), dan rumah penduduk dengan alas lantai tanah (X_4).

Pada kelompok kedua yang terdiri dari kabupaten Banyuwangi, Pasuruan, Sidoarjo, Mojokerto, Tuban, Bangkalan, Kota Pasuruan, dan Kota Batu memiliki tiga variabel signifikan yaitu presentase penduduk dengan pendidikan tertinggi tamat sekolah dasar (X_1), presentase perempuan yang proses persalinannya ditolong tenaga medis (X_2), angka melek huruf (X_3). Semakin banyak penduduk yang pendidikan tertingginya adalah tamat sekolah dasar maka akan mempengaruhi tingkat kemiskinan, karena dengan pendidikan yang minim akan sulit mendapatkan pekerjaan dan akan menimbulkan pengangguran sehingga mengakibatkan tingginya angka kemiskinan. Begitu juga perempuan yang proses persalinannya ditolong oleh tenaga medis, dan angka melek huruf juga mempengaruhi tingkat kemiskinan. Hal ini dapat dilihat dari $\beta_1$untuk semua kabupaten/kota di Jawa Timur yang bertanda (-) semua. Di Banyuwangi, setiap kenaikan 1% pendidikan tertinggi tamat sekolah dasar akan mengurangi kemiskinan sebesar $\exp(0{,}12405) = 1{,}1320\%$.

Kelompok ketiga yang terdiri dari kabupaten Ponorogo, Lumajang, Situbondo, Probolinggo, Ngawi, Madiun, pamekasan, Kota Probolinggo memiliki satu variabel yang signifikan, yaitu angka melek huruf (X_3), angka melek huruf yang tinggi mengindikasikan adanya keberhasilan dari pendiidkan tingkat dasar yang efektif yang memungkinkan sebagian besar penduduknya untuk memperoleh kemampuan menggunakan kata-kata tertulis dalam kehidupan sehari-hari dan melanjutkan pembelajarannya. Angka melek huruf yang tertinggi akan mengurangi tingkat kemiskinan, karena kemungkinan seseorang untuk mendapatkan pekerjaan yang layak akan semakin tinggi jika seseorang tersebut tidak buta huruf.

Hal ini dapat dilihat dari β_1 untuk semua kabupaten/kota di Jawa Timur yang bertanda (+) semua. Di Ponorogo, setiap kenaikan 1% angka melek huruf akan meningkatkan kemiskinan sebesar $\exp(0{,}293124) = 1{,}1340\%$.

Kelompok kempat yang terdiri dari kabupaten Pacitan, Jember, Bondowoso, Nganjuk, Magetan, Sampang, Sumenep, Madiun memiliki dua variabel yang signifikan, yaitu angka melek huruf (X_3) dan rumah penduduk dengan alas lantai tanah (X_4). Semakin banyak rumah penduduk dengan alas lantai tanah akan mempengaruhi tingginya tingkat kemsikinan. Hal ini dapat dilihat dari β_4 untuk semua kabupaten/kota di Jawa Timur yang bertanda (+) semua. Di Pacitan, setiap kenaikan 1% angka melek huruf akan meningkatkan kemiskinan sebesar $\exp(0{,}075613) = 1{,}0785\%$.

Kelompok kelima yang terdiri dari kabupaten Tulungagung, Kediri, Malang, Bojonegoro, Gresik, Kota Kediri, Kota Malang, Kota Blitar, dan Kota Mojokerto memiliki dua variabel yang signifikan, yaitu presentase perempuan yang proses persalinannya ditolong tenaga medis (X_2) dan angka melek huruf (X_3). Presentase perempuan yang proses persalinannya ditolong tenaga medis tertinggi akan mengurangi tingkat kemsikinan. Hal ini dapat dilihat dari β_2 untuk semua kabupaten/kota di Jawa Timur yang bertanda (-) semua. Di Tulungagung, setiap kenaikan 1% perempuan yang proses persalinannya ditolong tenaga medis akan mengurangi kemiskinan sebesar $\exp(0{,}12644) = 1{,}1347\%$.

Pada Tabel 4.6 terlihat bahwa hampir disetiap kabupaten/kota terdapat variabel yang selalu berpengaruh terhadap tingkat kemiskinan, yaitu variabel angka melek huruf (X_3).

Di Negara Indonesia angka melek huruf masih tergolong banyak, terutama di Jawa Timur. Hal ini menunjukkan bahwa tingkat kesadaran pendidikan di Indonesia masih tergolong rendah, hal ini yang perlu diperhatikan, karena jika angka melek huruf di Indonesia berkurang khususnya di Jawa Timur maka akan berkurang juga angka kemiskinan di Jawa Timur.

4.4 Kajian Islam mengenai Estimasi dan Upaya Pengentasan Kemiskinan

4.4.1 Estimasi

وَقَالُواْ مَا هِيَ إِلَّا حَيَاتُنَا ٱلدُّنۡيَا نَمُوتُ وَنَحۡيَا وَمَا يُهۡلِكُنَآ إِلَّا ٱلدَّهۡرُۚ وَمَا لَهُم بِذَٰلِكَ مِنۡ عِلۡمٍۖ إِنۡ هُمۡ إِلَّا يَظُنُّونَ ٢٤

Artinya: "Dan mereka berkata: "Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita mati dan kita hidup dan tidak ada yang akan membinasakan kita selain masa", dan mereka sekali-kali tidak mempunyai pengetahuan tentang itu, mereka tidak lain hanyalah menduga-duga saja" (Q.S Al-Jaatsiyah/ 45:24).

Surat Al-Jaatsiyah ayat 24 di atas menjelaskan bahwa orang-orang musyrik yang telah disebutkan sebagian sifat mereka berkata, tidak ada kehidupan lagi sesudah kehidupan yang kita alami. Kita mati, kemudian hiduplah anak-anak sesudah kematian kita. Perkataan seperti itu merupakan pendustaan yang tegas dari mereka terhadap kebangkitan dan akhirat. Ringkasnya mereka berkata, yang ada hanyalah dunia ini saja. Suatu kaum mati, kemudian hiduplah yang lain. Tidak ada kebangkitan, tidak ada kiamat, dan tidak ada yang membinasakan kita kecuali berjalannya malam dan siang. Jadi lewatnya malam dan siang itulah yang mempengaruhi kebinasaan dan mereka menimbulkan setiap peristiwa kepada masa (Al-Maraghi, 1989).

4.4.2 Solusi Al-Quran dalam upaya Pengentasan Kemsikinan

Dalam rangka mengentaskan kemiskinan, al-Quran menganjurkan banyak cara yang harus ditempuh, yang secara garis besar dapat dibagi pada tiga hal pokok:

1. Kewajiban setiap individu

Kerja dan usaha merupakan cara pertama dan utama yang ditekankan oleh kitab suci Al-Quran, Karena hal inilah yang sejalan dengan naluri manusia, sekaligus juga merupakan kehormatan dan harga dirinya (Shihab, 2009). “Dijadikan indah dalam (pandangan) manusia kesenangan kepada syahwat, berupa wanita (lawan seks), harta yang banyak dari jenis emas dan perak, kuda pilihan, binatang ternak, dan sawah lading. Itulah kesenangan hidup duniawi seperti yang dijelaskan dalam surat Ali ‘Imran ayat 14.

زُيِّنَ لِلنَّاسِ حُبُّ ٱلشَّهَوَٰتِ مِنَ ٱلنِّسَآءِ وَٱلۡبَنِينَ وَٱلۡقَنَٰطِيرِ
ٱلۡمُقَنطَرَةِ مِنَ ٱلذَّهَبِ وَٱلۡفِضَّةِ وَٱلۡخَيۡلِ ٱلۡمُسَوَّمَةِ وَٱلۡأَنۡعَٰمِ
وَٱلۡحَرۡثِۗ ذَٰلِكَ مَتَٰعُ ٱلۡحَيَوٰةِ ٱلدُّنۡيَاۖ وَٱللَّهُ عِندَهُۥ حُسۡنُ
ٱلۡمَـَٔابِ ١٤

Artinya: “Dijadikan indah pada (pandangan) manusia kecintaan kepada apa-apa yang diingini, Yaitu: wanita-wanita, anak-anak, harta yang banyak dari jenis emas, perak, kuda pilihan, binatang-binatang ternak dan sawah ladang. Itulah kesenangan hidup di dunia, dan di sisi Allah-lah tempat kembali yang baik (surga)”(Q.S. Ali Imran/3:14).

Ayat ini secara tegas menggaris bawahi dua naluri manusia, yaitu naluri seksual yang diluksikan sebagai “kesenangan kepada syahwat wanita” (lawan jenis), dan naluri kepemilikan yang dipahami dari ungkapan (kesenangan kepada) “harta yang banyak”.

Sementara pakar menyatakan bahwa seakan-akan al-Quran menjadikan kedua naluri itu sebagai naluri pokok manusia. Bukanlah teks ayat tersebut membatasi (hashr) kesenangan hidup duniawi pada hasil penggunaan kedua naluri itu?

Kalau demikian kerja dan usaha merupakan dasar utama dalam memperoleh kecukupan dan kelebihan. Sedang mengharapkan usaha orang lain untuk keperluan itu, lahir dari kebiasaan dan di luar naluri manusia. Memang, lanjut Ibnu Khaldun, kebiasaan dapat membawa manusia jauh dari hakikat kemanusiaannya.

Dari sini dapat disimpulkan bahwa jalan pertama dan utama yang di ajarkan al-Quran untuk pengentasan kemiskinan adalah kerja dan usaha yang di wajibkan atas setiap individu yang mampu. Puluhan ayat telah memerintahkan dan mengisyaratkan kemuliaan bekerja. Segala pekerjaan dan usaha halal dipujinya, sedangkan segala bentuk pengangguran dikecam dan dicelanya seperti yang terdapat di dalam surat Al- Insyirah ayat 7-8:

فَإِذَا فَرَغْتَ فَٱنصَبْ ﴿٧﴾ وَإِلَىٰ رَبِّكَ فَٱرْغَب ﴿٨﴾

Artinya: “Maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain, Dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap”(Q.S Al-Insyirah/94:-8).

Kalau di tempat seseorang berdomisili tidak ditemukan lapangan pekerjaan, al-Quran menganjurkan kepada orang tersebut untuk berhijrah mencari di tempat lain, dan ketika itu pasti dia bertemu di bumi ini, tempat perlindungan yang banyak dan keluasan, seperti yang dinyatakan di dalam surat an-Nisaa' ayat 100:

۞ وَمَن يُهَاجِرۡ فِي سَبِيلِ ٱللَّهِ يَجِدۡ فِي ٱلۡأَرۡضِ مُرَٰغَمٗا كَثِيرٗا وَسَعَةٗۚ وَمَن
يَخۡرُجۡ مِنۢ بَيۡتِهِۦ مُهَاجِرًا إِلَى ٱللَّهِ وَرَسُولِهِۦ ثُمَّ يُدۡرِكۡهُ ٱلۡمَوۡتُ فَقَدۡ وَقَعَ
أَجۡرُهُۥ عَلَى ٱللَّهِۗ وَكَانَ ٱللَّهُ غَفُورٗا رَّحِيمٗا ١٠٠

Artinya: "Barangsiapa berhijrah di jalan Allah, niscaya mereka mendapati di muka bumi ini tempat hijrah yang Luas dan rezki yang banyak. Barangsiapa keluar dari rumahnya dengan maksud berhijrah kepada Allah dan Rasul-Nya, kemudian kematian menimpanya (sebelum sampai ke tempat yang dituju), Maka sungguh telah tetap pahalanya di sisi Allah. dan adalah Allah Maha Pengampun lagi Maha Penyayang"(Q.S. An-Nisaa'/4:100).

2. Kewajiban masyarakat

Sebelum menguraikan cara kedua ini, perlu terlebih dahulu digaris bawahi bahwa menggantungkan penanggulangan problem kemiskinan semata-mata kepada sumbangan sukarela dan keinsafan pribadi, tidak dapat diandalkan. Teori ini telah dipraktekkan berabad-abad lamanya, namun hasilnya tidak pernah memuaskan. Sementara orang sering kali tidak merasa bahwa mereka mempunyai tanggung jawab sosial, walaupun ia telah memiliki kelebihan harta kekayaan. Karena itu diperlukan adanya penetapan hak dan kewajiban agar tanggung jawab keadilan sosial dapat terlaksana dengan baik.

Dalam hal ini, al-Quran walaupun menganjurkan sumbangan sukarela dan menekan keinsafan pribadi, namun dalam beberapa hal Kitab Suci ini menekankan hak dan kewajiban, baik melalui kewajiban zakat, yang merupakan hak delapan keompok yang ditetapkan dalam surat at-Taubah ayat 60, maupun melalui sedekah wajib yang merupakan hak bagi yang meminta atau yang tidak, namun membutuhkan bantuan. “Dalam harta mereka ada hak untuk (orang miskin yang meminta) dan yang tidak berkecukupan (walaupun tidak meminta).” (Q.S Al-Dzariyat (51):19). Hak dan kewajiban tersebut mempunyai kekuatan tersendiri, karena keduanya dapat melahirkan “paksaan” kepada yang berkewajiban untuk melaksanakannya. Bukan hanya paksaan dan lubuk hatinya, tetapi juga atas dasar bahwa pemerintah dapat tampil memaksakan pelaksanakan kewajiban tersebut untuk diserahkan kepada pemilik haknya.

Dalam konteks inilah al-Quran menetapkan kewajiban membantu keluarga oleh rumpun keluarganya, dan kewajiban setiap individu untuk membantu anggota masyarakatnya, melalui cara sebagai berikut:

a. Jaminan satu rumpun keluarga

Boleh jadi karena satu dan lain hal seseorang tidak mampu memperoleh kecukupan untuk kebutuhan pokoknya, maka dalam hal ini al-Quran datang dengan konsep kewajiban memberi nafkah kepada keluarga, atau dengan istilah lain jaminan antar satu rumpun keluarga sehingga setiap keluarga harus saling menjamin dan mencukupi.

Orang-orang yang berhubungan kerabat itu sebgian lebih berhak terhadap sesamanya (daripada yang bukan kerabat) (Q.S Al-Anfal (8):75), dan berikanlah kepada keluarga dekat haknya, juga kepada orang miskin, dan orang yang berada dalam perjalanan (Q.S Al-Isra' (17): 26).

Ayat di atas menggaris bawahi adanya hak bagi keluarga yang tidak mampu terhadap ayng mampu. Dalam mazhab Abu Hanifah memberi nafkah kepada anak dan cucu, atau ayah dan kakek merupakan kewajiban walaupun mereka bukan muslim. Para ahli hukum menetapkan bahwa yang dimaksud dengan nafkah mencakup sandang, pangan, papan, dan perabotnya, pelayan (bagi yang memerlukan), mengawinkan anak bila tiba saatnya, serta belanja untuk istri dan siapa saja yang menjadi tanggungan. Begitu juga yang tertuang dalam firman Allah Swt dalam surat (Q.S. At-Thalaq (65): 7).

b. Zakat

Dari sekumpulan ayat-ayat al-Quran dapat disimpulkan bahwa kewajiban zakat dan kewajiban-kewajiban keuangan lainnya, ditetapkan Allah berdasarkan pemilik-Nya yang mutlak atas segala sesuatu, dan juga berdasarkan istikhlaf (penugasan manusia sebagai khalifah) dan persaudaraan semasyarakat, dan sebangsa, dan sekemanusiaan. Apa yang berada dalam genggaman tangan seseorang atau sekelompok orang, pada hakikatnya milik Allah. Manusia diwajibkan menyerahkan kadar tertentu dari kekayaannya untuk kepentingan saudara-saudara mereka.

Bukankah hasil-hasil produksi, apapun bentuknya, pada hakikatnya merupakan pemanfaatan materi-materi yang telah diciptkan dan dimiliki Tuhan? Bukankah manusia dalam berproduksi hanya mengadakan perubahan, penyesuaian, atau perakitan satu bahan dengan bahan lain yang sebelumnya telah diciptakan Allah? Seorang petani berhasil dalam pertaniannya karena adanya irigasi, alat-alat (walupun sederhana), makanan, pakaian, stabilitas keamanan, yang kesemuanya tidak mungkin dapat diwujudkan kecuali oleh kebersamaan pribadi-pribadi tersebut, dengan kata lain "masyarakat".

Bukan disini tempatnya menguraikan macam-macam zakat dan rinciannya, namun yang perlu digaris bawahi bahwa dalam pandangan hukum islam, zakat harta yang diberikan kepada faqir miskin hendaknya dapat memenuhi kebutuhannya selama setahun, bahkan seumur hidup. Hal itu seperti yang dijelaskan di dalam hadis yang artinya: "Rasulullah Saw mewajibkan zakat fitrah sebagai pembersih bagi orang yang berpuasa dan makanan bagi orang miskin" (HR. Ibnu Majah).

Menutupi kebutuhan tersebut dapat berupa modal kerja sesuai dengan keahlian dan keterampilan masing-masing, yang ditopang oleh peningkatan kualitasnya. Hal lain yang perlu juga dicatat adalah bahwa pakar-pakar hukum islam menetapkan kebutuhan pokok dimaksud mencakup kebutuhan sandang, pangan, papan, seks, pendidikan, dan kesehatan.

c. Filantropi

Filantropi yang diwujudkan oleh masyarakat islam awal sampai sekarang dalam berbagai bentuk, seperti waqaf, sedekah, zakat, infaq, hibbah, dan hadiah. Dalam perkembangan sejarah Islam, kegiatan filantropi ini dikembangkan dengan berdirinya lembaga-lembaga yang mengelola sumberdaya yang berasal dari kegiatan filantropi yang didasari anjuran bahkan perintah yang terdapat dalam al-Quran dan al-Hadits. Selanjutnya lembaga filantropi ini semakin menunjukkan signifikansinya, diantaranya karena perannya dalam upaya mengurangi kesenjangan sosial (ekonomi) dalam masyarkat, begitu juga dalam bidang pendidikan, yang memiliki misi dakwah dan penyebaran ilmu. Lebih jauh munculnya berbagai lembaga pendidikan islam, baik yang disebut madrasah, maupun zawiyah tidak dapat dipisahkan dari peran filantropi Islam.

Indonesia memiliki lembaga filantropi yang mengelola zakat, infaq, sedekah, yaitu Badan Amil Zakat Nasional (BAZNAS) yang merupakan badan resmi dan satu-satunya dibentuk oleh pemerintah berdasarkan Keputusan Presiden RI No. 8 tahun 2001 yang memiliki tugas dan fungsi menghimpun dan menyalurkan zakat, infaq, dan sedekah (ZISH) pada tingkat nasional. Lahirnya UU No. 23 tahun 2011 tentang pengelola zakat semakin mengukuhkan peran BAZNAS sebagai lembaga filantropi yang berwenang melakukan pengelolaan zakat, infaq, sedekah secra nasional. Dalam UU tersebut, BAZNAS dinyatakan sebagai lembaga pemerintah non-struktural yang bersifat mandiri dan bertanggung jawab kepada Predisen melalui Menteri Agama.

3. Kewajiban Pemerintah

Pemerintah juga berkewajiban mencukupi setiap kebutuhan warga negara, melalui sumber-sumber dana yang sah. Yang terpenting diantaranya adalah pajak, baik dalam bentuk pajak perorangan, tanah, atau perdagangan, maupun pajak tambahan lainnya yang ditetapkan pemerintah bila sumber-sumber tersebut di atas belum mencukupi.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Estimator parameter model GWMLR yang diperoleh berdasarkan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) terboboti dengan metode iterasi *Newton Raphson* sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t+1)}(u_i,v_i)=\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i,v_i)-(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{V}\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}\big(Y-\pi(x)\big)$$

dengan

$$\boldsymbol{g}(\beta(u_i,v_i)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial L^*\big(\beta(u_i,v_i)\big)}{\partial\beta_1^T(u_i,v_i)}\\ \dfrac{\partial L^*\big(\beta(u_i,v_i)\big)}{\partial\beta_2^T(u_i,v_i)}\end{bmatrix}$$

dan

$$\boldsymbol{H}\big(\beta(u_i,v_i)\big)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2L^*\big(\beta(u_i,v_i)\big)}{\partial\beta_1^T(u_i,v_i)\partial\beta_1(u_i,v_i)} & \dfrac{\partial^2L^*\big(\beta(u_i,v_i)\big)}{\partial\beta_1^T(u_i,v_i)\partial\beta_2(u_i,v_i)}\\ \dfrac{\partial^2L^*\big(\beta(u_i,v_i)\big)}{\partial\beta_2^T(u_i,v_i)\partial\beta_1(u_i,v_i)} & \dfrac{\partial^2L^*\big(\beta(u_i,v_i)\big)}{\partial\beta_2^T(u_i,v_i)\partial\beta_2(u_i,v_i)}\end{bmatrix}$$

proses iterasi akan berhenti ketika nilai taksiran yang diperoleh sudah mendekati konvergen ke suatu nilai yaitu

$$\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{t+1})}(u_i,v_i)\approx\ \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{t})}(u_i,v_i)$$

2. Pemodelan GWMLR keseluruhan di kabupaten/kota Jawa Timur dapat dilihat pada lampiran. Sebagai contoh pemodelan GWMLR pada lokasi pengamatan ke-17 yaitu kabupaten Jombang:

$$g_1(x) = 2{,}069776 + 0{,}397529X_3$$

$$g_2(x) = 2{,}0558312 + 0{,}380122X_3$$

5.2 Saran

Penelitian dapat dikembangkan pada model GWMLR yang mengalami masalah multikolineritas, outlier, maupun autokorelasi.

DAFTAR RUJUKAN

Agresti, A. 2002. *Categorical Data Analysis*. USA: John Wiley and Sons, Inc.

Al – Maraghi, M. A. 1989. Tafisr Al-Maraghi Jilid 25. Semarang: CV. Toha Putra.

Al – Asqalani, A. I. 2007. *Bulugh al-Maram min Adillat al-Ahkam*. Akbar Media

Anselin, L. 1998. *Spatial Econometrics Methods and Models*. New York: Kluwer Academic Publishe.

Asra, A dan Rudiansyah. 2013. *Statistika Terapan*. Jakarta: IN MEDIA

Atkinson, P., German, S, Sear, D. dan Clarck, M. 2003. *Exploring the Relations Between Riverbank Erosion and Geomorphological Controls Using Geographically Weighted Logistic Regression, Geographical analysis.* Colombus: the OHIO State University.

Basuki, H. N. 2004. *Analisis Regresi Logistik*. Surabaya: Lembaga Pendidikan UNAIR.

Cressie, N. 1993. *Statistics for Spatial Data Revised ed.* New York: John Wiley and Sons.

Djamaluddin, T. 2001. *Calender Conversion Program Used to Analyze Early History of Islam*. Bandung: National Istitute of Aeronaustics and Spaces (LAPAN).

Effendi, T. N. 1993. *Sumber Daya Manusia, Peluang Kerja, dan Kemiskinan*. Yogyakarta: Tiara Wacana.

Fathurahman, M., Purhadi, Sutikno, dan Ratnasari, V. 2016. *Pemodelan GWLR pada Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat di Provinsi Papua.* Surabaya: ITS.

Fibriyani, V., Latra N. I. dan Purhadi. 2015. *GWMLR Case Study to Human Development Index Value and Healths Status Area of District/ Cities 2013 in Sumatera*. Surabaya: ITS.

Fitriany, N. 2013. *Identifikasi Faktor-Faktor Yang Memengaruhi Indeks Prestasi Kumulatif (Ipk) Menggunakan Regresi Logistik Biner Dan Multinomial*. Institut Pertanian Bogor: Bogor.

Fotheringham, A.S., Brundson, C. dan Charlton, M. 1998. *Geographically Weighted Regression: A Natural Evolution of the Expansion Method for Spatial Data Analysis.* Chichester: John Wiley and Sons.

Fotheringham, A.S., Brundson, C. dan Charlton, M. 2002. *Geographically Weighted Regression.* Chichester: John Wiley and Sons.

Hadits riwayat Bukhari mengesahkan no 2036.

Hadits riwayat Ibnu Majah dan Tirmidzi mengesahkan no. 830.

Hogg, R. V., dan Craig, A. T. 1995. *Introduction to Mathematical Statistics (5th ed).* New Jersey: Prentice-Hall International.

Hosmer,D.W. dan Lemeshow, S. 2000. *Applied Logistic regression, Second Edition.* New York: John Wiley & Son.

Johnson dan Rising. 1972. *Guidelines for Teaching Mathematics*. California: Wadsworth Publishing Company, Inc.

Juniardi, L. C., & Salamah, M. 2015. Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kasus Kusta di Jawa Timur pada Tahun 2013 Menggunakan *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR). *Jurnal Sains dan Seni*, 4 (1): 55-60.

Lubis,T. M. 1986. *Bantuan Hukum dan Kemiskinan Struktural*. Jakarta: LP3ES.

Luo, J. dan Nagaraj, K. 2008. *Modeling Urban Growth with Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression.* Proceedings of SPIE, the international society for Optical Engineering.

Mei, C. I. 2005. *Geographically Weighted Regression Technique for Spatial Data Analysis.* School of Science Xi'an Jiaotong University.

Mertha, W. 2008. *Analisis Hubungan Kondisi Sektor Ekonomi Dan Pendidikan Terhadap Angka Kemiskinan Di Jawa Timur Menggunakan Metode Geographically Weighted Regression*. Skripsi: Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.

Murray, R. S. dan Larry J. Sthepans. 2004. *Schaum's Outlines of Theory & Problem Statistics*. Jakarta: Erlangga.

Prahasta, E. 2009. *Sistem Informasi Geografis: Konsep-konsep dasar (Prespektif Geodesi & Geomatika).* Bandung: Penerbit Informatika.

Shihab, M. Q. 2007. *Pergantian Al-Quran.* Jakarta: Lentera Hati.

Widyasworo, R . 2014. *Analisis Pengaruh Pendidikan, Kesehatan, dan Angkatan Kerja Wanita terhadap Kemiskinan di Kabupaten Gresik (Studi Kasus tahun 2008-2012)*. Daftar Jurnal Ilmiah. Malang: Universitas Brawijaya.

Yasin, H. 2011. *Pemilihan Variabel Model Geographically Weighted Regression*. Media Statistika, 4 (2): 111-129.

LAMPIRAN

Lampiran 1.Variabel Respon

No	Kab/Kota	Y	Kode
1	Pacitan	16.68	2
2	Ponorogo	11.91	2
3	Trenggalek	13.39	2
4	Tulungagung	8.57	2
5	Blitar	9.97	2
6	Kediri	12.91	2
7	Malang	11.53	2
8	Lumajang	11.52	2
9	Jember	11.22	2
10	Banyuwangi	9.17	2
11	Bondowoso	14.96	2
12	Situbondo	13.63	2
13	Probolinggo	20.82	1
14	Pasuruan	10.72	2
15	Sidoarjo	6.44	3
16	Mojokerto	10.57	2
17	Jombang	10.79	2
18	Nganjuk	12.69	2
19	Madiun	12.54	2
20	Magetan	11.35	2
21	Ngawi	15.61	2
22	Bojonegoro	15.71	2
23	Tuban	17.08	2
24	Lamongan	15.38	2
25	Gresik	13.63	2
26	Bangkalan	22.57	1
27	Sampang	25.69	1
28	Pamekasan	17.41	2
29	Sumenep	20.2	1
30	Kota Kediri	8.51	2
31	Kota Blitar	7.29	3
32	Kota Malang	4.6	3
33	Kota Probolinggo	8.17	2
34	Kota Pasuruan	7.47	3
35	Kota Mojokerto	6.16	3
36	Kota Madiun	4.89	3
37	Kota Surabaya	5.82	3
38	Kota Batu	4.71	3

Lampiran 2. Variabel Bebas

Kab/Kota	X1	X2	X3	X4
Pacitan	0.67	39.47	92.57	15.49
Ponorogo	0.73	24.64	89.11	12.61
Trenggalek	0.82	48.91	94.41	9.34
Tulungagung	0.9	25.13	96.84	5.79
Blitar	0.88	25.6	94.49	5.84
Kediri	1.23	31.37	95.04	4.63
Malang	2.15	25.49	93.94	7.22
Lumajang	0.95	35.11	89.22	1.22
Jember	1.73	31.04	88.42	6.56
Banyuwangi	1.29	29.57	91.36	6.25
Bondowoso	0.58	36.56	85.29	19.13
Situbondo	0.5	45.06	85.29	21.19
Probolinggo	0.98	33.04	86.55	22.76
Pasuruan	1.21	32.54	92.65	5.74
Sidoarjo	0.69	5.81	98.86	1.01
Mojokerto	0.54	25.01	96.5	6.83
Jombang	0.8	22.59	96.06	9.51
Nganjuk	0.94	27.06	94.5	15.84
Madiun	0.46	16.36	90.82	16.93
Magetan	0.53	4.89	94.58	4.77
Ngawi	0.79	19.35	88.74	46.39
Bojonegoro	1.05	19.15	91.3	46.68
Tuban	1.08	16.97	88.39	29.81
Lamongan	0.86	18.97	91.45	18.07
Gresik	0.56	9.62	97.38	4.17
Bangkalan	0.97	36.31	86.67	11.18
Sampang	0.72	20.92	78.03	32.6
Pamekasan	0.7	20.28	86.67	19.95
Sumenep	0.72	24.74	80.66	4.38
Kota Kediri	0.11	43.52	98.37	0.42
Kota Blitar	0.05	35.76	97.79	1.32
Kota Malang	0.28	10.25	98.3	2.08
Kota Probolinggo	0.11	16.04	93.69	1.02
Kota Pasuruan	0.1	11.51	97.38	1.01
Kota Mojokerto	0.05	22.27	98.49	1.35
Kota Madiun	0.07	4.87	98.64	1.14
Kota Surabaya	1.15	2.79	98.47	0.3
Kota Batu	0.14	14.64	97.8	3.23

Lampiran 3. Garis Lintang Selatan dan Garis Bujur Timur Jawa Timur

Kabuaten/Kota	Longitude	Latitude
Kab. Pacitan	9102.44	506.61
Kab. Ponorogo	9199.71	528.7
Kab. Trenggalek	9110.15	546.28
Kab. Tulungagung	9112.35	559.5
Kab. Blitar	9103.41	610.17
Kab. Kediri	9174.16	613.65
Kab. Malang	9160.79	651.13
Kab. Lumajang	9106.24	734.73
Kab. Jember	9103.89	761.18
Kab. Banyuwangi	9099.18	194.74
Kab. Bondowoso	9164.66	775.88
Kab. Situbondo	9178.17	731.78
Kab. Probolinggo	9162.77	711.53
Kab. Pasuruan	9182.76	692.05
Kab. Sidoarjo	9196.16	656.76
Kab. Mojokerto	9195.1	641
Kab. Jombang	9190.72	624.73
Kab. Nganjuk	9186.42	558.49
Kab. Madiun	9185.34	528.69
Kab. Magetan	9183.13	520.97
Kab. Ngawi	9199.7	539.74
Kab. Bojonegoro	9215.16	558.53
Kab. Tuban	9279.2	611.67
Kab. Lamongan	9217.22	636.95
Kab. Gresik	9216.07	654.62
Kab. Bangkalan	9223.79	661.27
Kab. Sampang	9213.54	737.47
Kab. Pamekasan	9222.32	751.88
Kab. Sumenep	9225.5	779.53
Kota Kediri	9171.96	610.34
Kota Blitar	9111.12	620.11
Kota Malang	9161.89	652.24
Kota probolinggo	9175.94	733.98
Kota Pasuruan	9183.95	669.97
Kota Mojokerto	9195.11	637.99
Kota Madiun	9185.34	533.11
Kota Surabaya	9209.42	659.01
Kota Batu	9171,87	644,55

Lampiran 4. Output SPSS 16.0 dan R 3.5.0

	N	*Minimum*	*Maximum*	*Mean*	*Std. Deviation*
Y	38	5	26	12.17	5.034
X1	38	0	2	.74	.460
X2	38	3	49	24.03	11.606
X3	38	78	99	92.49	5.272
X4	38	0	47	11.15	11.901
Valid N (listwise)	38				

Variabel	VIF
X_1	1.110
X_2	1.150
X_3	1.738
X_4	1.532

	Chi-Square	df	Sig.
Model	54.895	8	0.000

Y	Parameter	Estimate	Std. Error	Wald	Sig.
cenderung tidak miskin	$\boldsymbol{\beta_1}$	259.1	562.931	21.179	
	$\boldsymbol{\beta_1}$	183.913	444.122	0.171	Tidak
	$\boldsymbol{\beta_2}$	4.966	6.605	86.183	Ya
	$\boldsymbol{\beta_3}$	- 28.967	2.190	174.996	Ya
	$\boldsymbol{\beta_4}$	16.444	82.664	0.040	Tidak
Rentan	$\boldsymbol{\beta_0}$	245.7	531.019	21.408	
	$\boldsymbol{\beta_1}$	178.668	444.072	0.162	Tidak
	$\boldsymbol{\beta_2}$	4.945	4.603	46.182	Ya
	β_3	- 27.339	1.106	143.008	Ya
	β_4	16.398	82.664	0.039	Tidak

Lampiran 5. Jarak Euclidean

Kabupaten/Kota	Pacitan	Ponorogo	…	Kota Batu
Pacitan	0	97.31263	…	70.50413
Ponorogo	97.31263	0	…	29.37771
Trenggalek	9.862383	89.61968	…	62.02169
Tulungagung	13.86716	87.62581	…	59.57503
Blitar	9.698629	96.53768	…	68.50973
Kediri	72.53756	26.7672	…	2.684045
Malang	58.93314	39.29146	…	11.77652
Lumajang	14.76729	94.16142	…	65.66077
Jember	9.046955	96.01081	…	68.06151
Banyuwangi	9.798224	100.731	…	72.75271
Bondowoso	62.32638	35.65127	…	17.45835
Situbondo	75.94421	23.18594	…	19.03291
Probolinggo	60.76645	38.30909	…	21.54602
Pasuruan	80.90961	18.28932	…	11.17552
Sidoarjo	94.832	12.13106	…	24.39124
Mojokero	93.0638	7.393274	…	23.50729
Jombang	88.48231	9.509474	…	19.86859
Nganjuk	83.98073	13.67688	…	19.25395
Madiun	82.91251	15.00531	…	19.21278
Magetan	81.39898	18.34017	…	11.36482
Ngawi	102.0506	33.78	…	51.3546
Bojonegoro	116.9556	37.40946	…	61.33455
Tuban	177.3391	81.32958	…	110.5723
Lamongan	114.809	18.34153	…	47.71633
Gresik	114.1925	18.40878	…	44.20999
Bangkalan	121.4265	24.12242	…	52.52513
Sampang	112.4098	24.3078	…	50.98025
Pamekasan	119.9629	23.77157	…	53.14848
Sumenep	123.5605	27.07133	…	53.64233
Kota Kediri	71.13463	30.30938	…	2.811441
Kota Blitar	16.6172	89.30651	…	60.78002
Kota Malang	60.94367	39.25854	…	10.04604
Kota Probolinggo	74.91082	26.44506	…	4.631307
Kota Pasuruan	82.78617	19.56879	…	12.2823
Kota Mojokerto	93.74257	12.16337	…	23.31592
Kota Madiun	84.13283	18.38635	…	13.63118
Kota Surabaya	108.053	15.67865	…	37.66414
Kota Batu	70.50413	29.37771	…	0

Lampiran 6. *Bandwidth Optimum*

No.	Kabupaten/Kota	*Bandwidth* (kilometer)
1.	Kab. Pacitan	223.7702
2.	Kab. Ponorogo	198.8853
3.	Kab. Trenggalek	186.3098
4.	Kab. Tulungagung	175.1796
5.	Kab. Blitar	139.1420
6.	Kab. Kediri	119.6965
7.	Kab. Malang	122.8818
8.	Kab. Lumajang	203.0702
9.	Kab. Jember	226.9219
10.	Kab. Banyuwangi	515.7431
11	Kab. Bondowoso	222.9809
12.	Kab. Situbondo	182.2337
13.	Kab. Probolinggo	161.2544
14	Kab. Pasuruan	146.2634
15.	Kab. Sidoarjo	125.5928
16.	Kab. Mojokerto	115.5508
17.	Kab. Jombang	111.7883
18.	Kab. Nganjuk	167.8706
19.	Kab. Madiun	197.4926
20.	Kab. Magetan	205.0736
21.	Kab. Ngawi	187.9594
22.	Kab. Bojonegoro	172.5025
23.	Kab. Tuban	172.8494
24.	Kab. Lamongan	119.6902
25.	Kab. Gresik	128.8274
26.	Kab. Bangkalan	134.4572
27.	Kab. Sampang	193.0319
28.	Kab. Pamekasan	208.3240
29.	Kab. Sumenep	236.1382
30.	Kota Kediri	123.0694
31.	Kota Blitar	129.3614
32.	Kota Malang	122.8143
33.	Kota Probolinggo	183.9202
34.	Kota Pasuruan	128.2199
35.	Kota Mojokerto	116.1807
36.	Kota Madiun	193.0849
37.	Kota Surabaya	128.1221
38.	Kota Batu	116.4608

Lampiran 7. Pembobot *Adaptive Bisquare Kernel*

Kabupaten/Kota	Pacitan	Ponorogo	Trenggalek	Tulungagung	Blitar
Kab. Pacitan	1.00	0.66	1.00	0.99	1.00
Kab. Ponorogo	0.58	1.00	0.64	0.65	0.58
Kab. Trenggalek	0.99	0.59	1.00	1.00	1.00
Kab. Tulungagung	0.99	0.56	1.00	1.00	0.99
Kab. Blitar	0.99	0.27	0.99	0.99	1.00
Kab. Kediri	0.40	0.90	0.51	0.54	0.42
Kab. Malang	0.59	0.81	0.69	0.71	0.61
Kab. Lumajang	0.99	0.62	1.00	1.00	1.00
Kab. Jember	1.00	0.67	1.00	1.00	1.00
Kab. Banyuwangi	1.00	0.93	1.00	1.00	1.00
Kab. Bondowoso	0.85	0.95	0.88	0.89	0.85
Kab. Situbondo	0.68	0.97	0.73	0.74	0.68
Kab. Probolinggo	0.74	0.89	0.79	0.79	0.73
Kab. Pasuruan	0.48	0.97	0.57	0.59	0.50
Kab. Sidoarjo	0.18	0.98	0.28	0.31	0.21
Kab. Mojokerto	0.12	0.99	0.21	0.24	0.14
Kab. Jombang	0.14	0.99	0.23	0.26	0.15
Kab. Nganjuk	0.56	0.99	0.63	0.64	0.57
Kab. Madiun	0.68	0.99	0.73	0.74	0.68
Kab. Magetan	0.71	0.98	0.76	0.78	0.72
Kab. Ngawi	0.50	0.94	0.54	0.54	0.48
Kab. Bojonegoro	0.29	0.91	0.34	0.35	0.27
Kab. Tuban	0.98	0.61	0.00	0.00	0.98
Kab. Lamongan	0.01	0.95	0.04	0.05	0.01
Kab. Gresik	0.05	0.96	0.10	0.12	0.06
Kab. Bangkalan	0.03	0.94	0.08	0.10	0.04
Kab. Sampang	0.44	0.97	0.49	0.50	0.43
Kab. Pamekasan	0.45	0.97	0.50	0.51	0.45
Kab. Sumenep	0.53	0.97	0.58	0.59	0.54
Kota Kediri	0.44	0.88	0.55	0.58	0.47
Kota Blitar	0.97	0.27	0.99	1.00	0.99
Kota Malang	0.57	0.81	0.67	0.70	0.60
Kota probolinggo	0.70	0.96	0.76	0.77	0.71
Kota Pasuruan	0.34	0.95	0.44	0.47	0.36
Kota Mojokerto	0.12	0.98	0.21	0.24	0.14
Kota Madiun	0.66	0.98	0.72	0.73	0.67
Kota Surabaya	0.08	0.97	0.16	0.18	0.10
Kota Batu	0.40	0.88	0.51	0.55	0.43

Lampiran 7. (lanjutan)

Kabupaten/Kota	Kediri	Malang	Lumajang	Jember	Banyuwangi
Kab. Pacitan	0.80	0.87	0.99	1.00	1.00
Kab. Ponorogo	0.96	0.92	0.60	0.59	0.55
Kab. Trenggalek	0.78	0.86	1.00	1.00	0.99
Kab. Tulungagung	0.77	0.85	1.00	1.00	0.99
Kab. Blitar	0.55	0.69	1.00	1.00	1.00
Kab. Kediri	1.00	0.97	0.46	0.43	0.37
Kab. Malang	0.98	1.00	0.64	0.62	0.56
Kab. Lumajang	0.79	0.86	1.00	1.00	1.00
Kab. Jember	0.82	0.88	1.00	1.00	1.00
Kab. Banyuwangi	0.96	0.97	1.00	1.00	1.00
Kab. Bondowoso	0.99	0.99	0.86	0.85	0.83
Kab. Situbondo	0.98	0.97	0.69	0.68	0.65
Kab. Probolinggo	0.97	0.98	0.74	0.73	0.70
Kab. Pasuruan	0.99	0.96	0.53	0.50	0.45
Kab. Sidoarjo	0.94	0.84	0.24	0.21	0.16
Kab. Mojokerto	0.93	0.83	0.17	0.14	0.10
Kab. Jombang	0.95	0.86	0.18	0.16	0.11
Kab. Nganjuk	0.98	0.95	0.58	0.57	0.53
Kab. Madiun	0.99	0.96	0.69	0.68	0.65
Kab. Magetan	1.00	0.98	0.74	0.72	0.69
Kab. Ngawi	0.87	0.83	0.48	0.48	0.45
Kab. Bojonegoro	0.78	0.72	0.28	0.28	0.24
Kab. Tuban	0.37	0.26	0.98	0.98	0.98
Kab. Lamongan	0.74	0.59	0.01	0.01	0.00
Kab. Gresik	0.80	0.66	0.07	0.06	0.03
Kab. Bangkalan	0.74	0.61	0.05	0.04	0.02
Kab. Sampang	0.88	0.82	0.44	0.43	0.40
Kab. Pamekasan	0.89	0.83	0.46	0.45	0.42
Kab. Sumenep	0.91	0.86	0.55	0.54	0.51
Kota Kediri	1.00	0.98	0.51	0.48	0.42
Kota Blitar	0.58	0.72	1.00	0.99	0.98
Kota Malang	0.98	1.00	0.63	0.60	0.54
Kota probolinggo	1.00	0.98	0.73	0.72	0.68
Kota Pasuruan	0.99	0.93	0.40	0.37	0.31
Kota Mojokerto	0.93	0.83	0.17	0.15	0.10
Kota Madiun	0.99	0.97	0.69	0.67	0.64
Kota Surabaya	0.85	0.73	0.12	0.10	0.07
Kota Batu	1.00	0.98	0.47	0.43	0.37

Lampiran 7. (lanjutan)

Kabupaten/Kota	Bondowoso	Situbondo	Probolinggo	Pasuruan
Kab. Pacitan	0.85	0.78	0.86	0.76
Kab. Ponorogo	0.94	0.97	0.93	0.98
Kab. Trenggalek	0.83	0.74	0.84	0.72
Kab. Tulungagung	0.82	0.72	0.82	0.70
Kab. Blitar	0.64	0.49	0.65	0.46
Kab. Kediri	0.96	0.96	0.94	0.99
Kab. Malang	0.98	0.94	0.97	0.94
Kab. Lumajang	0.83	0.75	0.83	0.74
Kab. Jember	0.86	0.79	0.86	0.77
Kab. Banyuwangi	0.97	0.95	0.97	0.95
Kab. Bondowoso	1.00	0.99	1.00	0.98
Kab. Situbondo	0.99	1.00	0.99	0.98
Kab. Probolinggo	1.00	0.98	1.00	0.95
Kab. Pasuruan	0.95	0.98	0.94	1.00
Kab. Sidoarjo	0.84	0.91	0.81	0.97
Kab. Mojokerto	0.85	0.93	0.81	0.98
Kab. Jombang	0.88	0.95	0.85	0.99
Kab. Nganjuk	0.97	0.99	0.96	0.99
Kab. Madiun	0.98	1.00	0.97	0.99
Kab. Magetan	0.97	0.99	0.97	1.00
Kab. Ngawi	0.89	0.94	0.89	0.89
Kab. Bojonegoro	0.79	0.87	0.79	0.83
Kab. Tuban	0.31	0.43	0.30	0.45
Kab. Lamongan	0.65	0.80	0.63	0.82
Kab. Gresik	0.68	0.80	0.65	0.87
Kab. Bangkalan	0.64	0.77	0.62	0.82
Kab. Sampang	0.87	0.93	0.86	0.91
Kab. Pamekasan	0.85	0.91	0.84	0.92
Kab. Sumenep	0.86	0.91	0.85	0.94
Kota Kediri	0.95	0.94	0.92	0.98
Kota Blitar	0.66	0.50	0.66	0.48
Kota Malang	0.96	0.92	0.94	0.94
Kota probolinggo	0.97	0.98	0.96	1.00
Kota Pasuruan	0.92	0.95	0.89	1.00
Kota Mojokerto	0.82	0.90	0.79	0.97
Kota Madiun	0.96	0.98	0.95	1.00
Kota Surabaya	0.73	0.84	0.70	0.91
Kota Batu	0.96	0.95	0.93	0.98

Lampiran 7. (lanjutan)

Kabupaten/Kota	Sidoarjo	Mojokerto	Jombang	Nganjuk
Kab. Pacitan	0.67	0.68	0.71	0.74
Kab. Ponorogo	0.99	1.00	1.00	0.99
Kab. Trenggalek	0.62	0.63	0.66	0.69
Kab. Tulungagung	0.59	0.60	0.64	0.67
Kab. Blitar	0.31	0.32	0.37	0.41
Kab. Kediri	0.93	0.94	0.96	0.96
Kab. Malang	0.84	0.85	0.88	0.91
Kab. Lumajang	0.65	0.65	0.68	0.70
Kab. Jember	0.70	0.70	0.73	0.75
Kab. Banyuwangi	0.93	0.93	0.94	0.94
Kab. Bondowoso	0.95	0.96	0.97	0.98
Kab. Situbondo	0.96	0.97	0.98	0.99
Kab. Probolinggo	0.88	0.90	0.93	0.95
Kab. Pasuruan	0.98	0.99	0.99	0.99
Kab. Sidoarjo	1.00	1.00	0.99	0.96
Kab. Mojokerto	0.99	1.00	1.00	0.98
Kab. Jombang	0.98	1.00	1.00	0.99
Kab. Nganjuk	0.98	0.99	1.00	1.00
Kab. Madiun	0.98	0.99	1.00	1.00
Kab. Magetan	0.99	0.99	1.00	0.99
Kab. Ngawi	0.89	0.91	0.92	0.94
Kab. Bojonegoro	0.84	0.87	0.87	0.88
Kab. Tuban	0.55	0.56	0.52	0.50
Kab. Lamongan	0.90	0.92	0.89	0.87
Kab. Gresik	0.95	0.95	0.92	0.88
Kab. Bangkalan	0.91	0.91	0.88	0.85
Kab. Sampang	0.93	0.95	0.94	0.95
Kab. Pamekasan	0.95	0.96	0.95	0.94
Kab. Sumenep	0.97	0.97	0.96	0.94
Kota Kediri	0.92	0.93	0.94	0.94
Kota Blitar	0.32	0.33	0.38	0.42
Kota Malang	0.85	0.86	0.89	0.90
Kota probolinggo	0.98	0.98	0.98	0.98
Kota Pasuruan	0.98	0.98	0.99	0.97
Kota Mojokerto	1.00	1.00	0.99	0.96
Kota Madiun	0.99	0.99	0.99	0.99
Kota Surabaya	0.98	0.97	0.95	0.91
Kota Batu	0.91	0.92	0.94	0.95

Lampiran 7. (lanjutan)

Kabupaten/Kota	Madiun	Magetan	Ngawi	Bojonegoro
Kab. Pacitan	0.74	0.75	0.63	0.53
Kab. Ponorogo	0.99	0.98	0.94	0.93
Kab. Trenggalek	0.70	0.72	0.53	0.41
Kab. Tulungagung	0.68	0.70	0.49	0.36
Kab. Blitar	0.42	0.45	0.19	0.07
Kab. Kediri	0.96	0.99	0.69	0.58
Kab. Malang	0.91	0.93	0.64	0.49
Kab. Lumajang	0.71	0.73	0.55	0.44
Kab. Jember	0.76	0.77	0.63	0.53
Kab. Banyuwangi	0.94	0.95	0.91	0.89
Kab. Bondowoso	0.98	0.98	0.92	0.87
Kab. Situbondo	1.00	0.98	0.93	0.88
Kab. Probolinggo	0.96	0.94	0.86	0.76
Kab. Pasuruan	0.99	1.00	0.83	0.76
Kab. Sidoarjo	0.95	0.98	0.75	0.71
Kab. Mojokerto	0.97	0.98	0.78	0.72
Kab. Jombang	0.99	0.99	0.78	0.71
Kab. Nganjuk	1.00	0.99	0.92	0.88
Kab. Madiun	1.00	0.99	0.95	0.91
Kab. Magetan	0.99	1.00	0.91	0.87
Kab. Ngawi	0.94	0.89	1.00	0.99
Kab. Bojonegoro	0.88	0.82	0.98	1.00
Kab. Tuban	0.49	0.45	0.61	0.73
Kab. Lamongan	0.86	0.82	0.85	0.89
Kab. Gresik	0.87	0.87	0.77	0.79
Kab. Bangkalan	0.84	0.82	0.81	0.86
Kab. Sampang	0.94	0.91	0.98	0.99
Kab. Pamekasan	0.94	0.92	0.94	0.97
Kab. Sumenep	0.94	0.94	0.91	0.93
Kota Kediri	0.94	0.98	0.66	0.54
Kota Blitar	0.43	0.48	0.17	0.05
Kota Malang	0.90	0.94	0.60	0.46
Kota probolinggo	0.98	1.00	0.85	0.80
Kota Pasuruan	0.97	1.00	0.74	0.66
Kota Mojokerto	0.95	0.98	0.72	0.67
Kota Madiun	0.99	1.00	0.88	0.85
Kota Surabaya	0.90	0.92	0.75	0.75
Kota Batu	0.95	0.98	0.65	0.52

Lampiran 7. (lanjutan)

Kabupaten/Kota	Tuban	Lamongan	Gresik	Bangkalan
Kab. Pacitan	0.14	0.54	0.55	0.50
Kab. Ponorogo	0.69	0.98	0.98	0.97
Kab. Trenggalek	0.03	0.45	0.46	0.39
Kab. Tulungagung	0.01	0.41	0.42	0.35
Kab. Blitar	0.78	0.10	0.12	0.06
Kab. Kediri	0.03	0.74	0.77	0.68
Kab. Malang	0.00	0.61	0.64	0.54
Kab. Lumajang	0.06	0.48	0.50	0.44
Kab. Jember	0.15	0.56	0.57	0.52
Kab. Banyuwangi	0.77	0.90	0.90	0.89
Kab. Bondowoso	0.54	0.89	0.89	0.86
Kab. Situbondo	0.48	0.91	0.90	0.87
Kab. Probolinggo	0.23	0.78	0.77	0.73
Kab. Pasuruan	0.29	0.88	0.90	0.85
Kab. Sidoarjo	0.26	0.91	0.95	0.89
Kab. Mojokerto	0.19	0.91	0.93	0.88
Kab. Jombang	0.12	0.88	0.90	0.83
Kab. Nganjuk	0.47	0.93	0.93	0.90
Kab. Madiun	0.59	0.95	0.94	0.92
Kab. Magetan	0.59	0.94	0.95	0.92
Kab. Ngawi	0.66	0.94	0.89	0.90
Kab. Bojonegoro	0.73	0.95	0.88	0.91
Kab. Tuban	1.00	0.75	0.71	0.78
Kab. Lamongan	0.52	1.00	0.97	0.99
Kab. Gresik	0.52	0.98	1.00	0.99
Kab. Bangkalan	0.66	0.99	0.99	1.00
Kab. Sampang	0.78	0.99	0.96	0.97
Kab. Pamekasan	0.85	1.00	0.99	1.00
Kab. Sumenep	0.88	0.99	1.00	1.00
Kota Kediri	0.03	0.71	0.76	0.66
Kota Blitar	0.00	0.10	0.12	0.06
Kota Malang	0.00	0.61	0.65	0.55
Kota probolinggo	0.44	0.89	0.91	0.86
Kota Pasuruan	0.16	0.84	0.88	0.80
Kota Mojokerto	0.17	0.89	0.93	0.87
Kota Madiun	0.55	0.93	0.95	0.92
Kota Surabaya	0.42	0.95	0.99	0.96
Kota Batu	0.01	0.69	0.73	0.63

Lampiran 7. (lanjutan)

Kabupaten/Kota	Sampang	Pamekasan	Sumenep	Kota Kediri
Kab. Pacitan	0.56	0.51	0.48	0.81
Kab. Ponorogo	0.97	0.97	0.96	0.95
Kab. Trenggalek	0.46	0.40	0.38	0.79
Kab. Tulungagung	0.41	0.36	0.34	0.78
Kab. Blitar	0.11	0.07	0.05	0.57
Kab. Kediri	0.70	0.68	0.67	1.00
Kab. Malang	0.60	0.55	0.52	0.98
Kab. Lumajang	0.49	0.44	0.43	0.80
Kab. Jember	0.57	0.52	0.51	0.83
Kab. Banyuwangi	0.90	0.89	0.88	0.96
Kab. Bondowoso	0.90	0.87	0.85	0.98
Kab. Situbondo	0.92	0.89	0.85	0.97
Kab. Probolinggo	0.80	0.75	0.70	0.96
Kab. Pasuruan	0.85	0.84	0.84	0.99
Kab. Sidoarjo	0.84	0.87	0.89	0.93
Kab. Mojokerto	0.86	0.87	0.87	0.92
Kab. Jombang	0.84	0.83	0.81	0.93
Kab. Nganjuk	0.93	0.91	0.89	0.97
Kab. Madiun	0.95	0.93	0.91	0.98
Kab. Magetan	0.92	0.92	0.92	0.99
Kab. Ngawi	0.98	0.93	0.87	0.84
Kab. Bojonegoro	0.99	0.95	0.88	0.75
Kab. Tuban	0.73	0.79	0.78	0.34
Kab. Lamongan	0.97	1.00	0.96	0.70
Kab. Gresik	0.90	0.97	0.99	0.78
Kab. Bangkalan	0.94	0.99	0.99	0.71
Kab. Sampang	1.00	0.99	0.95	0.86
Kab. Pamekasan	0.99	1.00	0.99	0.87
Kab. Sumenep	0.97	0.99	1.00	0.90
Kota Kediri	0.67	0.65	0.66	1.00
Kota Blitar	0.10	0.06	0.05	0.61
Kota Malang	0.58	0.54	0.53	0.99
Kota probolinggo	0.86	0.86	0.86	1.00
Kota Pasuruan	0.79	0.79	0.80	0.98
Kota Mojokerto	0.81	0.85	0.87	0.92
Kota Madiun	0.91	0.91	0.91	0.99
Kota Surabaya	0.87	0.93	0.97	0.84
Kota Batu	0.65	0.63	0.62	1.00

Lampiran 7. (lanjutan)

Kabupaten/Kota	Kota Blitar	Kota Malang	Kota Probolinggo	Kota Pasuruan
Kab. Pacitan	0.99	0.86	0.79	0.74
Kab. Ponorogo	0.64	0.92	0.96	0.98
Kab. Trenggalek	1.00	0.85	0.76	0.71
Kab. Tulungagung	1.00	0.85	0.75	0.69
Kab. Blitar	0.99	0.68	0.53	0.44
Kab. Kediri	0.52	0.98	1.00	0.98
Kab. Malang	0.70	1.00	0.96	0.93
Kab. Lumajang	1.00	0.86	0.78	0.73
Kab. Jember	1.00	0.87	0.81	0.77
Kab. Banyuwangi	1.00	0.97	0.96	0.95
Kab. Bondowoso	0.88	0.99	0.98	0.97
Kab. Situbondo	0.73	0.96	0.98	0.97
Kab. Probolinggo	0.77	0.97	0.95	0.93
Kab. Pasuruan	0.58	0.96	0.99	1.00
Kab. Sidoarjo	0.29	0.86	0.95	0.98
Kab. Mojokerto	0.22	0.84	0.94	0.98
Kab. Jombang	0.24	0.86	0.95	0.98
Kab. Nganjuk	0.63	0.94	0.98	0.98
Kab. Madiun	0.73	0.96	0.98	0.99
Kab. Magetan	0.77	0.98	1.00	1.00
Kab. Ngawi	0.52	0.82	0.86	0.87
Kab. Bojonegoro	0.32	0.70	0.77	0.80
Kab. Tuban	0.00	0.26	0.38	0.45
Kab. Lamongan	0.04	0.59	0.74	0.81
Kab. Gresik	0.11	0.68	0.81	0.88
Kab. Bangkalan	0.09	0.61	0.75	0.82
Kab. Sampang	0.48	0.82	0.87	0.90
Kab. Pamekasan	0.50	0.83	0.89	0.92
Kab. Sumenep	0.59	0.86	0.91	0.94
Kota Kediri	0.57	0.99	1.00	0.98
Kota Blitar	1.00	0.72	0.56	0.47
Kota Malang	0.69	1.00	0.97	0.94
Kota probolinggo	0.77	0.99	1.00	1.00
Kota Pasuruan	0.46	0.94	0.99	1.00
Kota Mojokerto	0.23	0.84	0.95	0.98
Kota Madiun	0.73	0.97	1.00	1.00
Kota Surabaya	0.17	0.74	0.87	0.92
Kota Batu	0.53	0.99	1.00	0.98

Lampiran 7. (lanjutan)

Kabupaten/Kota	Kota Mojokerto	Kota Madiun	Kota Surabaya	Kota Batu
Kab. Pacitan	0.68	0.74	0.59	0.81
Kab. Ponorogo	0.99	0.98	0.99	0.96
Kab. Trenggalek	0.62	0.70	0.51	0.79
Kab. Tulungagung	0.60	0.68	0.48	0.78
Kab. Blitar	0.32	0.43	0.17	0.57
Kab. Kediri	0.94	0.98	0.83	1.00
Kab. Malang	0.85	0.92	0.71	0.98
Kab. Lumajang	0.65	0.72	0.55	0.80
Kab. Jember	0.70	0.76	0.61	0.83
Kab. Banyuwangi	0.93	0.94	0.91	0.96
Kab. Bondowoso	0.95	0.97	0.91	0.99
Kab. Situbondo	0.96	0.97	0.92	0.98
Kab. Probolinggo	0.89	0.93	0.80	0.96
Kab. Pasuruan	0.98	1.00	0.93	0.99
Kab. Sidoarjo	1.00	0.99	0.98	0.93
Kab. Mojokerto	1.00	0.98	0.96	0.92
Kab. Jombang	0.99	0.98	0.93	0.94
Kab. Nganjuk	0.98	0.98	0.95	0.97
Kab. Madiun	0.98	0.99	0.96	0.98
Kab. Magetan	0.99	1.00	0.97	0.99
Kab. Ngawi	0.89	0.88	0.88	0.86
Kab. Bojonegoro	0.84	0.81	0.86	0.76
Kab. Tuban	0.54	0.46	0.65	0.35
Kab. Lamongan	0.90	0.83	0.95	0.71
Kab. Gresik	0.95	0.89	0.99	0.78
Kab. Bangkalan	0.90	0.83	0.96	0.72
Kab. Sampang	0.93	0.91	0.94	0.87
Kab. Pamekasan	0.95	0.92	0.97	0.87
Kab. Sumenep	0.97	0.94	0.99	0.90
Kota Kediri	0.93	0.98	0.82	1.00
Kota Blitar	0.33	0.45	0.18	0.61
Kota Malang	0.86	0.93	0.72	0.99
Kota probolinggo	0.98	0.99	0.93	1.00
Kota Pasuruan	0.98	1.00	0.92	0.98
Kota Mojokerto	1.00	0.99	0.97	0.92
Kota Madiun	0.99	1.00	0.97	0.99
Kota Surabaya	0.98	0.93	1.00	0.83
Kota Batu	0.92	0.97	0.80	1.00

Lampiran 8. Koefisien Parameter Model GWMLR Setiap Kabupaten/Kota

Kabupaten/Kota	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
Kab. Pacitan	2.064089	-0.10085	-0.04273	0.373553	0.075613
	2.021102	-0.02185	-0.03243	0.328351	0.075012
Kab. Ponorogo	2.100134	-0.0931	-0.08295	0.293124	0.003963
	2.000231	-0.0901	-0.07265	0.290311	0.002962
Kab. Trenggalek	2.07218	-0.12231	-0.11382	0.394757	0.043623
	2.06214	-0.11089	-0.10135	0.390126	0.042186
Kab. Tulungagung	2.068827	-0.12305	-0.12644	0.400951	0.04041
	2.006373	-0.12036	-0.11351	0.400312	0.04021
Kab. Blitar	2.062702	-0.11688	-0.16627	0.412204	0.018155
	2.042018	-0.10283	-0.13679	0.411084	0.017248
Kab. Kediri	2.068241	-0.1114	-0.1631	0.397404	0.008952
	2.050261	-0.0143	-0.1523	0.386201	0.008621
Kab. Malang	2.079208	-0.11559	-0.1797	0.387819	-0.0115
	2.064105	-0.10861	-0.1683	0.328101	0.0028
Kab. Lumajang	2.151153	-0.07567	-0.05467	0.37544	-0.00459
	2.148091	-0.06201	-0.04138	0.20758	-0.00301
Kab. Jember	2.178676	-0.06041	0.036368	0.413709	0.010563
	2.160413	-0.05921	0.032801	0.402872	0.010218
Kab. Banyuwangi	2.075397	-0.12405	-0.12047	0.400757	0.043674
	2.061201	-0.11923	-0.11721	0.312801	0.041805
Kab. Bondowoso	2.162595	-0.06466	0.010147	0.415716	0.026068
	2.131201	-0.05201	0.010038	0.312731	0.025201
Kab. Situbondo	2.145368	-0.09242	-0.06784	0.402358	0.017573
	2.143012	-0.08262	-0.05281	0.400218	0.016201
Kab. Probolinggo	2.139714	-0.09638	-0.08963	0.388495	-0.00285
	2.110281	-0.82112	-0.08701	0.371026	-0.00128
Kab. Pasuruan	2.117083	-0.10748	-0.12135	0.379238	-0.00056
	2.116201	-0.07481	-0.11082	0.361124	-0.00028
Kab. Sidoarjo	2.075842	-0.11875	-0.17242	0.399153	-0.00125
	2.047126	-0.11781	-0.16201	0.320811	-0.00118
Kab. Mojokerto	2.069074	-0.1167	-0.17935	0.402754	0.002062
	2.054311	-0.1162	-0.16281	0.401891	0.002008
Kab. Jombang	2.069776	-0.11297	-0.17019	0.397529	0.005102
	2.058312	-0.11025	-0.16289	0.380122	0.004871
Kab. Nganjuk	2.08378	-0.10201	-0.13149	0.349991	0.005226
	2.07012	-0.10182	-0.12368	0.332922	0.004271
Kab. Madiun	2.08866	-0.09609	-0.08718	0.315137	0.01256
	2.06811	-0.08275	-0.07293	0.311924	0.01192
Kab. Magetan	2.089507	-0.09073	-0.07718	0.321076	0.015995
	2.072801	-0.08223	-0.06281	0.312751	0.002863
Kab. Ngawi	2.100302	-0.09852	-0.10376	0.301074	-0.00096

	2.100182	-0.08261	-0.10282	0.300256	-0.00082
Kab. Bojonegoro	2.105349	-0.09697	-0.13092	0.326569	-0.01155
	2.104928	-0.08631	-0.12726	0.328572	-0.00162
Kab. Tuban	2.088421	-0.10939	-0.16954	0.369024	-0.01347
	2.083012	-0.10824	-0.15281	0.343328	-0.00287
Kab. Lamongan	2.066973	-0.11627	-0.17752	0.405112	0.005639
	2.055301	-0.11422	-0.16602	0.302182	0.004387
Kab. Gresik	2.071157	-0.11903	-0.17395	0.405548	0.004965
	2.061895	-0.82013	-0.16287	0.403801	0.003721
Kab. Bangkalan	2.075317	-0.12051	-0.1666	0.405179	0.010562
	2.064381	-0.12007	-0.1522	0.403271	0.010286
Kab. Sampang	2.126344	-0.099	-0.07641	0.401957	0.037013
	2.118071	-0.023	-0.06281	0.401827	0.025301
Kab. Pamekasan	2.128494	-0.09269	-0.05357	0.407196	0.049345
	2.351022	-0.08261	-0.04672	0.406281	0.048723
Kab. Sumenep	2.119918	-0.06007	-0.00385	0.392898	0.051002
	2.111928	-0.05323	-0.00286	0.391023	0.050822
Kota Kediri	2.068527	-0.11082	-0.16045	0.39643	0.009615
	2.042815	-0.11042	-0.14252	0.38643	0.008672
Kota Blitar	2.064811	-0.11577	-0.16994	0.407268	0.01222
	2.052086	-0.11492	-0.15231	0.406322	0.01182
Kota Malang	2.079125	-0.11567	-0.17961	0.388296	-0.01191
	2.068301	-0.11424	-0.16282	0.388102	-0.01102
Kota Probolinggo	2.1481	-0.0908	-0.0629	0.403993	0.017502
	2.1302	-0.0812	-0.0571	0.402171	0.017328
Kota Pasuruan	2.097728	-0.11576	-0.15111	0.379616	-0.00792
	2.072082	-0.11482	-0.12801	0.371021	-0.00638
Kota Mojokerto	2.069235	-0.11614	-0.17794	0.40179	0.002835
	2.048611	-0.11281	-0.16701	0.40162	0.001286
Kota Madiun	2.087421	-0.09971	-0.09308	0.314388	0.011453
	2.070211	-0.08921	-0.08211	0.310388	0.011206
Kota Surabaya	2.073939	-0.11952	-0.17078	0.404558	0.004468
	2.068301	-0.11821	-0.16083	0.403271	0.004421
Kota Batu	2.074072	-0.11618	-0.17958	0.395085	-0.00417
	2.068011	-0.11438	-0.16281	0.386191	-0.00381

Lampiran 9. Nilai statistik Uji *Wald* model GWMLR untuk Setiap Kabupaten/Kota

Kabupaten/Kota	β_1	β_2	β_3	β_4
Kab. Pacitan	0.039	0.466	3.207	0.022
	0.021	0.411	3.342	0.000
Kab. Ponorogo	3.037	0.723	1.715	0.030
	3.410	0.985	1.181	0.008
Kab. Trenggalek	0.037	0.723	3.142	0.030
	0.023	0.849	2.886	0.001
Kab. Tulungagung	0.037	0.723	1.481	4.030
	0.030	0.611	0.987	4.112
Kab. Blitar	0.003	0.619	0.304	6.039
	0.008	0.492	0.098	5.770
Kab. Kediri	0.002	0.862	3.863	0.039
	0.001	0.977	3.222	0.000
Kab. Malang	0.009	0.555	5.040	6.072
	0.016	0.021	4.233	6.944
Kab. Lumajang	4.035	0.617	0.108	8.670
	3.008	0.022	0.999	8.544
Kab. Jember	6.001	0.543	0.078	7.277
	6.023	0.613	0.050	7.233
Kab. Banyuwangi	3.826	0.396	0.032	4.455
	3.265	0.399	0.041	4.003
Kab. Bondowoso	3.940	0.699	0.109	8.523
	3.224	0.600	0.163	8.111
Kab. Situbondo	3.860	0.689	0.104	8.244
	2.907	0.634	0.143	8.530
Kab. Probolinggo	0.077	0.439	0.168	11.682
	0.004	0.420	0.120	10.323
Kab. Pasuruan	0.080	0.522	0.249	12.726
	0.057	0.438	0.198	10.832
Kab. Sidoarjo	1.292	0.487	5.949	5.056
	1.326	0.420	5.766	5.299
Kab. Mojokerto	0.010	0.970	5.583	0.050
	0.001	0.853	5.690	0.000
Kab. Jombang	0.068	0.868	5.180	0.036
	0.062	0.691	4.893	0.019
Kab. Nganjuk	3.724	0.712	0.363	0.027
	3.249	0.028	0.226	0.034
Kab. Madiun	4.743	0.624	0.305	0.023
	3.211	0.053	0.036	0.006
Kab. Magetan	5.012	0.607	0.316	0.023
	4.987	0.800	0.632	0.067
Kab. Ngawi	4.468	0.613	0.305	0.022
	4.189	0.822	0.000	0.000
Kab. Bojonegoro	4.021	0.699	0.360	0.025
	3.702	0.284	1.484	0.000
Kab. Tuban	2.990	0.353	0.297	0.023
	3.324	0.005	0.187	0.000
Kab. Lamongan	0.010	0.516	0.047	4.305
	0.007	0.008	0.003	3.289
Kab. Gresik	0.835	0.521	4.765	0.047

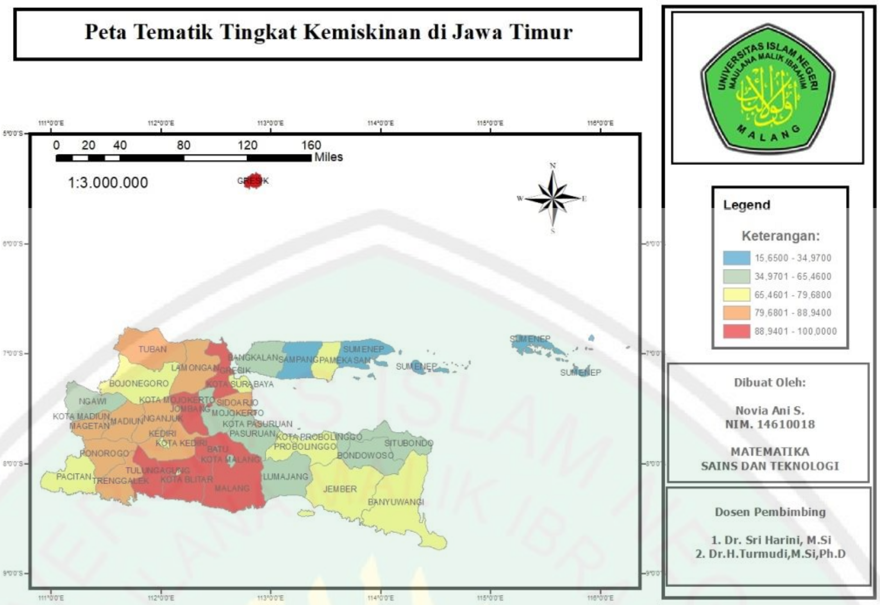
	0.024	0.000	5.231	0.123
Kab. Bangkalan	0.915	0.417	3.913	0.07
	0.076	0.984	3.442	0.00
Kab. Sampang	0.113	0.339	0.135	9.79
	0.012	0.617	0.000	10.811
Kab. Pamekasan	0.105	0.983	0.160	12.193
	0.123	0.091	0.000	10.122
Kab. Sumenep	0.095	0.741	0.135	8.512
	0.087	0.863	0.000	9.002
Kota Kediri	0.004	0.854	3.841	0.039
	0.043	0.479	3.218	0.000
Kota Blitar	0.000	0.609	0.303	7.041
	0.122	0.009	0.021	6.674
Kota Malang	1.145	0.552	3.839	6.053
	0.894	0.003	3.002	5.002
Kota probolinggo	0.087	0.356	0.131	9.618
	0.026	0.075	0.084	9.442
Kota Pasuruan	1.829	0.509	4.204	8.559
	1.197	0.023	4.222	6.233
Kota Mojokerto	0.190	0.560	3.860	0.046
	0.011	0.037	2.109	0.006
Kota Madiun	4.702	0.639	0.312	0.024
	4.002	0.168	0.017	0.000
Kota Surabaya	0.000	0.441	4.058	4.993
	0.002	0.079	3.976	5.002
Kota Batu	0.014	1.002	4.238	6.117
	0.000	0.854	4.215	5.8377

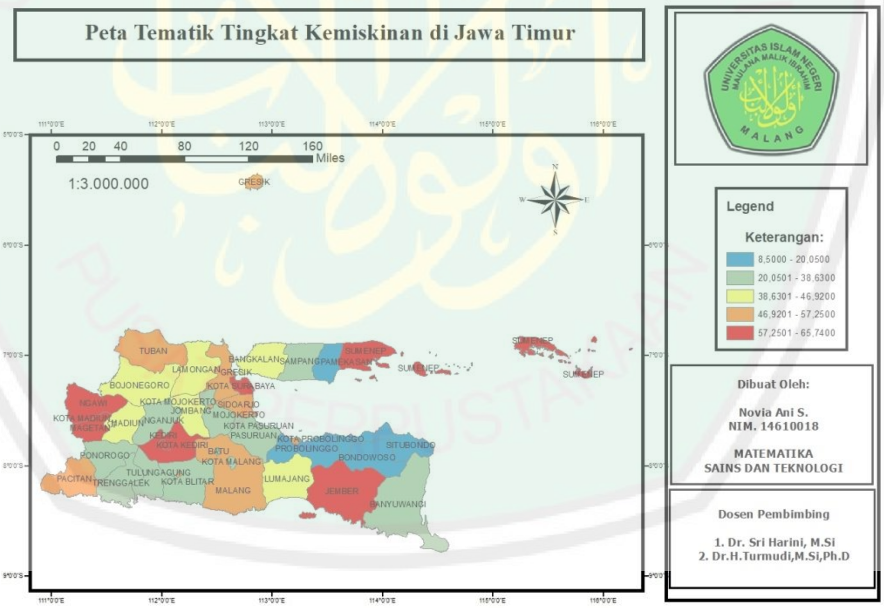
Lampiran 10. Model GWMLR berdasarkan Variabel Signifikan

No.	Kabupaten/kota	Model
1	Kab. Pacitan	$g_1(x_i) = 2.064089 + 0.373553X_3$
		$g_2(x_i) = 2.021102 + 0.328351X_3$
2	Kab. Ponorogo	$g_1(x_i) = 2.100134 - 0.0931X_1$
		$g_2(x_i) = 2.000231 - 0.0901X_1$
3	Kab. Trenggalek	$g_1(x_i) = 2.07218 + 0.394757X_3$
		$g_2(x_i) = 2.06214 + 0.390126X_3$
4	Kab. Tulungagung	$g_1(x_i) = 2.068827 + 0.04041X_4$
		$g_2(x_i) = 2.006373 + 0.04021X_4$
5	Kab. Blitar	$g_1(x_i) = 2.062702 + 0.412204X_4$
		$g_2(x_i) = 2.042018 + 0.411084X_4$
6	Kab. Kediri	$g_1(x_i) = 2.068241 + 0.397404X_3$
		$g_2(x_i) = 2.050261 + 0.386201X_3$
7	Kab. Malang	$g_1(x_i) = 2.079208 + 0.387819X_3 - 0.0115X_4$
		$g_2(x_i) = 2.064105 + 0.328101X_3 + 0.00028X_4$
8	Kab. Lumajang	$g_1(x_i) = 2.151153 - 0.07567X_1 - 0.0459X_4$
		$g_2(x_i) = 2.148091 - 0.06201X_1 - 0.00301X_4$
9	Kab. Jember	$g_1(x_i) = 2.178676 - 0.06041X_1 + 0.010218X_4$
		$g_1(x_i) = 2.160413 - 0.05921X_1 + 0.010563X_4$
10	Kab. Banyuwangi	$g_1(x_i) = 2.075397 - 0.12405X_1 + 0.043674X_4$
		$g_1(x_i) = 2.061201 - 0.11923X_1 + 0.041805X_4$
11	Kab. Bondowoso	$g_1(x_i) = 2.162595 - 0.06466X_1 + 0.026068X_4$
		$g_1(x_i) = 2.131201 - 0.05201X_1 + 0.025201X_4$
12	Kab. Situbondo	$g_1(x_i) = 2.145368 - 0.09242X_1 + 0.017573X_4$
		$g_1(x_i) = 2.143012 + 0.08262X_1 + 0.016201X_4$
13	Kab. Probolinggo	$g_1(x_i) = 2.139714 - 0.00285X_4$
		$g_1(x_i) = 2.110281 - 0.00128X_4$
14	Kab. Pasuruan	$g_1(x_i) = 2.117083 - 0.00056X_4$
		$g_1(x_i) = 2.116201 - 0.00028X_4$
15	Kab. Sidoarjo	$g_1(x_i) = 2.075842 + 0.399153X_3 - 0.00125X_4$
		$g_1(x_i) = 2.047126 + 0.320811X_3 - 0.00118X_4$
16	Kab. Mojokerto	$g_1(x_i) = 2.069074 + 0.402754X_3$
		$g_1(x_i) = 2.054311 + 0.401891X_3$
17	Kab. Jombang	$g_1(x_i) = 2.069776 + 0.397529X_3$
		$g_1(x_i) = 2.058312 + 0.380122X_3$
18	Kab. Nganjuk	$g_1(x_i) = 2.08378 - 0.10201X_1$
		$g_1(x_i) = 2.07012 - 0.10182X_1$
19	Kab. Madiun	$g_1(x_i) = 2.08866 - 0.09609X_1$
		$g_1(x_i) = 2.06811 - 0.08275X_1$
20	Kab. Magetan	$g_1(x_i) = 2.089507 - 0.09073X_1$
		$g_1(x_i) = 2.072801 - 0.08223X_1$
21	Kab. Ngawi	$g_1(x_i) = 2.100302 - 0.09852X_1$

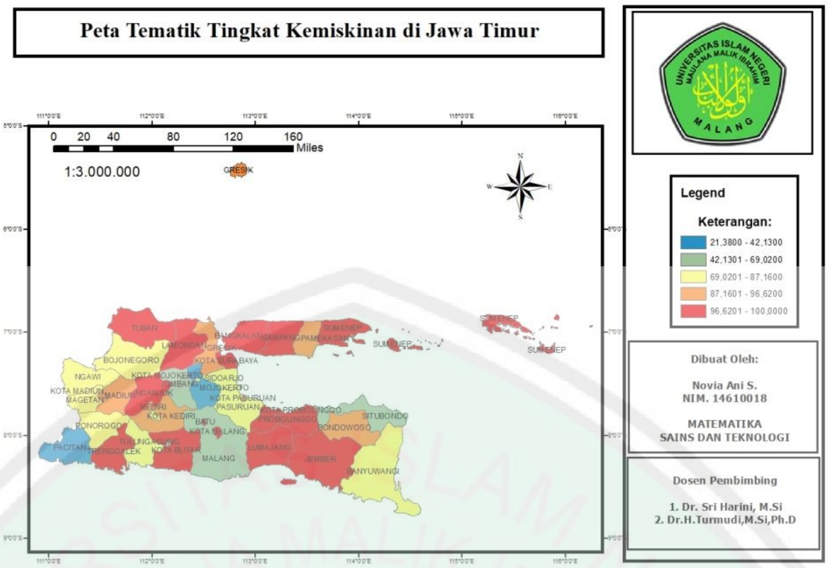
		$g_1(x_i) = 2.100182 - 0.08261X_1$
22	Kab. Bojonegoro	$g_1(x_i) = 2.105349 - 0.0967X_1$
		$g_1(x_i) = 2.104928 - 0.08631X_1$
23	Kab. Tuban	$g_1(x_i) = 2.088421 - 0.10939X_1$
		$g_1(x_i) = 2.083012 - 0.10824X_1$
24	Kab. Lamongan	$g_1(x_i) = 2.066973 + 0.005639X_4$
		$g_1(x_i) = 2.0055301 + 0.004387X_4$
25	Kab. Gresik	$g_1(x_i) = 2.071157 + 0.405548X_3$
		$g_1(x_i) = 2.061895 + 0.403801X_3$
26	Kab. Bangkalan	$g_1(x_i) = 2.075317 + 0.405179X_3$
		$g_1(x_i) = 2.064381 + 0.403271X_3$
27	Kab. Sampang	$g_1(x_i) = 2.126344 + 0.037013X_4$
		$g_1(x_i) = 2.118071 + 0.025301X_4$
28	Kab. Pamekasan	$g_1(x_i) = 2.128494 + 0.049345X_4$
		$g_1(x_i) = 2.351022 + 0.048723X_4$
29	Kab. Sumenep	$g_1(x_i) = 2.119918 + 0.051002X_4$
		$g_1(x_i) = 2.111928 + 0.050822X_4$
30	Kota Kediri	$g(x_i) = 2.068527 + 0.39643X_3$
		$g_1(x_i) = 2.042815 + 0.38643X_3$
31	Kota Blitar	$g_1(x_i) = 2.064811 + 0.01222X_4$
		$g_1(x_i) = 2.052086 + 0.01182X_4$
32	Kota Malang	$g_1(x_i) = 2.079125 + 0.388296X_3 - 0.01191X_4$
		$g_1(x_i) = 2.068301 + 0.388102X_1 - 0.01102X_2$
33	Kota probolinggo	$g_1(x_i) = 2.1481 + 0.017502X_4$
		$g_1(x_i) = 2.1302 + 0.017328X_4$
34	Kota Pasuruan	$g_1(x_i) = 2.097728 + 0.379616X_3 - 0.00792X_4$
		$g_1(x_i) = 2.072082 + 0.371021X_3 - 0.00638X_4$
35	Kota Mojokerto	$g_1(x_i) = 2.069235 + 0.40179X_3$
		$g_1(x_i) = 2.048611 + 0.40162X_3$
36	Kota Madiun	$g_1(x_i) = 2.087421 - 0.09971X_1$
		$g_1(x_i) = 2.070211 - 0.08921X_1$
37	Kota Surabaya	$g_1(x_i) = 2.073939 + 0.404558X_3 + 0.004468X_4$
		$g_1(x_i) = 2.068301 + 0.403271X_3 + 0.004421X_4$
38	Kota Batu	$g_1(x_i) = 2.074072 + 0.395085X_3 - 0.00417X_4$
		$g_1(x_i) = 2.068011 + 0.386191X_3 - 0.00381\ X_4$

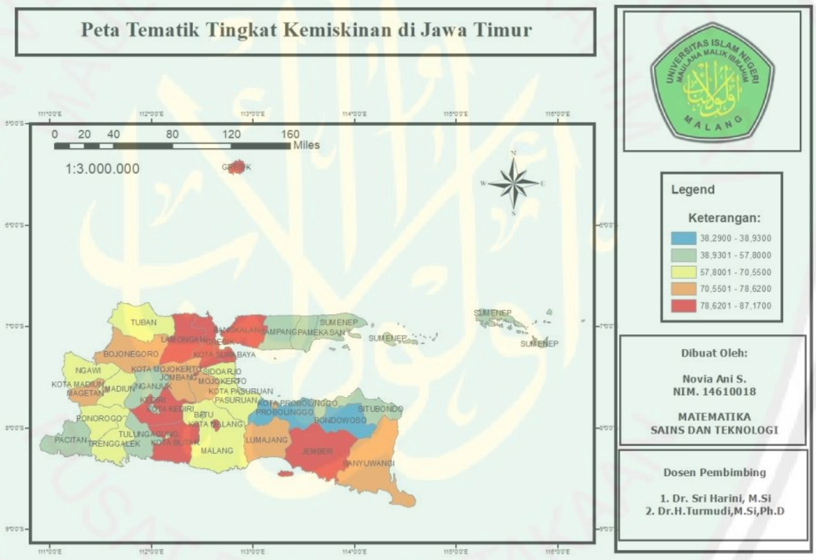
Lampiran 11. Peta Tematik Variabel Penelitian





Lampiran 11. Lanjutan Peta TematikaVariabel Penelitian





Lampiran 12. Script R

```
> data<-read.table(file.choose(),sep=",",header=TRUE)
>attach(data)
>library(nnet)
> model<-multinom(Y~X1+X2+X3,data=data)
> summary(model)
##BPTEST##
>library(lmtest)
>hetero=lm(Y~X1+X2+X3,data=data)
>bptest(hetero)

        studentized Breusch-Pagan test

data:  hetero
BP = 11.7238, df = 3, p-value = 0.03169
 ##UJI MORANS I##
>library(ape)
>uji=as.matrix(dist(cbind(data$u,data$v)))
>uji.inv=1/uji
>diag(uji.inv)=0
>Moran.I(data$Y,uji.inv)
$`observed`
[1] -0.08928005
$expected
[1] -0.02702703
$sd
[1] 0.44986214
```

Lampiran 13. Script Matlab 13.0

```
%PROGRAM GWMLR
%OLEH: Novia Ani Sa'ada

clc,clear
filename='data2.xlsx','A2:C39';
X=xlsread(filename)
exely='datay.xlsx','A2:A39';
Y=xlsread(exely)
exellat='databaru.xlsx','G2:G39';
lat=xlsread(exellat)
exellong='databaru.xlsx','F2:F39';
long=xlsread(exellong)
function results = multilogit_gwml(y,x,beta,lat,long,kernel)
[nobs(y)]=size(y);[rx nvar]=size(x)
    %innitial calculations
    xstd=std(x);
    x=-x./(ones(nobs,1)* xstd);%standarize x
    ymin=min(y);
    ymax=max(y);
    ncat=ymax-ymin;
    d0=(y*ones(1,ncat+1))==(ones(nobs,1)*(ymm:ymax));Y

    put y m dummy format

a=d0(:,2:ncat+1);%normalizebeta_0=0
%starting values
beta0=zeros(nvar,ncat+1);
for j=1:(ncat+1);
    beta0(:,j)=beta0(:,j).*xstd';
end;
beta=beta0(:,2:ncat+1);
%default max iterations and tolerance
maxit=100;tol=1e-6;
%check nvar and ncat are consistently defined;
[rteta cbeta]=size(beta);
if nvar~=rbeta
    error('multilogit:rows of beta and columns of x do not agree')
end;
if ncat~=cbeta
    error(['multilogit:number of columns in beta and categories ln
y do not agree.'
        'check that y is numbered continuously,:.e.,y takes values
in {0,1,2,3,4,5}'
        'is ok, y takes value in {0,1,2,3,4,99} is not.'])
end;
b=linspace(0,2.071238891,100);
skor=ones(1,100);
iter=0;
for i=1:100;
    iter=iter+1
    skor(i)=scoreAICc_gwml(b(iter),y,x,lat,long,kernel);
end;

[M,I]=mm(skor(:));
%%pembobot
w=zeros(nobs,nobs*ncat);
```

```
betahat=zeros(nvar,nobs*ncat);
tstat=zeros(nvar,nobs*ncat);

for i=1:nobs;
    dy=lat-lat(i,1);
    dx=long-long(i,1);
    dii=sqrt(dii);
    sd=std(dii);
    if kernel==1;%Bisquare weights
        wt:zeros(nobs,1);
        nzip=findd(dii<=bdwt);
        wt(nzip,1)=(1-(z(nzip,1)/bdwt).^2).^2;
    elseif kernel==2,%Gaussian weights
        wt=normpdf(dii/(sd*bdwt));
    elseif kernel==3,%Tricube weights
        wt=zeros(nobs,1);
        nzip=find(dii<=bdwt);
        wt(nzip,1)=(1-(dii(nzip,1)/bdwt).^3).^3;
    end;
    wt=[wt wt]
    w(:,((i-1)*ncat)+1):(i*ncat): wt;

    %likelihood and derivatives at starting values
    [p,lnL]=multilogit_lik(y,x,beta,d);
    [g H]=multilogit_derivgw(x,d,P,nvar,ncat,nobs,w(:,((i-
1)*ncat)+1));
    iter=0;
    for j=l:ncat %vectorize beta and gradient for newton raphson
update
        f=(j-1)*nvar+1;
        l=j*nvar
        vb(f:l,1)=beta(:,j);
        vg(f:l,1)=g(:,j);
    end;

    %newton-raphson update
    while (abs(vg*(H\vg)/lenght(vg))>tol)
        iter=iter+1
        betaold=beta;
        vbold=vb;
        vb=vbold-H\vg;
        for j=1:ncat %de-vectorize updated beta for pass to
multilogit_lik
            f=(j-1)*nvar+1;
            l=j*nvar
            beta(:,j)=vb(f:l,1)
        end;
        [p,lnL]=multilogit_lik(y,x,beta,d); %update p,lnL
        [g H]=multilogit_derivgw(x,a,p,nvar,ncat,nobs,w(:,((i-
1)*ncat)+1):(i*ncat));
        %update g,H

        for j=1:ncat; %vectorize updated g for next N-R update
            f=(j-1)*nvar+1;
            l=j*nvar;
            vg(f:l,1)=g(:,j);
        end;
```

```
    end;
    for j=1:ncat
        f=((j-1)*nvar+1);
        l=j*nvar;
        beta_vec(f:l,1)=beta (:,j);
    end;
    covb=-inv(H)./kron(ones(ncat),(xstd'*xstd)); %restore
    original scale
    stdb=sqrt(diag(covb));
    tstat_vec=beta_vec./stdb;
    for j=1:ncat
        f=(j-L)*nvar+1
        l=j*nvar
        tstatmat(:,j)=tstat_vec(f:1,1);
    end;

    betahat(:,((i-1)*ncat+1):(i*ncat))=beta;
    tstat(:,((i-1)*ncat+1):(i*ncat))=tstat_mat;
    wstat=tstat.*tstar;
    xb(i,:)=x(i,:)*betahat(:,((i-1)*ncat+1):(i*ncat));
end;
e_xb=exp(xb);
sum_e_xb=sum(e_xb)

for j=1:ncat
    p(:,j)=e_xb(:,j)./(1+sum_e_xb);
end;
disp('estimator'); disp(betahat)
```

RIWAYAT HIDUP

Novia Ani Sa'ada dilahirkan di Mojokerto pada tanggal 04 November 1997, anak kedua dari 3 bersaudara, putri dari pasangan Bapak Abdul Salim dan Ibu Chudaifah. Pendidikan Pertama diselesaikan di kampung halaman MI Ar-Rohmah Betek Utara yang ditamatkan pada tahun 2009.

Pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMPN NU Mojoagung dan diselesaikan pada tahun 2012, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di MA UNGGULAN AMANATUL UMMAH dan pendidikan ditamatkan pada tahun 2014. Jenjang pendidikan berikutnya penulis menempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SPAN-PTKIN dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Penulis dapat dihubungi melalui via email: noviaani.saada@gmail.com

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Novia Ani Sa'ada
NIM : 14610018
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression* (GWMLR) yang
Pembimbing I : Dr.Sri Harini, M.Si
Pembimbing II : Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1	05 Maret 2018	Revisi BAB I	1.	
2	13 Maret 2018	Revisi BAB I dan BAB II		2.
3	22 Maret 2018	Revisi BAB II	3.	
4	16 April 2018	Revisi BAB III		4.
5	26 April 2018	Revisi BAB IV	5.	
6	08 Mei 2018	Revisi BAB IV		6.
7	01 Juni 2018	Revisi BAB IV	7.	
8	05 Juni 2018	Revisi BAB IV		8.
9	30 Juli 2018	Revisi BAB IV	9.	
10	25 Juli 2018	Revisi Agama BAB I dan II		10.
11	30 Juli 2018	Revisi Agama BAB II	11.	
12	09 Agustus 2018	Revisi BAB II dan tambahan hadist		12.
13	01 Oktober 2018	Revisi BAB IV	13.	
14	07 November 2018	Revisi BAB IV		14.
15	08 November 2018	Revisi BAB V	15.	
16	08 November 2018	Revisi Agama BAB IV		16.

Malang, 08 November 2018
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001