

**ESTIMASI PARAMETER MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE
MENGUNAKAN METODE ORDINARY LEAST SQUARE**

SKRIPSI

**OLEH
ITA PURWINDA
NIM. 14610016**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE
MENGUNAKAN METODE ORDINARY LEAST SQUARE**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Ita Purwinda
NIM. 14610016**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE*
MENGUNAKAN METODE *ORDINARY LEAST SQUARE***

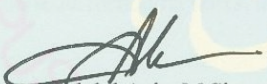
SKRIPSI

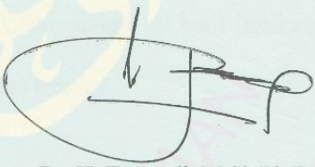
Oleh
Ita Purwinda
NIM. 14610016

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 8 November 2018

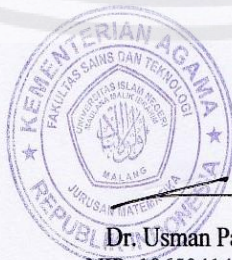
Pembimbing I,

Pembimbing II,


Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002


Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D
NIP. 19571005 198203 1 006

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE*
MENGUNAKAN METODE *ORDINARY LEAST SQUARE***

SKRIPSI

Oleh
Ita Purwinda
NIM. 14610016

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 4 Desember 2018

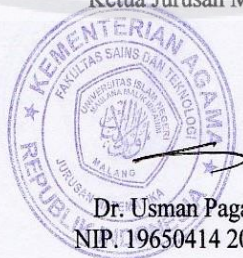
Penguji Utama : Dr. Sri Harini, M.Si

Ketua Penguji : Angga Dwi Mulyanto, M.Si

Sekretaris Penguji : Abdul Aziz, M.Si

Anggota Penguji : Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ita Purwinda

NIM : 14610016

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Vector Autoregressive* Menggunakan
Metode *Ordinary Least Square*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 08 November 2018

Yang membuat pernyataan,



Ita Purwinda
NIM. 14610016

MOTO

There is no shortcut to perfection, all it takes is hard work and more hard work

(Kim Jong Hyun, SHINee)

A miracle is another name of hard work

(Choi Min Ho, SHINee ~To The Beautiful You~)



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orangtua yaitu Ayahanda SUDARSUN dan Ibunda ANIK MUSTIKAWATI tercinta yang senantiasa ikhlas mendoakan, memberi dukungan tiada henti, mendengarkan segala keluhan kesah, serta memberikan masukan atau motivasi beserta materi kepada penulis dalam menuntut ilmu, serta adik penulis tersayang MUHAMMAD ILHAM DWI AUFANI, yang juga senantiasa ikhlas mendoakan, yang ikhlas memberikan dukungan kakaknya dalam pengerjaan skripsi ini.

Untuk kakek tercinta, ROJIKI BIBIT yang selalu memberikan doa, memberi nasihat, serta dukungan kepada cucunya agar mendapatkan ilmu yang barokah dan dapat meraih kesuksesan.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur alhamdulillah penulis panjatkan kehadiran Allah SWT, karena berkat limpahan rahmat, hidayah, dan inayah-Nya, skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat beserta salam semoga tetap tercurahkan kepada nabi Muhammad SAW, yang telah membawa manusia dari alam jahiliyah menuju alam yang berilmu seperti sekarang ini.

Skripsi yang berjudul “Estimasi Parameter Model *Vector Autoregressive* Menggunakan Metode *Ordinary Least Square*” ini penulis susun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan program studi strata satu (S-1) di jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam proses penyusunannya tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak yang telah mendorong dan membimbing penulis, baik tenaga, ide-ide, doa, maupun pemikiran. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang selalu membimbing penulis dengan segala ilmu yang dimiliki serta senantiasa memberikan doa, arahan, nasihat, dan motivasi dalam melakukan penelitian kepada penulis.

5. Dr. H. Turmudi, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih karena telah memberikan ilmunya selama masa perkuliahan.
7. Ibu dan Ayah penulis yang selalu memberikan dukungan, motivasi, materi, doa, serta kasih sayang kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Teman-teman Novia Ani Sa'ada, Mifvatul Surya Sova Novita Sari, Dewi Zumrotul Nafisa, dan seluruh teman Matematika-A angkatan 2014, juga teman-teman Aktuaria angkatan 2014 yang telah memberikan dukungan.
9. Anggota boy band SHINee yang selalu memberikan kata-kata motivasi dan semangat kepada penggemar khususnya penulis.
10. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung ikut memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Terakhir penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan hal yang bermanfaat dan menambah wawasan bagi pembaca dan penulis.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, November 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
LEMBAR PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR TABEL.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
DAFTAR SIMBOL.....	xvi
ABSTRAK.....	xviii
ABSTRACT.....	xix
ملخص.....	xx
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Manfaat Penelitian.....	7
1.5 Batasan Masalah.....	8
1.6 Sistematika Penulisan.....	8
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Analisis <i>Time Series</i>	10
2.2 <i>Forecasting</i> dan Estimasi Parameter.....	13
2.2.1 <i>Forecasting</i>	13

2.2.2	Estimasi Parameter	14
2.2.3	Perbedaan <i>Forecasting</i> dan Estimasi Parameter.....	16
2.3	Stasioneritas Data	17
2.3.1	Pengertian Stasioner	17
2.3.2	<i>Differencing</i>	20
2.4	<i>Autocorrelation Function</i>	22
2.5	<i>Partial Autocorrelation Fuction</i>	24
2.6	Analisis Regresi	28
2.6.1	Regresi Linier Sederhana.....	29
2.6.2	Regresi Linier Berganda	29
2.6.3	Regresi <i>Multivariate</i>	30
2.7	Estimasi Parameter Menggunakan Metode OLS	31
2.8	Vektor Matrik	33
2.8.1	<i>Kronecker Product</i>	33
2.8.2	Operator Vektor Matrik	33
2.9	Uji Asumsi Klasik.....	34
2.9.1	Uji Stasioneritas.....	34
2.9.2	<i>White Noise</i>	36
2.10	Model-Model <i>Time Series</i> Stasioner.....	38
2.9.1	Model <i>Autoregressive</i>	38
2.9.2	Model <i>Vector Autoregressive</i>	40
2.11	Penentuan <i>lag</i> VAR	41
2.12	Uji Kausalitas Granger.....	42
2.13	Hasil Penelitian Sebelumnya	43
2.14	Kajian Al-Quran Tentang Estimasi Parameter	45

BAB III METODE PENELITIAN

3.1	Pendekatan Penelitian.....	50
3.2	Jenis dan Sumber Data.....	50
3.2.1	Jenis Data.....	50
3.2.2	Sumber Data	50
3.3	Estimasi Parameter	50
3.4	Analisis Data.....	51

BAB IV PEMBAHASAN

4.1	Estimasi Parameter Model VAR.....	53
4.1.1	Penentuan Model VAR.....	53
4.1.2	Penentuan Fungsi Jumlah Kuadrat <i>Error</i>	58
4.1.3	Penentuan Turunan Pertama	60
4.1.4	Pendugaan Parameter.....	61
4.1.5	Penentuan Turunan Kedua.....	61
4.2	Analisis Data.....	62
4.2.1	Identifikasi Data.....	63
4.2.2	Uji Kestasioneran Data	64
4.2.3	Penentuan <i>Lag</i> Optimal	70

4.2.4 Uji Kausalitas Granger.....	71
4.2.5 Estimasi Parameter	72
4.2.6 Verifikasi Model VAR.....	75
4.3 Kajian Al-Quran Tentang Estimasi.....	76

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan	79
5.2 Saran	80

DAFTAR RUJUKAN.....	81
----------------------------	-----------

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Plot Pola Data Horizontal (Hanke, 2005)	11
Gambar 2.2 Plot Pola Data Musiman (Hanke, 2005)	12
Gambar 2.3 Plot Pola Data <i>Trend</i> (Hanke, 2005).....	12
Gambar 2.4 Plot Pola Data Siklis (Hanke, 2005)	13
Gambar 2.5 Plot Data Stasioner Pada Rata-Rata dan Variansi (Wei, 2006)	18
Gambar 2.6 Plot Data Tidak Stasioner Pada Rata-rata dan Variansi (Wei, 2006)	19
Gambar 2.7 Kolelogram Data Tidak Stasioner (Gujarati,2004).....	35
Gambar 4.1 Plot Data Jenis Cub, <i>Matic</i> , dan <i>Sport</i>	64
Gambar 4.2 <i>Box-Cox Plot</i> Jenis Cub, <i>Matic</i> , dan <i>Sport</i> Transformasi Pertama..	65
Gambar 4.3 <i>Box-Cox Plot</i> Jenis Cub, <i>Matic</i> , dan <i>Sport</i> Transformasi Kedua	66
Gambar 4.4 <i>Box-Cox Plot</i> Jenis Cub, <i>Matic</i> , dan <i>Sport</i> Transformasi Ketiga	67
Gambar 4.5 Plot MACF Jenis Cub, <i>Matic</i> , dan <i>Sport</i>	68
Gambar 4.6 Plot MACF Jenis Cub, <i>Matic</i> , dan <i>Sport</i> Setelah <i>Differencing</i>	68
Gambar 4.7 Plot MPACF Data Jenis Cub, <i>Matic</i> , dan <i>Sport</i>	70
Gambar 4.8 Nilai AIC	70

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Data	63
Tabel 4.2 Uji <i>Unit Root</i> Total Penjualan Motor	69
Tabel 4.3 Uji <i>Unit Root Differencing</i> Pertama.....	69
Tabel 4.4 Uji Kausalitas Granger	71
Tabel 4.6 Uji <i>Portmanteau</i>	75



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data total penjualan motor jenis cub, <i>matic</i> , dan <i>sport</i> pada tahun 2009-2012.....	84
Lampiran 2 Tabel transformasi data total penjualan motor jenis cub, <i>matic</i> , dan <i>sport</i>	86
Lampiran 3 Output software SAS	89
Lampiran 4 Output software E-Views	90



DAFTAR SIMBOL

Simbol	Nama	Ukuran	Keterangan
x		Skalar	Variabel x
Y		Skalar	Variabel y
x_i		Skalar	Data pengamatan x ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$
y_i		Skalar	Data pengamatan y ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$
$\bar{x}$		Skalar	Nilai rata-rata data X
$\bar{y}$		Skalar	Nilai rata-rata data Y
n			Banyaknya data
S_x		Skalar	Nilai simpangan baku x
Cov_{xy}		Skalar	Nilai kovariansi x dan y
ρ	rho	Skalar	Nilai koefisien korelasi
S_x^2		Skalar	Nilai variansi data x
r_{xy}		Skalar	Nilai koefisien korelasi antara variabel x dan y
Y_{t+k}			Variabel Y pada waktu ke- $(t + k)$
γ_k	$gamma-k$	Skalar	Nilai kovariansi γ pada lag ke- k
ρ_k	$rho-k$	Skalar	Nilai koefisien autokorelasi pada lag- k
t			Waktu pengamatan ke- t , $t = 1, 2, \dots, n$
ϕ_{ki}	$phi-ki$		Nilai koefisien autokorelasi parsial ke- i
Y_t		$n \times 1$	Vektor variabel regresi
X		$n \times (n + 1)$	Matriks variabel regresi
B			Operator <i>backward shift</i>
e		$n \times 1$	Vektor <i>error</i>
β	$beta$	$(n+1) \times 1$	Vektor parameter konstanta regresi
Y_{t-d}		$n \times (n + 1)$	Data Y pada waktu $t-d$
z_t		$k \times 1$	Selisih dari nilai variabel Y_t dengan μ
μ	mu	$k \times 1$	Rata-rata dari Y_t
Φ	phi	$k \times k$	Matriks koefisien Vector Autoregressive
Φ_1, Φ_2, Φ_3		$(k + 1) \times k$	Matriks koefisien Vector Autoregressive
φ_3		12×1	Vektor koefisien Vector Autoregressive
A_t		$k \times 1$	Vektor <i>error</i> pada waktu t
A_1, A_2, A_3		$t \times k$	Matriks <i>error</i> pada waktu t

a_3		$3n \times 1$	Vektor <i>error</i> pada waktu t
p			<i>Lag Autoregressive</i>
y_3		$3n \times 1$	Vektor Z pada waktu t
W_1, W_2, W_3		$t \times (k + 1)$	Data Z_k pada waktu $t - 1$
w_3		$3n \times 12$	Data Z_3 pada waktu $t - 1$
Σ	<i>Sigma</i>		Matriks varian kovarian <i>error</i>
SSE_R		Skalar	Nilai jumlah kuadrat <i>error</i> dalam persamaan <i>restricted</i>
SSE_{UR}		Skalar	Nilai jumlah kuadrat <i>error</i> dalam persamaan <i>unrestricted</i>



ABSTRAK

Purwinda, Ita. 2018. **Estimasi Parameter Model Vector Autoregressive Menggunakan Metode Ordinary Least Square**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M. Si. (II) Dr. H. Turmudi, M.Si. Ph. D.

Kata Kunci: *Vector Autoregressive (VAR), Ordinary Least Square (OLS), estimasi*

Model *Vector Autoregressive (VAR)* merupakan model *time series multivariate* yang dapat digunakan untuk meneliti objek dengan dua variabel atau lebih dimana variabel-variabel tersebut saling mempengaruhi. Penelitian ini dilatarbelakangi oleh peristiwa melonjaknya peminat otomotif saat ini dimana dengan kejadian ini akan mempengaruhi total penjualan otomotif per unitnya. Dalam penelitian ini akan mengestimasi parameter model *Vector Autoregressive (VAR)* dan akan mengimplementasikan hasil estimasi tersebut kedalam data total penjualan motor jenis *cub*, *matic*, dan *sport* wilayah Blitar. Model VAR dipilih karena merupakan salah satu analisis *multivariate* untuk data *time series* dan dapat digunakan untuk melihat keterkaitan antar variabel. Metode yang digunakan adalah metode *Ordinary Least Square (OLS)*. Metode OLS merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter dengan cara meminimumkan fungsi jumlah kuadrat *error* suatu model. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa hasil estimasi model VAR dengan 1 *lag* (VAR(1)) adalah sebagai berikut:

$$\hat{\Phi}_{3OLS} = (w_3^T w_3)^{-1} w_3^T y_3$$

Kesimpulan dari penelitian ini adalah formula estimasi dapat digunakan untuk mencari nilai parameter model VAR(1) dari data total penjualan motor jenis *cub*, *matic*, dan *sport* wilayah Blitar dan variabel-variabel model tersebut saling mempengaruhi.

ABSTRACT

Purwinda, Ita. 2018. **Parameter Estimation of Vector Autoregressive Model Using Ordinary Least Square Method**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M. Si. (II) Dr. H. Turmudi, M.Si. Ph. D.

Keywords: Vector Autoregressive (VAR), Ordinary Least Square (OLS), estimation

Vector Autoregressive (VAR) model is a multivariate time series model that can be used to examine objects with two or more variables where they have an correlation each other. This research is motivated by the recent surge in automotive enthusiasts, with this incident affecting the total automotive sales every unit. In this research, the parameters of Vector Autoregressive (VAR) model will be implemented and will implement the estimation results into data on the total sales of the cub, matic, and sport types of Blitar region. The VAR model was chosen because it is one of the multivariate analyzes for time series data and can be used to see the correlation between variables. The method used is the Ordinary Least Square (OLS) method. OLS method is one of the methods used to estimate parameters by minimizing the function of the number of squared errors of a model. The results obtained indicate that the estimated VAR model with 1 lag (VAR (1)) is as follows:

$$\hat{\phi}_{3OLS} = \left(w_3^T w_3 \right)^{-1} w_3^T y_3$$

The conclusion of this research is that the estimation formula can be used to find the parameter value of the VAR(1) model from the data on the total sales of cub, matic, and sport types of Blitar region and the model variables correlation each other.

ملخص

فورويندا، ايتا. ٢٠١٨. تقدير معلمات نموذج المتجه الذاتي *Vector Autoregressive* باستخدام الطريقة العادية الأقل مرب. بحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية في مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشر: (١) عبد العزيز الماجستير. (٢) الدكتور تورمودي الماجستير.

الكلمات المفتاحية: *Vector Autoregressive (VAR)*، *Ordinary Least Square (OLS)* تقدير.

نموذج *Vector Autoregressive (VAR)* هو نموذج سلسلة زمنية متعددة المتغيرات يمكن استخدامه لفحص الكائنات ذات متغيرين أو أكثر حيث يكون بينهما علاقة متبادلة. هذا الدافع وراء هذا البحث هو الارتفاع الأخير في هواة السيارات، حيث أثر هذا الحادث على إجمالي مبيعات السيارات في كل وحدة. في هذا البحث، سيتم تنفيذ معايير نموذج *Vector Autoregressive* وسيتم تنفيذ نتائج التقدير في بيانات حول إجمالي مبيعات الأنواع الشبكية، والأحداث الرياضية، والرياضة في منطقة بليتار. تم اختيار نموذج *VAR* لأنه واحد من التحليلات متعددة المتغيرات لبيانات السلاسل الزمنية ويمكن استخدامه لمعرفة العلاقة بين المتغيرات. الطريقة المستخدمة هي طريقة مربع الأقلية العادية (*OLS*). طريقة *OLS* هي إحدى الطرق المستخدمة لتقدير المعلمات من خلال تقليل دالة عدد أخطاء التربيع في النموذج. تشير النتائج التي تم الحصول عليها إلى أن نموذج *VAR* المقدراً تأخر (*VAR (1)*) هو كما يلي:

$$\hat{\varphi}_{3OLS} = (w_3^T w_3)^{-1} w_3^T y_3$$

اختتام هذا البحث هو أنه يمكن استخدام معادلة التقدير لإيجاد قيمة المعلمة لنموذج *VAR (1)* من البيانات على إجمالي مبيعات الأنواع الشبكية والأحداث الرياضية، والرياضة في منطقة بليتار ومتلازمة نموذج الارتباط بعضها البعض.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika adalah salah satu ilmu yang mendasari ilmu pengetahuan yang lain. Banyak para ahli yang mendefinisikan tentang Matematika. Menurut Ruseffendi (1991), matematika adalah bahasa simbol, ilmu deduktif yang tidak bisa menerima pembuktian secara induktif, ilmu tentang pola keteraturan, ilmu tentang struktur yang terorganisasi. Definisi tentang matematika ini di perkuat oleh Aristoteles dalam Franklin (2009) yang mengartikan bahwa Matematika adalah ilmu tentang kuantitas. Penjelasan dari kedua ahli tersebut dapat dikaitkan bahwa Matematika adalah ilmu yang berhubungan dengan perhitungan, dimana perhitungan berkaitan dengan ilmu kuantitas. Dalam Al-Quran, perhitungan dapat dijelaskan dalam surat Maryam/19:94 yang berbunyi:

لَقَدْ أَحْصَاهُمْ وَعَدَّهُمْ عَدًّا ﴿٩٤﴾

“Sesungguhnya Allah telah menentukan jumlah mereka dan menghitung mereka dengan hitungan yang teliti” (Q.S Maryam/19:94).

Dari ayat Al-Quran tersebut dijelaskan bahwa Matematika sangat penting dan besar manfaatnya bagi ilmu pengetahuan lainnya terutama dalam hal perhitungan. Perhitungan disini bersifat pasti, teliti, dan jelas diketahui, seperti halnya perhitungan *massa*, *volume*, perkiraan atau pendugaan, dan lain-lain. Namun, dalam penelitian ini digunakan perhitungan yang berhubungan dengan pendugaan yang dikaitkan dengan peramalan atau *forecasting*.

Berkembangnya zaman saat ini banyak banyak penelitian yang membutuhkan peramalan. Berbagai bidang pengetahuan baik ekonomi perdagangan, kesehatan maupun riset selalu membutuhkan peramalan. Peramalan adalah proses atau cara untuk memperkirakan cara sistematis tentang apa yang paling mungkin terjadi di masa sekarang dan masa depan agar kesalahan dapat diperkecil. Dalam bidang Matematika dan statistik, peramalan bisa digunakan untuk meramalkan data runtun waktu. Data runtun waktu (*time series*) adalah jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu suatu rentang tertentu (Fikriah, dkk, 2017). Dalam ekonometrika terdapat dua model *time series* yaitu model *time series* univariat diantaranya *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Moving Average* (ARMA), *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), *Seasonal ARIMA* (SARIMA), dan lain-lain, sedangkan model *time series* yang kedua yaitu model *time series* multivariat diantaranya *Vector Autoregressive* (VAR), *Vector Moving Average* (VMA), *Vector Autoregressive Moving Average* (VARMA), dan lain-lain.

VAR (*Vector Autoregressive*) adalah model runtun waktu (*time series*) ekonometrika yang dapat digunakan untuk menjelaskan perubahan data (Fikriah, dkk, 2017). Hayati dan Brodjol (2016) mengatakan bahwa model VAR merupakan model yang digunakan untuk meramalkan data dua variabel atau lebih yang memiliki hubungan timbal balik. Model VAR merupakan gabungan dari beberapa model AR dimana model-model ini membentuk sebuah vektor yang antara variabel-variabelnya saling mempengaruhi (Maruddani & Diah, 2008). Model VAR merupakan suatu sistem persamaan yang memperhatikan setiap peubah sebagai fungsi linier dari konstanta dan nilai *lag* dari peubah lain yang ada

dalam sistem yang mengansumsikan bahwa semua variabel yang terdapat dalam model bersifat endogen (Alhayat & Aziz, 2016). Dari beberapa pemaparan tersebut dapat disimpulkan bahwa VAR merupakan model data *time series* yang meramalkan dua variabel atau lebih yang membentuk sebuah vektor dan variabel-variabelnya saling mempengaruhi.

Aziz (2010) menyatakan bahwa ekonometrika adalah suatu ilmu yang memanfaatkan matematika dan teori statistik dalam mencari nilai parameter daripada hubungan ekonomi sebagaimana didalilkan dalam teori ekonomi. Matematika dan teori statistik hanya merupakan alat bantu dalam melakukan analisis ekonometrika yang pada hakekatnya analisis ekonomi. Dalam ilmu ekonometrika terdapat beberapa metode untuk mencari estimasi nilai-nilai parameter diantaranya yaitu metode *Maximum Likelihood* dan metode *Ordinary Least Square* (OLS).

Kurniawan dan Bowo (2016) menyatakan bahwa metode kuadrat terkecil, yang lebih dikenal dengan *least square method*, adalah salah satu metode pendekatan yang paling penting untuk regresi ataupun pembentukan persamaan dari titik-titik data diskritnya dan analisis sesatan pengukuran (dalam validasi model). Metode kuadrat terkecil merupakan metode yang digunakan untuk mengestimasi nilai rata-rata dari variabel random dengan cara meminimumkan fungsi jumlah kuadrat *error* (Aziz, 2010). Dari kedua pemaparan tersebut dapat diartikan bahwa metode OLS merupakan metode yang digunakan dalam mengestimasi nilai-nilai parameter model dengan cara meminimumkan fungsi jumlah kuadrat *error* tanpa mengasumsikan data tersebut berdistribusi normal atau tidak.

Estimasi adalah menaksir ciri-ciri tertentu dari populasi atau memperkirakan nilai populasi (parameter) dengan memakai nilai sampel (statistik) (Aritonang, 2005). Estimasi (penaksiran) parameter dalam sampel data dapat digunakan untuk menentukan inferensi tentang β dan σ^2 dimana β adalah rata-rata suatu sampel data dan σ^2 adalah variansi data. Inferensi-inferensi tersebut mungkin mengambil titik khusus (*point estimates*) atau menentukan *range* nilai-nilai parameter (*interval estimates*) (Aziz, 2010). Estimasi juga dijelaskan dalam surat Al-Jaatsiyah/45:24, yang berbunyi:

وَقَالُوا مَا هِيَ إِلَّا حَيَاتُنَا الدُّنْيَا نَمُوتُ وَنَحْيَا وَمَا يُهْلِكُنَا إِلَّا
الدَّهْرُ وَمَا لَهُم بِذَلِكَ مِنْ عِلْمٍ إِنْ هُمْ إِلَّا يَظُنُّونَ ﴿٢٤﴾

“Dan mereka berkata: "Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita mati dan kita hidup dan tidak ada yang akan membinasakan kita selain masa", dan mereka sekali-kali tidak mempunyai pengetahuan tentang itu, mereka tidak lain hanyalah menduga-duga saja”(Q.S Al-Jaatsiyah/45:24).

Estimasi juga dapat dikatakan sebagai pendugaan. Ayat Al-Quran tersebut dijelaskan bahwa terdapat hari yang sudah ditentukan oleh Allah atas kematian manusia diantara hari-hari yang lain, namun manusia tidak mengetahui hari yang telah ditentukan tersebut. Seperti halnya estimasi, manusia tidak bisa memastikan suatu kebenaran dengan tepat. Banyak tersedia pilihan-pilihan yang ada di dalam ilmu pengetahuan yang bisa digunakan sebagai alternatif pemecahan suatu masalah sehingga manusia hanya bisa menduga suatu solusi tersebut dengan melalui berbagai pertimbangan. Penelitian ini sangat membutuhkan estimasi

karena digunakan untuk menduga suatu peristiwa yang akan datang dengan mempertimbangkan peristiwa yang sudah terjadi.

Merujuk pada penelitian sebelumnya, estimasi model VAR dengan menggunakan metode OLS telah diterapkan oleh Desvina dan Maryam (2016) yang berjudul “Pemodelan Pencemaran Udara Menggunakan Metode *Vector Autoregressive* (VAR) di Provinsi Riau”. Dari penelitian yang telah dilakukan diperoleh bahwa unsur curah hujan, radiasi matahari, suhu udara, dan *hotspot* memiliki hubungan yang searah terhadap PM10. Penelitian kedua tentang estimasi model VAR dengan menggunakan metode OLS dilakukan oleh Alhayat dan Azis (2016) yang mengkaji tentang “Proyeksi Ekspor dan Impor Indonesia: Suatu Pendekatan *Vector Autoregressive*” dengan hasil penelitian menunjukkan bahwa dimasa datang pertumbuhan ekspor Indonesia masih dipengaruhi oleh produk domestik bruto negara-negara mitra utama sedangkan impor lebih dipengaruhi oleh beberapa faktor ekonomi domestik. Penelitian ketiga tentang estimasi model VAR dengan menggunakan metode OLS dilakukan oleh Ni'mah dan Safa'at (2017) yang mengkaji tentang “Peramalan Laju Inflasi dan Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dolar Amerika dengan Menggunakan Model *Vector Autoregressive* (VAR) dan *Vector Error Correction Model* (VECM)” yang menyimpulkan bahwa inflasi dan kurs dolar secara sistematis tidak memiliki hubungan yang saling mempengaruhi, model VECM yang digunakan memiliki stabilitas kurang dari satu sehingga model dapat disimpulkan stabil dan respon dari masing-masing variabel terhadap guncangan yang berasal dari dirinya sendiri cukup signifikan.

Dari pemaparan berbagai definisi dan masalah diatas, terdapat bagian yang belum dijelaskan yaitu bagaimana proses dan hasil estimasi variabel model VAR menggunakan metode OLS, oleh karena itu dalam penelitian ini peneliti menggunakan metode OLS untuk mengestimasi parameter model *Vector Autoregressive* sehingga peneliti memilih judul penelitian “Estimasi Parameter Model *Vector Autoregressive* Menggunakan Metode *Ordinary Least Square*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka dapat dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana estimasi parameter model *Vector Autoregressive* dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square*?
2. Bagaimana implementasi model *Vector Autoregressive* dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square*?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah diatas maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengestimasi parameter model *Vector Autoregressive* dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square*.
2. Mengimplementasikan model *Vector Autoregressive* dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square*.

1.4 Manfaat Penelitian

Dari tujuan penelitian diatas maka manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Penulis

- a. Sebagai tambahan wawasan dan pengetahuan mengenai estimasi parameter model *Vector Autoregressive* dengan metode OLS.
- b. Sebagai tambahan pengetahuan mengenai hasil estimasi yang baik untuk model *Vector Autoregressive* dengan metode OLS.
- c. Sebagai pengembangan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari dalam bidang statistika khususnya mengenai *time series* dalam bidang *forecasting*.

2. Bagi Pembaca

- a. Sebagai salah satu pengetahuan penerapan matematika dalam bidang statistika.
- b. Sebagai tambahan bahan rujukan dan pengembangan pembelajaran ilmu statistik tentang estimasi parameter pada model *Vector Autoregressive*.
- c. Dapat digunakan sebagai inspirasi dan bahan referensi dalam penelitian selanjutnya pada bidang yang sama.

3. Bagi Instansi

- a. Penelitian ini dapat mengembangkan pemikiran keilmuan matematika.
- b. Membandingkan penelitian yang sudah ada dengan model lain.
- c. Menerapkan dan mengaktualisasi ilmu matematika khususnya pada mata kuliah pilihan *time series*.

1.5 Batasan Masalah

Agar mendapatkan hasil yang signifikan maka dilakukan pembatasan masalah yaitu estimasi parameter model *Vector Autoregressive* menggunakan metode OLS dan model *Vector Autoregressive* yang digunakan adalah model VAR(1) dengan tiga variabel.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam skripsi ini terdiri dari lima bab, masing-masing dibagi kedalam subbab yaitu sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan tersusun atas latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini dibahas mengenai teori-teori yang digunakan sebagai acuan didalam pembahasan masalah yang diambil dari berbagai literatur seperti buku, jurnal, internet, dan lain-lain.

Bab III Metode Penelitian

Pada bab ini tersusun atas langkah-langkah penyelesaian penelitian yang berkaitan dengan estimasi parameter dan pengaplikasian model *Vector Autoregressive*.

Bab IV Pembahasan

Pada bab ini penulis menjelaskan cara mengestimasi parameter model *Vector Autoregressive* dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square*,

implementasi metode *Ordinary Least Square* dan kajian agama Islam mengenai model *Vector Autoregressive*.

Bab V Penutup

Pada bab ini diuraikan tentang hasil pokok dan kesimpulan untuk menjawab rumusan masalah dan berisi tentang saran untuk pembaca dan peneliti selanjutnya.



BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Analisis *Time Series*

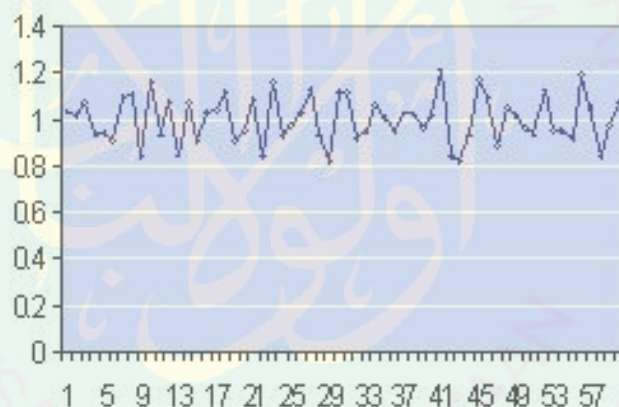
Banyak peristiwa yang terjadi saat ini merupakan akibat peristiwa sebelumnya atau dapat dikatakan kejadian saat ini dapat terjadi karena ada keterkaitan dengan kejadian dimasa lampau. Dengan adanya kejadian ini maka diperlukan serangkaian pengamatan yang mencatat dengan teliti menurut urutan terjadinya dan kemudian disusun sebagai data statistik. Data statistik ini biasanya dinamakan data runtun waktu atau *time series*. Data runtun waktu (*time series*) adalah jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu suatu rentang tertentu (Fikriah, dkk, 2017).

Analisis deret waktu (*time series*) adalah serangkaian pengamatan terhadap suatu variabel yang diambil dari waktu ke waktu dan dicatat secara berurutan menurut urutan waktu kejadian dengan interval waktu yang tetap. Ciri-ciri observasi mengikuti *time series* adalah interval waktu antar indeks waktu t dapat dinyatakan dalam satuan waktu yang sama (identik). Adanya ketergantungan waktu antara pengamatan Y_t dengan Y_{t-k} yang dipisahkan oleh jarak waktu k kali (*lag k*). Salah satu tujuan yang paling penting dalam *time series* yaitu memperkirakan nilai masa depan. Bahkan tujuan akhir dari pemodelan *time series* adalah untuk mengontrol sistem operasi biasanya didasakan dengan peramalan. Istilah peramalan sering digunakan dalam literatur *time series* daripada prediksi jangka panjang (Wei, 2006).

Menurut Makridaris, dkk (1999) analisis data *time series* adalah analisis yang menerangkan dan mengukur berbagai perubahan atau perkembangan data selama satu periode. Analisis *time series* dilakukan untuk memperoleh pola data dengan menggunakan data masa lalu yang akan digunakan untuk meramalkan suatu nilai pada masa yang akan datang. Pada *time series* terdapat empat macam pola data, yaitu (Hanke, 2005):

1. Pola data horozontal

Pola data horizontal terjadi saat data observasi berfluktuasi disekitar suatu nilai konstan atau rata-rata yang membentuk garis horizontal. Data ini disebut juga dengan data stasioner. Metode yang termasuk dalam pola data ini adalah metode *single exponential smoothing*.



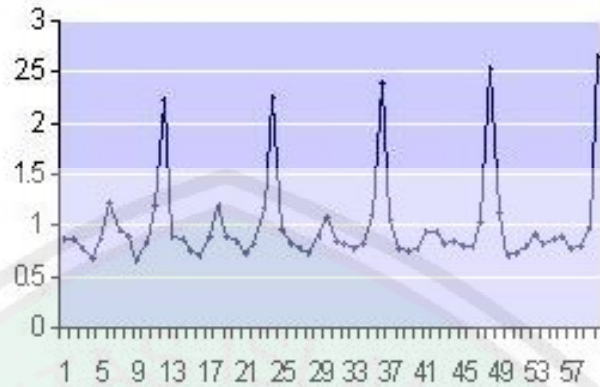
Gambar 2.1 Plot Pola Data Horizontal (Hanke, 2005)

Jika plot tersebut dibagi menjadi beberapa bagian, maka polanya akan terlihat seperti berulang atau hampir sama. Dengan kata lain setiap periodenya bisa sama.

2. Pola data musiman

Pola data musiman terjadi jika suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman. Pola data musiman dapat mempunyai pola musim yang berulang dari periode ke periode berikutnya. Misalnya pola yang berulang setiap bulan tertentu,

tahun tertentu atau pada minggu tertentu. Metode yang termasuk dalam pola data ini adalah metode *winter*.

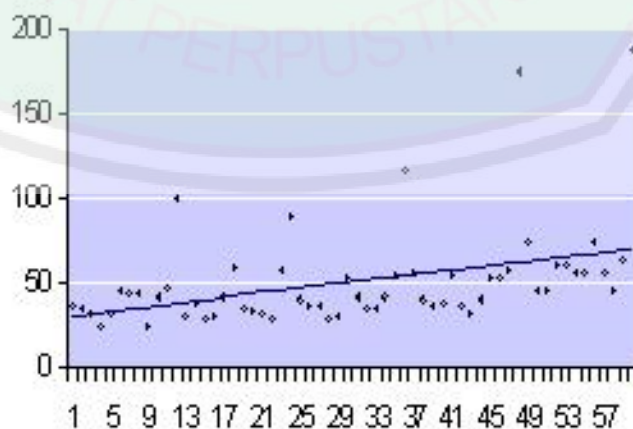


Gambar 2.2 Plot Pola Data Musiman (Hanke, 2005)

Pola tersebut membentuk gelombang, namun dibuat pola. Pola ini identik hampir sama dengan pola data horizontal, hanya saja untuk setiap periode pada pola ini terdapat nilai maksimum dan minimum.

3. Pola data *trend*

Pola data *trend* terjadi jika data pengamatan mengalami kenaikan atau penurunan selama periode jangka panjang. Suatu data pengamatan yang mempunyai *trend* disebut data non stasioner. Metode yang termasuk dalam pola data ini adalah metode regresi linier.

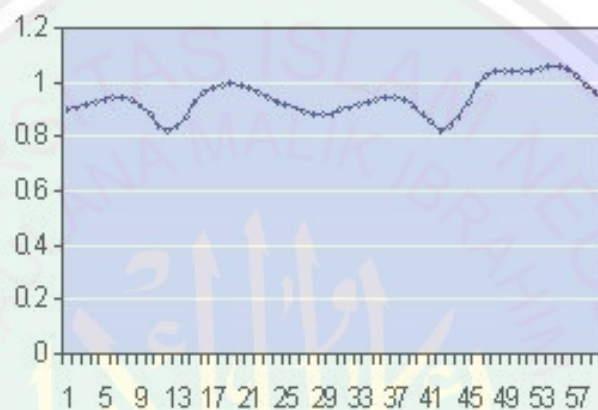


Gambar 2.3 Plot Pola Data *Trend* (Hanke, 2005)

Jika plot tersebut dibagi menjadi beberapa bagian, maka setiap periode akan berubah dan beberapa fungsi linier yang menaik atau menurun. Pola ini memiliki rata-rata yang berubah.

4. Pola data siklis

Pola data siklis terjadi jika datanya dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis.



Gambar 2.4 Plot Pola Data Siklis (Hanke, 2005)

Pola ini sama dengan pola data horizontal dan musiman karena sama-sama berbentuk gelombang, namun plot data siklis ini tidak bisa dibuat pola.

2.2 *Forecasting* dan Estimasi Parameter

2.2.1 *Forecasting*

Forecasting merupakan perkiraan mengenai terjadinya suatu kejadian atau peristiwa di waktu yang akan datang. *Forecasting* bisa bersifat kuantitatif dan kualitatif (Supranto, 2000). Menurut Makridakis, dkk (1995) pada *forecasting* juga terdapat beberapa metode yang dapat dikelompokkan menjadi metode kuantitatif dan kualitatif yaitu:

1. *Forecasting* kuantitatif

Forecasting yang didasarkan atas data kuantitatif masa lalu yang diperoleh dari pengamatan nilai-nilai sebelumnya. Hasil *forecasting* yang dibuat tergantung pada metode yang digunakan, menggunakan metode yang berbeda akan diperoleh hasil *forecasting* yang berbeda.

2. *Forecasting* kualitatif

Hasil *forecasting* kualitatif didasarkan pada pengamatan kejadian-kejadian di masa sebelumnya digabung dengan pemikiran dari penyusunnya.

Forecasting dapat dibedakan atas beberapa segi tergantung dari cara pendekatannya. Santoso (2009) juga berpendapat bahwa jenis-jenis *forecasting*, antara lain:

1. *Forecasting* jangka pendek, yaitu *forecasting* yang jangka waktunya mulai dari satu hari sampai satu musim.
2. *Forecasting* jangka menengah, yaitu *forecasting* yang jangka waktunya mulai dari satu musim sampai dua tahun.
3. *Forecasting* jangka panjang, yaitu *forecasting* yang jangka waktunya lebih dari dua tahun.

2.2.2 Estimasi Parameter

Bagi peneliti, untuk mengetahui karakteristik populasi sangatlah sulit diketahui secara pasti karena banyaknya keterbatasan pemikiran dan tenaga peneliti. Dengan adanya masalah ini maka peneliti dapat menggunakan teknik statistik untuk menyimpulkan karakteristik populasi. Cara pengambilan kesimpulan ini sering dinamakan sebagai pendugaan atau estimasi nilai parameter populasi tersebut. Estimasi adalah menaksir ciri-ciri tertentu dari populasi atau

memperkirakan nilai populasi (parameter) dengan memakai nilai sampel (statistik) (Aritonang, 2005). Estimasi (penaksiran) parameter dalam sampel data dapat digunakan untuk menentukan inferensi tentang β dan σ^2 dimana β adalah rata-rata suatu sampel data dan σ^2 adalah variansi data. Inferensi-inferensi tersebut mungkin mengambil titik khusus (*point estimates*) atau menentukan *range* nilai-nilai parameter (*interval estimates*) (Aziz, 2010).

Estimasi titik (*point estimation*) adalah pendugaan dengan menyebut satu nilai atau bentuk nilai parameter. Estimasi titik memiliki kelemahan dimana peneliti tidak dapat mengetahui secara pasti kebenaran suatu pendugaan karena peneliti tidak mengetahui nilai estimator sesungguhnya telah mendekati parameter populasi atau tidak. Estimasi interval (*interval estimation*) merupakan pendugaan interval dengan menyebut daerah pembatasan dimana peneliti menentukan batas maksimum dan batas minimum suatu estimator (Aritonang, 2005).

Adapun menurut Spiegel, dkk (2004) sifat-sifat estimator yang baik diantaranya adalah:

1. Sifat tak bias (*unbiased*), merupakan sifat baik dari estimator yang diperoleh melalui pendekatan klasik, dalam pembahasan pemilihan estimator terbaik salah satunya harus memenuhi sifat tak bias. Suatu statistik disebut estimator tak bias dari suatu parameter populasi jika *mean* atau ekspektasi dari statistik tersebut sama dengan parameter yang ditaksir. Sehingga untuk suatu statistik $\hat{\theta}$ dikatakan penaksir tak bias parameter θ jika:

$$\mu_{\hat{\theta}} = E(\hat{\theta}) = \theta \quad (2.1)$$

2. Efisien, jika distribusi sampling dari dua statistik memiliki *mean* yang sama, statistik dengan variansi yang lebih kecil disebut estimator yang lebih efisien

dari *mean*. Maka nilai statistik efisiennya disebut sebagai estimasi efisien (*efficient estimate*).

3. Konsisten, suatu estimator dapat dikatakan konsisten bila memenuhi syarat berikut (Hasan, 2005):

- a. Jika ukuran sampel semakin bertambah maka estimator akan mendekati parameternya. Jika besarnya sampel menjadi tak terhingga maka estimator konsisten harus dapat memberi suatu estimator titik yang sempurna terhadap parameternya. Jadi $(\hat{\theta})$ merupakan estimator yang konsisten jika dan hanya jika:

$$E \left(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}) \right)^2 \rightarrow 0 \text{ jika } n \rightarrow \infty$$

- b. Jika ukuran sampel bertambah besar maka distribusi sampling penduga akan mengecil menjadi suatu garis tegak lurus diatas parameter yang sama dengan probabilitas sama dengan 1.

2.2.3 Perbedaan *Forecasting* dan Estimasi Parameter

Makridakis, dkk (1995) menyatakan bahan peramalan yang digunakan untuk memprediksikan sesuatu yang akan terjadi di masa yang akan datang. Peramalan menggunakan waktu sebagai rujukan dengan anggapan bahwa waktu-waktu tersebut saling berkorelasi. Selain itu, peramalan membutuhkan data historis di masa lampau yang diasumsikan pola tersebut akan berulang.

Menurut Hasan (1999) estimasi atau penaksiran digunakan dalam memperkirakan sesuatu yang terjadi saat ini sehingga tidak digunakan untuk memperkirakan kejadian di masa yang akan datang. Penaksiran tidak ada hubungannya dengan waktu di masa lalu.

2.3 Stasioneritas Data

2.3.1 Pengertian Stasioner

Proses stokastik $\{X_t : t \in T\}$ adalah suatu kumpulan variabel acak berindeks (X_t) dengan suatu himpunan T , yang anggota-anggotanya biasanya berkoresponden terhadap nilai waktu (Paris, 2011). Pada umumnya *time series* dapat dapat diklarifikasi menjadi dua, yaitu stasioner dan non-stasioner.

Stasioneritas data berarti tidak terdapat perubahan yang drastis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut (Makridakis, 1999). Bentuk visual dari plot data *time series* sering kali cukup meyakinkan para penaksir bahwa data tersebut stasioner atau nonstasioner. Menurut Wei (2006), stasioneritas dibagi menjadi dua, yaitu:

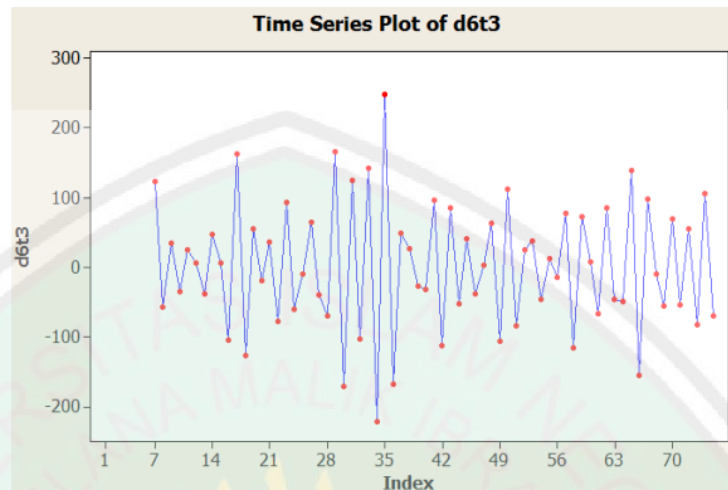
1. Stasioneritas dalam *mean* (rata-rata)

Stasioner dalam *mean* adalah fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Dari bentuk data plot seringkali dapat diketahui bahwa data tersebut stasioner atau tidak stasioner. Apabila dilihat dari plot ACF, maka nilai-nilai autokorelasi dari data stasioner akan turun menuju nol sesudah *time lag* (selisih waktu) kedua atau ketiga.

2. Stasioneritas dalam variansi

Suatu data *time series* dikatakan stasioner dalam variansi apabila struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan plot *time series*, yaitu dengan melihat fluktuasi data dari

waktu ke waktu. Untuk menstasionerkan data nonstasioner dalam rata-rata dapat dilakukan proses *differencing* (pembedaan). Adapun plot data yang stasioner pada rata-rata dan variansi adalah sebagai berikut:



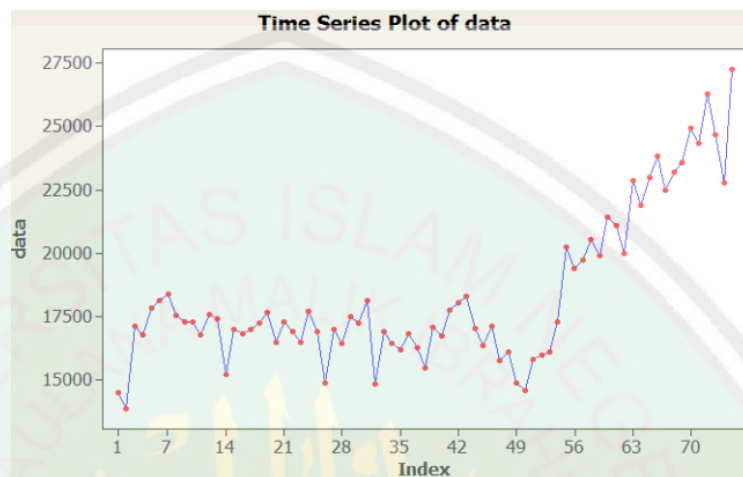
Gambar 2.5 Plot Data Stasioner Pada Rata-Rata dan Variansi (Wei, 2006)

Plot data pada gambar (2.5) dikatakan stasioner terhadap rata-rata. Jika mengambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-7 sampai data ke-35 akan diperoleh nilai rata-rata yaitu 0. Sedangkan jika mengambil sejumlah data misalkan dari data ke-36 sampai dengan data ke-70 akan diperoleh nilai rata-rata yaitu 0. Karena dari sebarang pengambilan sampel data diperoleh nilai rata-rata yang konstan maka sesuai dengan definisi stasioneritas dalam rata-rata maka plot data pada gambar (2.5) dikatakan stasioner dalam rata-rata.

Plot data pada gambar (2.5) juga dikatakan stasioner terhadap variansi. Jika mengambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-7 sampai data ke-35 nilai fluktuasi atau selisih antara nilai terbesar dan terkecil yaitu sekitar $180 - (-210) = 390$. Sedangkan jika diambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-36 sampai data ke-70, nilai fluktuasi atau

selisih antara nilai terbesar dan terkecil yaitu sekitar $250 - (-140) = 390$.

Karena dari sebarang pengambilan sampel data diperoleh nilai variansi yang konstan, sesuai dengan definisi stasioneritas dalam variansi maka plot data pada gambar (2.5).



Gambar 2.6 Plot Data Tidak Stasioner Pada Rata-rata dan Variansi (Wei, 2006)

Plot data pada gambar (2.6) dikatakan tidak stasioner terhadap rata-rata karena jika diambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-1 sampai data ke-49 akan diperoleh nilai rata-rata kurang lebih 16500. Sedangkan jika diambil sejumlah data misalkan dari data ke-50 sampai dengan data ke-70 akan diperoleh nilai rata-rata kurang lebih 22000. Karena dari sebarang pengambilan sampel data diperoleh nilai rata-rata yang tidak konstan maka sesuai dengan definisi stasioneritas dalam rata-rata maka plot data pada gambar (2.6) dikatakan tidak stasioner dalam rata-rata.

Plot data pada gambar (2.6) juga dikatakan tidak stasioner terhadap variansi. Jika diambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-1 sampai data ke-49 nilai fluktuasi atau selisih antara nilai terbesar dan terkecil yaitu sekitar $19000 - 13000 = 6000$. Sedangkan jika diambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-50 sampai data ke-70 nilai

fluktuasi atau selisih antara nilai terbesar dan terkecil yaitu sekitar 26000-16000 = 10000. Karena dari sebarang pengambilan sampel data diperoleh nilai variansi yang tidak konstan, sesuai dengan definisi stasioneritas dalam variansi maka plot data pada gambar (2.6) dikatakan tidak stasioner dalam variansi.

2.3.2 Differencing

Data *time series* dikatakan stasioner jika rata-rata dan variansinya konstan, tidak ada unsur *trend* dalam data, dan tidak ada unsur musiman. Apabila data tidak stasioner, maka perlu dilakukan modifikasi untuk menghasilkan data yang stasioner. Salah satu cara yang umum dipakai adalah metode perbedaan (*differencing*) (Wei, 2006).

Menurut Makridakis, dkk (1999) notasi yang sangat bermanfaat dalam metode perbedaan (*differencing*) adalah operator langkah mundur (*backward shift*), sebagai berikut:

$$BY_t = Y_{t-1} \quad (2.2)$$

dengan:

Y_t : variabel Y pada waktu ke- t

Y_{t-1} : variabel Y pada waktu ke- $(t-1)$

B : *backward shift operator* (operator langkah mundur)

Notasi B yang dipasang pada Y_t mempunyai pengaruh menggeser data satu periode ke belakang. Misalkan apabila suatu *time series* tidak stasioner, maka data tersebut dapat dibuat lebih mendekati stasioner dengan melakukan perbedaan (*differencing*) pertama.

Rumus untuk *differencing* orde pertama yaitu (Makridakis, 1999):

$$Y_t' = Y_t - Y_{t-1} \quad (2.3)$$

dengan:

Y_t' : variabel Y pada waktu ke- t setelah *differencing*

Y_t : variabel Y pada waktu ke- t

Y_{t-1} : variabel Y pada waktu ke- $(t-1)$

Menggunakan operator langkah mundur, persamaan (2.3) dapat ditulis kembali menjadi:

$$Y_t' = Y_t - BY_t \quad (2.4)$$

atau

$$Y_t' = (1 - B)Y_t \quad (2.5)$$

sehingga pembedaan (*differencing*) pertama dinotasikan oleh $(1 - B)$.

Selanjutnya untuk *differencing* orde kedua yang merupakan *differencing* pertama dari *differencing* pertama yang sebelumnya. Jika *differencing* orde kedua dihitung, maka:

$$\begin{aligned} Y_t'' &= Y_t' - Y_{t-1}' \\ &= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\ &= Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \\ &= (1 - 2B + B^2)Y_t \\ &= (1 - B)^2 Y_t \end{aligned}$$

differencing orde kedua pada persamaan di atas dinotasikan oleh $(1 - B)^2$.

Selanjutnya untuk *differencing* orde ketiga yang merupakan *differencing* kedua dari *differencing* kedua sebelumnya. Jika *differencing* orde ketiga dihitung, maka:

$$\begin{aligned}
 Y_t''' &= Y_t' - Y_{t-1}' - Y_{t-2}' \\
 &= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - (Y_{t-2} - Y_{t-3}) \\
 &= Y_t - Y_{t-1} - 2Y_{t-1} + 2Y_{t-2} + Y_{t-2} - Y_{t-3} \\
 &= (1 - 3B + 3B^2 - B^3)Y_t \\
 &= (1 - B)^3 Y_t
 \end{aligned}$$

differencing orde ketiga pada persamaan di atas dinotasikan oleh $(1 - B)^3$.

Selanjutnya untuk *differencing* orde keempat yang merupakan *differencing* ketiga dari *differencing* ketiga sebelumnya. Jika *differencing* orde keempat dihitung, maka:

$$\begin{aligned}
 Y_t'''' &= Y_t' - Y_{t-1}' - Y_{t-2}' - Y_{t-3}' \\
 &= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - (Y_{t-2} - Y_{t-3}) - (Y_{t-3} - Y_{t-4}) \\
 &= Y_t - Y_{t-1} - 3Y_{t-1} + 3Y_{t-2} + 3Y_{t-2} - 3Y_{t-3} - Y_{t-3} + Y_{t-4} \\
 &= (1 - 4B + 6B^2 - 4B^3 + B^4)Y_t \\
 &= (1 - B)^4 Y_t
 \end{aligned}$$

differencing orde keempat pada persamaan di atas dinotasikan oleh $(1 - B)^4$

Secara umum jika terdapat *differencing* orde ke- d untuk mencapai stasioneritas, dapat dinotasikan dengan (Makridakis, 2006):

$$(1 - \phi_1 B + \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 + \dots - B^d) = (1 - B)^d \quad (2.6)$$

2.4 Autocorrelation Function

Autokorelasi merupakan korelasi atau hubungan antar data pada pengamatan data *time series*. Korelasi menunjukkan hubungan antara dua atau

lebih variabel-variabel yang berbeda, maka autokorelasi menunjukkan hubungan antara nilai-nilai dari variabel yang sama (Sumodiningrat, 1994).

Makridakis (1999) menyatakan rata-rata dan variansi dari suatu data deret berkala mungkin tidak bermanfaat apabila deret tersebut tidak stasioner, akan tetapi nilai minimum dan maksimum dapat digunakan untuk tujuan *plotting*. Bagaimanapun kunci statistik dalam analisis *time series* adalah koefisien autokorelasi (atau korelasi deret berkala dengan deret berkala itu sendiri dengan selisih waktu (*lag*) 0, 1, 2 periode atau lebih).

Koefisien autokorelasi antara Y_t dan Y_{t+k} yang dapat dinyatakan sebagai berikut (Makridakis, 1999):

$$r_{Y_t Y_{t+1}} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_t - \bar{Y}_t)(Y_{t+1} - \bar{Y}_{t+1})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_t - \bar{Y}_t)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_{t+1} - \bar{Y}_{t+1})^2}} \quad (2.7)$$

Data Y_t diasumsikan stasioner rata-rata dan variansinya. Jadi, kedua rata-rata Y_t dan Y_{t+1} dapat diasumsikan bernilai sama (dan kita dapat membuang subskrip dengan menggunakan $Y = Y_t = Y_{t+k}$) dan dua nilai variansi dapat diukur satu kali saja dengan menggunakan seluruh data Y_t yang diketahui. Dengan menggunakan asumsi-asumsi penyederhana ini, maka persamaan (2.7) menjadi:

$$r_{Y_t Y_{t+1}} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+1} - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (2.8)$$

Pada deret berkala, γ_k merupakan fungsi autokovariansi dan ρ_k merupakan fungsi autokorelasi (ACF) karena menunjukkan nilai keeratan antara Y_t

dan Y_{t+k} dari proses yang sama namun dengan selang waktu yang berbeda (Wei, 2006). Jika korelasi digunakan untuk mengetahui kekuatan hubungan antara dua variabel yang berbeda maka kovariansi digunakan untuk menunjukkan seberapa besar perubahan antara dua variabel secara bersama-sama. Sedangkan autokovariansi digunakan untuk menunjukkan seberapa besar perubahan antara dua variabel yang sama secara bersama-sama dalam rentang waktu yang berbeda.

Box dan Jenkins (2008) mengatakan bahwa autokovariansi antara Y_t dan Y_{t+k} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \gamma_k &= \text{Cov}(Y_t, Y_{t+k}) \\
 &= E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] \\
 &= E[Y_t Y_{t+k} - Y_t \mu - \mu Y_{t+k} + \mu \mu] \\
 &= E[Y_t Y_{t+k}] - E[Y_t \mu] - E[\mu Y_{t+k}] + E[\mu \mu] \\
 &= E[Y_t Y_{t+k}] - \mu E[Y_t] - \mu E[Y_{t+k}] + \mu \mu \\
 &= E[Y_t Y_{t+k}] - \mu \mu - \mu \mu + \mu \mu \\
 &= E[Y_t Y_{t+k}] - \mu \mu \\
 &= E[Y_t Y_{t+k}] - E[Y_t] E[Y_{t+k}]
 \end{aligned}$$

2.5 Partial Autocorrelation Fuction

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur tingkat keeratan (*association*) antara Y_t dan Y_{t+1} , apabila pengaruh dari *time lag* 1, 2, 3, ... dan seterusnya sampai $k - 1$ dianggap terpisah (Makridakis, 1999). Ada beberapa prosedur untuk menentukan bentuk PACF (*partial Autocorrelation Function*) yang salah satunya akan dijelaskan sebagai berikut.

Autokorelasi parsial dapat diturunkan sebagai berikut, dengan variabel *dependent* Y_{t+k} dari proses stasioner rata-rata nol yang diregresikan dengan sejumlah k variabel $Y_{t+k-1}, Y_{t+k-2}, \dots, Y_t$, maka (Wei, 2006):

$$Y_{t+k} = \phi_{k1}Y_{t+k-1} + \phi_{k2}Y_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk}Y_{t+k-k} + a_{t+k} \quad (2.9)$$

dengan ϕ_{ki} merupakan parameter regresi dan a_{t+k} adalah nilai *error* dengan rata-rata 0, dan tidak berkorelasi dengan Y_{t+k-j} untuk $j=1,2,\dots,k$, langkah pertama yang dilakukan adalah mengalikan persamaan (2.9) dengan Y_{t+k-j} pada kedua ruas sehingga diperoleh:

$$Y_{t+k}Y_{t+k-j} = \phi_{k1}Y_{t+k-1}Y_{t+k-j} + \phi_{k2}Y_{t+k-2}Y_{t+k-j} + \dots + \phi_{kk}Y_{t+k-k}Y_{t+k-j} + a_{t+k}Y_{t+k-j} \quad (2.10)$$

Selanjutnya nilai ekspektasi dari persamaan (2.10) adalah:

$$E[Y_{t+k}Y_{t+k-j}] = \phi_{k1}E[Y_{t+k-1}Y_{t+k-j}] + \phi_{k2}E[Y_{t+k-2}Y_{t+k-j}] + \dots + \phi_{kk}E[Y_{t+k-k}Y_{t+k-j}] + E[a_{t+k}Y_{t+k-j}] \quad (2.11)$$

dimisalkan nilai $E[Y_{t+k}Y_{t+k-j}] = \gamma_j$, maka diperoleh:

$$\gamma_j = \phi_{k1}\gamma_{j-1} + \phi_{k2}\gamma_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\gamma_{j-k} \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) dibagi dengan $E[Y_{t+k}] = \gamma_0$ sehingga menjadi:

$$\frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \phi_{k1}\frac{\gamma_{j-1}}{\gamma_0} + \phi_{k2}\frac{\gamma_{j-2}}{\gamma_0} + \dots + \phi_{kk}\frac{\gamma_{j-k}}{\gamma_0} \quad (2.13)$$

atau dapat disederhanakan menjadi bentuk:

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k} \quad (2.14)$$

untuk $j = 1, 2, \dots, k$, diperoleh sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-1} \\ \rho_2 &= \phi_{k2}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-2} \\ &\vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_0 \end{aligned}$$

dengan menggunakan aturan *Cramer* (metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dengan menggunakan determinan matriks), berturut-turut untuk $k = 1, 2, \dots$ diperoleh:

- a. Untuk *lag* pertama ($k=1$) diperoleh persamaan $\rho_1 = \phi_{11}\rho_0$, karena $\rho_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1$

sehingga $\rho_1 = \phi_{11}$ yang berarti bahwa nilai fungsi autokorelasi parsial pada *lag* pertama akan sama dengan koefisien *lag* pertama.

- b. Untuk *lag* kedua ($k=2$) diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \phi_{21}\rho_0 + \phi_{22}\rho_1 \\ \rho_2 &= \phi_{21}\rho_1 + \phi_{22}\rho_0\end{aligned}\quad (2.15)$$

Persamaan (2.15) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi:

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{21} \\ \phi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}$$

misal $A = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix}$, dengan menggunakan aturan *Cramer*

diperoleh:

$$\phi_{22} = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}$$

- c. Untuk *lag* ketiga ($k=3$), diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \phi_{31}\rho_0 + \phi_{32}\rho_1 + \phi_{33}\rho_2 \\ \rho_2 &= \phi_{31}\rho_1 + \phi_{32}\rho_0 + \phi_{33}\rho_1 \\ \rho_3 &= \phi_{31}\rho_2 + \phi_{32}\rho_1 + \phi_{33}\rho_0\end{aligned}\quad (2.16)$$

Persamaan (2.16) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi:

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{31} \\ \phi_{32} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix}$$

misal $A = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{bmatrix}$, dengan menggunakan aturan

Cramer diperoleh:

$$\phi_{33} = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_3 + \rho_1 \rho_2^2 + \rho_1^3 - 2\rho_1 \rho_2 - \rho_1^2 \rho_3}{1 + \rho_1^2 \rho_2 + \rho_2 \rho_1^2 - \rho_2^2 - 2\rho_1^2}$$

d. Untuk lag ke- k diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-1} \\ \rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-2} \\ &\vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Persamaan (2.17) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi:

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{22} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan aturan Cramer diperoleh:

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_k \end{bmatrix}$$

sehingga nilai fungsi autokorelasi parsial k adalah sebagai berikut:

$$\phi_{kk} = \frac{\det(A_k)}{\det(A)}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_2 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_2 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}}$$

karena ϕ_{kk} merupakan fungsi atas k , maka ϕ_{kk} disebut fungsi autokorelasi parsial (PACF).

2.6 Analisis Regresi

Analisis regresi adalah teknik analisis yang mencoba menjelaskan bentuk hubungan antara peubah-peubah yang mendukung sebab akibat. Prosedur analisisnya didasarkan atas distribusi probabilitas bersama peubah-peubahnya. Bila hubungan ini dapat dinyatakan dalam persamaan matematik, maka dapat memanfaatkan untuk keperluan-keperluan lain misalnya peramalan. Tujuan utama dari analisis regresi adalah mendapatkan estimasi (pendugaan) dari suatu variabel dengan menggunakan variabel lain yang diketahui. Analisis regresi mempunyai dua jenis pilihan yaitu regresi linier dan regresi non linier (Wibisono, 2009).

Gujarati (2004) menyatakan bahwa analisis regresi menyangkut studi tentang hubungan antara satu variabel terikat atau variabel yang dijelaskan dan satu atau lebih variabel yang lain yang disebut variabel bebas atau penjelas. Selanjutnya model ini dapat digunakan untuk memprediksi nilai variabel terikat apabila diberikan nilai dari variabel bebas. Oleh karena itu, estimasi model yang

didapatkan sebaiknya memenuhi kriteria model yang baik sehingga mampu digunakan sebagai prediksi *error* yang terkecil.

Menurut Supangat (2007) regresi linier merupakan suatu persamaan yang menggambarkan hubungan antara variabel bebas dan variabel terikat. Selanjutnya model ini dapat digunakan untuk memprediksi nilai variabel terikat apabila diberikan nilai dari variabel bebas. Oleh karena itu, estimasi model yang di dapatkan sebaiknya memenuhi kriteria model yang baik sehingga mampu digunakan sebagai prediksi *error* yang terkecil.

2.6.1 Regresi Linier Sederhana

Regresi linier sederhana adalah regresi linier yang hanya melibatkan dua variabel, yaitu variabel bebas x dan variabel terikat y . Model regresi linier sederhana x dan y ditulis dalam bentuk sebagai berikut (Nawari, 2010):

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + e \quad (2.18)$$

dengan :

β : koefisien regresi

e : *error*

2.6.2 Regresi Linier Berganda

Regresi linier berganda adalah regresi yang variabel terikat y dihubungkan dengan lebih dari satu variabel bebas x . Bentuk umum dari model regresi linier berganda dengan p variabel bebas adalah (Kutner, dkk. 2004):

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip} + e_i \quad (2.19)$$

dengan

y_i : variabel terikat untuk pengamatan ke- i , untuk $i = 1, 2, \dots, n$

$x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$: variabel bebas

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$: parameter regresi

e_i : error pada pengamatan ke- i

Persamaan (2.19) dapat diuraikan menjadi:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{12} + \dots + \beta_p x_{1p} + e_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_{21} + \beta_2 x_{22} + \dots + \beta_p x_{2p} + e_2 \\ &\vdots \\ y_n &= \beta_0 + \beta_1 x_{n1} + \beta_2 x_{n2} + \dots + \beta_p x_{np} + e_n \end{aligned}$$

atau ditulis dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

secara umum matriks di atas dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y = X\beta + e \quad (2.20)$$

2.6.3 Regresi *Multivariate*

Menurut Johnson dan Wichern (2007), model regresi *multivariate* adalah model regresi yang memiliki n variabel respon $y_1, y_2, \dots, y_n$ dan r variabel prediktor $x_1, x_2, \dots, x_n$, dengan observasi sebanyak m . Berikut merupakan model regresi *multivariate*:

$$\begin{aligned}
y_1 &= \beta_{10} + \beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2 + \cdots + \beta_{1r}x_r + e_1 \\
y_2 &= \beta_{20} + \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2 + \cdots + \beta_{2r}x_r + e_2 \\
&\vdots \\
y_n &= \beta_{n0} + \beta_{n1}x_1 + \beta_{n2}x_2 + \cdots + \beta_{nr}x_r + e_n
\end{aligned}$$

atau dapat dikonstruksikan dalam bentuk matriks sebagai:

$$Y_{j \times n} = X_{j \times (r+1)} \beta_{(r+1) \times n} + e_{j \times n} \quad (2.21)$$

2.7 Estimasi Parameter Menggunakan Metode OLS

Estimasi (penaksiran) parameter dalam sampel data dapat digunakan untuk menentukan inferensi tentang β dan σ^2 dimana β adalah rata-rata suatu sampel data dan σ^2 adalah variansi data. Inferensi-inferensi tersebut mungkin mengambil titik khusus (*point estimates*) atau menentukan *range* nilai-nilai parameter (*interval estimates*) (Aziz, 2010).

Model regresi linier secara umum parameternya dapat diestimasi menggunakan dua metode yaitu metode *Maximum Likelihood* (ML) dan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Misal diberikan model regresi linier sebagai berikut (Aziz, 2010):

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + e \quad (2.22)$$

misalkan terdapat sejumlah n data observasi maka model ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

sehingga model linier ini dapat di sederhanakan sebagai berikut:

$$Y = X\beta + e \quad (2.23)$$

Estimasi parameter β menggunakan metode OLS adalah dengan membuat $e = Y - X\beta$ sekecil mungkin. Dengan menggunakan cara ini, diharapkan akan menghasilkan komponen sistematik yang lebih berperan daripada komponen stokastiknya, karena bila komponen stokastiknya yang lebih berperan artinya hanya diperoleh sedikit informasi tentang Y , dengan kata lain X tidak mampu menjelaskan Y . Untuk tujuan ini maka perlu memilih parameter β sehingga:

$$\begin{aligned} S &= \sum_{t=1}^n a_t^2 = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \\ &= \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \\ &= e'e \end{aligned} \quad (2.24)$$

sekecil mungkin (minimal) (Aziz,2010).

Persamaan (2.24) adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar, akibatnya transpose skalar tidak merubah nilai skalar tersebut. Sehingga S dapat ditulis sebagai (Aziz,2010):

$$\begin{aligned} S &= (Y - X\beta)'(Y - X\beta) \\ &= (Y' - \beta'X')(Y - X\beta) \\ &= Y'Y - Y'X\beta - \beta'X'Y + \beta'X'X\beta \\ &= Y'Y - (Y'X\beta)' - \beta'X'Y + \beta'X'X\beta \\ &= Y'Y - \beta'X'Y - \beta'X'Y + \beta'X'X\beta \\ &= Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta \end{aligned}$$

untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama S terhadap β :

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{d\beta} &= 0 - 2X'Y + X'X\beta + (\beta'X'X)' \\
&= -2X'Y + X'X\beta + X'X\beta \\
&= -2X'Y + 2X'X\beta
\end{aligned}$$

dan menyamakannya dengan nol, diperoleh:

$$X'X\beta = X'Y \quad (2.25)$$

yang dinamakan sebagai persamaan normal, dan

$$\hat{\beta}_{ols} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (2.26)$$

2.8 Vektor Matrik

2.8.1 Kronecker Product

Lutkepohl (2005) mengatakan bahwa *kroncker product* merupakan operator diantara dua matrik yang menghasilkan matrik blok yang dinotasikan dengan $\otimes$. Adapun definisi dari *Kronecker product* yaitu:

Jika A adalah matriks $m \times n$ dan B adalah matrik $p \times q$, maka $A \otimes B$ adalah matriks blok $mp \times nq$, atau dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

2.8.2 Operator Vektor Matrik

Misal $A = (a_1, \dots, a_n)$ adalah matriks $m \times n$ dengan a_i adalah matrik kolom $m \times 1$ maka *vec operator* mengubah A ke vektor $(mn \times 1)$ atau dapat dinotasikan sebagai berikut (Lutkepohl, 2005):

$$\text{vec}(A) = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Misal A, B , adalah matriks dengan berbagai dimensi, maka:

1. $\text{vec}(A+B) = \text{vec}(A) + \text{vec}(B)$
2. $\text{vec}(AB) = (I \otimes A)\text{vec}(B) = (B' \otimes I)\text{vec}(A)$

2.9 Uji Asumsi Klasik

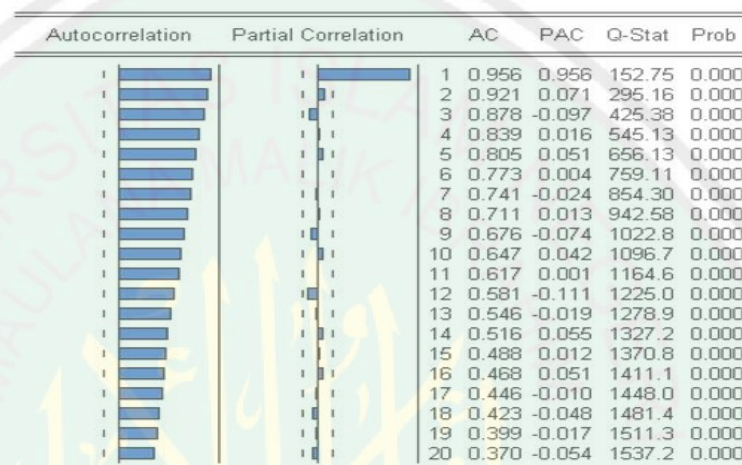
2.9.1 Uji Stasioneritas

Pengujian stasioneritas dari suatu deret waktu dapat dilakukan dengan melakukan uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) (Gujarati, 2004). Uji ADF merupakan salah satu uji yang paling sering digunakan dalam pengujian stasioneritas dari data, yakni dengan melihat apakah terjadi aka satuan di dalam model. Selain uji ADF, uji stasioneritas dapat dilakukan dengan uji korelogram. Adapun penjelasan dari uji-uji tersebut adalah sebagai berikut:

1. Uji korelogram

Bentuk visual dari suatu plot deret berkala seringkali cukup untuk meyakinkan para penduga bahwa data tersebut adalah stasioner atau tidak stasioner, demikian pula plot autokorelasi dapat dengan mudah memperlihatkan ketidakstasioneran. Nilai-nilai autokorelasi dari data stasioner akan turun sampai nol sesudah *time lag* kedua atau ketiga, sedangkan untuk data yang tidak stasioner nilai-nilai tersebut berbeda signifikan dari nol untuk beberapa waktu (Makridakis, 1999).

Uji korelogram merupakan metode pengujian yang digunakan untuk melihat kestasioneran data. Pada korelogram, suatu data dikatakan stasioner apabila plot autokorelasi dari data tidak keluar dari garis *bartlett* (garis putus-putus). Nilai probabilitas dari *lag* pertama hingga terakhir akan bergerak mendekati nol atau lebih dengan nilai taraf signifikan α (Rosadi, 2012). Adapun korelogram yang stasioner adalah sebagai berikut:



Gambar 2.7 Korelogram Data Tidak Stasioner (Gujarati, 2004)

Gambar (2.7) merupakan data triwulanan *Gross Domestic Product United States* dari triwulan pertama tahun 1970 sampai dengan triwulan keempat tahun 1991. Dari Gambar (2.7), dapat dilihat bahwa plot autokorelasi dari data seluruhnya keluar dari garis *bartlett* sehingga dapat disimpulkan data tidak stasioner (Gujarati, 2004).

2. Uji *Augmented Dickey Fuller*

Suatu deret pengamatan dikatakan stasioner apabila proses tidak berubah seiring dengan adanya perubahan deret waktu. Jika suatu deret waktu Y_t stasioner maka nilai tengah (*mean*), varian dan kovarian deret tersebut tidak dipengaruhi oleh berubahnya waktu pengamatan, sehingga proses berada dalam keseimbangan statistik (Soejati, 1987).

Uji stasioner dengan *Augmented Dickey Fuller* merupakan pengujian stasioner dengan menentukan apakah data runtun waktu mengandung akar unit (*unit root*). Untuk memperoleh gambaran mengenai uji akar- akar unit, berikut ini ditaksir model runtun waktu dengan proses AR(1):

$$Y_t = \hat{\phi}Y_{t-1} + a_t \quad (2.29)$$

dengan $t = 1, \dots, n$, $Y_0 = 0$, dan a_t berdistribusi normal $N(0, \sigma^2)$ proses *white noise*. Hal ini memberikan hipotesis sebagai berikut (Wei, 2006):

$H_0 : \hat{\phi} = 1$ (variabel Y_t tidak stasioner dalam model)

$H_1 : \hat{\phi} < 1$ (variabel Y_t stasioner dalam model)

dengan statistik uji:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\phi}}{S_{\hat{\phi}}} \quad (2.30)$$

dan kriteria keputusan : tolak H_0 , jika $|t_{hitung}| > t_{tabel}$, pada taraf signifikan α .

2.9.2 White Noise

Suatu model bersifat *white noise* artinya residual dari model tersebut telah memenuhi asumsi identik (variansi residual homogen) serta independen (antar residual tidak berkorelasi) (Lestari dan Wahyuningsih, 2012). Wei (2006) juga menjelaskan bahwa suatu proses (a_t) disebut proses *white noise* jika korelasi deretnya terdiri dari variabel random yang tidak berkorelasi dan berdistribusi normal dengan rata-rata konstan yaitu $E(a_t) = 0$, variansi konstan $Var(a_t) = \sigma_t^2$ dan $cov(a_t, a_{t-k}) = \gamma_k$ untuk $k \neq 0$. Dengan demikian fungsi akan stasioner dengan autokovariansi (γ_k):

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_t^2, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases}$$

fungsi autokorelasi (ρ_k):

$$\rho_k = \begin{cases} 1, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases}$$

dan fungsi autokorelasi parsial (ϕ_{kk}):

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases}$$

Proses *white noise* dapat dideteksi menggunakan uji autokorelasi residual pada analisis *error*-nya. Uji korelasi residual digunakan untuk mendeteksi ada tidaknya korelasi residual antar *lag*. Langkah-langkah pengujian korelasi residual, yaitu (Wei, 2006):

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_h = 0$ (residual memenuhi asumsi *white noise*)

H_1 : minimal ada satu $\rho_j \neq 0, \forall j = 1, 2, \dots, k$ (residual tidak memenuhi asumsi *white noise*)

dengan menggunakan statistik uji yaitu sebagai berikut:

$$Q_k = T \sum_{j=1}^k \text{tr} \left(\bar{\Sigma}_j' \bar{\Sigma}_0^{-1} \bar{\Sigma}_j \bar{\Sigma}_0^{-1} \right) \quad (2.31)$$

Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $Q_k > \chi_{(a; K-p-q)}^2$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

dimana:

T : ukuran sampel

$\bar{\Sigma}_j$: matriks autokovarians dari vektor residual a_j

k : *lag* ke $-k$

Kriteria pengujian:

1. Jika $Q \leq \chi^2_{\alpha, db}$, H_0 diterima dengan derajat kebebasan $(db) = k - p$ atau $p\text{-value} > \alpha$ dengan p adalah banyaknya parameter.
2. Jika $Q > \chi^2_{\alpha, db}$, H_0 ditolak.

2.10 Model-Model Time Series Stasioner

Model *time series* dibagi menjadi dua macam yakni model *time series* stasioner dan model *time series* nonstasioner. Terdapat beberapa model *time series* stasioner, diantaranya model *Autoregressive* (AR) dan model *Vector Autoregressive* (VAR). Adapun model AR dan model VAR akan dijelaskan sebagai berikut:

2.9.1 Model Autoregressive

Menurut Pankratz (1983) *Autoregressive* (AR) adalah suatu model *time series* yang ditemukan oleh Yule pada tahun 1926. Model ini menggambarkan bahwa variabel terikat dipengaruhi oleh variabel terikat itu sendiri pada periode sebelumnya.

Model AR secara umum dapat dituliskan sebagai berikut $AR(p)$ (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)z_t = a_t \quad (2.32)$$

atau dapat ditulis sebagai,

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)z_t &= a_t \\ z_t - \phi_1 z_{t-1} - \dots - \phi_p z_{t-p} &= a_t \\ z_t &= \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t \end{aligned} \quad (2.33)$$

Karena $z_t = Y_t - \mu$, maka persamaan (2.33) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Y_t - \mu &= \phi_1(Y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(Y_{t-p} - \mu) + a_t \\ &= \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1 \mu + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_p \mu + a_t \\ Y_t &= \mu - \phi_1 \mu - \dots - \phi_p \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \\ &= \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \end{aligned}$$

dimana $\mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) = \phi_0$ sehingga diperoleh:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \quad (2.34)$$

untuk $t = 1, 2, \dots, n$, persamaan (2.34) dapat diuraikan menjadi:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \phi_0 + \phi_1 Y_0 + \dots + \phi_p Y_{1-p} + a_1 \\ Y_2 &= \phi_0 + \phi_1 Y_1 + \dots + \phi_p Y_{2-p} + a_2 \\ Y_3 &= \phi_0 + \phi_1 Y_2 + \dots + \phi_p Y_{3-p} + a_3 \\ &\vdots \\ Y_n &= \phi_0 + \phi_1 Y_{n-1} + \dots + \phi_p Y_{n-p} + a_n \end{aligned}$$

atau dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_0 & \dots & Y_{1-p} \\ 1 & Y_1 & \dots & Y_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y_{n-1} & \dots & Y_{n-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

dengan

Y_t : data Y pada periode ke- t , $t = 1, 2, \dots, n$

Y_{t-1} : data Y pada periode ke- $(t - i)$, $i = 1, 2, \dots, p$

a_t : *error* pada periode ke- t

μ : rata-rata dari Y_t

ϕ_0 : konstanta rata-rata

ϕ_i : koefisien *Autoregressive* ke- i

z_t : selisih dari nilai variabel Y_t dengan μ

2.9.2 Model Vector Autoregressive

Model VAR merupakan salah satu pemodelan dalam analisis *time series* yang bersifat *multivariate* yang banyak digunakan untuk aplikasi peramalan variabel-variabel ekonomi dalam jangka panjang maupun dalam jangka menengah panjang. Selain itu model VAR juga dapat digunakan untuk mengetahui hubungan sebab akibat. Menurut Widarjono (2007), salah satu keunggulan model VAR, yaitu tidak perlu membedakan mana variabel endogen maupun eksogen karena semua variabel VAR adalah endogen.

Lutkepohl (2005) menuliskan persamaan model VAR dengan k variabel dan orde p atau VAR(p) sebagai berikut:

$$Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-1} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + a_t \quad (2.35)$$

dimana $Y_t = (Y_{1,t}, Y_{2,t}, \dots, Y_{k,t})^T$ adalah vektor Y_t berukuran $k \times 1$, Φ_i adalah matriks berukuran $k \times k$, $\Phi_0 = (\Phi_{10}, \Phi_{20}, \dots, \Phi_{k0})^T$ adalah vektor dengan dimensi k dan $a_t = (a_{1,t}, a_{2,t}, \dots, a_{k,t})^T$ merupakan vektor *error* berukuran $k \times 1$ yang diasumsikan sebagai *multivariate* normal dengan $E(\mu_t) = 0$, $E(\mu_t \mu_t^T) = \Sigma_\mu$ dan $E(\mu_t \mu_s^T) = 0$ untuk $s \neq t$. Matriks kovarian (Σ_μ) harus definit positif (Lutkepohl, 2005).

Menurut Lutkepohl (2005) proses VAR dengan orde 1 atau VAR(1) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-1} + a_t \quad (2.36)$$

kemudian dengan operator *Bacwardshift* B, model VAR(1) pada persamaan diatas dapat ditulis sebagai berikut:

$$(I - \Phi_1 B)Y_t = \Phi_0 + a_t$$

diasumsikan bahwa model VAR(1) adalah model stasioner, dengan $E(a_t) = 0$, sehingga diperoleh:

$$E(Y_t) = \Phi_0 + \Phi_1 E(Y_{t-1}) \quad (2.37)$$

2.11 Penentuan *lag* VAR

Shochrul, dkk (2011) menjelaskan bahwa *lag* digunakan untuk menentukan panjang *lag* optimal yang akan digunakan dalam analisis selanjutnya dan akan menentukan estimasi parameter untuk model VAR. *Lag* VAR dapat ditentukan dengan menggunakan *Akaike Information Criterion* (AIC), *Schwarz Information Criterion* (SIC) dan *Hannan-Quinn Information Criterion* (HQ).

Kriteria untuk menguji *lag* VAR dengan statistik AIC, SIC, dan HQ sebagai berikut (Shochrul, 2011):

$$AIC = -2 \left(\frac{1}{T} \right) + 2 \frac{\log(k-1)}{T} \quad (2.38)$$

$$SIC = -2 \left(\frac{1}{T} \right) + k \frac{\log(T)}{T} \quad (2.39)$$

$$HQ = -2 \left(\frac{1}{T} \right) + 2k \log \left(\frac{\log(T)}{T} \right) \quad (2.40)$$

dengan:

- 1 : *sum of square residual*
- T : jumlah observasi
- k : parameter yang diestimasi

Dalam penentuan *lag* optimal digunakan jumlah dari AIC, SIC, dan HQ yang paling kecil diantara berbagai *lag* yang diajukan.

2.12 Uji Kausalitas Granger

Uji kausalitas Granger yaitu metode yang digunakan untuk menganalisis hubungan kausalitas antar variabel yang diamati apakah suatu variabel mempunyai hubungan dua arah (saling mempengaruhi), mempunyai hubungan satu arah saja atau bahkan tidak ada hubungan antar variabel tersebut (Shcochrul, 2011).

Menurut Irdam (2007) bentuk persamaan dari *granger causality test* dengan dua variabel adalah sebagai berikut:

$$Y_{1t} = \phi_{10} + \sum_{i=1}^p \phi_{1i} Y_{1,t-1} + \sum_{i=1}^m \phi_{2i} Y_{2,t-1} + a_{1t} \quad (\text{model tak terbatas}) \quad (2.41)$$

$$Y_{1t} = \phi_{10} + \sum_{i=1}^p \phi_{1i} Y_{1,t-1} + a_{1t} \quad (\text{model terbatas}) \quad (2.42)$$

hipotesis uji *granger causality* adalah sebagai berikut:

H_0 : X tidak *granger causality* terhadap Y

Y tidak *granger causality* terhadap X

H_1 : X *granger causality* terhadap Y

Y *granger causality* terhadap X

Uji yang digunakan untuk pengambilan keputusan adalah uji F sebagai berikut:

$$F = \frac{\frac{(SSE_R - SSE_{UR})}{p}}{\frac{SSE_{UR}}{(n-k)}} \quad (2.43)$$

$$SSE_R = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_l)^2 \quad (2.44)$$

$$SSE_{UR} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_{UR})^2 \quad (2.45)$$

dengan:

SSE_R : Sum Square of Error terbatas

SSE_{UR} : Sum Square of Error tidak terbatas

n : banyaknya data pengamatan

k : banyaknya parameter yang di estimasi

p : panjang lag

keputusan:

tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{(a,p,n-k)}$ atau $p_{value} > \alpha$.

2.13 Hasil Penelitian Sebelumnya

Model yang terkait dalam penelitian ini diambil dari beberapa penelitian terdahulu, yaitu yang dilakukan oleh Desvina dan Maryam (2016) dimana hasil penelitiannya adalah:

1. Secara umum hasil peramalan pada data *training* mendekati data aktual untuk PM10, curah hujan, radiasi matahari, suhu udara, dan *hotspot*.

2. Pada data *testing* untuk data PM10, curah hujan, radiasi matahari, suhu udara, dan *hotspot* kurang mendekati data aktual.
3. Data peramalan untuk keseluruhan mempunyai model yang konstan, dimana data peramalan mengikuti pola yang sama dengan pola data aktual pada bulan-bulan, hingga tahun-tahun sebelumnya.
4. Model VAR yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 PM_t &= 330.0340 + 0.159497PM_{t-1} - 0.082498CH_{t-1} + 0.494748RM_{t-1} - 10.56691SU_{t-1} + 0.00970HP_{t-1} \\
 CH_t &= 736.8390 + 0.612682PM_{t-1} + 0.158523CH_{t-1} + 1.033436RM_{t-1} - 20.49684SU_{t-1} + 0.078931HP_{t-1} \\
 RM_t &= -102.2355 + 0.022285PM_{t-1} + 0.038038CH_{t-1} + 0.404971RM_{t-1} + 4.079524SU_{t-1} + 0.002632HP_{t-1} \\
 SU_t &= 16.63875 + 0.001872PM_{t-1} - 0.000573CH_{t-1} + 0.007838RM_{t-1} + 0.415547SU_{t-1} - 0.000584HP_{t-1} \\
 HP_t &= 1021.529 - 2.769139PM_{t-1} - 0.590501CH_{t-1} + 5.490414RM_{t-1} - 29.51828SU_{t-1} + 0.514099HP_{t-1}
 \end{aligned}$$

dimana:

PM_t : *particuler matter* 10 pada waktu t

CH_t : curah hujan pada waktu t

RM_t : radiasi matahari pada waktu t

SU_t : suhu udara pada waktu t

HP_t : *hotspot* pada waktu t

Demikian juga dengan penelitian yang dilakukan oleh Alhayat dan Azis (2016) dimana hasil penelitiannya adalah:

1. Proyeksi ekspor Indonesia yang dilakukan dengan pendekatan VAR, menunjukkan bahwa ke depan pertumbuhan ekspor Indonesia juga masih dipengaruhi oleh PDB negara-negara mitra utama.
2. Pada 2015-2019 diproyeksikan tumbuh rata-rata 3% per tahun, namun pertumbuhan ekspor Indonesia di tahun 2019 diperkirakan hanya mencapai 1,56%. Sementara itu, rata-rata pertumbuhan impor Indonesia untuk periode 2015-2019 diperkirakan mencapai 7,8%.

Penelitian ketiga dilakukan oleh Ni'mah dan Safa'at (2017) dimana hasil penelitiannya adalah:

1. Hasil uji stasioner didapatkan bahwa laju inflasi dan kurs stasioner pada *first different*.
2. Berdasarkan analisis VECM, diperoleh hasil analisis sebagai berikut:
 - a. Inflasi dan kurs dolar secara sistematis tidak memiliki hubungan yang saling mempengaruhi, hanya inflasi yang mempengaruhi kurs dan tidak berlaku sebaliknya. Namun secara realitas kedua variabel memiliki hubungan yang saling mempengaruhi.
 - b. Diperoleh *lag* optimum untuk data tingkat inflasi dan kurs pada *lag* 1.
 - c. Terdapat hubungan kausalitas jangka panjang antara tingkat inflasi dan kurs.
 - d. Model VECM yang digunakan memiliki stabilitas model < 1 sehingga model dapat disimpulkan stabil.
 - e. Respon dari masing-masing variabel terhadap guncangan yang berasal dari dirinya sendiri cukup signifikan.

2.14 Kajian Al-Quran Tentang Estimasi Parameter

Manusia sebagai makhluk ciptaan Allah Swt hanya mampu merencanakan apa yang mereka inginkan, dan hanya Allah Swt lah yang Maha Mengetahui atas segala apa yang terjadi bahkan sesuatu yang masih direncanakan sekalipun, tidak satupun yang terjadi di dunia ini tanpa sepengetahuan-Nya. Namun untuk merencanakan apa yang mereka inginkan, mereka menggunakan ilmu statistika untuk mempelajari cara pengumpulan, pengolahan, penyajian data, penarikan kesimpulan serta pembuatan keputusan

yang cukup beralasan berdasarkan data dan analisis yang dilakukan (Sudiyono, 2001).

Estimasi atau pendugaan telah disinggung dalam surat Al-Jaatsiyah/45:24 yang berbunyi:

وَقَالُوا مَا هِيَ إِلَّا حَيَاتُنَا الدُّنْيَا نَمُوتُ وَنَحْيَا وَمَا يُهْلِكُنَا إِلَّا
الدَّهْرُ وَمَا لَهُم بِذَلِكَ مِنْ عِلْمٍ إِنْ هُمْ إِلَّا يَظُنُّونَ ﴿٢٤﴾

“Dan mereka berkata: "Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita mati dan kita hidup dan tidak ada yang akan membinasakan kita selain masa", dan mereka sekali-kali tidak mempunyai pengetahuan tentang itu, mereka tidak lain hanyalah menduga-duga saja” (QS Al-Jaatsiyah/45:24).

Peneliti memilih surat Al-Jaatsiyah ini karena surat ini menceritakan bahwa terdapat manusia yang ingkar terhadap hari akhir. Mereka beranggapan bahwa hidup dan mati yang mereka alami tergantung dengan masa, pergantian siang dan malam dimana jika satu orang mati maka akan ada orang lain yang hidup karena dia dilahirkan. Namun Allah menyangkal pernyataan tersebut dimana Allah berfirman bahwa manusia yang beranggapan tersebut hanyalah menduga-duga. Kalimat “menduga-duga” disini sama artinya dengan estimasi. Estimasi adalah pendugaan sementara atas suatu hal yang dapat digunakan untuk meramalkan hal-hal yang akan terjadi dimasa yang akan datang.

Ayat lain yang dapat mendukung penjelasan tersebut adalah surat Al-Baqarah/1:80, yang berbunyi:

وَقَالُوا لَنْ تَمَسَّنَا النَّارُ إِلَّا أَيَّامًا مَّعْدُودَةً ۚ قُلْ أَتَّخَذْتُمْ عِنْدَ اللَّهِ
عَهْدًا فَلَنْ تُخْلَفَ اللَّهُ عَهْدُهُ ۚ أَمْ تَقُولُونَ عَلَى اللَّهِ مَا لَا
تَعْلَمُونَ ﴿٨٠﴾

"Dan mereka berkata: "Kami sekali-kali tidak akan disentuh oleh api neraka, kecuali selama beberapa hari saja". Katakanlah: "Sudahkah kamu menerima janji dari Allah sehingga Allah tidak akan memungkiri janji-Nya, ataukah kamu hanya mengatakan terhadap Allah apa yang tidak kamu ketahui?" (Q.S Al-Baqarah/1:80).

Surat Al-Baqarah tersebut menjelaskan bahwa Allah telah menyebutkan perbuatan-perbuatan mereka yang buruk namun Allah tetap menganggap bahwa diri mereka masih bersih, maka Allah bersaksi bahwa mereka akan selamat dari azab Allah dan mereka tidak akan tersentuh oleh api neraka selain beberapa hari saja. Dengan demikian, mereka menggabungkan antara perbuatan dosa dan rasa aman. Terhadap sangkaan ini Allah membantah dengan firman diatas yang menerangkan bahwa kebenaran dakwaan mereka itu tergantung dua hal dan tidak ada lagi ketiganya. Dari penjelasan tersebut, dapat digaris bawahi pada kalimat *"Ayyamamma' duudah"* yang artinya "beberapa hari saja" dimana beberapa hari ini tidak dapat diketahui ketepatannya sehingga kita hanya dapat menduganya dan dari pendugaan kita ini hanya ada dua kebenaran yaitu benar-benar mendekati atau tidak sama sekali.

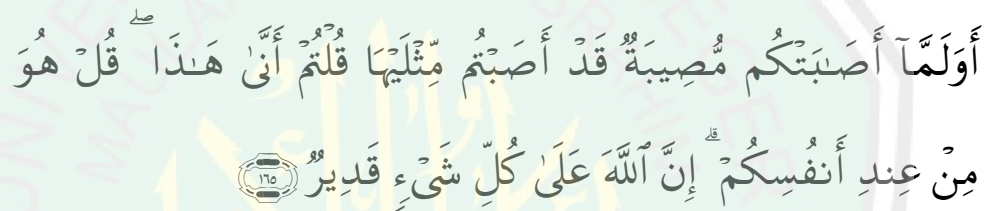
Ayat lain yang dapat mendukung penjelasan kedua ayat tersebut tentang estimasi adalah surat Ash-Shaffat/37:147 yang berbunyi:

وَأَرْسَلْنَاهُ إِلَىٰ مِائَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

yang artinya *"Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih"* (Q.S Ash-Shaffat/37:147). Ayat tersebut juga menjelaskan bahwa kita tidak akan pernah tau

kelebihan dari seratus ribu orang yang telah diutus Allah sehingga kita hanya dapat menduganya. Dalam penelitian estimasi akan digunakan untuk mencari nilai parameter dalam model. Dengan estimasi ini akan diperoleh parameter sementara yang akan digunakan untuk meramalkan kejadian yang akan datang.

Terkait dengan pendugaan, maka manusia tidak terlepas dari kesalahan. Kesalahan ini bisa terjadi karena terpengaruh oleh beberapa faktor. Faktor ini diantaranya adalah kelalaian manusia itu sendiri dan faktor lingkungan sekitar. Ayat Al-Quran yang menjelaskan tentang kesalahan terdapat dalam surat Ali-Imran/3:165, yang berbunyi:



“Dan mengapa ketika kamu ditimpa musibah (pada peperangan Uhud), padahal kamu telah menimpakan kekalahan dua kali lipat kepada musuh-musuhmu (pada peperangan Badar), kamu berkata: "Darimana datangnya (kekalahan) ini?" Katakanlah: "Itu dari (kesalahan) dirimu sendiri". Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu” (Q.S Ali-Imran/3:165).

Surat Ali-Imran ayat 165 tersebut menjelaskan bahwa pada perang Uhud, pasukan mengalami kekalahan padahal tentara tersebut telah menimpakan kekalahan dua kali lipat pada perang Badar, dan mereka mengatakan “Dari mana kematian yang menimpa kita padahal kita semua telah memeluk islam dan rosul bersama kita?”. Allah mengatakan bahwa “yang menimpa kamu semua itu karena akibat dari pelanggaran terhadap rasul yang pernah kalian perbuat sendiri”. Pada kalimat terakhir terlihat jelas bahwa dalam suatu perencanaan manusia masih memiliki kesalahan. Sekecil apapun kesalahan tersebut akan mempengaruhi rencana yang telah dibuat, seperti halnya pendugaan. Peneliti beranggapan bahwa

pendugaan merupakan langkah yang digunakan untuk mengetahui hal yang akan terjadi, sehingga akan terjadi sedikit kesalahan sehingga pendugaan tersebut tidak tepat, sehingga manusia harus meminimalkan kesalahan tersebut. Penelitian ini akan menggunakan metode *Ordinary Least Square* dalam mengestimasi parameter model. Metode ini digunakan dengan cara meminimumkan kesalahan-kesalahan atau yang biasa disebut *error* yang terdapat dalam suatu model.



BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Penelitian ini menggunakan studi literatur dengan pendekatan kuantitatif, dimana data atau informasi yang dihasilkan diwujudkan dalam bentuk angka-angka dengan menggunakan analisis statistik. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah $Y_{1,t}$ untuk data total penjualan motor *cub*, $Y_{2,t}$ untuk data total penjualan motor *matic*, dan $Y_{3,t}$ untuk data total penjualan motor *sport*.

3.2 Jenis dan Sumber Data

3.2.1 Jenis Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data total penjualan motor jenis *cub*, *matic*, dan *sport* wilayah Blitar dari bulan Januari 2009-Desember 2012.

3.2.2 Sumber Data

Sumber data dalam penelitian ini adalah data berasal dari skripsi yang dibuat oleh Anggraeni (2014) berjudul "Peramalan Penjualan Sepeda Motor Tiap Jenis di Wilayah Surabaya dan Blitar dengan Model ARIMA *Box-Jenkins* dan *Vector Autoregressive (VAR)*".

3.3 Estimasi Parameter

Metode yang digunakan dalam estimasi parameter model VAR ini adalah metode *Ordinary Least Square* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan model VAR.
2. Menentukan fungsi jumlah kuadrat *error* pada model VAR dengan mengansumsikan *error* bersifat *white noise*.
3. Menentukan turunan pertama dari fungsi jumlah kuadrat *error* terhadap parameter.
4. Menduga parameter yang diperoleh dari estimasi *Ordinary Least Square* dengan cara menyamakan dengan nol hasil turunan pertama terhadap parameter.
5. Menentukan turunan kedua fungsi kuadrat *error* terhadap parameter untuk menjamin fungsi kuadrat *error* minimum.

3.4 Analisis Data

Metode analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan model VAR dengan metode *Ordinary Least Square*. Variabel yang digunakan terdiri dari variabel total penjualan motor jenis *cub*, *matic*, dan *sport*. Adapun tahapan analisis data dengan model VAR adalah sebagai berikut:

1. Identifikasi data

Identifikasi data adalah langkah untuk mengetahui statistik deskriptif dari masing-masing data.

2. Uji stasioneritas data

Uji stasioneritas data adalah langkah awal untuk memastikan data dapat digunakan untuk peramalan atau tidak.

3. Menentukan *lag* optimal

Tahap ini merupakan tahap penentuan *lag* optimal yang akan digunakan untuk estimasi parameter dari model VAR dengan menggunakan *Akaike Information Criterion* (AIC) dari plot MPACF.

4. Uji kausalitas Granger

Uji kausalitas Granger digunakan untuk menguji apakah ada kausalitas antar variabel yang diamati.

5. Estimasi parameter

Tahapan ini yaitu menentukan parameter dalam model dengan menggunakan metode OLS.

6. Verifikasi model VAR

Tahapan ini adalah tahapan memeriksa kelayakan model.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Model VAR

Estimasi parameter merupakan pendugaan sementara parameter-parameter yang terdapat dalam suatu model. Salah satu metode yang dapat mengestimasi parameter model VAR adalah metode OLS. Adapun langkah-langkah estimasi parameter model VAR adalah sebagai berikut:

4.1.1 Penentuan Model VAR

Pada penelitian ini akan mengestimasi parameter model VAR dengan 3 variabel dan 1 *lag* atau (VAR(1)) dengan mengansumsikan model stasioner dan *white noise*. Sebelum menentukan persamaan VAR(1) dengan 3 variabel, maka dijelaskan terlebih dahulu proses VAR(1) dengan 1 variabel dan 2 variabel, adapun menurut penjelasannya adalah sebagai berikut:

1. Proses VAR(1) dengan 1 variabel

Model umum VAR dari persamaan (2.35) dikatakan model VAR dengan 1 *lag* atau bisa ditulis VAR(1) dengan 1 variabel dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_{1,t} = \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,t-1} + a_{1,t} \quad (4.1)$$

untuk model VAR(1) dengan 1 variabel ini dapat dikatakan sebagai model AR, sehingga untuk $t = 1, 2, \dots, n$, maka persamaan (4.1) dapat diuraikan menjadi:

$$\begin{aligned} Y_{1,1} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,1-1} + a_{1,1} \\ Y_{1,2} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,2-1} + a_{1,2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{1,3} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,3-1} + a_{1,3} \\
 &\vdots \\
 Y_{1,n} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,n-1} + a_{1,n}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Misalkan:

$$Y_1 = \begin{bmatrix} Y_{1,1} \\ Y_{1,2} \\ \vdots \\ Y_{1,n} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1 & Y_{1,1-1} \\ 1 & Y_{1,2-1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{1,n-1} \end{bmatrix}_{n \times 2}$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \Phi_{10} \\ \Phi_{11} \end{bmatrix}_{2 \times 1}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_{1,1} \\ a_{1,2} \\ \vdots \\ a_{1,n} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Sehingga, persamaan (4.2) dapat disederhanakan dalam bentuk matriks menjadi:

$$Y_1 = W_1\Phi_1 + A_1 \tag{4.3}$$

2. Proses VAR(1) dengan 2 variabel

Model umum VAR dari persamaan (2.35) dikatakan model VAR(1) dengan 2 variabel dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 Y_{1,t} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,t-1} + \Phi_{12}Y_{2,t-1} + a_{1,t} \\
 Y_{2,t} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,t-1} + \Phi_{22}Y_{2,t-1} + a_{2,t}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

sehingga untuk $t = 1, 2, \dots, n$ persamaan (4.4) dapat diuraikan sebagai berikut:

untuk variabel pertama:

$$\begin{aligned}
 Y_{1,1} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,1-1} + \Phi_{12}Y_{2,1-1} + a_{1,1} \\
 Y_{1,2} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,2-1} + \Phi_{12}Y_{2,2-1} + a_{1,2} \\
 Y_{1,3} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,3-1} + \Phi_{12}Y_{2,3-1} + a_{1,3} \\
 &\vdots \\
 Y_{1,n} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,n-1} + \Phi_{12}Y_{2,n-1} + a_{1,n}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

dan variabel kedua:

$$\begin{aligned}
 Y_{2,1} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,1-1} + \Phi_{22}Y_{2,1-1} + a_{2,1} \\
 Y_{2,2} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,2-1} + \Phi_{22}Y_{2,2-1} + a_{2,2} \\
 Y_{2,3} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,3-1} + \Phi_{22}Y_{2,3-1} + a_{2,3} \\
 &\vdots \\
 Y_{2,n} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,n-1} + \Phi_{22}Y_{2,n-1} + a_{2,n}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Misalkan:

$$Y_2 = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & Y_{2,1} \\ Y_{1,2} & Y_{2,2} \\ \vdots & \vdots \\ Y_{1,n} & Y_{2,n} \end{bmatrix}_{n \times 2}$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} \\ 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} \end{bmatrix}_{n \times 3}$$

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} \Phi_{10} & \Phi_{20} \\ \Phi_{11} & \Phi_{21} \\ \Phi_{12} & \Phi_{22} \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} \\ \vdots & \vdots \\ a_{1,n} & a_{2,n} \end{bmatrix}_{n \times 2}$$

sehingga, persamaan (4.5) dan (4.6) dapat disederhanakan dalam bentuk matriks menjadi:

$$Y_2 = W_2 \Phi_2 + A_2 \quad (4.7)$$

3. Proses VAR(1) dengan 3 variabel

Setelah mengetahui proses VAR(1) dengan 1 variabel dan 2 variabel, maka untuk model VAR(1) dengan 3 variabel menurut persamaan (2.35) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Y_{1,t} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,t-1} + \Phi_{12}Y_{2,t-1} + \Phi_{13}Y_{3,t-1} + a_{1,t} \\ Y_{2,t} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,t-1} + \Phi_{22}Y_{2,t-1} + \Phi_{23}Y_{3,t-1} + a_{2,t} \\ Y_{3,t} &= \Phi_{30} + \Phi_{31}Y_{1,t-1} + \Phi_{32}Y_{2,t-1} + \Phi_{33}Y_{3,t-1} + a_{3,t} \end{aligned} \quad (4.8)$$

sehingga untuk $t = 1, 2, \dots, n$ persamaan (4.8) dapat diuraikan sebagai berikut:

untuk variabel pertama:

$$\begin{aligned} Y_{1,1} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,1-1} + \Phi_{12}Y_{2,1-1} + \Phi_{13}Y_{3,1-1} + a_{1,1} \\ Y_{1,2} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,2-1} + \Phi_{12}Y_{2,2-1} + \Phi_{13}Y_{3,2-1} + a_{1,2} \\ Y_{1,3} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,3-1} + \Phi_{12}Y_{2,3-1} + \Phi_{13}Y_{3,3-1} + a_{1,3} \\ &\vdots \\ Y_{1,n} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}Y_{1,n-1} + \Phi_{12}Y_{2,n-1} + \Phi_{13}Y_{3,n-1} + a_{1,n} \end{aligned} \quad (4.9)$$

variabel kedua:

$$\begin{aligned} Y_{2,1} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,1-1} + \Phi_{22}Y_{2,1-1} + \Phi_{23}Y_{3,1-1} + a_{2,1} \\ Y_{2,2} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,2-1} + \Phi_{22}Y_{2,2-1} + \Phi_{23}Y_{3,2-1} + a_{2,2} \\ Y_{2,3} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,3-1} + \Phi_{22}Y_{2,3-1} + \Phi_{23}Y_{3,3-1} + a_{2,3} \\ &\vdots \\ Y_{2,n} &= \Phi_{20} + \Phi_{21}Y_{1,n-1} + \Phi_{22}Y_{2,n-1} + \Phi_{23}Y_{3,n-1} + a_{2,n} \end{aligned} \quad (4.10)$$

dan variabel ketiga:

$$\begin{aligned}
Y_{3,1} &= \Phi_{30} + \Phi_{31}Y_{1,1-1} + \Phi_{32}Y_{2,1-1} + \Phi_{33}Y_{3,1-1} + a_{3,1} \\
Y_{3,2} &= \Phi_{30} + \Phi_{31}Y_{1,2-1} + \Phi_{32}Y_{2,2-1} + \Phi_{33}Y_{3,2-1} + a_{3,2} \\
Y_{3,3} &= \Phi_{30} + \Phi_{31}Y_{1,3-1} + \Phi_{32}Y_{2,3-1} + \Phi_{33}Y_{3,3-1} + a_{3,3} \\
&\vdots \\
Y_{3,n} &= \Phi_{30} + \Phi_{31}Y_{1,n-1} + \Phi_{32}Y_{2,n-1} + \Phi_{33}Y_{3,n-1} + a_{3,n}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Misalkan:

$$Y_3 = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & Y_{2,1} & Y_{3,1} \\ Y_{1,2} & Y_{2,2} & Y_{3,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{1,n} & Y_{2,n} & Y_{3,n} \end{bmatrix}_{n \times 3}$$

$$W_3 = \begin{bmatrix} 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} \\ 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} \end{bmatrix}_{n \times 4}$$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} \Phi_{10} & \Phi_{20} & \Phi_{30} \\ \Phi_{11} & \Phi_{21} & \Phi_{31} \\ \Phi_{12} & \Phi_{22} & \Phi_{32} \\ \Phi_{13} & \Phi_{23} & \Phi_{33} \end{bmatrix}_{4 \times 3}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & a_{3,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & a_{3,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1,n} & a_{2,n} & a_{3,n} \end{bmatrix}_{n \times 3}$$

sehingga, persamaan (4.9), (4.10), dan (4.11) dapat disederhanakan dalam bentuk matriks menjadi:

$$Y_3 = W_3 \Phi_3 + A_3 \tag{4.12}$$

4.1.2 Penentuan Fungsi Jumlah Kuadrat *Error*

Menentukan fungsi jumlah kuadrat *error* dapat dilakukan dengan mengubah matriks Z_3 , $W_3\Phi_3$, dan A_3 ke dalam bentuk vektor, dengan mendefinisikan:

$$y_3 = \text{vec}(Y_3) = \begin{bmatrix} Y_{1,1} \\ Y_{1,2} \\ \vdots \\ Y_{1,n} \\ Y_{2,1} \\ Y_{2,2} \\ \vdots \\ Y_{2,n} \\ Y_{3,1} \\ Y_{3,2} \\ \vdots \\ Y_{3,n} \end{bmatrix}_{3n \times 1} \quad (4.13)$$

$$\varphi_3 = \text{vec}(\Phi_3) = \begin{bmatrix} \Phi_{10} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{20} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{30} \\ \Phi_{31} \\ \Phi_{32} \\ \Phi_{33} \end{bmatrix}_{12 \times 1} \quad (4.14)$$

$$a_3 = \text{vec}(A_3) = \begin{bmatrix} a_{1,1} \\ a_{1,2} \\ \vdots \\ a_{1,n} \\ a_{2,1} \\ a_{2,2} \\ \vdots \\ a_{2,n} \\ a_{3,1} \\ a_{3,2} \\ \vdots \\ a_{3,n} \end{bmatrix}_{3n \times 1} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} w_3 &= I_3 \otimes W_3 \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} \\ 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & 0 \end{bmatrix}_{3n \times 12} \end{aligned} \quad (4.16)$$

maka persamaan (4.12) dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned} \text{vec}(Y_3) &= \text{vec}(W_3 \Phi_3) + \text{vec}(A_3) \\ &= (I_3 \otimes W_3) \text{vec}(\Phi_3) + \text{vec}(A_3) \end{aligned}$$

$$y_3 = w_3 \varphi_3 + a_3 \quad (4.17)$$

Dengan merujuk pada persamaan (2.24), maka fungsi jumlah kuadrat *error* untuk persamaan (4.17) adalah:

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^n a_{i,j}^2 \\
 &= \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} & a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} & a_{3,1} & a_{3,2} & \cdots & a_{3,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1,1} \\ a_{1,2} \\ \vdots \\ a_{1,n} \\ a_{2,1} \\ a_{2,2} \\ \vdots \\ a_{2,n} \\ a_{3,1} \\ a_{3,2} \\ \vdots \\ a_{3,n} \end{bmatrix} \\
 &= a_3^T a_3 \\
 &= (y_3 - w_3 \varphi_3)^T (y_3 - w_3 \varphi_3) \\
 &= (y_3^T - \varphi_3^T w_3^T) (y_3 - w_3 \varphi_3) \\
 &= y_3^T y_3 - y_3^T w_3 \varphi_3 - \varphi_3^T w_3^T y_3 + \varphi_3^T w_3^T w_3 \varphi_3 \\
 &= y_3^T y_3 - y_3^T w_3 \varphi_3 - (\varphi_3^T w_3^T y_3)^T + \varphi_3^T w_3^T w_3 \varphi_3 \\
 &= y_3^T y_3 - y_3^T w_3 \varphi_3 - y_3^T w_3 \varphi_3 + \varphi_3^T w_3^T w_3 \varphi_3 \\
 &= y_3^T y_3 - 2y_3^T w_3 \varphi_3 + \varphi_3^T w_3^T w_3 \varphi_3
 \end{aligned} \quad (4.18)$$

4.1.3 Penentuan Turunan Pertama

Dengan diperolehnya S pada persamaan (4.18), maka pada tahap ini S diturunkan parsial terhadap φ_3^T , sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial \varphi_3^T} &= \frac{\partial (y_3^T y_3 - 2y_3^T w_3 \varphi_3 + \varphi_3^T w_3^T w_3 \varphi_3)}{\partial \varphi_3^T} \\
&= 0 - 2y_3^T w_3 + (w_3^T w_3 \varphi_3)^T + \varphi_3^T w_3^T w_3 \\
&= -2y_3^T w_3 + \varphi_3^T w_3^T w_3 + \varphi_3^T w_3^T w_3 \\
&= -2y_3^T w_3 + 2\varphi_3^T w_3^T w_3
\end{aligned} \tag{4.19}$$

4.1.4 Pendugaan Parameter

Dalam tahap ini dilakukan cara menyamakan turunan pertama terhadap parameter dengan nol, maka persamaan (4.19) diperoleh:

$$\begin{aligned}
-2y_3^T w_3 + 2\varphi_3^T w_3^T w_3 &= 0 \\
2\varphi_3^T w_3^T w_3 &= 2y_3^T w_3 \\
\varphi_3^T w_3^T w_3 &= y_3^T w_3 \\
\varphi_3^T w_3^T w_3 (w_3^T w_3)^{-1} &= y_3^T w_3 (w_3^T w_3)^{-1} \\
\varphi_3^T I &= y_3^T w_3 (w_3^T w_3)^{-1} \\
(\varphi_3^T)^T &= (y_3^T w_3 (w_3^T w_3)^{-1})^T \\
\hat{\varphi}_3 &= (w_3^T w_3)^{-1} w_3^T y_3
\end{aligned}$$

Jadi estimasi parameter φ_3 secara OLS adalah:

$$\hat{\varphi}_{3OLS} = (w_3^T w_3)^{-1} w_3^T y_3 \tag{4.20}$$

4.1.5 Penentuan Turunan Kedua

Untuk menjamin fungsi jumlah kuadrat *error* minimum, maka turunan kedua dari fungsi tersebut harus bernilai positif, maka persamaan (4.19) diturunkan parsial terhadap φ_3 , sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 S}{\partial \varphi_3 \partial \varphi_3^T} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \left(\frac{\partial (y_3^T y_3 - 2y_3^T w_3 \varphi_3 + \varphi_3^T w_3^T w_3 \varphi_3)}{\partial \varphi_3^T} \right) \\
&= \frac{\partial (-2y_3^T w_3 + 2\varphi_3^T w_3^T w_3)}{\partial \varphi_3} \\
&= -0 + 2w_3^T w_3 \\
&= 2w_3^T w_3
\end{aligned}$$

karena turunan kedua fungsi jumlah kuadrat *error* terhadap parameter bernilai positif, maka turunan pertama menghasilkan estimasi parameter yang meminimumkan fungsi *error*.

4.2 Analisis Data

Peminat otomotif pada saat ini mengalami peningkatan terutama peminat motor. Saat ini motor yang banyak diminati adalah jenis *matic* dan *sport*, namun untuk peminat motor jenis *sport* tidak terlalu mengalami peningkatan secara signifikan seperti halnya jenis *matic*. Hal ini mengakibatkan peminat jenis motor lain menurun. Dengan adanya permasalahan ini maka dilakukan penelitian yang menggunakan tiga data diantaranya data total penjualan (unit) motor jenis *cub*, *matic*, dan *sport*. Dalam memprediksi total penjualan ketiga jenis motor tersebut dapat dilakukan dengan berbagai cara, salah satunya adalah dengan peramalan. Peramalan dilakukan dengan melakukan perhitungan dengan menggunakan data total penjualan jenis motor masa lampau yang kemudian digunakan untuk memprediksi total penjualan pada waktu yang akan datang. Sebelum melakukan peramalan, penelitian ini juga akan melakukan estimasi parameter menggunakan metode OLS untuk menentukan model yang akan digunakan dalam peramalan.

4.2.1 Identifikasi Data

Identifikasi data merupakan langkah untuk mengetahui statistik deskriptif sebuah data. Adapun statistik deskriptif data total penjualan motor jenis cub adalah sebagai berikut:

1. Mean

$$\bar{Y}_{1,t} = \frac{\sum_{t=1}^{48} Y_{1,t}}{48} = \frac{54566}{48} = 1136.792$$

2. Standar deviasi

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{48} (Y_{1,t} - \bar{Y}_{1,t})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{13742673.1}{47}} = \sqrt{292397.3} = 540.7$$

3. Variansi

$$s^2 = \frac{\sum_{t=1}^{48} (Y_{1,t} - \bar{Y}_{1,t})^2}{n-1} = \frac{13742673.1}{47} = 292397.3$$

sedangkan statistik deskriptif untuk selengkapnya sebagai berikut:

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Data

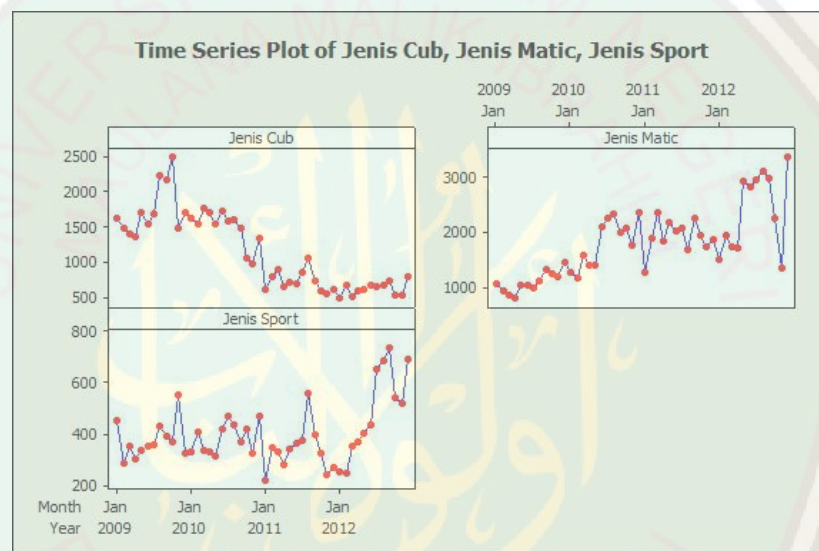
Variabel	Jenis Cub	Jenis Matic	Jenis Sport
<i>Mean</i>	1136.8	1795.4	524
<i>Median</i>	998.5	1746.5	730
<i>Maximum</i>	2499	3380	3400
<i>Minimum</i>	476	790	219
<i>Std. Dev</i>	540.7	648.7	610.7
<i>Variansi</i>	292397.3	420748.4	372959.8
<i>SE Mean</i>	78	93.6	88.1
<i>Observasi</i>	48	48	48

Standar deviasi merupakan perhitungan statistik yang menunjukkan heterogenitas yang terjadi dalam data, sedangkan variansi dari data total penjualan motor jenis cub, jenis *matic*, dan jenis *sport* adalah 292397.3, 420748.4, dan 372959.8. Variansi digunakan untuk melihat keberagaman data yang dibuat,

sehingga data tersebut layak digunakan untuk penelitian. Semakin besar nilai variansi maka semakin beragam datanya. Untuk nilai *mean*, median, nilai maksimal dan minimal dapat dilihat pada tabel 4.1.

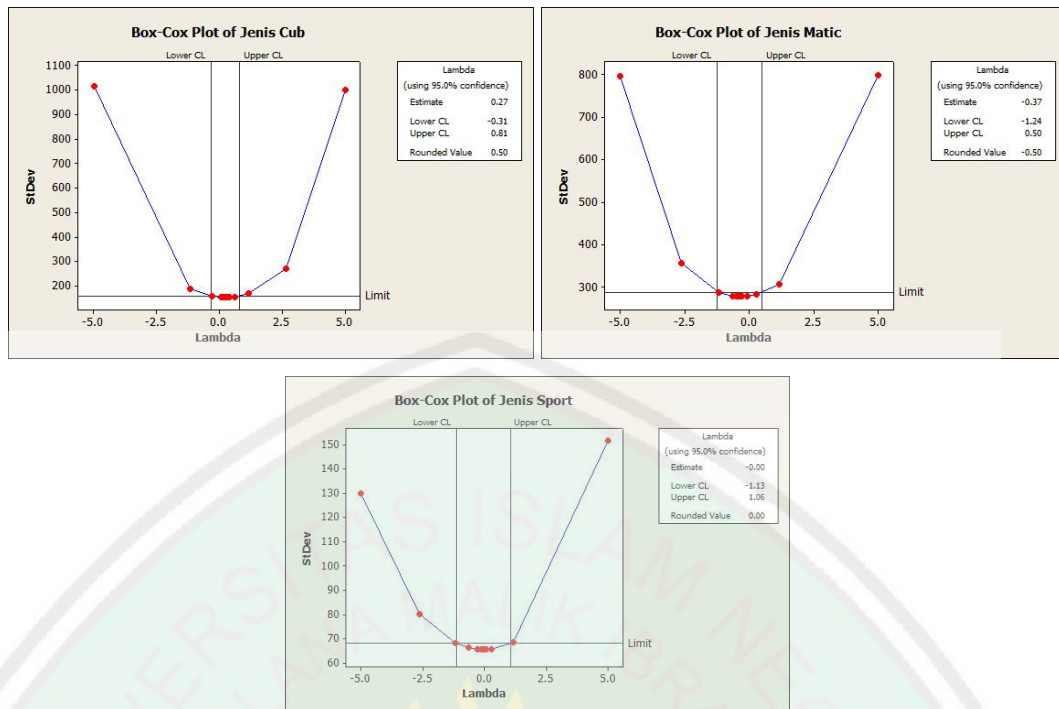
4.2.2 Uji Kestasioneran Data

Uji kestasioneran data merupakan langkah awal pengolahan data *time series* untuk mengetahui pola data sesuai dengan asumsi-asumsi *time series*. Adapun hasil uji stasioner dari data total penjualan motor jenis cub, jenis *matic*, dan jenis *sport* adalah sebagai berikut:



Gambar 4.1 Plot Data Jenis Cub, Matic, dan Sport

Gambar 4.1 merupakan plot data yang tidak stasioner terhadap rata-rata dan variansi. Hal ini terjadi karena masih ada unsur *trend* di dalam data tersebut yang dapat dilihat dari data yang tidak berjalan di sekitar rata-rata, sehingga perlu di stasionerkan dengan cara transformasi untuk menstasionerkan data terhadap variansi. Dengan bantuan *software* didapatkan hasil sebagai berikut:



Gambar 4.2 Box-Cox Plot Jenis Cub, Matic, dan Sport Transformasi Pertama

Gambar 4.2 merupakan plot *Box-Cox* yang menunjukkan bahwa data belum stasioner karena masing-masing *rounded value* belum mencapai angka 1. Adapun perhitungan transformasinya adalah sebagai berikut:

1. Jenis Cub

$$a_0 = (JC_0)^{\frac{1}{2}} = (11617)^{\frac{1}{2}} = 40.2119$$

2. Jenis Matic

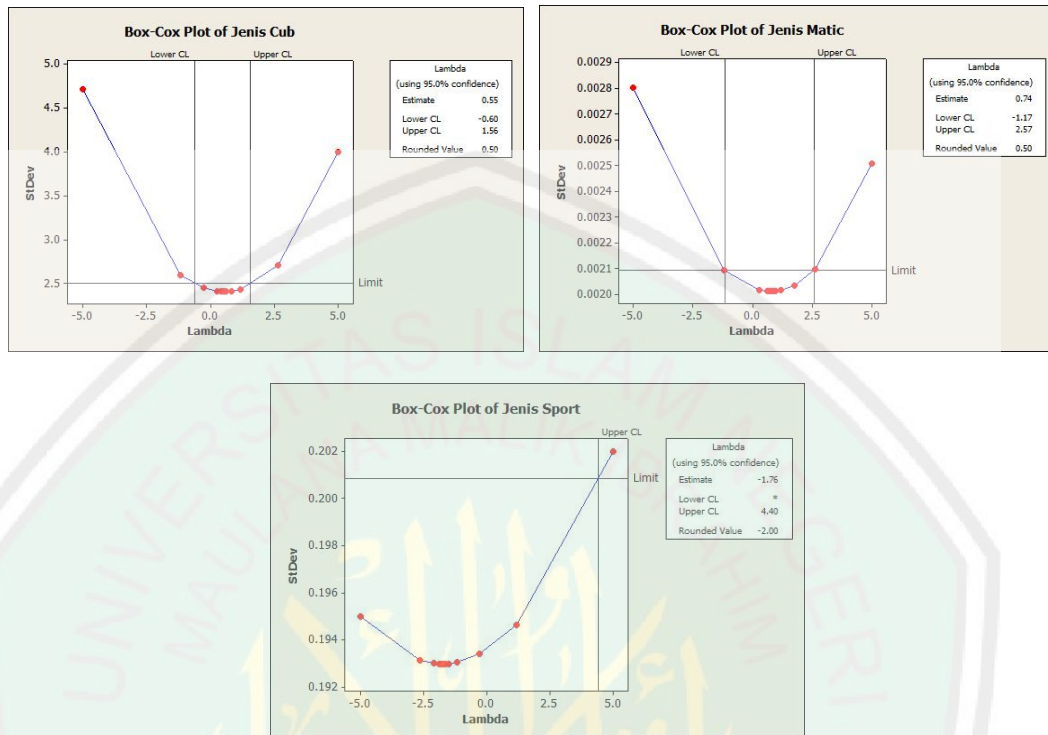
$$b_0 = (JM_0)^{-\frac{1}{2}} = (1044)^{-\frac{1}{2}} = 0.0309$$

3. Jenis Sport

$$c_0 = \ln(JS_0) = \ln(455) = 6.1203$$

untuk hasil selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 2. Hasil transformasi pertama yang belum stasioner, maka langkah selanjutnya adalah

mentransformasikan kembali data tersebut. Dengan bantuan *software* didapatkan hasil sebagai berikut:



Gambar 4.3 Box-Cox Plot Jenis Cub, Matic, dan Sport Transformasi Kedua

Gambar 4.3 merupakan plot *Box-Cox* yang menunjukkan bahwa data juga belum stasioner karena masing-masing *rounded value* belum mencapai angka 1. Adapun perhitungannya adalah sebagai berikut:

1. Jenis Cub

$$d_0 = (a_0)^{\frac{1}{2}} = (40.2119)^{\frac{1}{2}} = 6.341$$

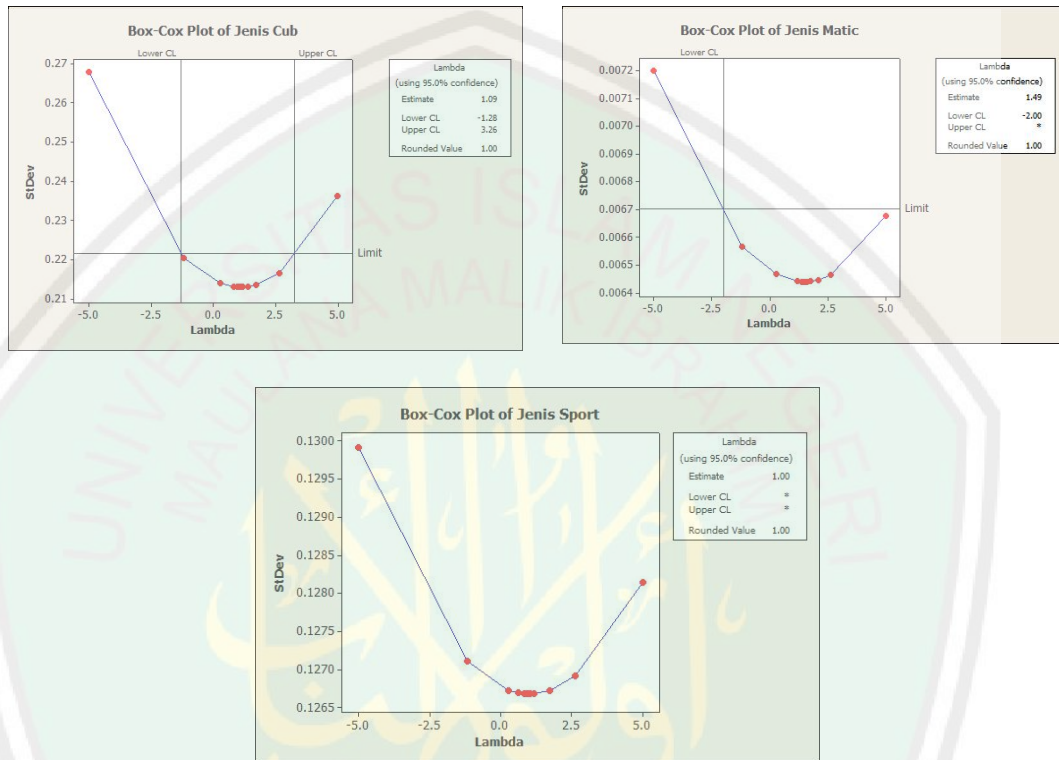
2. Jenis Matic

$$e_0 = (b_0)^{\frac{1}{2}} = (0.0309)^{\frac{1}{2}} = 0.175$$

3. Jenis Sport

$$f_0 = (c_0)^{-2} = (6.1203)^{-2} = 5.066$$

untuk hasil selengkapnya untuk tranformasi kedua dapat dilihat pada lampiran 2. Hasil transformasi kedua yang belum stasioner, maka langkah selanjutnya adalah mentransformasikan kembali data tersebut. Dengan bantuan *software* didapatkan hasil sebagai berikut:



Gambar 4.4 Box-Cox Plot Jenis Cub, Matic, dan Sport Transformasi Ketiga

Gambar 4.4 merupakan plot data sudah stasioner terhadap variansi karena nilai *rounded value* bernilai 1,00. Dari masing-masing data tersebut dapat mencapai stasioner telah ditransformasikan sebanyak tiga kali. Adapun perhitungan transformasinya dapat diperoleh sebagai berikut:

1. Jenis Cub

$$g_0 = (d_0)^1 = (6.341)^1 = 6.341$$

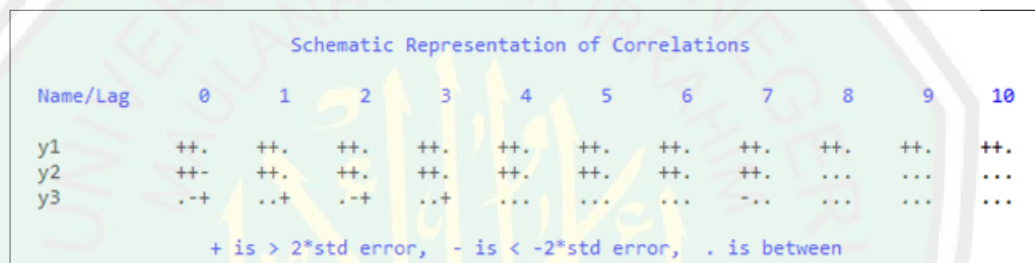
2. Jenis *Matic*

$$h_0 = (e_0)^1 = (0.175)^1 = 0.175$$

3. Jenis *Sport*

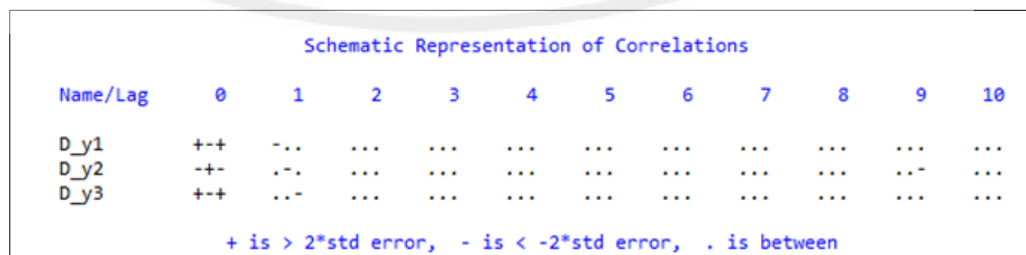
$$l_0 = (f_0)^1 = (5.066)^1 = 5.066$$

untuk perhitungan data selanjutnya diperoleh perhitungan pada lampiran 2. Selanjutnya untuk menstasionerkan data terhadap rata-rata dapat dilakukan dengan melihat plot *Matrix Autocorrelation Function* (MACF). Dengan bantuan *software* didapatkan hasil sebagai berikut:



Gambar 4.5 Plot MACF Jenis Cub, *Matic*, dan *Sport*

Gambar 4.5 menunjukkan bahwa *lag* yang mempunyai nilai korelasi melebihi 2 kali standar *error* yaitu ditunjukkan oleh banyaknya simbol (+) pada plot MACF yang berarti ketiga variabel memiliki korelasi positif, sehingga dapat dikatakan bahwa data jenis cub, *matic*, dan *sport* tidak stasioner dalam rata-rata, sehingga perlu dilakukan *differencing*. Adapun plot MACF untuk data *differencing* adalah sebagai berikut:



Gambar 4.6 Plot MACF Jenis Cub, *Matic*, dan *Sport* Setelah *Differencing*

Gambar 4.6 menunjukkan bahwa data *differencing* dari jenis *cub*, *matic*, dan *sport* sudah stasioner dalam rata-rata. Hal ini ditunjukkan dengan banyaknya simbol (.) pada plot MACF yang berarti nilai korelasi silang antar variabel pada beberapa lag berada diantara +2 dan -2 kali standar *error*. Sementara simbol (+) dan (-) pada plot MACF hanya keluar pada *lag-lag* tertentu. Kestasioneran data juga dapat dilihat melalui uji *unit root*. Berikut merupakan hasil uji *unit root* untuk data total penjualan motor jenis *cub*, jenis *matic*, dan jenis *sport* dengan $\alpha = 0,05$.

Tabel 4.2 Uji *Unit Root* Total Penjualan Motor

Variabel	T-Statistik	Critical Value 5%	Probabilitas	Keterangan
Jenis Cub	-1.070861	-2.926622	0.7194	Tidak Stasioner
Jenis Matic	-1.849157	-2.926622	0.3528	Tidak Stasioner
Jenis Sport	-3.211703	-2.925169	0.0255	Stasioner

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa untuk jenis *sport* nilai mutlak dari t-statistik untuk *test critical value* 5% lebih besar dari t-tabel dengan alfa sebesar 0,05. Kesimpulan yang dapat diambil adalah menolak H_0 yang berarti data total penjualan motor jenis *sport* tidak terdapat *unit root* atau data total penjualan motor jenis *sport* stasioner. Namun untuk jenis *cub* dan *matic* nilai mutlak dari t-statistik untuk *test critical value* 5% lebih kecil dari t-tabel dengan alfa sebesar 0,05, sehingga untuk kedua jenis ini belum stasioner. Untuk menstasionerkan akan dilakukan *differencing* pertama. Berikut adalah hasil *differencing* pertama untuk jenis *cub* dan *matic*:

Tabel 4.3 Uji *Unit Root Differencing* Pertama

Variabel	T-Statistik	Critical Value 5%	Probabilitas	Keterangan
Jenis Cub	-9.777904	-2.926622	0.0000	Stasioner
Jenis Matic	-7.422066	-2.928142	0.0000	Stasioner

Berdasarkan Tabel 4.3 dapat dilihat bahwa nilai mutlak dari t-statistik untuk *test critical value* 5% lebih sudah lebih besar dari t-tabel dengan alfa sebesar 0,05, sehingga dapat disimpulkan bahwa keputusan yang diambil adalah menolak H_0 yang berarti data total penjualan motor jenis cub dan *matic* tidak terdapat *unit root* atau data total penjualan motor jenis cub dan *matic* stasioner.

4.2.3 Penentuan *Lag* Optimal

Penentuan *lag* optimal digunakan untuk mengetahui panjang *lag* yang akan digunakan dalam memodelkan VAR. Penentuan *lag* optimal pada penelitian ini digunakan untuk penentuan model terbaik VAR(p). Untuk mengetahui besarnya *lag p* dari proses autoregresi dapat ditentukan dengan menggunakan plot MPACF dan nilai AIC terkecil seperti berikut:

Schematic Representation of Partial Autocorrelations										
Name/Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_y1	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
D_y2	..-	...	...	...	...	...	...	...	...	...
D_y3	..-	...	...	...	...	...	...	...	...	...

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Gambar 4.7 Plot MPACF Data Jenis Cub, *Matic*, dan *Sport*

Gambar 4.7 menunjukkan bahwa *lag* yang keluar melebihi ± 2 kali standar error terdapat pada *lag* 1. Dari *lag-lag* yang keluar pada plot MPACF dicari *lag* dengan AIC terkecil yang akan menjadi orde model VAR. Nilai AIC dari *lag* 1 sampai dengan *lag* 10 dapat dilihat pada Gambar 4.8 sebagai berikut:

Information Criterion for Autoregressive Models										
Lag=0	Lag=1	Lag=2	Lag=3	Lag=4	Lag=5	Lag=6	Lag=7	Lag=8	Lag=9	Lag=10
-722.801	-735.782	-730.669	-719.538	-707.83	-691.851	-683.108	-677.951	-681.958	-673.698	-666.251

Gambar 4.8 Nilai AIC

Gambar 4.8 menunjukkan bahwa nilai AIC terkecil terdapat pada *lag* 1. Artinya model VAR yang terbentuk adalah model VAR dengan orde 1 atau VAR(1).

4.2.4 Uji Kausalitas Granger

Uji kausalitas granger digunakan untuk mengetahui ada atau tidak hubungan timbal balik antar variabel. Dengan menggunakan persamaan (2.43) didapatkan hasil uji kausalitas granger sebagai berikut:

Tabel 4.4 Uji Kausalitas Granger

Hipotesis	Obs	F-Statistik	P-Value
Jenis <i>matic</i> tidak mempengaruhi jenis cub	47	12.7768	0.0009
Jenis cub tidak mempengaruhi jenis <i>matic</i>		6.40963	0.0150
Jenis <i>sport</i> tidak mempengaruhi jenis cub	47	1.31932	0.2569
Jenis cub tidak mempengaruhi jenis <i>sport</i>		0.95485	0.3338
Jenis <i>sport</i> tidak mempengaruhi jenis jenis <i>matic</i>	47	0.00836	0.9276
Jenis <i>matic</i> tidak mempengaruhi jenis <i>sport</i>		0.66115	0.4205

Berdasarkan Tabel 4.5 dengan $\alpha = 0,05$, dapat disimpulkan bahwa:

1. Jenis *matic* signifikan mempengaruhi jenis cub dan jenis cub signifikan mempengaruhi jenis *matic*. Hal ini dikarenakan nilai *p-value* lebih kecil dari alfa 5%, sehingga total penjualan motor jenis cub dan jenis *matic* memiliki hubungan timbal balik atau saling mempengaruhi.

2. Jenis *sport* tidak signifikan mempengaruhi jenis *cub* dan jenis *cub* tidak signifikan mempengaruhi jenis *sport*, sehingga tidak ada hubungan timbal balik antara jenis *sport* dan jenis *cub*.
3. Jenis *sport* tidak signifikan mempengaruhi jenis *matic* dan jenis *matic* tidak signifikan mempengaruhi jenis *sport*, sehingga tidak ada hubungan timbal balik antara jenis *sport* dan jenis *matic*.

4.2.5 Estimasi Parameter

Estimasi parameter merupakan langkah terakhir dalam pembentukan model. Sebelum melakukan estimasi parameter model, maka harus diketahui model sementara yang akan diestimasi parameternya. Pada langkah sebelumnya sudah diperoleh bahwa model VAR yang digunakan adalah VAR dengan panjang *lag* 1 atau VAR(1) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}c_t &= \Phi_{10} + \Phi_{11}c_{t-1} + \Phi_{12}f_{t-1} + \Phi_{13}l_{t-1} \\f_t &= \Phi_{20} + \Phi_{21}c_{t-1} + \Phi_{22}f_{t-1} + \Phi_{23}l_{t-1} \\l_t &= \Phi_{30} + \Phi_{31}c_{t-1} + \Phi_{32}f_{t-1} + \Phi_{33}l_{t-1}\end{aligned}$$

Setelah memperoleh model sementara, maka langkah selanjutnya adalah estimasi parameter menggunakan metode OLS. Dengan menggunakan persamaan (4.13) dan (4.16) diperoleh nilai parameter sebagai berikut:

$$z_3 = \begin{bmatrix} 6.199 \\ 6.118 \\ \vdots \\ 5.289 \\ 0.181 \\ 0.185 \\ \vdots \\ 0.131 \\ 4.723 \\ 4.884 \\ \vdots \\ 5.377 \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \begin{bmatrix} 1 & 6.341 & 0.175 & 5.066 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 6.199 & 0.181 & 4.723 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 4.747 & 0.165 & 5.377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6.341 & 0.175 & 5.066 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6.199 & 0.181 & 4.723 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4.747 & 0.165 & 5.377 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6.341 & 0.175 & 5.066 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6.199 & 0.181 & 4.723 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4.747 & 0.165 & 5.377 \end{bmatrix}$$

Sehingga dengan persamaan (4.20) diperoleh:

$$\varphi_3 = \begin{bmatrix} \Phi_{10} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{20} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{30} \\ \Phi_{31} \\ \Phi_{32} \\ \Phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.2257 \\ 0.7394 \\ 13.3129 \\ 0.12007 \\ 0.0629 \\ 0.0061 \\ 0.5706 \\ -0.0063 \\ 2.3944 \\ -0.0256 \\ -0.6842 \\ 0.567 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

jadi model VAR(1) untuk total penjualan motor jenis *cub*, *matic*, dan *sport* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} c_t &= -1.2257 + 0.7394c_{t-1} + 13.3129f_{t-1} + 0.12007l_{t-1} \\ f_t &= 0.0629 + 0.0061c_{t-1} + 0.5706f_{t-1} - 0.0063l_{t-1} \\ l_t &= 2.3944 - 0.0256c_{t-1} - 0.6842f_{t-1} + 0.567l_{t-1} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Model diatas merupakan model VAR dari data transformasi, maka untuk mencari model VAR yang akan diuji kelayakannya maka model tersebut harus ditransformasikan ulang. Adapun langkah-langkah mentransformasikan ulang adalah sebagai berikut:

1. Jenis Cub

$$\sqrt[4]{JC_t} = -1.2257 + 0.7394\sqrt[4]{JC_{t-1}} + 13.3129\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} + 0.12007\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2}$$

$$JC_t = \left(-1.2257 + 0.7394\sqrt[4]{JC_{t-1}} + 13.3129\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} + 0.12007\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2} \right)^4$$

2. Jenis Matic

$$\frac{1}{\sqrt[4]{JM_t}} = 0.0629 + 0.0061\sqrt[4]{JC_{t-1}} + 0.5706\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} - 0.0063\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2}$$

$$\sqrt[4]{JM_t} = \frac{1}{0.0629 + 0.0061\sqrt[4]{JC_{t-1}} + 0.5706\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} - 0.0063\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2}}$$

$$JM_t = \frac{1}{\left(0.0629 + 0.0061\sqrt[4]{JC_{t-1}} + 0.5706\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} - 0.0063\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2} \right)^4}$$

3. Jenis Sport

$$\frac{1}{(\ln(JS_t))^2} = 2.3944 - 0.0256\sqrt[4]{JC_{t-1}} - 0.6842\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} + 0.567\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2}$$

$$(\ln(JS_t))^2 = \frac{1}{2.3944 - 0.0256\sqrt[4]{JC_{t-1}} - 0.6842\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} + 0.567\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2}}$$

$$\ln(JS_t) = \frac{1}{\sqrt{2.3944 - 0.0256\sqrt[4]{JC_{t-1}} - 0.6842\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} + 0.567\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2}}}$$

$$JS_t = \exp \left(\frac{1}{\sqrt{2.3944 - 0.0256\sqrt[4]{JC_{t-1}} - 0.6842\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} + 0.567\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2}}} \right)$$

jadi model VAR(1) untuk total penjualan motor jenis cub, *matic*, dan *sport* setelah ditransformasi ulang sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 JC_t &= \left(-1.2257 + 0.7394\sqrt[4]{JC_{t-1}} + 13.3129\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} - 0.12007\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2} \right)^4 \\
 JM_t &= \frac{1}{\left(0.0629 + 0.0061\sqrt[4]{JC_{t-1}} + 0.5706\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} - 0.0063\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2} \right)^4} \\
 JS_t &= \exp \left(\frac{1}{\sqrt{2.3944 - 0.0256\sqrt[4]{JC_{t-1}} - 0.6842\frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} + 0.567\frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2}}} \right)
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

dengan:

JC_t : total penjualan motor jenis cub pada waktu t

JM_t : total penjualan motor jenis *matic* pada waktu t

JS_t : total penjualan motor jenis *sport* pada waktu t

4.2.6 Verifikasi Model VAR

Tahap sebelumnya telah menunjukkan bahwa data sudah stasioner dan telah didapatkan model pada persamaan (4.23), maka tahap selanjutnya adalah pemeriksaan model melalui proses *white noise* dimana residualnya tidak boleh berkorelasi. Uji *portmanteau* dengan persamaan (2.31) diperoleh nilai-nilai q-statistik sebagai berikut:

Tabel 4.5 Uji Portmanteau

Lag	Q-Stat	Prob.
1	5.868868	---
2	9.347731	0.4058
3	13.09355	0.7860
4	15.64006	0.9595
5	18.99353	0.9911
6	34.81027	0.8634
7	41.09392	0.9018
8	48.97789	0.9024

9	55.63807	0.9231
10	59.58199	0.9645
11	64.97785	0.9784
12	67.37336	0.9937

Berdasarkan tabel diatas terlihat bahwa hingga *lag* kedua belas tidak ada komponen autokorelasi yang signifikan pada alfa 5%, semua nilai *p-value* pada setiap *lag* lebih besar dari alfa, artinya *error* tidak saling berkorelasi atau model sudah layak.

4.3 Kajian Al-Quran Tentang Estimasi

Manusia merupakan makhluk Allah SWT yang telah diberi akal pikiran untuk melangsungkan kehidupan di dunia. Jika hidup di dunia manusia akan berperan sebagai insan yang menjaga segala unsur yang ada di dunia. Namun, dalam mengemban amanah tak luputlah manusia dalam kesalahan. Allah berfirman dalam surat Ali-Imran/3:165, yang berbunyi:

أَوَلَمْ آَ أَصْبَتِكُمْ مُصِيبَةً قَدْ أَصَبْتُمْ مِثْلَهَا قُلْتُمْ أَنَّى هَذَا قُلْ هُوَ
 مِنْ عِنْدِ أَنْفُسِكُمْ إِنَّ اللَّهَ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ ﴿١٦٥﴾

“Dan mengapa ketika kamu ditimpa musibah (pada peperangan Uhud), padahal kamu telah menimpakan kekalahan dua kali lipat kepada musuh-musuhmu (pada peperangan Badar), kamu berkata: "Darimana datangnya (kekalahan) ini?" Katakanlah: "Itu dari (kesalahan) dirimu sendiri". Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu” (Q.S Ali-Imran/3:165).

Ayat tersebut menjelaskan bahwa pada saat perang Uhud, pasukan Rasul mengalami kekalahan walaupun mereka telah menata berbagai cara dan mereka juga bersama Rasul saat perang. Tafsir Quraish Shihab juga menjelaskan, “Apakah kalian merasa cemas dan kaget ketika kalian menderita kekalahan pada

perang Uhud? Padahal kalian telah menimpakan kekalahan dua kali lipat kepada orang-orang kafir pada perang Badar? Apakah kalian mengatakan "dari mana kematian dan kekalahan yang menimpa kita, padahal kita semua telah memeluk islam, dan Rasul bersama kita?". Katakan, "yang menimpa kamu semua itu adalah akibat dari pelanggaran terhadap Rasul yang pernah kalian perbuat sendiri. Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu, dan akan membalas kalian semua sesuai apa yang pernah kalian perbuat."

Berdasarkan tafsir tersebut dapat dipelajari bahwa hal-hal yang terjadi didunia ini tak lain adalah perbuatan manusia. Kejadian alam yang dapat merugikan orang banyak tak luput dari kelalaian manusia. Kesalahan-kesalahan ini lah yang harus diatasi agar tidak terjadi kejadian yang membuat kerugian besar. Kesalahan disini jika dilibatkan dengan ilmu matematika sama halnya dengan *error* dalam sebuah model. Agar tidak terjadi kesalahan dalam membuat model maka perlu adanya estimasi atau pendugaan. Dalam pendugaan hal yang diinginkan adalah memperkecil suatu kesalahan. Allah berfirman dalam surat Al-Jaatsiyah/45:24 yang berbunyi:

وَقَالُوا مَا هِيَ إِلَّا حَيَاتُنَا الدُّنْيَا نَمُوتُ وَنَحْيَا وَمَا يُهْلِكُنَا إِلَّا
الدَّهْرُ وَمَا لَهُم بِذَلِكَ مِنْ عِلْمٍ إِنْ هُمْ إِلَّا يَظُنُّونَ ﴿٢٤﴾

"Dan mereka berkata: "Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita mati dan kita hidup dan tidak ada yang akan membinasakan kita selain masa", dan mereka sekali-kali tidak mempunyai pengetahuan tentang itu, mereka tidak lain hanyalah menduga-duga saja" (QS Al-Jaatsiyah/45:24).

Surat Al-Jaatsiyah ini menceritakan bahwa terdapat manusia yang ingkar terhadap hari akhir. Mereka beranggapan bahwa hidup dan mati yang mereka alami tergantung dengan masa, pergantian siang dan malam dimana jika satu

orang mati maka akan ada orang lain yang hidup karena dia dilahirkan. Namun Allah menyangkal pernyataan tersebut dimana Allah berfirman bahwa manusia yang beranggapan tersebut hanyalah menduga-duga. Tafsir Quraish Shihab menjelaskan “Orang-orang yang mengingkari hari kebangkitan berkata, “Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita hidup dan mati. Tidak ada kehidupan lain setelah kematian dan tidak ada yang membinasakan kita selain masa.” Perkataan mereka itu tidak berdasar pada ilmu dan keyakinan, tetapi hanya berdasarkan dugaan dan sangkaan belaka.” Berdasarkan tafsir tersebut kalimat “dugaan dan sangkaan” disini sama artinya dengan estimasi. Estimasi adalah pendugaan sementara atas suatu hal yang dapat digunakan untuk meramalkan hal-hal yang akan terjadi dimasa yang akan datang.

Kedua ayat tersebut terdapat kaitannya dengan penelitian ini. Tahap awal dalam penelitian ini merupakan tahap estimasi parameter yang bertujuan untuk mencari nilai konstanta dan koefisien pada model VAR. Setelah didapatkan nilai parameternya maka akan dikaitkan dengan aplikasi data. Dari pembahasan (4.2) telah diperoleh nilai estimasi yang sesuai dengan pembahasan estimasi parameter (4.1) yang dilakukan dengan metode yang meminimalkan *error*.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model *Vector Autoregressive* (VAR) dengan *lag* 1 dan 3 variabel adalah:

$$y_3 = w_3 \varphi_3 + a_3$$

memiliki hasil estimasi parameter dengan metode *Ordinary Least Square* sebagai berikut:

$$\varphi_3 = (w_3^T w_3)^{-1} w_3^T y_3$$

2. Implementasi estimasi parameter model pada data total penjualan motor jenis *cub*, *matic*, dan *sport* diperoleh model VARIMA (1, 1, 0) sebagai berikut:

$$JC_t = \left(-1.2257 + 0.7394 \sqrt[4]{JC_{t-1}} + 13.3129 \frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} - 0.12007 \frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2} \right)^4$$

$$JM_t = \frac{1}{\left(0.0629 + 0.0061 \sqrt[4]{JC_{t-1}} + 0.5706 \frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} - 0.0063 \frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2} \right)^4}$$

$$JS_t = \exp \left(\frac{1}{\sqrt{2.3944 - 0.0256 \sqrt[4]{JC_{t-1}} - 0.6842 \frac{1}{\sqrt[4]{JM_{t-1}}} + 0.567 \frac{1}{(\ln(JS_{t-1}))^2}}} \right)$$

dengan:

JC_t : total penjualan motor jenis *cub* pada waktu t

JM_t : total penjualan motor jenis *matic* pada waktu t

JS_t : total penjualan motor jenis *sport* pada waktu t

5.2 Saran

Penelitian ini dapat dikembangkan dengan menganalisis model VAR dengan metode dan data yang berbeda. Untuk penelitian selanjutnya disarankan menganalisis model *time series multivariate* lainnya dan dibandingkan dengan metode yang sama.



DAFTAR RUJUKAN

- Alhayat, Aditya Paramita, & Azis Muslim. 2016. *Proyeksi Ekspor dan Impor Indonesia: Suatu Pendekatan Vector Autoregressive*. Buletin Ilmiah Litbang Perdagangan. Vol 10.No. 1.
- Anggraeni, Ade Dwi. 2014. *Peramalan Penjualan Sepeda Motor Tiap Jenis di Wilayah Surabaya dan Blitar dengan Model ARIMA Box-Jenkins dan Vector Autoregressive (VAR)*. Skripsi tidak dipublikasikan. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.
- Aziz, Abdul. 2010. *Ekonometrika: Teori dan Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.
- Box, G. E., dkk. 2008. *Time Series Analysis Forecasting and Control*. Canada: John Wiley and Sons.
- Desvina, Ari Pani, & Maryam Juliana D. 2016. *Pemodelan Pencemaran Udara Menggunakan Metode Vector Autoregressive (VAR) di Provinsi Riau*. Jurnal Sains, Teknologi dan Industri Vol. 13. No. 2.
- Fikriah, dkk. 2017. *Pendekatan Metode VAR-GARCH pada Pemodelan Keterkaitan Indeks Harga Saham Tabungan (ISHG), Kurs Dollar Amerika dan Harga Emas Dunia*. Jurnal Logika Jilid 7. No. 2.
- Franklin, James. 2009. *Aristotelian Realism in Philosophy of Mathematics*. UK : Elsevier, ed. AD. Irvine.
- Gujarati, D. N. 2004. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Jakarta: Erlangga.
- Gujarati, D. N. 2006. *Essentials of Econometrics Third Edition*. Mc Grow-Hill International Edition: United States Military Academy, West Point.
- Hanke, J. E. & Wichern, D. W. 2005. *Business Forecasting Eight Edition*. New Jersey: Pearson Prenticehall.
- Hasan, M. I. 1999. *Pokok-pokok Materi Statistik 1 (Statistik Interensif)*. Jakarta: UI-Press.
- Hasan, M. I. 2005. *Pokok-pokok Materi Statistik 2 (Statistik Interensif)*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Hayati, Farida Nur, & Brodjol Sutijo S. U. 2016. *Peramalan Harga Saham Jakarta Islami Menggunakan Metode Vector Autoregressive*. Jurnal Sains dan Seni ITS Vol. 5 No. 2.
- Irdam, A. 2007. *Hubungan Antara Inflasi dan Tingkat Pengangguran*. Jurnal EKUBANK. Volume 1.

- Johnson, R. & D. W. Wichern. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 6. Ed. America: Pearson Education Inc.
- Kurniawan, Yanuar Adi, & Bowo Nurdiono. 2016. *Komparasi Metode Least Square dan Double Exponential Smoothing untuk Menganalisis Pendapatan Retribusi Uji Kendaraan Bermotor*. Artikel.
- Kutner, M. H., dkk. 2004. *Applied Linear Regression Model* 4th ed. New York: McGraw-Hill Companies, Inc.
- Lestari, N. & Wahyuningsih, N. 2012. *Peramalan Kunjungan Wisata dengan Pendekatan Model SARIMA*, *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 1, No. 1.
- Lutkepohl, Helmut. 2005. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. New York: Springer Berlin Heidelberg.
- Makridakis, S., dkk. 1995. *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga.
- Makridakis, S., dkk. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga.
- Maruddani, Di Asih I, & Diah Safitri. 2008. *Vector Autoregressive (VAR) untuk Peramalan Harga Saham PT Indofood Sukses Makmur Indonesia Tbk*. *Jurnal Matematika* Vol. 11. No 1.
- Nawari. 2010. *Analisis Regresi dengan MS Excel 2007 dan SPSS 17*. Jakarta: PT. Elex Media.
- Ni'mah, Eva Noviatun, & Safa'at Yulianto. 2017. *Peramalan Laju Inflasi dan Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dolar Amerika dengan Menggunakan Model Vector Autoregressive (VAR) dan Vector Error Correction Model (VECM)*. Artikel.
- Pankratz. 1983. *Forecasting With Univariate Box-Jenkins Models*. Canada: John Willey & Sons, Inc.
- Paris, Carmen Monila. 2011. *Mathematical Models and Immune Cell Biology*. New York: Springer.
- Rosadi, D. 2012. *Pengantar Analisis Runtun Waktu*. Yogyakarta: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Gadjah Mada.
- Ruseffendi, E. T. 1993. *Pendidikan Matematika 3 Modul 1-5*. Jakarta : Universitas Terbuka.
- Santoso, S. 2009. *Metode Peramalan Bisnis Masa Kini dengan Minitab dan SPSS*. Jakarta: Gramedia.
- Shochrul, dkk. 2011. *Cara Cerdas Menguasai Eviews*. Jakarta: Salemba Empat.

- Soejati, Z. 1987. *Analisis Runtun Waktu*. Jakarta: Karunika
- Spiegel, Murray R., dkk. 2004. *Statistika*. PT. Erlangga: Jakarta.
- Sugiyono, A. 2008. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Suharyadi & Purwanto, S. K. 2004. *Statistika Dasar*. Jakarta: Salemba Empat.
- Sumodiningrat, Gunawan. 1994. *Ekonometrika Pengantar Edisi Pertama*. Yogyakarta: Badan Penerbit Fakultas Ekonomi.
- Supangat, Andi. 2007. *Statistik dalam Kajian Deskriptif, Inferensi dan Nonparametrik*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.
- Supranto, J. 2000. *Statistik (Teori dan Aplikasi), Edisi Keenam*. Jakarta: Erlangga.
- Wei, W. W. S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Wibisono, Yusuf. 2009. *Metode Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada Press.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Data total penjualan motor jenis cub, *matic*, dan *sport* pada tahun 2009-2012

Tahun	Bulan	Total Penjualan Motor (Unit)		
		Jenis Cub	Jenis Matic	Jenis Sport
2009	Januari	1617	1044	455
	Februari	1477	927	287
	Maret	1401	848	356
	April	1359	790	307
	Mei	1701	1034	336
	Juni	1526	1038	352
	Juli	1669	970	362
	Agustus	2231	1091	432
	September	2157	1312	393
	Oktober	2499	1240	369
	November	1472	1174	553
	Desember	1692	1435	324
2010	Januari	1616	1257	331
	Februari	1542	1151	411
	Maret	1752	1585	340
	April	1695	1378	333
	Mei	1535	1382	314
	Juni	1728	2092	420
	Juli	1585	2254	472
	Agustus	1596	2340	436
	September	1480	1979	371
	Oktober	1055	2063	421
	November	956	1753	325
	Desember	1329	2358	472
2011	Januari	606	1258	219
	Februari	779	1887	350
	Maret	882	2357	334
	April	635	1835	283
	Mei	705	2179	344
	Juni	673	2021	366
	Juli	837	2077	377
	Agustus	1041	1674	559
	September	715	2242	400
	Oktober	585	1947	324
	November	541	1718	246
	Desember	600	1855	271
2012	Januari	476	1484	257

	Februari	667	1931	247
	Maret	487	1740	356
	April	584	1699	372
	Mei	601	2931	403
	Juni	663	2829	439
	Juli	646	2949	656
	Agustus	659	3119	689
	September	714	2990	734
	Oktober	509	2240	541
	November	508	1344	522
	Desember	783	3380	693



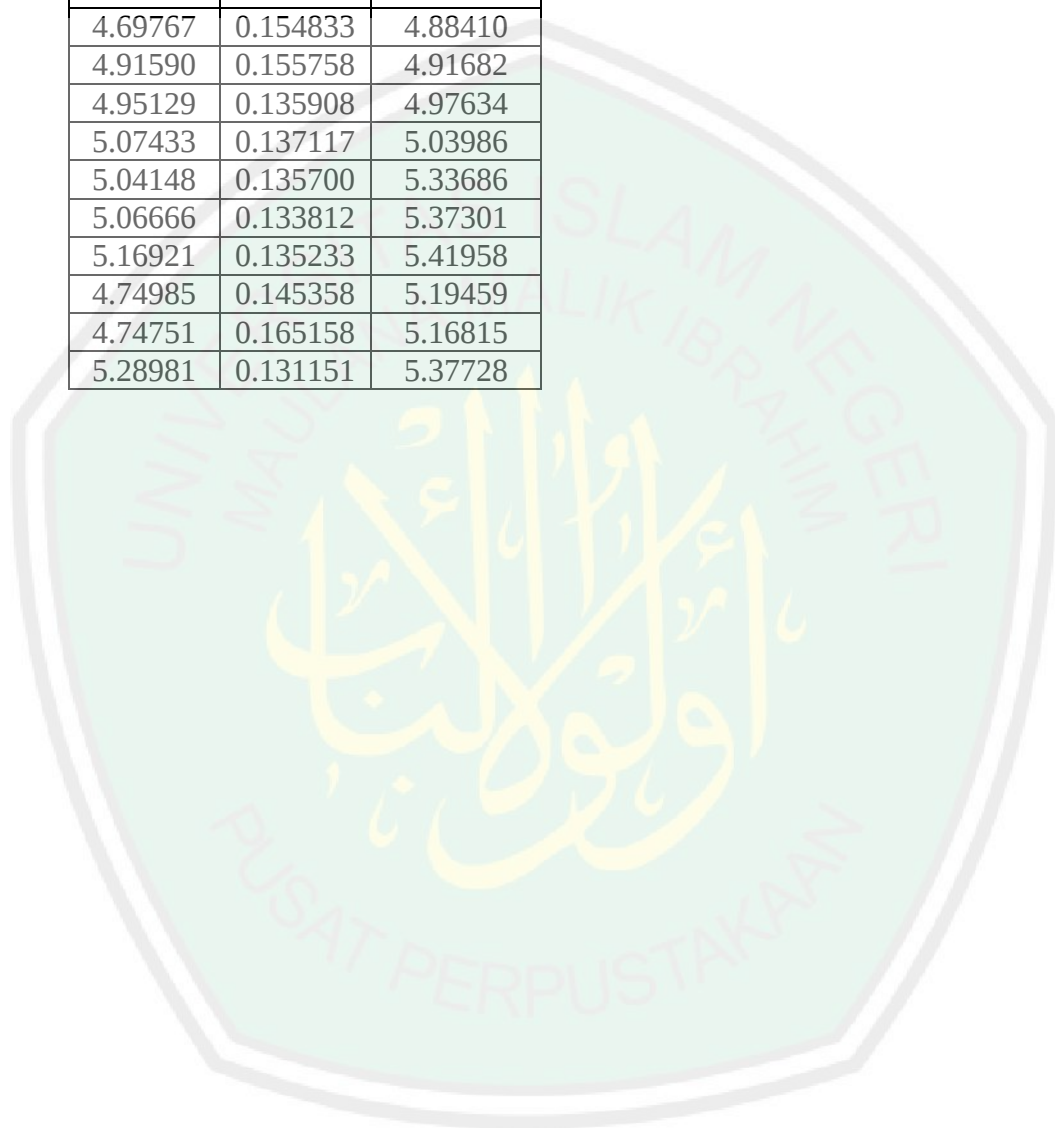
Lampiran 2 Tabel transformasi data total penjualan motor jenis cub, *matic*, dan *sport*

Transformasi 1			Transformasi 2		
Jenis Cub	Jenis Matic	Jenis Sport	Jenis Cub	Jenis Matic	Jenis Sport
40.2119	0.0309492	6.12030	6.34129	0.175924	5.06642
38.4318	0.0328443	5.65948	6.19934	0.181230	4.72336
37.4299	0.0343401	5.87493	6.11800	0.185311	4.88410
36.8646	0.0355784	5.72685	6.07162	0.188622	4.77369
41.2432	0.0310985	5.81711	6.42209	0.176348	4.84102
39.0640	0.0310385	5.86363	6.25012	0.176178	4.87569
40.8534	0.0321081	5.89164	6.39167	0.179187	4.89654
47.2335	0.0302752	6.06843	6.87266	0.173998	5.02794
46.4435	0.0276079	5.97381	6.81495	0.166156	4.95766
49.9900	0.0283981	5.91080	7.07036	0.168517	4.91080
38.3667	0.0291854	6.31536	6.19408	0.170837	5.21081
41.1339	0.0263982	5.78074	6.41357	0.162475	4.81391
40.1995	0.0282054	5.80212	6.34031	0.167945	4.82985
39.2683	0.0294756	6.01859	6.26644	0.171685	4.99094
41.8569	0.0251180	5.82895	6.46969	0.158487	4.84985
41.1704	0.0269386	5.80814	6.41641	0.164130	4.83434
39.1791	0.0268996	5.74939	6.25932	0.164011	4.79052
41.5692	0.0218635	6.04025	6.44742	0.147863	5.00703
39.8121	0.0210631	6.15698	6.30968	0.145131	5.09360
39.9500	0.0206725	6.07764	6.32060	0.143779	5.03478
38.4708	0.0224790	5.91620	6.20248	0.149930	4.91482
32.4808	0.0220166	6.04263	5.69919	0.148380	5.00879
30.9192	0.0238841	5.78383	5.56051	0.154545	4.81621
36.4555	0.0205934	6.15698	6.03784	0.143504	5.09360
24.6171	0.0281942	5.38907	4.96156	0.167911	4.52071
27.9106	0.0230205	5.85793	5.28305	0.151725	4.87144
29.6985	0.0205978	5.81114	5.44963	0.143519	4.83657
25.1992	0.0233444	5.64545	5.01988	0.152789	4.71287
26.5518	0.0214226	5.84064	5.15285	0.146364	4.85856
25.9422	0.0222442	5.90263	5.09335	0.149145	4.90472
28.9310	0.0219423	5.93225	5.37875	0.148129	4.92676
32.2645	0.0244412	6.32615	5.68019	0.156337	5.21878
26.7395	0.0211194	5.99146	5.17102	0.145325	4.97079
24.1868	0.0226630	5.78074	4.91801	0.150542	4.81391
23.2594	0.0241262	5.50533	4.82280	0.155326	4.60796
24.4949	0.0232182	5.60212	4.94923	0.152375	4.68046
21.8174	0.0259587	5.54908	4.67091	0.161117	4.64074
25.8263	0.0227567	5.50939	5.08196	0.150853	4.61100

22.0681	0.0239732	5.87493	4.69767	0.154833	4.88410
24.1661	0.0242607	5.91889	4.91590	0.155758	4.91682
24.5153	0.0184711	5.99894	4.95129	0.135908	4.97634
25.7488	0.0188011	6.08450	5.07433	0.137117	5.03986
25.4165	0.0184146	6.48616	5.04148	0.135700	5.33686
25.6710	0.0179057	6.53524	5.06666	0.133812	5.37301
26.7208	0.0182879	6.59851	5.16921	0.135233	5.41958
22.5610	0.0211289	6.29342	4.74985	0.145358	5.19459
22.5389	0.0272772	6.25767	4.74751	0.165158	5.16815
27.9821	0.0172005	6.54103	5.28981	0.131151	5.37728

Transformasi 3		
Jenis Cub	Jenis Matic	Jenis Sport
6.34129	0.175924	5.06642
6.19934	0.181230	4.72336
6.11800	0.185311	4.88410
6.07162	0.188622	4.77369
6.42209	0.176348	4.84102
6.25012	0.176178	4.87569
6.39167	0.179187	4.89654
6.87266	0.173998	5.02794
6.81495	0.166156	4.95766
7.07036	0.168517	4.91080
6.19408	0.170837	5.21081
6.41357	0.162475	4.81391
6.34031	0.167945	4.82985
6.26644	0.171685	4.99094
6.46969	0.158487	4.84985
6.41641	0.164130	4.83434
6.25932	0.164011	4.79052
6.44742	0.147863	5.00703
6.30968	0.145131	5.09360
6.32060	0.143779	5.03478
6.20248	0.149930	4.91482
5.69919	0.148380	5.00879
5.56051	0.154545	4.81621
6.03784	0.143504	5.09360
4.96156	0.167911	4.52071
5.28305	0.151725	4.87144
5.44963	0.143519	4.83657
5.01988	0.152789	4.71287
5.15285	0.146364	4.85856
5.09335	0.149145	4.90472

5.37875	0.148129	4.92676
5.68019	0.156337	5.21878
5.17102	0.145325	4.97079
4.91801	0.150542	4.81391
4.82280	0.155326	4.60796
4.94923	0.152375	4.68046
4.67091	0.161117	4.64074
5.08196	0.150853	4.61100
4.69767	0.154833	4.88410
4.91590	0.155758	4.91682
4.95129	0.135908	4.97634
5.07433	0.137117	5.03986
5.04148	0.135700	5.33686
5.06666	0.133812	5.37301
5.16921	0.135233	5.41958
4.74985	0.145358	5.19459
4.74751	0.165158	5.16815
5.28981	0.131151	5.37728



Lampiran 3 Output software SAS

1. Plot AIC, MACF dan MPACF

The STATESPACE Procedure

Information Criterion for Autoregressive Models

Lag=0	Lag=1	Lag=2	Lag=3	Lag=4	Lag=5	Lag=6	Lag=7	Lag=8	Lag=9	Lag=10
-624.748	-725.236	-722.794	-714.67	-705.819	-696.352	-683.974	-672.776	-665.761	-666.91	-656.841

Schematic Representation of Correlations

Name/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y1	++.	++.	++.	++.	++.	++.	++.	++.	++.	++.	++.
y2	++-	++.	++.	++.	++.	++.	++.	++.	...	...	...
y3	..+	..+	..+	..+	...	...	...	...	...	...	...

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Schematic Representation of Partial Autocorrelations

Name/Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y1	++.	...	...	...	...	...	...	...	...	...
y2	..+	...	...	...	...	...	...	...	...	...
y3	..+	...	...	...	...	...	...	...	...	...

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

2. Plot AIC, MACF dan MPACF setelah *differencing*

The STATESPACE Procedure

Information Criterion for Autoregressive Models

Lag=0	Lag=1	Lag=2	Lag=3	Lag=4	Lag=5	Lag=6	Lag=7	Lag=8	Lag=9	Lag=10
-722.801	-735.782	-730.669	-719.538	-707.83	-691.851	-683.108	-677.951	-681.958	-673.698	-666.251

Schematic Representation of Correlations

Name/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_y1	++	..	...	...	...	...	...	...	...	...	...
D_y2	++	..	...	...	...	...	...	...	...	...	...
D_y3	++	..	...	...	...	...	...	...	...	...	...

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Schematic Representation of Partial Autocorrelations

Name/Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_y1	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
D_y2	..	...	...	...	...	...	...	...	...	...
D_y3	..	...	...	...	...	...	...	...	...	...

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Lampiran 4 Output software E-Views

1. Uji ADF

a. Tidak stasioner

- Jenis *cub*

Null Hypothesis: SERIES01 has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=1)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.070861	0.7194
Test critical values: 1% level	-3.581152	
5% level	-2.926622	
10% level	-2.601424	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

- Jenis *matic*

Null Hypothesis: SERIES02 has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=1)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.849157	0.3528
Test critical values: 1% level	-3.581152	
5% level	-2.926622	
10% level	-2.601424	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

b. Stasioner

- Jenis *cub*

Null Hypothesis: D(SERIES01) has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=1)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.777904	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.581152	
5% level	-2.926622	
10% level	-2.601424	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

- Jenis *matic*

Null Hypothesis: D(SERIES02) has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=1)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.422066	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.584743	
5% level	-2.928142	
10% level	-2.602225	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

- Jenis *sport*

Null Hypothesis: SERIES03 has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=1)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.211703	0.0255
Test critical values: 1% level	-3.577723	
5% level	-2.925169	
10% level	-2.600658	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

2. Uji kausalitas Granger

Pairwise Granger Causality Tests			
Date: 12/17/18 Time: 11:05			
Sample: 1 48			
Lags: 1			
Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
SERIES03 does not Granger Cause SERIES02	47	0.00836	0.9276
SERIES02 does not Granger Cause SERIES03		0.66115	0.4205
SERIES01 does not Granger Cause SERIES02	47	6.40963	0.0150
SERIES02 does not Granger Cause SERIES01		12.7768	0.0009
SERIES01 does not Granger Cause SERIES03	47	0.95485	0.3338
SERIES03 does not Granger Cause SERIES01		1.31932	0.2569

3. Estimasi parameter data transformasi

Vector Autoregression Estimates
Date: 12/17/18 Time: 11:36
Sample (adjusted): 2 48

Included observations: 47 after adjustments Standard errors in () & t-statistics in []			
	SERIES03	SERIES02	SERIES01
SERIES03(-1)	0.567095 (0.14962) [3.79034]	-0.006315 (0.00778) [-0.81170]	0.120070 (0.24599) [0.48811]
SERIES02(-1)	-0.684232 (2.45206) [-0.27904]	0.570628 (0.12750) [4.47566]	13.31290 (4.03157) [3.30216]
SERIES01(-1)	-0.025606 (0.04600) [-0.55671]	0.006112 (0.00239) [2.55564]	0.739444 (0.07562) [9.77789]
C	2.394433 (0.88909) [2.69311]	0.062943 (0.04623) [1.36155]	-1.225736 (1.46181) [-0.83851]
R-squared	0.321455	0.624662	0.839563
Adj. R-squared	0.274114	0.598475	0.828370
Sum sq. resids	1.321689	0.003573	3.572852
S.E. equation	0.175320	0.009116	0.288253
F-statistic	6.790289	23.85444	75.00608
Log likelihood	17.23395	156.1942	-6.135703
Akaike AIC	-0.563147	-6.476350	0.431307
Schwarz SC	-0.405688	-6.318891	0.588766
Mean dependent	4.937058	0.156377	5.669899
S.D. dependent	0.205777	0.014386	0.695787
Determinant resid covariance (dof adj.)		1.30E-07	
Determinant resid covariance		9.94E-08	
Log likelihood		178.8391	
Akaike information criterion		-7.099538	
Schwarz criterion		-6.627160	
Number of coefficients		12	

4. Uji portmanteau

VAR Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations

Null Hypothesis: No residual autocorrelations up to lag h

Date: 12/17/18 Time: 17:17

Sample: 1 48

Included observations: 47

Lags	Q-Stat	Prob.*	Adj Q-Stat	Prob.*	df
1	5.868868	---	5.996453	---	---
2	9.347731	0.4058	9.629931	0.3813	9
3	13.09355	0.7860	13.63115	0.7528	18
4	15.64006	0.9595	16.41454	0.9446	27
5	18.99353	0.9911	20.16724	0.9846	36

6	34.81207	0.8634	38.30068	0.7496	45
7	41.09392	0.9018	45.68186	0.7825	54
8	48.97789	0.9024	55.18305	0.7477	63
9	55.63807	0.9231	63.42064	0.7547	72
10	59.58199	0.9645	68.43048	0.8391	81
11	64.97785	0.9784	75.47508	0.8636	90
12	67.37336	0.9937	78.69192	0.9342	99

*Test is valid only for lags larger than the VAR lag order.
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution



RIWAYAT HIDUP



Ita Purwinda, biasa dipanggil Ita dilahirkan di Blitar tanggal 20 November 1995, anak pertama dari pasangan bapak Sudarsun dan ibu Anik Mustikawati dan merupakan kakak dari Muhammad Ilham Dwi Aufani.

Pendidikan dasar ditempuh penulis di kampung halamannya yaitu SDN Siraman 01 dan lulus pada tahun 2008. Setelah itu melanjutkan ke sekolah menengah pertama di SMPN 1 Kesamben dan lulus pada tahun 2011. Sekolah menengah atas penulis tempuh di SMAN 1 Garum dan lulus pada tahun 2014. Selanjutnya, pada tahun yang sama penulis melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang jurusan Matematika melalui jalur SNMPTN. Selama menjadi mahasiswa, penulis telah mengikuti organisasi Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) Matematika selama dua periode yaitu 2015-2016 dan 2016-2017. Penulis dapat dihubungi via *email*: itachangambatte@gmail.com.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Ita Purwinda
NIM : 14610016
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Vector Autoregressive*
Menggunakan Metode *Ordinary Least Square*
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II : Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1	19 April 2018	Konsultasi BAB I dan II	1.	
2	26 April 2018	Revisi BAB I dan II		2.
3	25 Juni 2018	Konsultasi Agama BAB I dan II	3.	
4	30 Juni 2018	Revisi Agama BAB I		4.
5	25 Juli 2018	Konsultasi Agama BAB II	5.	
6	13 Agustus 2018	Revisi BAB II dan konsultasi BAB III		6.
7	20 Agustus 2018	Konsultasi BAB IV	7.	
8	27 Agustus 2018	Revisi BAB IV		8.
9	30 Agustus 2018	Konsultasi Agama BAB IV	9.	
10	03 September 2018	Revisi BAB IV		10.
11	7 September 2018	ACC untuk diseminarkan	11.	
12	05 November 2018	Revisi BAB IV		12.
13	08 November 2018	Revisi BAB IV dan konsultasi BAB V	13.	
14	08 November 2018	Revisi Agama BAB IV		14.
15	08 November 2018	ACC Agama Keseluruhan	15.	
16	08 November 2018	ACC Keseluruhan		16.

Malang, 08 November 2018
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001