PENGGUNAAN METODE *HETEROSCEDASTICITY CONSISTENT COVARIANCE MATRIX ESTIMATOR* (HCCME) UNTUK MENGATASI HETEROSKEDASTISITAS PADA REGRESI LINIER

SKRIPSI

OLEH
SOLICHIN MUCHOROBIN
NIM. 13610010

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG

2018

PENGGUNAAN METODE *HETEROSCEDASTICITY CONSISTENT COVARIANCE MATRIX ESTIMATOR* (HCCME) UNTUK MENGATASI HETEROSKEDASTISITAS PADA REGRESI LINIER

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Solichin Muchorobin
NIM. 13610010

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018

PENGGUNAAN METODE *HETEROSCEDASTICITY CONSISTENT COVARIANCE MATRIX ESTIMATOR* (HCCME) UNTUK MENGATASI HETEROSKEDASTISITAS PADA REGRESI LINIER

SKRIPSI

Oleh
Solichin Muchorobin
NIM. 13610010

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 12 April 2018

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	Mohammad Jamhuri, M.Si
NIP. 19630502 198703 1 005	NIP. 19810502 200501 1 004

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PENGGUNAAN METODE *HETEROSCEDASTICITY CONSISTENT COVARIANCE MATRIX ESTIMATOR* (HCCME) UNTUK MENGATASI HETEROSKEDASTISITAS PADA REGRESI LINIER

SKRIPSI

Oleh
Solichin Muchorobin
NIM. 13610010

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 26 April 2018

Penguji Utama	: Abdul Aziz, M.Si	....
Ketua Penguji	: Dr. Sri Harini, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	....
Anggota Penguji	: Mohammad Jamhuri, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Solichin Muchorobin
NIM	:	13610010
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Penggunaan Metode *Heteroscedasticity Consistent Covariance Matrix Estimator* (HCCME) untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Linier

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 12 April 2018
Yang Membuat Pernyataan,

METERAI TEMPEL
821CAAFF124853681
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Solichin Muchorobin
NIM. 13610010

MOTO

مَنْ جَدَّ وَجَدَ

"Barangsiapa bersungguh-sungguh pasti akan mendapatkan hasil"

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Mohammad Sholikin, ibunda Li'ana, adik Baihaqi Nur Solichin,

sahabat-sahabat yang selalu mendukung dan selalu hadir di kala sedih dan senang,

serta segenap keluarga penulis yang selalu memberikan doa, semangat, dan

motivasi bagi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, puji syukur kepada Allah Swt yang telah melimpahkan rahmat-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul "Penggunaan Metode *Heteroscedasticity Cosistent Covariance Matrix Estimator* (HCCME) Untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Linier". Shalawat serta salam selalu terlimpahkan kepada nabi Muhammad Saw yang telah menuntun manusia ke jalan keselamatan.

Dalam kesempatan ini, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah mendukung dan membantu secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian skripsi ini, yakni kepada:

1. Prof. Dr. Abdul Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing 1 yang senantiasa mengarahkan penulis dalam melakukan penelitian.
5. Mohammad Jamhuri, M.Si, selaku dosen pembimbing 2 yang senantiasa mengarahkan penulis dalam melakukan penelitian.

6. Ayahanda M.Sholikin dan ibunda Li’ana yang selalu memberikan doa dan semangat dalam menyelesaikan penelitian ini.
7. Adik tersayang Baihaqi Nur Solichin yang selalu memberikan dukungan, doa, dan motivasi bagi penulis.
8. Sukron, Bayhaqi, Ichwan, Indri, Nabila, selaku teman-teman “B 06 AJA” dan Yorda, Adit, Izad, Fuad, Alex selaku teman-teman “Kos” dan Seluruh teman-teman “Subset 2013” yang selalu ada di kala senang dan sedih dalam rangka proses penyelesaian penelitian ini.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik berupa moril maupun materiil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca, khususnya bagi penulis secara pribadi.

Wassalamu’alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 18 Desember 2017

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Muchorobin, Solichin. 2018. **Penggunaan Metode *Heteroscedasticity Consistent Covariance Matrix Estimator* (HCCME) Untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Linier.** Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing : (1) Dr. H. Imam Sujarwo M.Pd (2) Mohammad Jamhuri M.Si

Kata Kunci : HCCME, Heteroskedastisitas, Homoskedastisitas, Regresi Linier Berganda, Uji *White*, *Weighted Least Square.*

Regresi Linier Berganda merupakan hubungan ketergantungan antara satu atau lebih variabel bebas terhadap variabel terikat. Fungsi regresi memuat parameter-parameter β yang tidak diketahui. Regresi linier berganda yang memiliki unsur heteroskedastisitas memiliki nilai varians *error* yang berbeda atau tidak identik. Namun sebaliknya jika regresi tersebut memiliki nilai varians yang identik atau sama maka disebut homoskedastisitas. Untuk mendeteksi apakah terdapat heteroskedastisitas dapat menggunakan uji *white*. HCCME memberikan estimator matriks yang konsisten dan dapat menghasilkan estimator matriks kovariansi dari parameter regresi linier yang mengandung heteroskedastisitas. Dengan mengetahui matriks kovariansi tersebut maka akan lebih mudah untuk mengatasi heteroskedastisitas dengan menggunakan metode *Weighted Least Square*.

ABSTRACT

Muchorobin, Solichin. 2018. **The Use of Heteroscedasticity Consistent Covariance Matrix Estimator (HCCME) Methods to Overcome Heteroskedasticity in Linier Regression.** Thesis. Mathematics Department Faculty of Science and Technology. State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (1) Dr. H. Imam Sujarwo M.Pd (2) Mohammad Jamhuri M.Si

Keywords: HCCME, Heteroscedasticity, Homoscedasticity, Multiple Linear Regression, White Test, Weighted Least Square.

Multiple Linear Regression is a dependency relationship between one or more independent variables on the dependent variable. The regression function contains unknown β parameters. Multiple linear regression which has heteroscedasticity element has different or not identical error variance value. In addition, if the regression has an identical or equal variance value, then it is called homoscedasticity. To detect whether there is the heteroskedasticity can use white test. The HCCME provides a consistent matrix estimator and can generate a covariance matrix estimator of linear regression parameters containing heteroskedasticity. By knowing the covariance matrix, it will be easier to overcome heteroskedasticity by using Weighted Least Square method.

الملخص

مخارابين ،صالحين. ٢٠١٨. استخدام طريقة *Heteroscedasticity Consistent Covariance Matrix Estimator* (HCCME) للتغلب على التباين بين الجنسين في الانحدار الخطي. البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة مولانا مالك إبراهيم مالانج الإسلامية الحكومية مستشار: (١) دكتور الحج إمام سوجارو الماجستير (٢) محمد جمهوري الماجستير

الكلمات الرئيسية : HCCME ، *Heteroskedasticity*، *Homoskedasticity*، الانحدار الخطي المتعدد، اختبار أبيض، *Weighted Least Square*

الانحدار الخطي المتعدد هو علاقة تبعية بين متغير واحد مستقل أو أكثر على المتغير التابع. تحتوي دالة الانحدار على معلمات β غير معروفة. الانحدار الخطي المتعدد الذي يحتوي على عنصر *Heteroskedasticity* له قيمة متباينة مختلفة أو غير متطابقة للخطأ.من ناحية أخرى، إذا كان الانحدار له قيمة تباين متطابقة أو متساوية، فإنه يُسمى بـ *Homoskedasticity*. لاكتشاف ما إذا كان هناك اختلاف في الشكل يمكن أن يستخدم الاختبار *white*. HCCME مقدرًا ثابتًا للمصفوفة ويمكنه أن يولد مقدر مصفوفة التباين لمعلمات الانحدار الخطي المحتوية على *Heteroskedasticity*. من خلال معرفة مصفوفة التغاير سيكون من الأسهل التغلب على *Heteroskedasticity* باستخدام طريقة *Weighted Least Square*.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Regresi merupakan salah satu cabang dari ilmu statistika, yaitu suatu teknik statistik dimana dapat menghubungkan antara variabel bebas (*independent*) dengan variabel terikat (*dependent*). Analisis regresi linier merupakan analisis yang paling sering digunakan dalam pemecahan suatu permasalahan (Setiawan & Kusrini, 2010).

Regresi linier dapat mengetahui suatu hubungan antara dua variabel, yakni satu variabel terikat (*dependent*) dan beberapa variabel bebas (*independent*). Metode yang digunakan dalam regresi linier berganda yaitu *Ordinary Least Squares* (OLS) ataupun bisa disebut dengan metode kuadrat terkecil. Dalam metode ini digunakan untuk mengestimasi parameter dengan memilih garis regresi yang paling dekat dengan garis disemua data (Suliyanto, 2011). Namun, terkadang dalam regresi terdapat suatu heteroskedastisitas.

Heteroskedastisitas merupakan suatu hal yang menyebabkan model regresi linier berganda tidak akurat, juga mengakibatkan penggunaan metode kuadrat terkecil dalam mengestimasi koefisien regresi akan sedikit terganggu. Dengan adanya suatu unsur heteroskedastisitas maka akan sulit mengukur standart deviasi yang sebenarnya, sehingga lebih menghasilkan standart deviasi yang terlalu lebar maupun sempit. Jadi ada beberapa cara untuk mengatasi heteroskedastisitas salah satu caranya adalah menggunakan metode *Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix Estimator* (HCCME).

Terkait dengan masalah heteroskedastisitas yaitu terdapat suatu masalah dalam regresi linier dengan nilai residual *error* yang melebar sehingga membuat selang kepercayaan semakin sedikit. Namun masalah tersebut dapat diatasi dengan menggunakan metode HCCME, yaitu metode yang dapat memperlihatkan bentuk heteroskedastisitasnya dan melakukan pembobotan sehingga dapat memperkecil residual *error* tersebut sehingga selang kepercayaan semakin baik dan membuat suatu regresi tersebut bersifat homoskedastistas. Jika dikaitkan dalam pandangan islam masalah yang sering terjadi pada manusia adalah penyakit hati. Penyakit ini yang sering kali menyerang setiap manusia dan dapat membuat mereka terjerumus. Salah satu penyakit hati yang sering menimpa manusia adalah sombong, yang mana hal ini sangat dilarang oleh Allah. Sebagaimana Allah berfirman dalam surat Luqman ayat 18:

وَلَا تُصَعِّرۡ خَدَّكَ لِلنَّاسِ وَلَا تَمۡشِ فِي ٱلۡأَرۡضِ مَرَحًاۖ إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُحِبُّ كُلَّ مُخۡتَالٖ فَخُورٖ ١٨

"Dan janganlah kamu memalingkan mukamu dari manusia (Karena sombong) dan janganlah kamu berjalan dimuka bumi dengan angkuh. Sesungguhnya allah tidak menyukai orang-orang yang sombong lagi membanggakan diri" (QS. Luqman/31:18).

Dalam al-Qur'an surat Luqman ayat 31 di atas dijelaskan bahwa salah satu penyakit hati adalah sombong. Sifat sombong dalam Islam adalah sikap yang tentunya diharamkan dan tidak sama sekali dicontohkan oleh Rasulullah Saw. Penyakit ini yang paling sering terjadi pada manusia sehingga membuatnya terjerumus terhadap hal-hal yang buruk. Dalam hal ini masalah regresi tidak jauh beda dengan masalah yang terdapat pada manusia, seperti halnya dengan masalah regresi linier yaitu heteroskedastisitas yang dapat membuat regresi tersebut menjadi tidak efisien.

Berdasarkan penelitian sebelumnya oleh Ahmed dan Aslam (2016) bahwa digunakan HCCME untuk menarik kesimpulan yang benar tentang parameter regresi pada model regresi linier dengan kesalahan heteroskedastisitas, namun pendugaan ini dapat sangat bias dalam sampel kecil. Jadi penggunaan metode *Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix Estimator* (HCCME) dapat mengatasi Heteroskedastisistas. Menurut Long dan Ervin (2001) bahwa ada beberapa bentuk metode dalam HCCM tergantung dalam sampel, jika sampel 500 atau lebih maka yang digunakan HC3 dan jika kurang dari 250 maka digunakan HC3 jadi HCCM bisa di gunakan dalam beberapa sampel untuk mengatasi Heteroskedastisitas. Menurut Neto dan Galvao (2003) bahwa urutan bias disesuaikan estimator HCCME. Secara keseluruhan hasil numerik mendukung estimator yang ditingkatkan dan diperoleh dengan memodifikasi HC2 dalam HCCME.

Oleh karena itu peneliti ingin mengkaji mengenai permasalahan kali ini dan akan dibahas dengan judul "*Penggunaan Metode Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix Estimator (HCCME) untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Linier*".

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana metode *Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix Estimator* (HCCME) dalam mengatasi heteroskedastisitas pada regresi linier?

2. Bagaimana implementasi *Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix Estimator* (HCCME) dalam mengatasi heteroskedastisitas pada regresi linier?

1.3 Tujuan Masalah

1. Untuk menjelaskan metode *Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix Estimator* (HCCME) dalam mengatasi heteroskedastisitas pada regresi linier.
2. Untuk mengetahui hasil implementasi *Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix Estimator* (HCCME) dalam mengatasi heteroskedastisitas pada regresi linier.

1.4 Batasan Masalah

Agar penelitian ini tidak terlalu melebar peneliti membatasi penelitian ini sebagai berikut :

1. Regresi yang akan digunakan adalah regresi linier berganda.
2. Uji yang akan di gunakan untuk menguji heteroskedastisitas adalah uji white.
3. Data yang akan digunakan adalah data skunder dari data rincian 40 mobil yang memuat jarak tempuh mobil

1.5 Manfaat

1. Menambah wawasan mengenai penjelasan tentang metode HCCME dalam mengatasi heteroskedastisitas pada regresi linier dan dapat mengaplikasikan dalam kehidupan nyata.

2. Menambah pengetahuan tentang pengimplementasian pada data untuk metode HCCME dalam mengatasi heteroskedastisitas pada regresi linier

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan merupakan uraian suatu penjelas dalam penelitian. Dimana sistematika penulisan penelitian ini adalah

BAB I : PENDAHULUAN

Memberi penjelasan secara spesifik tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, manfaat penelitian, dan sistematika pembahasan.

BAB II : KAJIAN PUSTAKA

Memberi penjelasan tentang beberapa teori yang mampu mendukung secara langsung pembahasan dalam penulisan penelitian ini.

BAB III : METODE PENELITIAN

Menberi penjelasan secara spesifik mengenai pendekatan penelitian, jenis dan sumber data, variabel penelitian dan tahap analisis.

BAB IV : PEMBAHASAN

Membahas secara rinci tentang cara mengatasi heteroskedastisitas pada regresi linier dengan menggunakan metode HCCME.

BAB V : PENUTUP

Pada bab ini akan diuraikan kesimpulan dan saran-saran yang berhubungan dengan topik pembahasan yang ada.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi Linier Berganda

Analisis regresi linier merupakan analisis ketergantungan pada satu variabel atau lebih variabel bebas terhadap variabel terikat. Analisis pada regresi linier mempunyai tujuan untuk memprediksi nilai populasi berdasarkan nilai dari variabel bebasnya. Analisis regresi linier berganda sering dipakai sebagai alat untuk membuat proyeksi. Berdasarkan pengaruh yang didapat dari nilai variabel terhadao satu atau lebeih variabel lain. Menggunakan analisis regresi dapat memperoleh nilai koefisien pada setiap variabel bebasnya. Didapatkannya koefisien regresi maka akan dapat membuat proyeksi atas besarnya nilai variabel tergantung yang mampu meminimumkan penyimpangan (Suliyanto, 2011).

Untuk menghasilkan nilai variabel dependen atau variabel tidak bebas (y), hal yanga harus dipehatikan adalah variabel bebas (x) yang akan dipengaruhi terlebih dahulu, maka dengan ini akan didapat hubungan antara variabel terikat dengan variabel bebas untuk meramalkan y, jika pada variabel bebas dapat diketahui, sehingga persamaan regresi yang dapat dipergunakan sebagai berikut

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \qquad (2.1)$$

dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ dimana y_i adalah variabel tidak bebas, x_i adalah variabel bebas, β adalah koefisien regresi dan ε_i merupakan kesalahan regresi (*error*) jika dinyatakan dalam matriks maka

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}}_{Y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2k} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & x_{33} & \cdots & x_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}}_{X} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\beta}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{e}} \tag{2.2}$$

dengan $k < n$ yang artinya banyaknya observasi harus lebih banyak dari pada banyaknya variabel bebas, dan diperoleh :

$$\underset{n\times 1}{\boldsymbol{Y}} = \underset{n\times k}{\boldsymbol{X}}\, \underset{k\times 1}{\boldsymbol{\beta}} + \underset{n\times 1}{\boldsymbol{e}} \tag{2.3}$$

atau

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta} \tag{2.4}$$

dengan $\boldsymbol{Y}$, $\boldsymbol{X}$ dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor (Supranto, 2009).

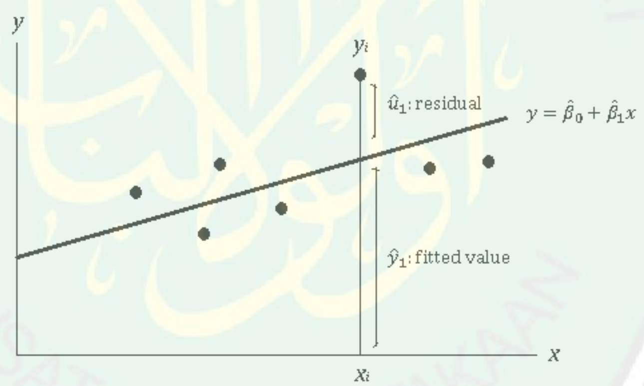
2.2 Estimasi Model *Ordinary Least Squares*

Sesuai dengan namanya, *Ordinary Least Square* (OLS) adalah regresi menggunakan metode kuadrat kesalahan terkecil yang sederhana. OLS adalah keluarga estimator *Leas Square* (LS) yang paling sederhana. Estimator ini memiliki banyak asumsi yang harus dipatuhi agar didapatkan hasil regresi yang tak bias, konsisten, efisien dan memiliki makna ekonomi yang sesuai dengan teori. Metode estimator least square pada prinsipnya menentukan nilai parameter dengan cara meminumkan kuadrat kesalahan (*error term*) (Ekananda, 2015)

Untuk kasus yang sederhana di mana diasumsikan (ingat bahwa dalam ilmu ekonomi, menejemen atau akuntansi kita kerap menetapkan asumsi) bahwa hanya variabel $\boldsymbol{X}$ yang mempengaruhi $\boldsymbol{Y}$. Pada kasus ini peneliti menggunakan data individu (i) sehingga notasi menjadi x_i dan y_i. Dalam bentuk regresi berganda kita menggunakan persamaan (2.1).

Teknik (OLS) dapat mengestimasikan parameter β_0 dan β_1. Jadi dapat dibayangkan apabila menggunakan teknik *ordinary least square* dimana penemuan garis lurus yang akan melewati sekumpulan titik observasi (variabel terikat; y dan variabel penjelas; x). Garis tersebut harus terpenuhi kriterin dengan baik. Kriteria tersebut adalah meminumkan nilai prediksi yang akan diberikan gari tersebut dengna nilai sebenarnya (Lihat Gambar 2.1) (Ariefianto, 2012).

Secara lebih formal, penyelesaian permasalahan pencarian garis dapat dirumuskan sebagai upaya meminimalkan jumlah kuadrat residual. Jika kita memiliki dua variabel y dan x sebanyak n, maka parameter β_0 dan β_1 (yang merupakan *intersep* dan *slope* garis tersebut), dapat diperoleh dengan menyelesaikan masalah berikut:



Gambar 2. 1 Prinsip *Ordinary Least Square*

Misalkan ada persamaan model statistik linier multivariate yaitu seperti pada persamaan (2.1), sehingga dari persamaan (2.1) dapat menjadi Sistem Persamaan Linier (SPL) yaitu:

$$\begin{gathered}
y_1 = \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{21} + \cdots + \beta_k x_{k1} + e_1 \\
y_2 = \beta_1 x_{12} + \beta_2 x_{22} + \cdots + \beta_k x_{k2} + e_2 \\
\vdots \\
y_n = \beta_1 x_{1n} + \beta_2 x_{2n} + \cdots + \beta_k x_{kn} + e_n
\end{gathered}$$

Apabila diambil data sebanyak n observasi maka akan dapat dituliskan dalam matriks seperti pada persamaan (2.2). Sehingga dari persamaan (2.5) dapat disederhanakan menjadi (2.3).

Dalam ekonometrika variabel $\boldsymbol{e}$ sangat berperan penting, namun dalam bentuk distribusi kemungkinannya variabel tersebut tidak bisa diteliti dan tidak terdapat informasi tentang. Di samping asumsi berdistribusi probabilitasnya, dalam menerapkan metode OLSE ada beberapa asumsi yang diperlukan khususnya tentang statistikanya.

Berkaitan dengan asumsi yang telah dikemukakan oleh Gauss mengenai variabel e pada model regresi sebagai berikut (Aziz, 2010):

1. Nilai suatu harapan variabel $\boldsymbol{e}$ bernilai dengan nol atau

$$E(0) = 0$$

   yang artinya nilai syarat $\boldsymbol{e}$ yang diinginkan bernilai dengan nol dimana syarat yang diinginkan bergantung pada nilai variabel $\boldsymbol{X}$. maka untuk nilai $\boldsymbol{X}$ tertentu kemungkinan nilai $\boldsymbol{e}$ adalah nol, kemungkin positif ataupun negatif, akan tetapi banyaknya nilai variabel $\boldsymbol{X}$ secara keseluruhan nilai rata-rata $\boldsymbol{e}$ diharapkan bernilai dengan nol.

2. Tidak ada autokorelasi atau korelasi serial pada variabel disetiap observasi. sehingga tidak terdapat hubungan yang bersfat positif ataupu negatif pada e_i dan e_j dan tidak adanya unsur heteroskedastisitas disetiap observasi antara variabel $\boldsymbol{e}$, atau dikatakan bahwa setiap variabel $\boldsymbol{e}$ memiliki unsur homoskedastisitas. Yang berarti variabel $\boldsymbol{e}$ mempunyai nilai varians konstan dengan nilainya σ^2 dan positif, yaitu:

$$Var(e_i, e_j) = \begin{cases} \sigma^2, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} \tag{2.5}$$

jika di bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} var(e_1) & cov(e_1, e_2) & \dots & cov(e_1, e_n) \\ cov(e_2, e_1) & var(e_2) & \dots & cov(e_2, e_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(e_n, e_1) & cov(e_n, e_2) & \dots & var(e_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

sehingga dengan kedua asumsi tersebut maka

$$Cov(e) = E\left[\left(\boldsymbol{e} - E(\boldsymbol{e})\right)\left(\boldsymbol{e} - E(\boldsymbol{e})\right)^T\right] = E(\boldsymbol{ee}^T) = \sigma^2 I$$

3. Untuk setiap observasi variabel x dan variabel e tidak saling tergantung, sehingga:

$$\begin{aligned} Cov(X_i, e_i) &= E\left[\left(\boldsymbol{X}_i - E(\boldsymbol{X}_i)\right)\left(\boldsymbol{e}_i - E(\boldsymbol{e}_i)\right)\right] \\ &= E[(\boldsymbol{X}_i - E(\boldsymbol{X}_i))(\boldsymbol{e}_i - 0)] \\ &= E[(\boldsymbol{X}_i - E(\boldsymbol{X}_i))\boldsymbol{e}_i] \\ &= (\boldsymbol{X}_i - E(\boldsymbol{X}_i))E(\boldsymbol{e}_i) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.6}$$

sehingga dari semua asumsi tersebut didapatkan:

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{Y}) &= E(\boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{e}) \\ &= E(\boldsymbol{X\beta}) + E(\boldsymbol{e}) \\ &= \boldsymbol{X\beta} + 0 \\ &= \boldsymbol{X\beta} \end{aligned} \tag{2.7}$$

dan kovariansinya :

$$Cov(\boldsymbol{Y}) = \sigma^2 I_n \tag{2.8}$$

Dimisalkan bahwa diberikan sampel $\boldsymbol{Y}$ dengan memungkinkan penggunaan sampel dengan mendapat nilai taksiran $\boldsymbol{\beta}$ adalah $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}$ dijadikan seminimal mungkin. Sehingga akan diharapkan memberikan suatu komponen sistematik yang akan lebih berperan dari komponen stokastiknya. Apabila komponen stokastiknya lebih berperan berarti sedikitnya informasi tentang $\boldsymbol{Y}$. Sehingga ketidakmampuan $\boldsymbol{X}$ dalam menjelaskan tentang $\boldsymbol{Y}$.

Sehingga diperlukan memilih parameter $\boldsymbol{\beta}$ sehingga nilai fungsinya adalah

$$S = \boldsymbol{e}'\boldsymbol{e} = (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta})^T(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}) \tag{2.9}$$

seminimal mungkin.

Karena pada persamaan (2.9) merupakan matriks skalar, maka komponennyapun juga skalar. Berakibat, transpose dari skalar tidak akan membuat nilai tersebut berubah. Maka akan diperoleh S sepert berikut (Aziz, 2010)

$$\begin{aligned} S &= (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\ \boldsymbol{\beta})^T(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}) \\ &= (\boldsymbol{Y}^T - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T)(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}) \\ &= \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{X\beta} - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} \\ &= \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - (\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{X\beta})^T - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} \\ &= \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} \\ &= \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - 2\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} \end{aligned} \tag{2.10}$$

Untuk meminumumkannya yaitu dengan cara melakukan turunan pertama S terhadap $\boldsymbol{\beta}$,

$$\begin{aligned} \frac{dS}{d\boldsymbol{\beta}} &= 0 - 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} + (\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^T \\ &= -2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} \\ &= -2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta} \end{aligned} \tag{2.11}$$

Kemudian hasil dari turunan tersebut disama dengankan dengan nol sehingga akan di peroleh parameter $\boldsymbol{\beta}$ menjadi $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$

$$-2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} = 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}$$

$$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \qquad (2.12)$$

selanjutnya akan ditunjukan jika $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ merupakan estimasi parameter linier tak bias dari $\boldsymbol{\beta}$, yaitu :

$$E(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = E((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y})$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T E(\boldsymbol{Y})$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}$$

$$= \boldsymbol{\beta} \qquad (2.13)$$

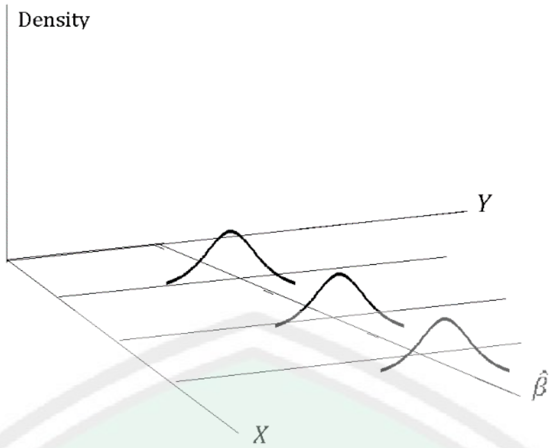
Sehingga terbukti bahwa $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ merupakan estimasi linier tak bias dari $\boldsymbol{\beta}$ yang merupakan persamaan yang disebut dengan parameter (*estimator*) $\boldsymbol{\beta}$ secara kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square Estimator* (OLS)) (Aziz, 2010).

2.3 Heterokedastisitas

Asumsi regresi linier yang harus terpenuhi adalah homoskedastisitas. Homoskedastisitas dapat diartikan nilai varians *error* bersifat tetap (konstan) atau bisa di bilang identik. Sedangkan apabila nilai dari varians tidak tetap atau tidak identik maka dapat dikatakan bahwa bersifat heteroskedastisitas (Setiawan & Kusrini, 2010).

Heteroskedastisitas adalah suatu gejala di mana residual dari suatu persamaan regresi berubah-ubah pada suatu rentang data tertentu. Sebagaimana diketahui residu dihasilkan dari regresi yang digunakan dalam penelitian. Heteroskedastisitas sering berada dalam data *cross section* dan jarang pada data *time series* (deret waktu). Intuisinya karena data *cross section* dibentuk dari suatu individu yang berbeda-beda pada satu waktu tertentu. Biasanya setiap individu memiliki krakteristik yang dipengaruhi secara tetap oleh variabel lainnya. Sebagai contoh, konsumsi individu dipengaruhi oleh pendapatan. Jika kita melakukan regresi pada kedua variabel ini, akan didapatkan parameter yang tetap untuk seluruh variabel. Perubahan-perubahan variabel individu ini tentunya akan terekan dalam residu. Peningkatan pendapatan tentunya akan meningkatkan konsumsi. Jika parameter yang dihasilkan tidak bisa, maka kida dapat melihat residu yang tetap untuk semua individu. Tetapi jika kita mendapatkan parameter yang bisa, residu akan merekam pola peningkatan konsumsi atau peningkatan pendapatan tidak proporsional. Akibatnya residu akan berubah-ubah sesuai dengan tingkat pendapatan atau peningkatan konsumsi. Gejala residu yang berubah-ubah menurut pola variabel independen tertentu (jika pendapatan meningkat maka residu akan meningkat) disebut sebagai gejala heteroskedastik. Oleh sebab itu hampir semua metode untuk mendeteksi heteroskedastik menggunakan cara meregresi kuadrat residu terhadap variabel independen (Ekananda, 2015).

Penggunaan OLS Asumsi dalam gauss markov yakni varians residual yang tetap. Varians dan residual tidak berubah dengan berubahnya satu atau lebih variabel bebas. Jika asumsi ini terpenuhi, maka residual disebut homoskedastis, jika tidak, disebut heteroskedastis. Secara grafis hal ini ditunjukan pada gambar 2.2 (Ariefianto, 2012).



Gambar 2. 2 Residual dengan Sifat Homoskedastis

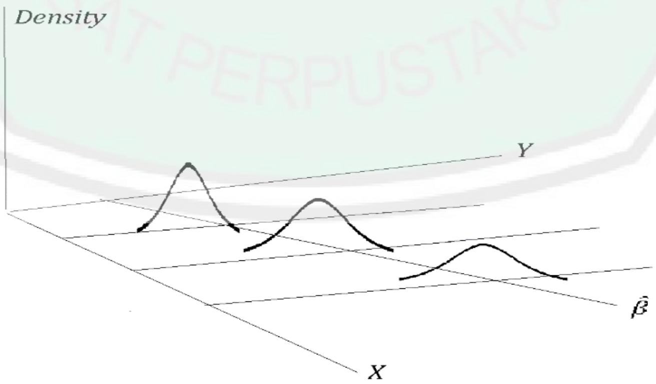
secara umum homokedastisitas ditulis sebagai

$$Var(u|x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma^2$$

jika asumsi tersebut tidak terpenuhi maka terjadi heterokedastisitas yang dapat ditulis dengan

$$Var(u|x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma_i^2$$

dimana indeks *I* menunjukan bahwa varians tidak tetap dari observasi ke observasi (bersifat variabel). Kondisi heterokedastis dapat diperlihatkan secara grafis sebagai berikut.



Gambar 2. 3 Residual dengan Sifat Heteroskedastisitas

secara simbolis, kita mengekspresikan heteroskedastisitas sebagai

$$E(\boldsymbol{u}_i^2) = \sigma_i^2$$

Perhatikan lagi subskrip pada σ^2, yang merupakan pengingat bahwa varians u_i, tidak lagi konstan tapi bervariasi dari observasi ke observasi (Gujarati, 2006).

Konsekuensi jika terdapat heteroskedastisitas pada persamaan regresi adalah penaksiran *Ordinary Least Square* yang tidak bias dan tetap, tetapi penaksirannya tidak akan efisien walaupun dalam sampel kecil ataupun sampel besar, hal ini terjadi pada penaksiran OLS dengan memperhatikan kehadiran heteroskedastisitas maupun pada penaksiran OLS tanpa memperhatikan kehadiran heteroskedastisitas (Lains, 2003). Sifat heteroskedastisitas memberikan hasil F-test dan t-test tidak baik, karena dua uji tersebut menggunakan besaran taksiaran varians, dengan besarnya perbandingan antara variansi taksiran dengan variansi sebenarnya yang memungkinkan juga lebih besar standar taksiran *error*, maka sangat besar pula interval kepercayaan (Nachrowi, 2002).

ada dua perlakuan Pada estimasi OLS terhadap sifat heteroskedastisitas, yakni:

1. Estimasi OLS dengan memperhatikan heteroskedastisitas

   Taksiran parameter regresi $(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ dan varians taksiran parameter yang sudah dihitung heteroskedastisitasnya secara ekslisit dengan diketahuinya varians dan asumsi varians *error* (σ_e^2) yang akan digunakan. Secara umum, akan ditunjukan jika variansi parameter yang sebenarnya tidak sama dengan varians taksiran parameter, hal ini menyebabkan selang kepercayaan dan menguji hipotesis (dengan F-Test dan t-Test) tidak dapat dibuat, dikarena hasil yang kurang baik (Gujarati, 2010).

2. Tanpa memperhatikan heteroskedastisitas dalam estimasi OLS

Bagian ini menggunakan taksiran parameter regresi ($\hat{\beta}$) dan varians *error* (homoskedastisitas) umum, walaupun ada atau dicurugai ada heteroskedastisitas tersebut. Apabila tidak diperhatikannya heteroskedastisitas dan digunakanlah varians *error* maka dapat dihasilkan:

a. Varians parameter dan varians taksiran memiliki sifat bias terhadap varians parameter yang sebenarnya, karena OLS mengestimasi secara berlebih atau sangat rendah. Bias dari taksiran variansi parameter regresi tesebut tidak bisa dikatakan bisa negetif (*underestimation*) atau positif (*overestimation*) Karena bergantung hubungan varians sebenarnya dan nilai yang di ambil oleh variabel bebas (Gujarati, 2010).

b. Memberikan hasil yang tidak valid terhadap Selang kepercayaan (Gujarati, 2010).

Jadi, hasil yang didapat akan menyesatkan apabila memaksakan menggunakan prosedur pengujian biasa terlepas dari heteroskedastisitas (Gujarati, 2010).

Didapatkan dari sumber yang berbeda, adanya unsur heteroskedastisitas dapat mengakibatkan seperti berikut:

1. Akan didapatkan taksiran varians parameter regresi dari OLS tetap memenuhi persyaratan tidak bias.
2. Varians yang didapatkan tidak efisien, yang berarti cenderung membesar dan mengakibatkan bukan suatu varians terkecil. Kecenderungan yang terus membesarnya varians tersebut akan berakibat tidak validnya uji hipotesis yang akan dilakukan.

Maka dari itu, terlebih dahulu model harus diperbaiki agar unsur heteroskedastisitas hilang (Firdausi, 2004).

2.3.1 Akibat Terjadinya Heteroskedastisitas

Terdapatnya heteroskedastisitas tidak berarti bentuk regresi lemah. apabila dengan adanya heteroskedastisitas tetap digunakan regresi dengan cara *Ordinary Least Square* terus maka akan didapatkan persamaan tidak bias dari koefisien hasil estimasi β_0,β_1,β_2, sampai β_k , namun nilai koefisien tersebut berfluktuasi lebih tajam dari pada nilai sebenarnya. Dengan demikian, apabila persamaan itu diperbarui ulang dengan sampel-sampel yang digunakan berbeda atau dengan menambah data, maka nilai rata-ratanya dari koefisien hasil estimasi akan berbeda secara signifikan. Karena ayunan cukup melebar terhadap koefisien dari hasil estimasi, jadi suatu kesalahan pada taksiran tunggal yang ada pada setiap persamaan yang telah diperbaharui juga akan berubah-ubah secara melebar pula maka dari itu taksirannya menjadi tidak baik (tidak efisien) dari pada seharusnya. Dengan model tanpa heteroskedastisitas maka Rata-rata kesalahan taksiran dalam jangka panjang akan konstant (tetap). Model taksiran dapat dikatakan baik apabila koefisien estimasi tersebut tidak bias juga bahwa taksiran tunggal dari model berubah dalam suatu jarak yang tidak melebar. Hal ini yang disebut dengan konsep tak bias dan estimator yang baik (efisien). Dilihat pada contoh berikut ini akan didapatkan koefisien taksiran yang tidak bias dalam konteks model 2 variabel dengan bentuk deviasi (Gujarati, 2001).

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} = \frac{\sum X_i(\hat{\beta}_i X_i + e_i)}{\sum X_i^2} = \hat{\beta}_1 + \frac{\sum X_i e_i}{\sum X_i^2}$$

$$E(\hat{\beta}_1) = \hat{\beta}_1 + \frac{E(\sum X_i e_i)}{\sum X_i^2} = \hat{\beta}_1$$

Dapat dilihat bahwa varians dari *error* tidak dipengaruhi dalam pembuktian penaksiran-penaksiran dengan OLS adalah tidak bias. Dalam persamaan tersebut memiliki asumsi homoskedastisitas. Namun jika asumsi itu terlanggar, maka akan terjadi unsur Heteroskedastisitas sehingga varians penaksirannya menjadi (Sarwoko,2005)

$$Var(\hat{\beta}_1) = \frac{\sum X_i^2 \sigma_i^2}{(\sum X_i^2)^2}$$

2.3.2 Uji Heteroskedastisitas dengan Metode *White*

Metode uji *white* akan membandingkan perkalian antara koefisien determinasi dengan banyak observasi dan sekaligus membandingkannya pada nilai tabel *Chi-Square* (Gujarati, 2010). Metode uji ini dijabarkan sebagai berikut.

Misalkan diberikan persamaan (2.1) yang dibentuk ke dalam matriks menjadi persamaan (2.3) atau (2.4). Jika hipotesis nol merupakan varians *error* persamaan regresi linier berganda yang memiliki sifat homoskedastisitas, maka dapat di uji dengan menunjukan bahwa ukuran sample (n) dikalikan dengan koefisien determinasi (R^2) yang diperoleh dari persamaan (2.17) dengan asimtotik mengikuti distribusi *Chi-Square* dengan derajat bebas (df) sejumlah produk silang variabel bebas dari persamaan (2.17), dan dapat ditulis :

$$nR^2 \sim \chi^2_{df} \quad (2.14)$$

Untuk koefisiensi determinasi didapatkan dari pembagian antara jumlah kuadrat regresi *(Explained Sum of Square, ESS)* dengan jumlah kuadrat total *(Total Sum of*

Square, TSS). Namun *TSS* diperoleh dari hasil penjumlahan *ESS* dan jumlah kuadrat *error (Residual Sum of Square, RSS),* bisa ditulis dengan

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} \tag{2.15}$$

$$TSS = ESS + RSS \tag{2.16}$$

dengan

$$ESS = \sum_{i=1}^{n} \hat{Y}_i^2 = \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} X_{1i} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} X_{ki}$$

$$RSS = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\varepsilon}_i^2$$

jika dari persamaan (2.16) kedua ruas dibagi dengan *TSS*, maka akan didapatkan

$$1 = \frac{ESS}{TSS} + \frac{RSS}{TSS}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2} + \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{y})^2}$$

sehingga koefisiensi determinasi menjadi

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \tag{2.17}$$

Jika pada nilai *Chi-Square* yakni perkalian antara koefisien determinasi dikalikan dengan ukuran sample lebih besar dengan nilai dari tabel *Chi-Square* pada tingkat signifikan yang telah dipilih, maka memiliki unsur heteroskedastisitas, yang berarti penolakan hipotesis nol. Namun apabila sebaliknya nilanya kurang dari nilai tabel *Chi-Square*, jadi tidak adanya unsur heteroskedastisitas atau diterimanya hipotesis nol (Gujarati, 2010).

2.3.3 Metode *Weighted Least Square* (WLS)

Metode kuadrat terkecil yang telah diboboti (*Weighted Least Square*) adalah salah satu cara paling mudah dalam mengatasi heteroskedastisitas dengan syarat apabila variansi *error* (σ_e^2) diketahui atau dapat diperkirakan dan didapatkan estimasi yang bersifat BLUE (Gujarati, 2010).

Dalam hal ini akan diberikan suatu model seperti berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + e_i \qquad (2.18)$$

untuk memperoleh taksiran varians parameter regresi, sementara akan diasumsikan bahwa varians *error* yang sebenarnya (σ_e^2) untuk beberapa observasi yang diketahui, maka persamaan (2.18) akan di transformasi sehingga didapatkan adalah :

$$\frac{Y_i}{\sigma_e} = \beta_0 \frac{1}{\sigma_e} + \beta_1 \frac{X_{1i}}{\sigma_e} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{\sigma_e} + \frac{e_i}{\sigma_e} \qquad (2.19)$$

Yang dilakukan dalam transformasi tersebut membagi semua dengan varians *error* (σ_e) baik dari sisi kanan maupun dari sisi kiri regresi. Misalkan bahwa

$$v_i = \frac{e_i}{\sigma_e}$$

Dan v_i disebut transformasi dari faktor *error*, jika *error* tersebut memiliki unsur homoskedastisitas, sehingga bisa dilihat bahwa estimator OLS dari parameter pada persamaan (2.19) bersifat *BLUE*. Untuk melihat jika faktor *error* v_i memiliki unsur homoskedastisitas maka bisa dilakukan sebagai berikut :

$$v_i^2 = \frac{e_i^2}{\sigma_e^2}$$

Sehingga

$$E(v_i^2) = E\left(\frac{e_i^2}{\sigma_e^2}\right)$$

karena varians *error* sudah diketahui, maka

$$E(v_i^2) = \frac{1}{\sigma_e^2} E(e_i^2)$$

karena $E(e_i^2) = \sigma_e^2$, maka

$$E(v_i^2) = \frac{1}{\sigma_e^2} \sigma_e^2 = 1$$

adalah konstanta atau tetap, maka dari sini diketahui jika *error* pada persamaan transformasi (v_i) memiliki unsur homoskedastisitas (Gujarati, 2006).

Namun untuk mengestimasi dalam bentuk WLS dilakukan seperti mengestimasi OLS yang akan digunakan pada persamaan yang telah ditransformasi (Schmidheiny, 2010). Ada beberapa transformasi yang bisa dilakukan Transformasi variabel, baik variabel respons, variabel penjelas, maupun keduanya. Transformasi yang seringkali digunakan seperti ln, log, $\sqrt{\ }$, $sinus$, $kosinus$, $\frac{1}{Y}$, $\frac{1}{X}$ dan lain-lain (Setiawan dan Kusrini, 2010).

2.4 *Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix Estimator* (HCCME)

Apabila bentuk heteroskedastisitas tidak diketahui, kemudian *Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix* (HCCM) memberikan estimator matriks kovarians yang konsisten dari koefisien kemiringan dengan adanya heteroskedastisitas. Secara teoritis, HCCM digunakan untuk menghindari efek samping dari Heteroskedastisitas pada pengujian hipotesis bahkan ketika tidak ada yang diketahui tentang bentuk Heteroskedastisitas (Long dan Ervin, 2001)

Dengan adanya heteroskedastisitas dari bentuk yang tidak diketahui, estimasi OLS menjadi tidak efisien dan estimasi matriks kovariansnya juga tidak konsisten seperti yang telah dibahas sebelumnya. Dalam situasi ini, White (2006) memperoleh estimasi matriks kovarian yang konsisten berdasarkan homoskedastisitas dan heteroskedastisitas dari bentuk yang tidak diketahui dan dengan demikian, gagasan tentang HCCME ada. Estimasi tersebut diberikan sebagai

$$Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\boldsymbol{\Omega}}\,\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1} \quad (2.18)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}} = diag\{\hat{u}_1^2 \ldots \hat{u}_n^2\}$$

estimasi ini dikenal sebagai HC0 dan sebagian besar biasanya digunakan oleh sebagian orang (Ahmed dan Aslam, 2016)

Menurut MacKinnon (2001) ada alternatif dari HCCME sebagi berikut:

- Gunakan $\hat{\boldsymbol{u}}_t^2\big(n/(n-k)\big)$, sehingga menggabungkan koreksi derajat dari kebebasan. Dalam praktiknya, ini berarti mengalihkan keseluruhan matrik (2.22) oleh $n/(n-k)$. HCCME yang dihasilkan sering disebut dengan HC1.
- Gunakan $\frac{\hat{u}_t^2}{1-h_t}$, dimana $h_t = \boldsymbol{X}_t(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}_t^T$ adalah elemen diagonal t^{th} dari "hat" matrik Px yang memproyeksikan secara orthogonal ke ruang yang dibatasi oleh kolom $\boldsymbol{X}$. Bila variansi dari semua $\boldsymbol{u}_t$ adalah σ^2, ekspektasi dari $\hat{\boldsymbol{u}}_t^2$ adalah $\sigma^2(1-h_t)$. Oleh karena itu, rasio dari $\hat{\boldsymbol{u}}_t^2$ terhadap $1-\boldsymbol{h}_t$ akan memiliki ekspektasi σ^2 jika ada kesalahan dalam hal homoskedastisitas. HCCME yang dihasilkan sering disebut dengan HC2
- Gunakan $\hat{\boldsymbol{u}}_t^2/(1-h_t)^2$. Ini adalah versi yang sedikit disederhanakan dari apa yang didapatkannya dengan menggunakan teknik statistik yang disebut Jackknife. Membagi dengan $(1-h_t)^2$ mungkin tampak *overcorrecting* residu. Namun, bila istilah kesalahannya heteroskedastisitas, pengamatan dengan varians besar akan cenderung

mempengaruhi perkiraan banyak, dan Karena itu cenderung memiliki residu yang terlalu kecil. Jadi, estimator ini, yang menghasilkan HCCME yang disebut HC3, mungkin menarik jika varians besar dikaitkan dengan nilai h_t yang besar.

2.5 Uji Hipotesis

Secara umum hipotesis merupakan Bahasa yang berasal dari yunani yakni *hupo* yang memiliki arti sementara dan *thesis* yang memiliki arti pernyataan atau teori. sehingga hipotesis dapat diartikan pernyataan yang kurang kuat terhadap kebenaran pernyataan tersebut maka diperlukan untuk pengujian. Penafsiran para ahli tentang hipotesis sebagai pendugaan suatu hubungan dua variabel ataupun lebih variabel (Kerlinger, 2001). Hipotesis adalah penyelesaian sementara pada suatu bagian sub masalah ataupun rumusan masalah yang tetap diperlukan pengujian untuk kebenarannya dengan menganalisis data yang sudah didapatkan. Untuk setiap penelitian bersifat analitis hipotesis harus dibuat. Sedangkan penelitian deskriptif adalah penelitian tidak memerlukan hipotesis (Yuwono, 2005).

Hipotesis nol (H_0) adalah hipotesis permulaan penelitian yang seharusnya ditolak sesudah penelitian. Hipotesis nol inilah yang harus dilakukan pengujian secara statistika. Hipotesis alternatif (H_1), adalah hipotesis alternatif penelitian yang seharusnya diterima setelah penelitian. Hipotesis alternatif ini akan diterima apabila ditolaknya hipotesis nol secara statistika.

Hipotesis yang arahnya jelas (tertentu) atau Hipotesis direksional (langsung) dengan pernyataan lebih atau kurang, seperti berikut:

$$H_0: \mu \geq 0$$

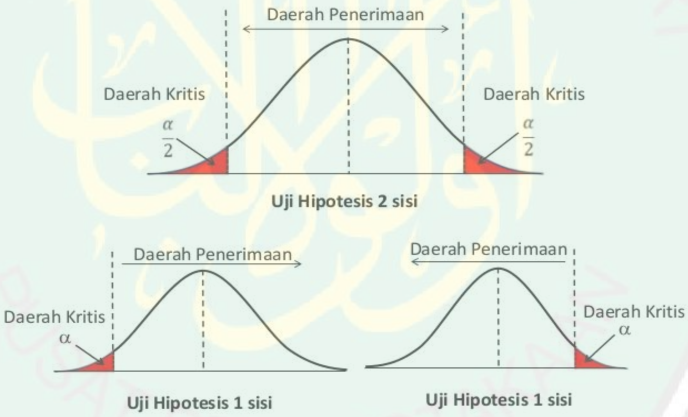
$$H_1: \mu < 0$$

Pada pengujian hipotesis direksional akan digunakan uji satu arah dimana antara uji arah kiri ataupun uji arah kanan. Sedangkan kebalikannya adalah hipotesis yang tidak menunjukan arah tertentu atau hipotesis non direksional (tak langsung) yaitu pernyataan yang digunakan adalah sama dengan, sebagai contoh

$$H_0: \mu = 0$$

$$H_1: \mu \neq 0$$

Untuk lebih jelasnya pengujian uji dua arah atau pun uji satu arah bisa dilihat pada gambar 4.



Gambar 2. 4 Uji Hipotesis satu areah dan dua arah (Yulianto, 2015)

Dimana tingkat kesalahan adalah α, daerah penolakan H_0 adalah *rejection region*, dan *critical value* nilai kritis yang menyatakan batas daerah penerimaan H_0.

2.6 Kajian Al-Qur'an Mengenai Kesalahan

Di dalam al-Qu'an pada surat Ar Ra'd ayat 11 yang menyinggung tentang tentang penyelesaian masalah yang berbunyi:

لَهُۥ مُعَقِّبَٰتٌ مِّنۢ بَيۡنِ يَدَيۡهِ وَمِنۡ خَلۡفِهِۦ يَحۡفَظُونَهُۥ مِنۡ أَمۡرِ ٱللَّهِۗ إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوۡمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنفُسِهِمۡۗ وَإِذَآ أَرَادَ ٱللَّهُ بِقَوۡمٖ سُوٓءٗا فَلَا مَرَدَّ لَهُۥۚ وَمَا لَهُم مِّن دُونِهِۦ مِن وَالٍ ١١

"Bagi manusia ada malaikat-malaikat yang selalu mengikutinya bergiliran,di muka dan dibelakangnya, mereka menjaganya atas perintah Allah. sesungguhnya allah tidak merubah suatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri. Dan apabila allah menghendaki keburukan terhadap suatu kaum, maka tak ada yang dapat menolaknya; dan sekali-kali tak ada pelindung bagi mereka selain dia".(QS.Ar Ra'd/13:11)

Dalam potongan ayat dalam QS. Ar Ra'd ayat 11 yakni:

... إِنَّ اللهَ لاَ يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّى يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنْفُسِهِمْ ...(١١)

"Sesungguhnya Allah tidak akan mengubah keadaan seuatu kaum sebelum mereka mengubah keadaan mereka sendiri".

Dalam surat Ar Ra'd ayat 11 dijelaskan bahwa kebaikan yang diberikan Allah pada masyarakat, bisa berubah menjadi azab apabila masyarakatnya berbuat yang tidak baik dan maksiat kepada Allah. Begitu juga sebaliknya, keadaan yang buruk yang menimpa masyarakat akan berubah menjadi kenikmatan apabila masyarakatnya berlaku taqwa dan beramal sholeh (Leliana, 2014).

Perubahan suatu masyarakat dari positif ke negatif ataupun sebaliknya sudah menjadi sunnatullah. Allah telah membuat aturan yang tetap di alam ini, barang siapa yang mampu menjalankan aturannya, maka seseorang tersebut berhasil menjalankan sunnatullah.

Perubahan yang diinginkan adalah perubahan individu yang mampu berubah secara menyeluruh, karena perubahan inilah yang dikehendaki Allah Swt terbukti dari penggunaan kata kaum. Perubahan yang dilakukan bersifat bersama ini yang akan memberikan pengaruh yang lebih luas.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pada penelitian kali ini pendekatan yang akan digunakan adalah pendekatan kuantitatif serta studi literatur dengan cara mengkaji buku dan mengumpulkan informasi yang berkaitan dengan penyelesaian penelitian ini. Dimana data yang akan digunakan berupa angka atau data numerik.

3.2 Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang akan digunakan pada penelitian ini yaitu data sekunder, dikarenakan peneliti mendapatkan data tidak dengan observasi melainkan dengan melakukan pengambilan secara langsung pada suatu instansi dan data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah data rincian dari 40 mobil

3.3 Variabel Penelitian

Variabel penelitian ini terbagi menjadi dua bagian yaitu variabel dependen yang meliputi gallon bahan bakar (Y) dan variabel independen yang meliputi kecepatan tertinggi mobil (X_1), tenaga kuda mesin mobil (X_2), berat mobil (X_3).

3.4 Tahap Analisi

3.4.1 Metode HCCME dalam Mengatasi Heteroskedastisitas Pada Regresi Linier

Langkah-langkah metode HCCME untuk mengatasi heteroskedastisitas pada regresi linier berganda adalah :

1. Menentukan bentuk heteroskedastisitas
2. Menentukan varians *error*
3. Melakukan estimasi dengan metode *Weighted Least Squares* (WLS)
4. Mencari koefisien determinasi

3.4.2 Implementasi HCCME dalam Mengatasi Heteroskedastisitas Pada Regresi Linier

Langkah-langkah implementasi HCCME dalam mengatasi heteroskedastisitas pada regresi linier berganda adalah :

1. Menentukan β_0,β_1 dan β_2 dan membentuk regresi linier berganda dengan estimasi OLS.
2. Mendeteksi adanya heteroskedastisitas dengan menggunakan uji *white*
3. Memberikan pembobotan
4. Membentuk regresi linier berganda dengan pembobot
5. Menguji regresi linier yang sudah terboboti dengan menggunakan uji *white*

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Metode HCCME dalam Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Liner

Heteroscedasticity Consitent Covariance Matrix Estimator (HCCME) merupakan salah satu metode dimana saat heteroskedastisitas tidak diketahui maka esitimasi ini dapat digunakan. Secara umum dapat ditulis bentuk dari regresi linier berganda sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\,\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e} \tag{4.1}$$

dimana :

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & X_{13} & \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & X_{23} & \cdots & X_{2k} \\ 1 & X_{31} & X_{32} & X_{33} & \cdots & X_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & X_{n3} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \text{ dan } \boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

dengan diasumsikan bahwa $E(\boldsymbol{e}) = 0$ dan $E(\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T) = \boldsymbol{\Omega}$. Apapun bentuk matrik kovarians *error* $\boldsymbol{\Omega}$, kovarians matrik dari estimasi OLS $\hat{\beta}$ sama dengan

$$Cov(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = E\left[\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}} - E(\widehat{\boldsymbol{\beta}})\right)\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}} - E(\widehat{\boldsymbol{\beta}})\right)^T\right]$$

berdasarkan persamaan (2.13) maka $E(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{\beta}$ jadi

$$\begin{aligned} Cov(\hat{\beta}) &= E\left[(\widehat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})(\widehat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})^T\right] \\ &= E[((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\,\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\beta})((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\,\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\beta})^T] \\ &= E[((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\,(\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}) - \boldsymbol{\beta})((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}) - \boldsymbol{\beta})^T] \\ &= E[((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\,\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{e}) - \boldsymbol{\beta})((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\,\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{\beta} + \\ &\quad (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{e}) - \boldsymbol{\beta})^T] \end{aligned}$$

$$= E[(\boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{e} - \boldsymbol{\beta})(\boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{e} - \boldsymbol{\beta})^T]$$

$$= E[((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{e})((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{e})^T]$$

$$= E[((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{e})(\ \boldsymbol{e}^T\boldsymbol{X}\ (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1})]$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T E(\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T)\ \boldsymbol{X}\ (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\Omega}\ \boldsymbol{X}\ (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1} \tag{4.2}$$

dengan $\boldsymbol{\Omega}$ adalah suatu matrik diagonal. Jika variansi *error* bersifat homoskedastitas, maka akan didapatkan $\boldsymbol{\Omega} = \sigma^2\ \boldsymbol{I}$ sehingga persamaan (4.2) menjadi:

$$Cov(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\ \sigma^2\boldsymbol{I}\ \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

$$= \sigma^2(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\ \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

$$= \sigma^2(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{I}$$

$$= \sigma^2(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1} \tag{4.3}$$

Namun, jika variansi error bersifat heteroskedastisitas, maka model regresi dalam persamaan (4.1) memiliki varians *error* yang tidak tetap dikarenakan nilainya yang bergantung pada variabel independen (X). Apabila bentuk dari matriks varians kovarians *error* (Ω) dapat diketahui, akan sangat bisa digunakan dalam menghilangkan heteroskedastisitas. Namun kebayakan tidak diketahui, maka harus didapatkan niali variansi *error* pada heteroskedastisitas. Sehingga terlebih dahulu akan didapat nilai estimasi variansi *error* supaya didapatkan estimasi parameter regresi yang memiliki sifat heteroskedastisitas secara eksplisit.

Jika diasumsikan $\boldsymbol{\Omega} = \sigma^2\boldsymbol{\Psi}$ dan $\boldsymbol{\Omega}$ merupakan matriks yang mempunyai variansi *error* yang merupakan diagonal utamanya, jika dimasukan kedalam persamaan (4.2) maka akan menjadi:

$$Cov(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\ \sigma^2\boldsymbol{\Psi}\ \boldsymbol{X}\ (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1} \tag{4.4}$$

maka dari persamaan (4.4) dapat diketahui jika $\boldsymbol{\Psi}$ adalah unsur heteroskedastisitas. Dengan ini, untuk bisa didapatkan variansi *error* $\boldsymbol{\Omega}$ terlebih dahulu didapatkan nilai $\boldsymbol{\Psi}$ dari data yang sudah di uji memiliki unsur heteroskedastisitas.

Jarang sekali diketahui variansi *error* yang memuat heteroskedastisitas, dikarenakan apabila

$$E(\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T) = \boldsymbol{\Omega} = \sigma^2\boldsymbol{\Psi} \quad (4.5)$$

sehingga terlebih dahulu harus didapatkan bentuk $\boldsymbol{\Psi}$, supaya mendapatkan taksiran nilai varians *error* $(\widehat{\boldsymbol{\Omega}})$ yang konstant proposionalitas. jika Ψ_{ij} dimana $i, j = 1,2, \dots, n$ merupakan matrik $\boldsymbol{\Psi}$, sehingga

$$\boldsymbol{\Omega} = \sigma^2 \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \cdots & \Psi_{ij} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \cdots & \Psi_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_{1n} & \Psi_{2n} & \cdots & \Psi_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

apabila diasumsikan jika pada persamaan (4.1) tidak memiliki autokorelasi ataupun korelasi serial terhadap variabel *error* disetiap observasi, maka untuk Ψ_{ij} dimana $i \neq j$ bernilai nol dan untuk Ψ_{ij} dimana $i = j$ bernilai Ψ_i, maka akan didapatkan

$$\boldsymbol{\Omega} = \sigma^2 \begin{bmatrix} \Psi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Psi_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Psi_n \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

dimana $\boldsymbol{\Omega}$ merupakan matriks simetri dan *positive definite*. Dikeatahui bahwa $\boldsymbol{\Omega}$ matriks simetri dan *positive definite* maka ada matriks C yang orthogonal sehingga $CC^T = C^TC = I$ jadi $C^T \Omega\, \mathrm{C} = D$ adalah matrik diagonal yang elemennya adalah nilai Eigen dari $\boldsymbol{\Omega}$.

Secara umum bentuk regresi seperti pada persamaan (4.1) dengan k merupakan parameter ditaksir dari n suatu observasi, sehingga *error*-nya sebanyak n mempunyai $n-k$ derajat bebas, maka jelas *error* tidak akan mungkin bebas, dengan ini dapat digunakan dasar untuk menentukan bentuk unsur dari heteroskedastisitas (Ω). Dalam notasi matriks *error* dalam regresi linier berganda dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{e} &= \boldsymbol{Y} - \widehat{\boldsymbol{Y}} \\ &= \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} \qquad (4.8)\end{aligned}$$

dengan mensubtitusikan persamaan (2.12) maka

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e} &= \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \\ &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T)\boldsymbol{Y} \qquad (4.9)\end{aligned}$$

misalkan bahwa $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T$ maka persamaan (4.6) adalah

$$\boldsymbol{e} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\boldsymbol{Y} \qquad (4.10)$$

karena $E(\boldsymbol{Y}) = \boldsymbol{X\beta}$ akibatnya adalah

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e} - E(\boldsymbol{e}) &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\boldsymbol{Y} - E[(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\boldsymbol{Y}] \\ &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\boldsymbol{Y} - (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})E(\boldsymbol{Y}) \\ &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\boldsymbol{Y} - (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\,\boldsymbol{X\beta} \\ &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}) \\ &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\boldsymbol{e} \qquad (4.11)\end{aligned}$$

dari sini bisa didapatkan variansi *error* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}Cov(\boldsymbol{e}) &= E\left[\left(\boldsymbol{e} - E(\boldsymbol{e})\right)\left(\boldsymbol{e} - E(\boldsymbol{e})\right)^T\right] \\ &= E\left[\left((\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})e\right)\left((\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\boldsymbol{e}\right)^T\right] \\ &= E\left([(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\boldsymbol{e}]\left[\boldsymbol{e}^T\left((\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\right)^T\right]\right)\end{aligned}$$

$$= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})E(\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T)(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})^T$$

$$= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\,\sigma^2\,\boldsymbol{I}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})^T$$

$$= \sigma^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})^T \qquad (4.12)$$

di lain pihak

$$(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})^T = (\boldsymbol{I}^T - \boldsymbol{H}^T)$$

$$= \boldsymbol{I} - (\,\boldsymbol{X}\,(\boldsymbol{X}^T\,\boldsymbol{X})^{-1}\,\boldsymbol{X}^T)^T$$

$$= \boldsymbol{I} - \boldsymbol{X}\,(\boldsymbol{X}^T\,\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T$$

$$= \boldsymbol{I} - \boldsymbol{H} \qquad (4.13)$$

karena pada persamaan (4.13) $\boldsymbol{H}^T = \boldsymbol{H}$ maka persamaan (2.12) akan menjadi

$$Cov(\boldsymbol{e}) = \sigma^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})$$

$$= \sigma^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})^2 \qquad (4.14)$$

sehingga akan diketahui

$$\boldsymbol{\Psi} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})^2$$

$$= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T)^2 \qquad (4.15)$$

Persamaan (4.15) merupakan suatu unsur heteroskedastisitas yang terdapat dalam regresi dan dapat dijadikan suatu dasar dalam mengatasi heteroskedastisitas. Dengan asumsi tidak adanya autokorelasi atau korelasi serial dalam variabel di setiap observasi seperti pada persamaan (4.7) dan jika h_{ij} adalah diagonal dari matrik $\boldsymbol{H}$ maka akan menjadi

$$\boldsymbol{\Psi} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})^2$$

$$= \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_{nn} \end{bmatrix}\right]^2$$

$$= \begin{bmatrix} (1-h_{11}) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (1-h_{22}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (1-h_{nn}) \end{bmatrix}^2$$

$$= \begin{bmatrix} (1-h_{11})^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (1-h_{22})^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (1-h_{nn})^2 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

dengan ini dapat ditunjukkan jika varians *error* sangat bergantung pada nilai variable independen $(\boldsymbol{X})$. Kemudian akan diperoleh σ^2 supaya didapatkan estimasi variansi *error* sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

$$= \frac{1}{n-k} \boldsymbol{e}^T \boldsymbol{e}$$

berdasarkan persamaan (4.8). bahwa $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}$, sehingga

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-k} \left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)^T (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}})$$

$$= \frac{1}{n-k} (\boldsymbol{Y}^T - \left(\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)^T (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}})$$

$$= \frac{1}{n-k} (\boldsymbol{Y}^T - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^T \boldsymbol{X}^T)(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})$$

$$= \frac{1}{n-k} (\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\,\boldsymbol{Y} + \widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})$$

$$= \frac{1}{n-k} (\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - 2\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\,\boldsymbol{Y} + \widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (4.17)$$

berdasarkan persamaan (4.15) dan persamaan (4.17) sehingga estimasi dari variansi *error* adalah

$$\widehat{\boldsymbol{\Omega}} = \hat{\sigma}^2 \boldsymbol{\Psi}$$

$$= \frac{1}{n-k} (\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - 2\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T)^2 \quad (4.18)$$

Selanjutnya akan dilakukan cara mengatasi heteroskedastisitas. Bisa dilihat perbandingan nilai variansi antara regresi yang memiliki unsur homoskedastisitas dengan regresi yang memiliki unsur homoskedastisitas sebagai berikut:

$$Cov(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

sedangkan regresi yang memiliki unsur heteroskedastisitas

$$Cov(\hat{\beta}) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\ \sigma^2\boldsymbol{\Psi}\,\boldsymbol{X}\ (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

dan bisa ditulis

$$(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1} \neq (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\Psi}\,\boldsymbol{X}\ (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

Karena mariks $\boldsymbol{\Psi}$ bukan termasuk matriks identitas, sehingga akan dipengaruhi besar kecilnya taksiran nilai varians parameter. Dengan ini diketahui jika nilai taksiran varians parameter dengan regresi yang memiliki unsur heteroskedastisitas tidak sama dengan nilai dari varians parameter yang sebenarnya, berbeda dengan hasil taksiran varians parameter dari regresi memiliki unsur homoskedastisitas. Kemudian dalam mengatasi unsur heteroskedastisitas pada regresi bisa dengan menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan mentransformasikan pembobot tersebut ke dalam persamaan regresi.

Error yang ada pada regresi yang mempunyai unsur heteroskedastisitas memiliki varians yang tak tetap, varians *error* pada heteroskedastisitas seperti yang dibahas pada sebelumnya dapat ditulis :

$$E(\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T) = \widehat{\boldsymbol{\Omega}} = \hat{\sigma}^2\boldsymbol{\Psi}$$

sehingga terdapat matriks $\boldsymbol{P}$ bersifat simetri,

$$\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}^2 = \widehat{\boldsymbol{\Omega}} \qquad (4.19)$$

sehingga dapat dilihat P merupakan standart deviasi *error*, maka akan diperoleh P dari persamaan (4.5) sebagai berikut:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{11})^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{22})^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{nn})^2} \end{bmatrix}$$

dan

$$\boldsymbol{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{11})^2}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{22})^2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{nn})^2}} \end{bmatrix}$$

berdasarkan metode *Weighted Least Square* (WLS), untuk mengatasi heteroskedastisitas dengan cara persamaan tersebut ditransformasikan dengan pembobotnya yaitu invers dari standart deviasi *error* ($\boldsymbol{P}^{-1}$), maka transformsi tersebut menjadi

$$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{P}^{-1}\,\boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{e} \qquad (4.20)$$

kita misalkan bahwa $\boldsymbol{Y}^* = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y}$, $\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{P}^{-1}\,\boldsymbol{X}$, dan $\boldsymbol{e}^* = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{e}$ maka akan menjadi

$$\boldsymbol{Y}^* = \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}^* \qquad (4.21)$$

selanjutnya akan ditunjukan bahwa tidak ada unsur heteroskedastisitas pada persamaan (4.21), yaitu dengan mununjukkan variansi *error* adalah suatu tetap (konstan) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Cov(\boldsymbol{e}^*) &= E(\boldsymbol{e}^*\boldsymbol{e}^{*T}) \\ &= E(\boldsymbol{P}^{-1}\,\boldsymbol{e}\,(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{e})^T) \\ &= E(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T(\boldsymbol{P}^{-1})^T) \end{aligned}$$

karena $(\boldsymbol{P}^{-1})^T = \boldsymbol{P}^{-1}$ maka akan menjadi

$$Cov(\boldsymbol{e}^*) = E(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T(\boldsymbol{P}^{-1})^T)$$

$$= E(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{P}^{-1})$$

$$= \boldsymbol{P}^{-1}E(\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T)\boldsymbol{P}^{-1}$$

$$= \boldsymbol{P}^{-1}\,\widehat{\boldsymbol{\Omega}}\,\boldsymbol{P}^{-1}$$

$$= \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{P}\boldsymbol{P}\,\boldsymbol{P}^{-1}$$

$$= \boldsymbol{I} \tag{4.22}$$

karena $Cov(\boldsymbol{e}^*)$ adalah suatu yang konstanta, maka pada persamaan (4.21) sudah tidak mengandung heteroskedastisitas atau dengan kata lain persamaan (4.21) bersifat homoskedastisitas.

Kemudian akan dicari hasil estimasi parameter regresi $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*$ pada persamaan (4.21) dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error* (S^*) menggunakan *least square* yaitu:

$$S^* = \sum_{i=1}^{n} e^{*2}$$

$$= \boldsymbol{e}^{*T}\boldsymbol{e}^*$$

$$= (\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta})^T(\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta})$$

$$= (\boldsymbol{Y}^{*T} - (\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta})^T)(\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta})$$

$$= (\boldsymbol{Y}^{*T} - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T})(\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta})$$

$$= \boldsymbol{Y}^{*T}\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{Y}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$$

$$= \boldsymbol{Y}^{*T}\boldsymbol{Y}^* - (\boldsymbol{Y}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta})^T - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$$

$$= \boldsymbol{Y}^{*T}\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{Y}^{*T} - \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$$

$$= \boldsymbol{Y}^{*T}\boldsymbol{Y}^* - 2\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* + \boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$$

kemudian akan diminimumkan dengan menurunkan S^* terhadap $\boldsymbol{\beta}$,

$$\frac{dS^*}{d\boldsymbol{\beta}} = 0 - 2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* + \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^T$$

$$= -2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* + \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$$

$$= -2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* + 2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$$

untuk penurunan yang lebih jelas dapat dilihat pada lampiran 8, kemudian hasil turunannya disama dengankan nol sehingga diperoleh estimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$:

$$0 = -2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* + 2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$$

$$2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} = 2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^*$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* = (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^*)^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* \tag{4.23}$$

dengan permisalan sebelumnya diman $\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X}$ dan $\boldsymbol{Y}^* = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y}$ maka persamaan (4.23) menjadi

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* = ((\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X})^T\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y})^{-1}(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X})^T\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{P}^{-1})^T\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{P}^{-1})^T\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y})^{-1}\ \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{P}\boldsymbol{P})^{-1}\boldsymbol{Y})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{P}\boldsymbol{P})^{-1}Y$$

$$= \left(\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} \tag{4.24}$$

karena $\widehat{\boldsymbol{\Omega}} = \hat{\sigma}^2\boldsymbol{\Psi}$, maka diperoleh estimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ dengan pembobot yang dikenal sebagai estimasi WLS, yaitu :

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* = (\boldsymbol{X}^T(\hat{\sigma}^2\boldsymbol{\Psi})^{-1}\boldsymbol{Y})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\hat{\sigma}^2\boldsymbol{\Psi})^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \left(\boldsymbol{X}^T\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\ \boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^T\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\ \boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \hat{\sigma}^2(\boldsymbol{X}^T\ \boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y})^{-1}\boldsymbol{X}^T\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\ \boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\ \boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y} \tag{4.25}$$

sehingga covariansi estimator parameternya adalah

$$Cov\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) = E\left[\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* - E\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right)\right)\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* - E\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right)\right)^T\right]$$

sedangkan $E\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right)$ dengan menggunakan persamaan (4.23)

$$E\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) = E(\left(\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^*)$$

$$= \left(\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}E(\boldsymbol{Y}^*) \tag{4.26}$$

dan didapatkan nilai $E(Y^*)$ dengan menggunakan persamaan (4.21)

$$E(\boldsymbol{Y}^*) = E(\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}^*)$$

$$= E(\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}) + E(\boldsymbol{e}^*)$$

$$= \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} + 0$$

$$= \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$$

sehingga persamaan (4.26) menjadi:

$$E\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) = \left(\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}\ \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$$

$$= \boldsymbol{\beta} \tag{4.27}$$

Dari persamaan (4.27) maka covariansi parameternya adalah

$$Cov\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) = E\left[\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* - \boldsymbol{\beta}\right)\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* - \boldsymbol{\beta}\right)\right]$$

dengan mensubtitusikan persamaan (4.23) maka

$$Cov\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) = E[((\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^*)^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{\beta})((\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^*)^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{\beta})^T]$$

kemudian akan disubtitusikan persamaan (4.21) sehingga menjadi:

$$Cov\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) = E[((\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^*)^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}(\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}^*) - \boldsymbol{\beta})((\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}^*)^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}(\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}^*) - \boldsymbol{\beta})^T]$$

$$= E[(\boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}\ \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{e}^* - \boldsymbol{\beta})(\boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}\ \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{e}^* - \boldsymbol{\beta})^T]$$

$$= E[((\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}\ \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{e}^*)((\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}\ \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{e}^*)^T]$$

$$= E[((\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}\ \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{e}^*)(\boldsymbol{e}^{*T}\ \boldsymbol{X}^*(\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1})]$$

$$= (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}\ \boldsymbol{X}^{*T}E(\boldsymbol{e}^*\boldsymbol{e}^{*T})\ \boldsymbol{X}^*(\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1} \tag{4.28}$$

karena pada persamaan (4.22) adalah $E(\boldsymbol{e}^*\boldsymbol{e}^{*T}) = \boldsymbol{I}$ maka persamaan (4.28) menjadi:

$$Cov(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*) = (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}\,\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{I}\,\boldsymbol{X}^*(\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}$$

$$= (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}\,\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*(\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}$$

$$= (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}\,\boldsymbol{I}$$

$$= (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^*)^{-1}$$

$$= ((\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X})^T\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{P}^{-1})^T\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X})^{-1} \qquad (4.29)$$

karena $(\boldsymbol{P}^{-1})^T = \boldsymbol{P}^{-1}$, maka persamaan (4.29) akan menjadi:

$$Cov(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{P}\boldsymbol{P})^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}$$

$$= \left(\boldsymbol{X}^T\,\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\,(\hat{\sigma}^2\,\boldsymbol{\Psi})^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}$$

$$= \left(\boldsymbol{X}^T\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\,\boldsymbol{\Psi}^{-1}\,\boldsymbol{X}\right)^{-1}$$

$$= \hat{\sigma}^2(\boldsymbol{X}^T\,\boldsymbol{\Psi}^{-1}\,\boldsymbol{X})^{-1}$$

selanjutnya akan dicari koefisien determinasi yaitu dengan menggunakan jumlah kuadrat *error* sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^{*2} = \boldsymbol{e}^{*T}\boldsymbol{e}^*$$

$$= \left(\boldsymbol{Y}^* - \widehat{\boldsymbol{Y}}^*\right)^T\left(\boldsymbol{Y}^* - \widehat{\boldsymbol{Y}}^*\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{X}^*\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right)^T\left(\boldsymbol{Y}^* - \boldsymbol{X}^*\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right)^T\left(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{P}^{-1}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)\right)^{T}\left(\boldsymbol{P}^{-1}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)^{T}(\boldsymbol{P}^{-1})^{T}\boldsymbol{P}^{-1}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)^{T}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{P}^{-1}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)^{T}(\boldsymbol{P}\boldsymbol{P})^{-1}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{Y}^{T} - \left(\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)^{T}\right)\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{Y}^{T} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^{T}\right)\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)$$

$$= \left(\boldsymbol{Y}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\right)\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}\right)$$

$$= \boldsymbol{Y}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} + \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}$$

karena

$$\boldsymbol{Y}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*} = \boldsymbol{Y}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\left(\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \boldsymbol{Y}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\left(\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\,\boldsymbol{X}\right)^{-1}(\boldsymbol{X}^{T})^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \boldsymbol{Y}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\left(\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\,\boldsymbol{X}\right)^{-1}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \boldsymbol{Y}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\,(\boldsymbol{X})^{-1}\left(\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\right)^{-1}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \boldsymbol{Y}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

dan

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*} = \left[\left(\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}\right]^{T}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\left(\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \left[\left(\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}\right]^{T}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\,(\boldsymbol{X})^{-1}\left(\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \left[\left(\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}\right]^{T}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\left(\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \left[\left(\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}\right]^{T}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\left(\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\right)^{-1}(\boldsymbol{X}^{T})^{-1}\boldsymbol{X}^{T}\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \left[\left(\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}\right]^T \boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \left(\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}\right)^T \left[\left(\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\right]^T \boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \boldsymbol{Y}^T\left(\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\right)^T\boldsymbol{X}\left[\left(\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\right]^T \boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

dimana $\left(\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\right)^T = \widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}$ sehingga

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*} = \boldsymbol{Y}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\left[\left(\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\right]^T \boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \boldsymbol{Y}^T(\boldsymbol{X}^T)^{-1}\boldsymbol{X}^T\,\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$= \boldsymbol{Y}^T\,\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\,\boldsymbol{Y}$$

sehingga diketahui bahwa $\boldsymbol{Y}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{X}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*}$ maka:

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^{*2} = \boldsymbol{Y}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

atau

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Y}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} - \textstyle\sum_{i=1}^{n} e_i^{*2} \tag{4.30}$$

dipihak lain

$$\boldsymbol{Y}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Y}^T(\boldsymbol{P}^{-1})^T\boldsymbol{P}^{-1}\,\boldsymbol{Y}$$

$$= (\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y})^T\boldsymbol{P}^{-1}\,\boldsymbol{Y}$$

$$= \boldsymbol{Y}^{*T}\boldsymbol{Y}^{*}$$

$$= \textstyle\sum_{i=1}^{n} Y_i^{*2} \tag{4.31}$$

dengan demikian persamaan (4.30) menjadi:

$$\textstyle\sum_{i=1}^{n} Y_i^{*2} - \sum_{i=1}^{n} e_i^{*2} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

$$\textstyle\sum_{i=1}^{n} \widehat{Y}_i^{*2} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} \tag{4.32}$$

Berdasarkan persamaan di atas didapatkan koefisien determinasi (R^2) dari persamaan yang ditransformasikan, yaitu:

$$R^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\hat{Y}_i^* - \bar{Y}^*\right)^2 \left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i^* - \bar{Y}^*)^2\right)^{-1}$$

dengan

$$\begin{aligned}\textstyle\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{Y}_i^* - \bar{Y}^*\right)^2 &= \textstyle\sum_{i=1}^{n}\hat{Y}_i^{*2} - n\bar{Y}^{*2} \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^{n}\hat{Y}_i^{*2} - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)^2 \\ &= \hat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\hat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} - \frac{1}{n}\left(\textstyle\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)^2 \qquad (4.33)\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}\textstyle\sum_{i=1}^{n}(Y_i^* - \bar{Y}^*)^2 &= \textstyle\sum_{i-1}^{n}Y_i^{*2} - n\bar{Y}^{*2} \\ &= \textstyle\sum_{i-1}^{n}Y_i^{*2} - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)^2 \\ &= \boldsymbol{Y}^T\hat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} - \frac{1}{n}\left(\textstyle\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)^2 \qquad (4.34)\end{aligned}$$

sehingga dari persamaan (4.33) dan (4.34) menjadi

$$\begin{aligned}R^2 &= \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\hat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} - \frac{1}{n}\textstyle\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)\left(\boldsymbol{Y}^T\hat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{Y} - \frac{1}{n}\textstyle\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)^{-1} \\ &= \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y} - \frac{1}{n}\textstyle\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)\left(\boldsymbol{Y}^T\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y} - \frac{1}{n}\textstyle\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\hat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y} - \frac{1}{n}\textstyle\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)\left(\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y} - \frac{1}{n}\textstyle\sum_{i=1}^{n}Y_i^*\right)^{-1} \qquad (4.35)\end{aligned}$$

Selanjutnya akan dibahas tentang kajian agama, sebelumnya telah dibahas ayat al-Quran yang menyinggung penelitian ini yaitu al-Quran surat Ar-Ra'd ayat 11 yang menjelaskan tentang kezaliman. Allah tidak akan mengubah apa yang ada pada suatu kaum, berupa nikmat dan kesehatan, lalu mencabutnya dari mereka, sehingga mereka mengubah apa yang ada pada diri mereka sendiri, seperti kezaliman sebagian mereka terhadap sebagian yang lain, dan kejahatan yang menggerogoti tatanan masyarakat serta menghancurkan umat, seperti bibit penyakit menghancurkan individu (Mustafa, 2001).

Al-Baghawi juga menukil Ibnu Abbas yang berkata, “Allah Swt telah memerintahkan orang-orang Mukmin untuk tidak membiarkan kemungkaran di hadapan mereka. Jika tidak, Allah akan meratakan azab atas mereka, menimpa orang zalim maupun yang tidak, bahwa Rasulullah Saw bersabda

إِنَّ اللهَ لاَ يُعَذِّبُ الْعَامَةَ بِعَمَلِ الْخَاصَةِ حَتَّى يَرَوْا الْمُنْكَرَ بَيْنَ ظَهْرَانِيْهِمْ وَهُمْ قَادِرُوْنَ عَلَى أَنْ يُنْكِرُوْهُ فَلاَ يُنْكِرُوْهُ فَإِذَا فَعَلُوْا ذَلِكَ عَذَّبَ اللهُ الْعَامَةَ وَالْخَاصَةَ

“Sesungguhnya Allah tidak akan menyiksa masyarakat umum karena perbuatan orang-orang tertentu hingga masyarakat umum melihat kemungkaran di hadapan mereka sedang mereka mampu mengingkarinya tetapi mereka tidak mengingkarinya. Jika mereka berbuat demikian maka Allah akan menyiksa masyarakat umum dan orang-orang tertentu itu”

Kebenaran hadis ini dikuatkan oleh firman Allah Ta’ala QS. Al-anfal ayat 25 yakni :

وَاتَّقُوا فِتْنَةً لاَ تُصِيبَنَّ الَّذِينَ ظَلَمُوا مِنْكُمْ خَاصَّةً وَاعْلَمُوا أَنَّ اللهَ شَدِيدُ الْعِقَابِ ٢٥

“Dan peliharalah diri kalian dari siksaan yang tidak khusus menimpa orang-orang yang zalim saja di antara kalian.”(Al-anfal,8:25).

Pembicaraan ini telah penulis jabarkan di banyak tempat. Seorang ahli sejarah besar, Ibnu Khaldun, mengisyaratkan kebenaran ini didalam *muqaddimah*, bahkan menulis bab khusus dengan judul “Kezaliman adalah pertanda rusaknya kemakmuran”. Dengan metodenya yang tersendiri, dia berbicara Panjang lebar tentang kebenaran ini, membuat berbagai perumpamaan dengan peristiwa yang banyak terjadi pada umat sebelum dan sesudah islam. Dia menjelaskan, bahwa kezaliman telah merobohkan singgasana, menghinakan umat, dan menjadikan mereka santapan bagi para penjajah serta contoh bagi umat lain (Mustafa, 2001).

Melihat keadaan umat Islam dewasa ini, daerah-daerah mereka dicaplok dan dikuasi oleh bangsa barat, bahkan mereka sendiri dihinakan dan dijajah; suatu keadaan yang berbeda dengan sebelumnya. Di sini, terdapat pelajaran bagi orang yang mau merenungkan dan mendengarkan kebenaran ini. Al-Qur'an menjadi saksi atas kebenaran pandangan tersebut yang terdapat pada surat (Al-A'raf, 7:128) yang berarti:

...إِنَّ الْأَرْضَ لِلَّهِ يُورِثُهَا مَنْ يَشَاءُ مِنْ عِبَادِهِ ...

"Sesungguhnya bumi (ini) kepunyaan Allah; dia pustakakan kepada siapa pun yang Dia kehendaki di antara para hamba-Nya."(Al-A'raf, 7:128)

Hamba-hamba yang saleh disini ialah mereka yang patut untuk memakmurkan dan memanfaatkan segala kebaikannya, baik yang tampak maupun yang tidak tampak.

Apabila Allah menghendaki keburukan bagi suatu kaum, seperti penyakit, kemiskinan, dan musibah lain yang disebabkan oleh ulah mereka sendiri, maka tidak ada seorang pun yang dapat melindungi mereka dari padanya, tidak pula dapat menolak apa yang telah ditakdirkan Allah bagi mereka (Mustafa, 2001).

Di sini terdapat isyarat, bahwa tidak patut meminta agar hal yang tidak baik segera didatangkan sebelum hal yang baik, ataupun siksaan sebelum pahala. Sebab, jika Allah telah menghendaki dan menimpakan kepada mereka, maka tidak seorang pun yang dapat menolaknya (Mustafa, 2001).

Allah Swt Berfirman, bahwa Dia tidak mengubah keadaan suatu kaum sehingga mereka mengubah keadaan pada diri mereka sendiri (Salim dan Said, 2002).

Diriwayatkan oleh Ibnu Abi Hatim dari Ibrahim yang berkata, " Allah telah mewahyukan firman-Nya kepada seorang di antara Nabi-nabi Bani Israil, "Katakanlah kepada kaummu, bahwa tidak ada penduduk suatu desa atau penghuni suatu rumah yang taat dan beribadah kepada Allah, kemudian mengubah keadaannya dan bermaksiat, melainkan diubahlah oleh Allah keadaan mereka suka dan senang menjadi keadaan yang tidak disenangi (Salim dan Said, 2002)."

4.2 Implementasi HCCME dalam Mengatasi Heteroskedastisitas Pada Regresi Linier

4.2.1 Regresi Linier Berganda pada Data

Regeresi linier berganda digunakan untuk mengetahui pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat. Model regresi yang akan digunakan Pada penelitian ini adalah :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \varepsilon_i$$

dapat ditulis dengan bentuk matriks sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\,\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}$$

apabila data rincian dari 40 mobil (lampiran 1) dimasukan dalam bentuk matriks tersebut maka menjadi:

$$\begin{bmatrix} 65.4 \\ 56 \\ \vdots \\ 32.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 96 & 49 & 17.5 \\ 1 & 97 & 55 & 20 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 120 & 130 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan rumusan pada 2.12 dan di masukan program pada Matlab (lampiran 2) maka akan didapatkan nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ OLS nya yaitu

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} 184.927 \\ -1.110 \\ 0.307 \\ -2.114 \end{bmatrix}$$

selanjutnya akan di cari nilai dari SSE dimana

$$SSE = \sum \left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 = 655.95$$

maka akan didapatkan bentuk regresi linier berganda sebagai berikut:

$$y_i = 184.972 - 1.110x_{1i} + 0.307x_{2i} - 2.114x_{3i}$$

selanjutnya akan dilakukan pengujian untuk menguji apakah variabel tersebut berpengaru secra signifikan terhadap variabel tergantung atau tidak dengan menghitung nilai t-hitung. Suatu variabel dikatakan memiliki pengaruh yang berarti jika nilai dari t-hitung variabel tersebut lebih besar dibanding nilai t-table. Untuk menghitung besarnya t-hitung maka akan digunkan rumus:

$$t_i = \frac{b_j}{S_{b_j}}$$

dimana :

t_i : Nilai hitung

b_j : Koefisien regresi

S_{b_j} : Kesalahan baku koefisien regresi

dan didapatkan nilai t hitung untuk semua variabel

$$t_{x1} = \frac{-1.11}{0.8973} = -1.237$$

$$t_{x2} = \frac{0.307}{0.4193} = 0.732$$

$$t_{x3} = \frac{-2.114}{1.009} = -2.124$$

di lain pihak diketahui nilai t-tabel untuk $df = 36$ dan tingkat keslahan dari $\alpha = 5\% = 0.05$ sehingga nilai dari t-tabel adalah

$$t\text{-tabel } (0.05; 36) = 1.688$$

$$-t\text{-tabel } (0.05; 36) = -1.688$$

Uji signifikansi pada variabel bebas X_1 menggunakan hipotesis berikut:

$H_0 = X_1$ tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

$H_1 = X_1$ berpengaruh signifikan terhadap Y

maka didapatkan hasil perbandingan antara t-hitung dan t-tabel untuk X_1 sebagai berikut:

$$t\text{-hitung } (X_1) < t\text{-tabel}$$

yang artinya menolak H_0 dan menerima H_1, sehingga dapat disimpulkan X_1 berpengaruh signifikan terhadap Y

Uji signifikan pada variabel bebas X_2 menggunakan hipotesis berikut :

$H_0 = X_2$ tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

$H_1 = X_2$ berpengaruh signifikan terhadap Y

maka didapatkan hasil perbandingan antara t-hitung dan t-tabel untuk X_1 sebagai berikut:

$$t\text{-hitung } (X_2) < t\text{-tabel}$$

yang artinya menolak H_0 dan menerima H_1, sehingga dapat disimpulkan X_2 berpengaruh signifikan terhadap Y

Uji signifikansi pada variabel bebas X_3 menggunakan hipotesis berikut :

$H_0 = X_3$ tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

$H_1 = X_3$ berpengaruh signifikan terhadap Y

maka didapatkan hasil perbandingan antara t-hitung dan t-tabel untuk X_1 sebagai berikut:

$$t\text{-hitung } (X_3) > t\text{-tabel}$$

yang artinya menerima H_0 dan menolak H_1, sehingga dapat disimpulkan X_1 tidak berpengaruh signifikan terhadap Y.

Dari hasil uji tersebut dapat diketahui bahwa regresi tersebut memiliki dua variabel bebas yang signifikan terhadap variabel terikat dan satu variabel bebas yang tidak berpengaruh signifikan terhadap variabel terikat.

Kemudian akan dicari koefisien determinasi R^2 untuk melihat ketetapan tersebut dengan rumus:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum\left(Y - \hat{Y}\right)^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{655.946663}{2197.544} = 0.7015$$

Selanjutnya akan dilakukan pengujian apakah terdapat heteroskedastisitas pada data rincian dari 40 mobil (lampiran 1). Pengujian yang akan dilakukan untuk melihat apakah terdapat heteroskedastisitas adalah dengan uji *White*. Dalam uji ini akan dibandingkan antara banyak perkalian observasi dengan koefisiensi determinasi dengan nilai tabel *chi-square*, secara matematika dapat ditulis:

$$nR^2 \sim \chi^2_{df}$$

jika hasil dari banyak observasi dikalikan koefisien determinasi lebih besar dari nilai table *chi-square* $(nR^2 > \chi^2_{df})$ maka *error* (e) bersifat heteroskedastisitas, dan apabila sebaliknya $(nR^2 < \chi^2_{df})$, maka *error* tidak bersifat heteroskedastisitas atau bisa disebut *error* bersifat homoskedastisitas.

Untuk menunjukan data tersebut apakah mengandung *error* yang bersifat heteroskedastisitas didapat hasil sebagai berikut :

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.668[a]	.447	.346	20.75579

a. Predictors: (Constant), x2x3, x1, x3, x2sqr, x3sqr, x2

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	11480.652	9	1913.442	4.442	.002[a]
	Residual	14216.492	33	430.803		
	Total	25697.144	39			

a. Predictors: (Constant), x2x3, x1, x3, x2sqr, x3sqr, x2

b. Dependent Variable: U2

Gambar 4. 2 Hasil untuk menguji heteroskedastisitas

Dari hasil tersebut akan diambil koefisien determinasi yaitu R-*Square* dengan nilai $R^2 = 0.447$ kemudian dilakukan perkalian antara banyak observasi dengan R-Square dimana banyaknya observasi adalah $n = 40$ maka perkaliannya $n \times R^2 = 40 \times 0.447 = 17{,}88$. Selain itu untuk melakukan uji *white* dilakukan dengan cara menbandingkan perkalian koefisien determinasi dengan banyak observasi dengan tabel *chi-square* untuk itu didapatkan taraf signifikansi $\alpha = 0.05$ dan nilai derajat kebebasan dari hasil menguji heteroskedastisitas yakni $df = 9$ sehingga untuk nilai tabel *chi-square* yakni $\chi_9^2 = 16.919$. dengan begitu hasil perbandingan dari uji *white* yaitu $nR^2 > \chi_{df}^2$ dengan nilai $17.88 > 16.919$ maka karena perkalian nilai observasi dengan R-*square* lebih besar dari nilai tabel *chi-square* maka dapat diambil kesimpulan bahwa data tersebut mengandung heteroskedastisitas.

4.2.2 Regresi Linier Berganda pada Data Transformasi

Karena hasil dari data menunjukkan bahwa adanya unsur heteroskedastisitas, jadi unsur heteroskedastisitas pada data tersebut harus diatasi. Metode yang akan digunakan dalam mengatasi unsur heteroskedastisitas adalah *Weighted Least Square,* dimana metode tersebut dilakukan dengan mentransformasikan model yang memiliki unsur heteroskedastisitas, sehingga model transformasi tersebut seperti berikut berikut:

$$\boldsymbol{Y}^* = \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}^*$$

$$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{e}$$

dengan

$$\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}^2 = \widehat{\boldsymbol{\Omega}}$$

dimana

$$\widehat{\boldsymbol{\Omega}} = \hat{\sigma}^2\,\boldsymbol{\Psi}$$

selanjutnya didapatkan

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Psi} &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})^2\\ &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{X}\,(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T)^2\\ &= \left[\begin{bmatrix}1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0.2494 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0.1062 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 0.398\end{bmatrix}\right]^2\\ &= \begin{bmatrix}0.5634 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0.7988 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 0.3616\end{bmatrix}\end{aligned}$$

untuk hasil yang lebih lengkap mengenai nilai H dan nilai Ψ bisa dilihat pada lampiran 3 dan lampiran 4. Dan selanjutnya didapatkan nilai dari $\hat{\sigma}^2$ dengan $\boldsymbol{\beta}$ yang digunakan adalah $\boldsymbol{\beta}$ OLS persamaan (4.17)

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - 2\widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}}{n-k}}$$

$$= 4.1547$$

dan nilai dari $\boldsymbol{\Omega}$

$$\boldsymbol{\Omega} = \sigma^2\boldsymbol{\Psi}$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 2.3406 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 3.3189 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1.5023 \end{bmatrix}$$

sehingga akan didapat

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{11})^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{22})^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{nn})^2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.599 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 3.928 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 3.222 \end{bmatrix}$$

selanjutnya akan di dapatkan

$$\boldsymbol{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{11})^2}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{22})^2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{(1-h_{nn})^2}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.2778 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0.2546 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0.3103 \end{bmatrix}$$

Untuk lebih lengkap hasil dari $\boldsymbol{P}$ dan $\boldsymbol{P}^{-1}$ bisa lihat pada lampiran 5 dan lampiran 6, selanjutnya akan ditransformasikan ke dalam data dan akan menghasilkan data baru yang telah ditransformasikan seperti pada lampiran 7. Data tersebut memuat lima variabel baru, yaitu y^*, x_0^*, x_1^*, x_2^* dan x_3^* dimana $y^* = P^{-1}y$, $x_0^* = P^{-1}$, $x_1^* = P^{-1}x_1$, $x_2^* = P^{-1}x_2$, $x_3^* = P^{-1}x_3$. Dengan data yang sudah ditransformasi maka akan dilihat lagi apakah masih mengandung heteroskedastisitas atau tidaknya dengan menggunakan metode *White*. Untuk mengecek data transformasi (lampiran 7) tersebut akan di gunakan cara yang sama seperti sebelumnya dengan hasil

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.655[a]	.429	.258	1.39640

a. Predictors: (Constant), x2x3, x0sqr, x3, x1, x0x3, x2, x1sqr, x2sqr, x0

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	43.937	13	4.882	2.504	.029[a]
	Residual	58.498	30	1.950		
	Total	102.435	39			

a. Predictors: (Constant), x2x3, x0sqr, x3, x1, x0x3, x2, x1sqr, x2sqr, x0

b. Dependent Variable: U2

Gambar 4. 4 Hasil untuk menguji heteroskedastisitas dengan data transformasi

Dari hasil tersebut akan diambil koefisien determinasi yaitu R-*Square* dengan nilai $R^2 = 0.429$ kemudian dilakukan perkalian antara banyak observasi dengan R-*Square* dimana banyaknya observasi adalah $n = 40$ maka perkaliannya $n \times R^2 = 40 \times 0.429 = 17{,}88.$ Selain itu untuk melakukan uji *white* dilakukan dengan cara menbandingkan perkalian koefisien determinasi dengan banyak observasi dengan tabel *chi-square* untuk itu didapatkan taraf signifikansi $\alpha = 0.05$ dan nilai derajat kebebasan dari hasil menguji heteroskedastisitas yakni $df = 13$ sehingga untuk nilai tabel *chi-square* yakni $\chi^2_{13} = 22.362.$ dengan begitu hasil perbandingan dari uji *white* yaitu $nR^2 > \chi^2_{df}$ dengan nilai $17.88 > 22.362$ maka karena perkalian nilai observasi dengan R-*square* lebih kecil dari nilai tabel *chi-square* maka dapat diambil kesimpulan bahwa data transformasi tersebut tidak mengandung heteroskedastisitas.

Karena pada data transformasi tersebut tidak mengandung heteroskedastisitas selanjutnya akan di bentuk persamaan regresi dengan cara yang sama seperti sebelumnya dengan menggunakan data transformasi di dapatkan persamaan

$$y_i^* = \beta_0 x_{i0}^* + \beta_1 x_{i1}^* + \beta_2 x_{i2}^* + \beta_3 x_{i3}^* + \varepsilon_i^*$$

jika ditulis dalam notasi matrik maka akan menjadi

$$\boldsymbol{Y}^* = \boldsymbol{X}^* \boldsymbol{\beta}^* + \boldsymbol{e}^*$$

sehingga dari data transformasi tersebut akan didapatkan notasi matriks seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} 18.1695 \\ 14.2573 \\ \vdots \\ 10.0256 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2778 & 26.6708 & 13.6132 & 4.8618 \\ 0.2546 & 24.6957 & 14.0027 & 5.0919 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.3104 & 37.2467 & 40.3506 & 9.3117 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1^* \\ \varepsilon_2^* \\ \vdots \\ \varepsilon_n^* \end{bmatrix}$$

kemudiana akan didapatkan estimasi koefisien dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error* dan didapatkan

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* = (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \boldsymbol{Y})^{-1} \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \boldsymbol{Y}$$

dengan menggunakan program pada matlab pada lampiran 2, akan didapatkan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*$ yakni

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* = \begin{bmatrix} 187.5660 \\ -1.1427 \\ 0.3010 \\ -2.0390 \end{bmatrix}$$

maka akan di dapatkan bentuk regresi sebagai berikut:

$$y_i = 187.5660 x_0^* - 1.1427 x_{i1}^* + 0.3010 x_{i2}^* - 2.0390 x_{i3}^*$$

dan didapatkan nilai SSE

$$SSE = \sum \left(Y_i^* - \hat{Y}^*{}_i\right)^2 = 43.7205$$

Selanjutnya akan dilakukan pengujian pada data transformasi untuk menguji apakah variabel tersebut berpengaru secra signifikan terhadap variabel tergantung atau tidak dengan menghitung nilai t-hitung. Suatu variabel dikatakan memiliki pengaruh yang berarti jika nilai dari t-hitung variabel tersebut lebih besar dibanding nilai t-table. Untuk menghitung besarnya t-hitung maka akan digunakan rumus:

$$t_i = \frac{b_j}{S_{b_j}}$$

dimana:

t_i : Nilai hitung

b_j : Koefisien regresi

S_{b_j} : Kesalahan baku koefisien regresi

dan didapatkan nilai t hitung untuk semua variabel

$$t_{x0} = \frac{187.566}{93.125} = 2.014$$

$$t_{x1} = \frac{-1.1427}{0.7985} = -1.431$$

$$t_{x2} = \frac{0.301}{0.36662} = 0.821$$

$$t_{x3} = \frac{-2.039}{1.0349} = -2.231$$

Di lain pihak diketahui nilai t-tabel untuk $df = 36$ dan tingkat kesalahan dari $\alpha = 5\% = 0.05$ sehingga nilai dari t-tabel adalah

$$t\text{-tabel } (0.05; 36) = 1.688$$

$$-t\text{-tabel } (0.05; 36) = -1.688$$

Uji signifikansi pada variabel bebas X_0 menggunakan hipotesis berikut:

$H_0 = X_0$ tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

$H_1 = X_0$ berpengaruh signifikan terhadap Y

maka didapatkan hasil perbandingan antara t-hitung dan t-tabel untuk X_0 sebagai berikut:

$$t\text{-hitung } (X_0) > t\text{-tabel}$$

yang artinya menerima H_0 dan menolak H_1, sehingga dapat disimpulkan X_0 tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

Uji signifikansi pada variabel bebas X_1 menggunakan hipotesis berikut:

$H_0 = X_1$ tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

$H_1 = X_1$ berpengaruh signifikan terhadap Y

maka didapatkan hasil perbandingan antara t-hitung dan t-tabel untuk X_1 sebagai berikut:

$$t\text{-hitung } (X_1) < t\text{-tabel}$$

yang artinya menolak H_0 dan menerima H_1, sehingga dapat disimpulkan X_1 berpengaruh signifikan terhadap Y

Uji signifikansi pada variabel bebas X_2 menggunakan hipotesis berikut:

$H_0 = X_2$ tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

$H_1 = X_2$ berpengaruh signifikan terhadap Y

maka didapatkan hasil perbandingan antara t-hitung dan t-tabel untuk X_2 sebagai berikut:

$$t\text{-hitung } (X_2) > t\text{-tabel}$$

yang artinya menerima H_0 dan menolak H_1, sehingga dapat disimpulkan X_2 tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

Uji signifikansi pada variabel bebas X_3 menggunakan hipotesis berikut:

$H_0 = X_3$ tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

$H_1 = X_3$ berpengaruh signifikan terhadap Y

maka didapatkan hasil perbandingan antara t-hitung dan t-tabel untuk X_3 sebagai berikut:

$$t\text{-hitung } (X_3) > \ t\text{-tabel}$$

yang artinya menerima H_0 dan menolak H_1, sehingga dapat disimpulkan X_3 tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

Dari hasil uji tersebut dapat diketahui bahwa regresi tersebut memiliki dua variabel yang berpengaruh signifikan terhadap variabel terikat dan dua variabel yang tidak berpengaruh signifikan terhadap variabel terikat.

Kemudian akan dicari koefisien determinasi R^2 untuk melihat ketetapan tersebut dengan rumus

$$R^2 = 1 - \frac{\sum\left(Y^* - \hat{Y}^*\right)^2}{\sum(Y^* - \bar{Y}^*)^2} = 1 - \frac{43.720475}{198.9555} = 0.78025$$

Hal ini menunjukan bahwa 78.025% variasi perubaha varibel terikat (Y) dipengaruhi oleh variabel (X_1, X_2, X_3) sedangkan sisanya 21,985 dipengaruhi oleh variasi di luar model

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

1. HCCME memberikan bagaimana suatu bentuk heteroskedastisitas dan bentuk homoskedastisitas dimana akan didapatkan suatu bentuk yaitu

$$Cov\,(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\Omega}\,\boldsymbol{X}\,(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

dimana $\boldsymbol{\Omega}$ merupakan suatu matriks diagonal, dalam penelitian ini di dapatkan bentuk yang memuat heteroskedastisitas yaitu :

$$Cov\,(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}^2\boldsymbol{\Psi}\,\boldsymbol{X}\,(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

yang berarti nilai varians *error* memiliki unsur heteroskedastisitas dimana

$$E(\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T) = \widehat{\boldsymbol{\Omega}} = \hat{\sigma}^2\boldsymbol{\Psi}$$

dengan

$$\boldsymbol{\Psi} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T)^2$$

dan

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - 2\widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}}{n-k}$$

kemudian untuk mengatasi sifat heteroskedastisitas dilakukan menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS) yakni dengan mentransformasikan suatu matrix pembobot $\boldsymbol{P}^{-1}$ kedalam persamaan regresi linier yang mengandung heteroskedastisitas Sehingga akan didapatkan

$$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{P}^{-1}\,\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{e}$$

dengan menggunakan metode WLS, maka akan menerapkan metode OLS pada transformasi terhadap persamaan regresi tersbut, sehingga akan menghasilkan parameter $(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*)$ yang baru seperti berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* = (\boldsymbol{X}^T\ \boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{Y}$$

2. Data rincian dari 40 mobil yang memuat jarak tempuh mobil yang didukung oleh satu galon bahan bakar (Y) yang dipengaruhi oleh kecepatan tertinggi mobil (X_1), tenaga kuda mesin mobil (X_2), berat mobil (X_3), dan data tersebut memiliki persamaan regresi

$$Y_i\ = 184.972 - 1.110X_{1i} + 0.307X_{2i} - 2.114X_{3i}$$

dan

$$SSE =\ 655.95$$

Dalam regresi tersebut variabel bebas mampu menjelaskan variabel terikat sebesar 70,15% dan memiliki dua variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap variabel terikat dan satu variabel bebas yang tidak berpengaruh signifikan terhadap variabel terikat

Namun dalam data tersebut memuat unsur heteroskedastisitas dimana nilai variansi *error* bersifat tak konstan, dengan melakukan pembobotan sehingga akan didapatkan data baru dan menghasilkan persamaan regresi baru yaitu

$$Y_i^* = 187.5660X_0^* - 1.1427X_{i1}^* + 0.3010X_{i2}^* - 2.0390xX_{i3}^*$$

$$SSE = 43.7205$$

dimana $Y^* = P^{-1}Y,\ X_0^* = P^{-1},\ X_1^* = P^{-1}X_1,\ X_2^* = P^{-1}X_2,\ X_3^* = P^{-1}X_3,$ yang bersifat homoskedastisitas yang memilik variansi *error* konstan dan mampu menjelaskan variabel terikat tersebut sebesar 78,025% dan memiliki dua variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap variabel terikat dan dua variabel bebas yang tidak berpengaruh signifikan terhadap variabel terikat.

5.2 Saran

Dalam penelitian ini menggunakan model regresi liner berganda dan pengujian untuk heteroskedastisitas adalah uji *white* serta transformasi yang digunakan adalah metode WLS. Bagi pembaca yang ingin melakukan penelitian serupa, bisa dengan menggunaka model yang nonlinier atau model yang lain dengan beberapa uji yang lain sepeerti uji BPG , *Rank Spearman* dan yang lain-lain.

DAFTAR PUSTAKA

Ahmed, Munir dan Aslam, M. A. (2016). A New Bias Corrected Version of Heteroscedasticity Consistent Covariance Estimator. *Pak.j.stat.oper.res.*

Ariefianto, M. D. (2012). *Ekonometrika Esensi dan Aplikasi dengan Menggunakan EViews.* Jakarta: PT Glora Aksara Pratama.

Aziz, A. (2010). *Ekonometrika Teori & Praktik Eksperimen dengan Matlab.* Malang: Uin-Maliki Press.

Ekananda, M. (2015). *Ekonometrika Dasar Untuk Penelitian Dibidang Ekonomi, Sosial dan Bisnis.* Jakarta: Mitra Wacana Media.

Long, S. J dan Ervin, J. S. (2001). Correcting for Heteroscedasticity with Heteroscedasticity Consistent Standard Errors in the Linear Regression Model: Small Sample Considerations.

Firdausi, M. (2004). *Ekonometri Suatu Pendekatan Aplikatif.* Jakarta: PT Bumi Aksara.

Neto, C. F dan Galvao, F. C. (2003). A Class Of Improved Heteroskedasticity– Consistent.

Gujarati,D.N. (2001). *Ekonometrika Dasar*, Terjemahan. Jakarta:Erlangga

Gujarati, D. N. (2006). *Dasar - dasar Ekonometrika Edisi Ketiga.* Jakarta: Erlangga.

Gujarati, D. N. (2010). *Dasar-dasar Ekonometrika Buku 1 Edisi 5.* Jakarta: Selemba Empat.

Kerlinger, Fred. N. 2001. *Korelasi dan Analisi Regresi Berganda.* diterjemahkan oleh: Drs. A. Taufiq. IR. Yogyakarta : Nur cahaya

Lains, A. (2003). *Ekonometrika Teori dan Aplikasi.* Jakarta: Pustaka LP3ES Indonesia.

Leliana, A. (2014, desember 19). *Berbagi Ilmu*. Retrieved from Penjelasan Surah Ar-Ra'd ayat 11: http://kumpulantugassekolahdankuliah.blogspot.co.id/2014/12/penjelasan-surah-ar-rad-ayat-11.html, diakses 28 agustus 2017.

MacKinnon, R. D. (2001). *Econometric Theory and Methods.* New York: Oxford University Press.

Mustafa, Ahmad. 2001. Tafsir Al-Maragi. Terjemahan bahrun Abu Bakar. Dkk. Semarang: Toha Putra

Nachrowi, D. (2002). *Penggunaan Teknik Ekonometrika.* Jakarta: PT Roja Grafindo Persada.

Salim, Bahreisy dan Said, bahreisy. 2002. Tafsir Ibnu Katsier Jilid 4. Kuala Lumpur. Victory Agencie

Sarwoko. (2005). *Dasar-Dasar Ekonometrika*. Yogyakarta: CV Andi Offset

Schmidheiny,Kurt. 2010. *Heteroscedasticity in the Linier model*. Universitat Pompeu Fabra

Setiawan dan Kusrini, D.S. (2010). *Ekonometrika.* Yogyakarta: CV Andi Offset.

Suliyanto, D. (2011). *Ekonometrika Terapan - Teori dan Aplikasi dengan SPSS.* Yogyakarta: CV. Andi Offset.

Supranto. (2009). *Statistik Teori dan Aplikasi Jilid II.* Jakarta: Erlangga.

White, H. (2006). A heteroskedastic-consistent covariance matrix estimator and a direct test of heteroskedasticity. *Econometrica*, 48.

Yulianto, A. (2015, April 4). *Slide Share*. Retrieved from Statistika Uji Hipotesis: https://www.slideshare.net/rhandyprasetyo/statistikauji-hipotesis, diakses 23 juli 2017

Yuwono, P. (2005). *Pengantar Ekonometri*. Yogyakarta: Andi Offset.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1

Data Rincian dari 40 Mobil

No.	satu galon bahan bakar (Y)	kecepatan tertinggi mobil (x1)	tenaga kuda mesin mobil (x2)	berat mobil (x3)
1	65.4	96	49	17.5
2	56	97	55	20
3	55.9	97	55	20
4	49	107	70	20
5	46.5	96	53	20
6	46.2	105	70	20
7	45.4	97	55	20
8	59.2	98	62	22.5
9	53.3	98	62	22.5
10	43.4	107	80	22.5
11	41.1	103	73	22.5
12	40.9	113	93	22.5
13	40.9	113	92	22.5
14	40.4	103	73	22.5
15	39.6	100	66	22.5
16	39.3	103	73	22.5
17	38.9	106	78	22.5
18	38.8	113	92	22.5
19	38.2	106	78	22.5
20	42.2	109	90	25
21	40.9	110	92	25
22	40.7	101	74	25
23	40	111	95	25
24	39.3	105	81	25
25	38.8	111	92	25
26	38.4	110	92	25
27	38.4	110	92	25
28	38.4	110	92	25
29	46.9	90	52	27.5
30	36.3	112	103	27.5
31	36.1	103	84	27.5
32	36.1	103	84	27.5
33	35.4	111	102	27.5
34	35.3	111	102	27.5
35	35.1	102	81	27.5
36	35.1	106	90	27.5
37	35	106	90	27.5
38	33.2	109	102	30
39	32.2	109	102	30
40	32.3	120	130	30

Sumber : Diadaptasi dari U.S Environmental Protection Agency, 1991, Report EPA/AA/CTAB/91-02

Lampiran 2

Program pada Matlab

```
clc,clear;
load('A.mat')
Y=B(:,1);
X=B;
X(:,1)=1
X1=B(:,2);
X2=B(:,3);
X3=B(:,4);
n=length(Y);
k=2;


beta=inv(X'*X)*X'*Y
e=Y-X*beta
I=zeros(n);
for i=1:n
    I(i,i)=1;
end

H=zeros(n);
h=X*inv(X'*X)*X';

for i=1:n
    H(i,i)=h(i,i);
end

psi=(I-H)^2;

sigma=sqrt((Y'*Y - 2*beta'*X'*Y + beta'*X'*X*beta)/(n-k))

P=zeros(n);
for i=1:n
    P(i,i)=sigma*sqrt(1-h(i,i));
end

inv(P);

Yb=inv(P)*Y
x0b=inv(P)*ones(n,1)
x1b=inv(P)*X1
x2b=inv(P)*X2
x3b=inv(P)*X3

Xb=ones(n,4);
Xb(:,2)=x1b;
Xb(:,3)=x2b;
Xb(:,4)=x3b;

betab=inv(X'*inv(psi)*X)*X'*inv(psi)*Y

eb=Yb-Xb*betab;
```

Lampiran 3

Nilai dari H

Colums 1 through 9

0.2494	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.1062	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.1062	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.3214	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.1178	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0837	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.1062	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.0634	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.0634
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 10 through 18

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.0440	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.0409	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.1018	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.1168	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0409	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0458	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.0409	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.0386	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.1168
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 19 through 27

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.0386	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.0364	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.0435	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.0489	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0468	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0391	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.1217	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.0435	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.0435
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 28 through 36

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.0435	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.4923	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.0648	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.0763	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0763	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0791	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.0791	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.0868	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.0563
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 37 through 38

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0.0563	0	0	0
0	0.1115	0	0
0	0	0.1115	0
0	0	0	0.3986

Lampiran 4

Nilai dari Ψ

Colums 1 through 9

0.5633	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.7988	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.7988	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.4605	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.7781	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.8394	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.7988	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.8770	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.8770
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 10 through 18

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.9137	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.9198	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.8066	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.7800	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.9198	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.9104	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.9198	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.9242	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.7800
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 19 through 27

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.9242	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.9283	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.9148	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.9044	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.9085	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.9232	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.7713	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.9148	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.9148
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 28 through 36

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.9148	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.2577	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.8745	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.8531	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.8531	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.8479	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.8479	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.8338	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.8905
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 28 through 36

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.9148	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.2577	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.8745	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.8531	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.8531	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.8479	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.8479	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.8338	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.8905
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 37 through 38

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0.8905	0	0	0
0	0.7894	0	0
0	0	0.7894	0
0	0	0	0.3616

Lampiran 5

Nilai dari *P*

Colums 1 through 9

3.5994	0	0	0	0	0	0	0	0
0	3.9278	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3.9278	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3.4225	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3.9021	0	0	0	0
0	0	0	0	0	3.9767	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3.9278	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4.0206	0
0	0	0	0	0	0	0	0	4.0206
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 10 through 18

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.0620	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4.0687	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3.9373	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3.9044	0	0	0	0	0
0	0	0	0	4.0687	0	0	0	0
0	0	0	0	0	4.0583	0	0	0
0	0	0	0	0	0	4.0687	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4.0736	0
0	0	0	0	0	0	0	0	3.9044
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 19 through 27

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.0736	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4.0781	0	0	0	0	0	0	0
0	0	4.0632	0	0	0	0	0	0
0	0	0	4.0516	0	0	0	0	0
0	0	0	0	4.0561	0	0	0	0
0	0	0	0	0	4.0725	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3.8935	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4.0632	0
0	0	0	0	0	0	0	0	4.0632
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 28 through 36

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.0632	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2.9601	0	0	0	0	0	0	0
0	0	4.0177	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3.9929	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3.9929	0	0	0	0
0	0	0	0	0	3.9868	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3.9868	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4.0359	0
0	0	0	0	0	0	0	0	4.0359
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 37 through 38

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
4.0359	0	0	0
0	3.9161	0	0
0	0	3.9161	0
0	0	0	3.2217

Lampiran 6

Nilai dari P^{-1}

Colums 1 through 9

0.2778	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.2545	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.2545	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.2921	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.2562	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.2514	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.2545	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.2487	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.2487
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 10 through 18

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1345	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.1338	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.1368	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.1407	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.1470	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.1516	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.1420	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.1407	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.1348
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 28 through 36

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1486	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.1660	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.1613	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.1434	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.1391	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.1504	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.1417	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.1726	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.1475
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Colums 37 through 40

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0.2477	0	0	0
0	0.2553	0	0
0	0	0.2553	0
0	0	0	0.3103

Lampiran 7

Data yang sudah ditransformasi

No.	y^*	x_0^*	x_1^*	x_2^*	x_3^*
1	18.1695	0.2778	26.6708	13.6132	4.8619
2	14.2573	0.2546	24.6957	14.0027	5.0919
3	14.2319	0.2546	24.6957	14.0027	5.0919
4	14.3167	0.2922	31.2630	20.4525	5.8436
5	11.9165	0.2563	24.6017	13.5822	5.1254
6	11.6174	0.2515	26.4033	17.6022	5.0292
7	11.5586	0.2546	24.6957	14.0027	5.0919
8	14.7240	0.2487	24.3742	15.4204	5.5961
9	13.2566	0.2487	24.3742	15.4204	5.5961
10	10.6843	0.2462	26.3414	19.6945	5.5391
11	10.1014	0.2458	25.3150	17.9417	5.5300
12	10.3876	0.2540	28.6993	23.6197	5.7145
13	10.4751	0.2561	28.9410	23.5626	5.7626
14	9.9294	0.2458	25.3150	17.9417	5.5300
15	9.7577	0.2464	24.6408	16.2629	5.5442
16	9.6590	0.2458	25.3150	17.9417	5.5300
17	9.5492	0.2455	26.0210	19.1475	5.5233
18	9.9373	0.2561	28.9410	23.5626	5.7626
19	9.3774	0.2455	26.0210	19.1475	5.5233
20	10.3478	0.2452	26.7278	22.0688	6.1302
21	10.0657	0.2461	27.0716	22.6417	6.1526
22	10.0452	0.2468	24.9279	18.2640	6.1703
23	9.8615	0.2465	27.3656	23.4210	6.1634
24	9.6500	0.2455	25.7824	19.8893	6.1387
25	9.9652	0.2568	28.5086	23.6288	6.4209
26	9.4505	0.2461	27.0716	22.6417	6.1526
27	9.4505	0.2461	27.0716	22.6417	6.1526
28	9.4505	0.2461	27.0716	22.6417	6.1526
29	15.8437	0.3378	30.4037	17.5666	9.2900
30	9.0349	0.2489	27.8763	25.6363	6.8446
31	9.0409	0.2504	25.7953	21.0370	6.8871
32	9.0409	0.2504	25.7953	21.0370	6.8871
33	8.8793	0.2508	27.8418	25.5843	6.8977
34	8.8542	0.2508	27.8418	25.5843	6.8977
35	8.8409	0.2519	25.6916	20.4022	6.9267
36	8.6968	0.2478	26.2637	22.2994	6.8137
37	8.6720	0.2478	26.2637	22.2994	6.8137
38	8.4777	0.2554	27.8333	26.0459	7.6605
39	8.2223	0.2554	27.8333	26.0459	7.6605
40	10.0256	0.3104	37.2467	40.3506	9.3117

Lampiran 8

Turunan dari $\frac{dS}{d\beta}$

$$2\,\frac{d(\beta^T X^{*T} Y^*)}{d\beta} = \begin{bmatrix} \frac{d(\beta^T X^{*T} Y^*)}{d\beta_1} \\ \frac{d(\beta^T X^{*T} Y^*)}{d\beta_2} \\ \vdots \\ \frac{d(\beta^T X^{*T} Y^*)}{d\beta_k} \end{bmatrix}$$

Diketahui

$$\beta^T = [\beta_1 \quad \beta_0 \quad \cdots \quad \beta_k]$$

$$X^{*T} = \begin{bmatrix} x_{11}^* & x_{12}^* & \cdots & x_{1n}^* \\ x_{21}^* & x_{22}^* & \cdots & x_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1}^* & x_{k2}^* & \cdots & x_{kn}^* \end{bmatrix}$$

$$Y^* = \begin{bmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ \vdots \\ y_n^* \end{bmatrix}$$

$$\beta^T X^{*T} = [(\beta_1 x_{11}^* + \beta_2 x_{21}^* + \cdots + \beta_k x_{k1}^*) \quad (\beta_1 x_{12}^* + \beta_2 x_{22}^* + \cdots + \beta_k x_{k2}^*) \quad \cdots \quad (\beta_1 x_{1n}^* + \beta_2 x_{2n}^* + \cdots + \beta_k x_{kn}^*)]$$

$$\beta^T X^{*T} Y = [(\beta_1 x_{11}^* + \beta_2 x_{21}^* + \cdots + \beta_k x_{k1}^*) Y_1^* + (\beta_1 x_{12}^* + \beta_2 x_{22}^* + \cdots + \beta_k x_{k2}^*) Y_2^* + \cdots + (\beta_1 x_{1n}^* + \beta_2 x_{2n}^* + \cdots + \beta_k x_{kn}^*) Y_n^*]$$

$$\frac{d(\beta^T X^{*T} Y^*)}{d\beta_1} = [x_{11}^* Y_1^* + x_{12}^* Y_2^* + \cdots + x_{1n}^* Y_n^*]$$

$$\frac{d(\beta^T X^{*T} Y^*)}{d\beta_2} = [x_{21}^* Y_1^* + x_{22}^* Y_2^* + \cdots + x_{2n}^* Y_n^*]$$

$$\frac{d(\beta^T X^{*T} Y^*)}{d\beta_k} = [x_{k1}^* Y_1^* + x_{k2}^* Y_2^* + \cdots + x_{kn}^* Y_n^*]$$

$$2\,\frac{d(\beta^T X^{*T} Y^*)}{d\beta} = 2 \begin{bmatrix} x_{11}^* Y_1^* + x_{12}^* Y_2^* + \cdots + x_{1n}^* Y_n^* \\ x_{21}^* Y_1^* + x_{22}^* Y_2^* + \cdots + x_{2n}^* Y_n^* \\ \vdots \\ x_{k1}^* Y_1^* + x_{k2}^* Y_2^* + \cdots + x_{kn}^* Y_n^* \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} x_{11}^* & x_{12}^* & \cdots & x_{1n}^* \\ x_{21}^* & x_{22}^* & \cdots & x_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1}^* & x_{k2}^* & \cdots & x_{kn}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ \vdots \\ y_n^* \end{bmatrix} = 2X^{*T} Y^*$$

$$\frac{d(\beta^T X^{*T} X^* \beta)}{\beta} = \begin{bmatrix} \frac{d(\beta^T X^{*T} X\beta)}{d\beta_1} \\ \frac{d(\beta^T X^{*T} X\beta)}{d\beta_2} \\ \vdots \\ \frac{d(\beta^T X^{*T} X\beta)}{d\beta_k} \end{bmatrix}$$

Misalkan $V = X^{*T} X^*$ maka

$$\frac{d(\beta^T V\beta)}{\beta} = \begin{bmatrix} \frac{d(\beta^T V\beta)}{d\beta_1} \\ \frac{d(\beta^T V\beta)}{d\beta_2} \\ \vdots \\ \frac{d(\beta^T V\beta)}{d\beta_k} \end{bmatrix}$$

Diketahui

$$\beta^T = [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \cdots \quad \beta_k]$$

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & \cdots & V_{1k} \\ V_{21} & V_{22} & \cdots & V_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{k1} & V_{k2} & \cdots & V_{kk} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$\beta^T V =$
$[\beta_1 V_{11} + \beta_2 V_{21} + \cdots + \beta_k V_{k1} \quad \beta_1 V_{12} + \beta_2 V_{22} + \cdots + \beta_k V_{k2} \quad \cdots \quad \beta_1 V_{1k} + \beta_2 V_{2k} + \cdots + \beta_k V_{k1}]$

$\beta^T V\beta = [(\beta_1 V_{11} + \beta_2 V_{21} + \cdots + \beta_k V_{k1})\beta_1 + (\beta_1 V_{12} + \beta_2 V_{22} + \cdots + \beta_k V_{k2})\beta_2 + \cdots +$
$\beta_1 V_{1k} + \beta_2 V_{2k} + \cdots + \beta_k V_{k1})\beta_k\ ]$

$= [(\beta_1^2 V_{11} + \beta_2\beta_1 V_{21} + \cdots + \beta_k\beta_1 V_{k1}) + (\beta_1\beta_2 V_{12} + \beta_2^2 V_{22} + \cdots + \beta_k\beta_2 V_{k2}) + \cdots +$
$\beta_1\beta_k V_{1k} + \beta_2\beta_k V_{2k} + \cdots + \beta_k^2 V_{k1})\ ]$

$$\frac{d(\beta^T V\beta)}{d\beta_1} = [2V_{11}\beta_1 + (V_{12} + V_{21})\beta_2 + \cdots + (V_{1k} + V_{k1})\beta_k]$$

$$\frac{d(\beta^T V\beta)}{d\beta_2} = [(V_{12} + V_{21})\beta_1 + 2V_{22}\beta_2 + \cdots + (V_{2k} + V_{k2})]$$

$$\frac{d(\beta^T V\beta)}{d\beta_k} = [(V_{k1}+V_{1k})\beta_1 + (V_{k2}+V_{2k})\beta_2 + \cdots + 2V_{kk}\beta_k]$$

$$\frac{d(\beta^T V\beta)}{\beta} = \begin{bmatrix} 2V_{11}\beta_1 + (V_{12}+V_{21})\beta_2 + \cdots + (V_{1k}+V_{k1})\beta_k \\ (V_{12}+V_{21})\beta_1 + 2V_{22}\beta_2 + \cdots + (V_{2k}+V_{k2}) \\ \vdots \\ (V_{k1}+V_{1k})\beta_1 + (V_{k2}+V_{2k})\beta_2 + \cdots + 2V_{kk}\beta_k \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2V_{11} & (V_{12}+V_{21}) & \cdots & (V_{1k}+V_{k1}) \\ (V_{21}+V_{12}) & 2V_{22} & \cdots & (V_{2k}+V_{k2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (V_{k1}+V_{1k}) & (V_{k2}+V_{2k}) & \cdots & 2V_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$$= \left(\begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & \cdots & V_{1k} \\ V_{21} & V_{22} & \cdots & V_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{k1} & V_{k2} & \cdots & V_{kk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{11} & V_{21} & \cdots & V_{k1} \\ V_{12} & V_{22} & \cdots & V_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{1k} & V_{2k} & \cdots & V_{kk} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$$= (V + V^T)\beta$$

$$= (X^{*T}X^{*} + (X^{*T}X^{*})^{\mathrm{T}})\beta$$

$$= (X^{*T}X^{*} + X^{*T}X^{*})\beta$$

$$= 2X^{*T}X^{*}\beta$$

RIWAYAT HIDUP

Solichin Muchorobin, biasa dipanggil Robin, lahir di Sidoarjo pada tanggal 19 juli1995. Dia merupakan anak pertama dari Bapak Mohammad Solikhin dan Ibu Li'ana dan kakak bagi Baihaqi Nur Solichin dan tinggal di Dusun Kademangan Desa Jemirahan RT. 06 RW. 03 Kec. Jabon Kab Sidoarjo.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN Jemirahan dan lulus pada tahun 2007, kemudian dia melanjutkan Pendidikan menengah pertama di MTs Darul Huda selama menempu Pendidikan di MTs dia pernah ikut andil dalam kegiatan OSIS dan berhasil lulus pada tahun 2010. Setelah itu dia melanjutkan Pendidikan di MAN Bangil pada program Ilmu Pengetahuan Sosial dan lulus pada tahun 2013. Selajutnya dia menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan mengambil jurusan Matematika di Fakultas Saints dan Teknologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Solichin Múchorobin
NIM : 13610010
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Penggunaan Metode Heteroscedasticity Consistent Covariance Matrix Estimator (HCCME) untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Linier
Pembimbing I : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
Pembimbing II : Mohammad Jamhuri, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	22 Juni 2017	Revisi Bab I dan II	1.
2	22 Agustus 2017	Revisi Bab II	2.
3	09 Agustus 2017	Revisi Kajian Agama Bab I	3.
4	16 Agustus 2017	Revisi Kajian Agama Bab II	4.
5	22 Agustus 2017	Revisi Kajian Agama Bab II	5.
6	25 Agustus 2017	ACC Bab I,II dan III	6.
7	30 Oktober 2017	Revisi Bab IV	7.
8	15 November 2017	Revisi Bab IV	8.
9	21 November 2017	ACC Bab IV	9.
10	29 November 2017	Revisi Bab V	10.
11	05 Desember 2017	ACC Keseluruan	11.
12	06 Desember 2017	Revisi Kajian Agama Bab IV	12.
13	16 Desember 2017	ACC Agama Keseluruan	13.

Malang, 12 April 2018
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M. Si
NIP. 19650414 200312 1 001

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Solichin Muchorobin
NIM : 13610010
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Penggunaan Metode Heteroscedasticity Consistent Covariance Matrix Estimator (HCCME) untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Linier
Pembimbing I : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
Pembimbing II : Mohammad Jamhuri, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	22 Juni 2017	Revisi Bab I dan II	1.
2	22 Agustus 2017	Revisi Bab II	2.
3	09 Agustus 2017	Revisi Kajian Agama Bab I	3.
4	16 Agustus 2017	Revisi Kajian Agama Bab II	4.
5	22 Agustus 2017	Revisi Kajian Agama Bab II	5.
6	25 Agustus 2017	ACC Bab I,II dan III	6.
7	30 Oktober 2017	Revisi Bab IV	7.
8	15 November 2017	Revisi Bab IV	8.
9	21 November 2017	ACC Bab IV	9.
10	29 November 2017	Revisi Bab V	10.
11	05 Desember 2017	ACC Keseluruan	11.
12	06 Desember 2017	Revisi Kajian Agama Bab IV	12.
13	16 Desember 2017	ACC Agama Keseluruan	13.

Malang, 12 April 2018
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M. Si
NIP. 19650414 200312 1 001