BILANGAN KROMATIK PADA GRAF *NONCOMMUTING* GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

OLEH
YANTO
NIM. 11610016

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018

BILANGAN KROMATIK PADA GRAF *NONCOMMUTING* GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Yanto
NIM. 11610016

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018

BILANGAN KROMATIK PADA GRAF *NONCOMMUTING* GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh
Yanto
NIM. 11610016

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 18 Maret 2018

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Abdussakir, M.Pd	Ach. Nashichuddin, M.A
NIP. 19751006 200312 1 001	NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

BILANGAN KROMATIK PADA GRAF *NONCOMMUTING* GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh
Yanto
NIM. 11610016

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 28 Maret 2018

Penguji Utama	: Evawati Alisah, M.Pd	....
Ketua Penguji	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Anggota Penguji	: Ach. Nasichuddin, M.A	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Yanto
NIM	: 11610016
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Bilangan Kromatik pada Graf *Noncommuting* Grup Dihedral

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, Maret 2018
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
45973AFF168422255
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Yanto
NIM. 11610016

MOTO

"Orang yang taat adalah orang yang tidak mengeluh dengan semua yang telah menjadi bagiannya"

(Habib Luthfi Bin Yahya)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk

bapak Tumiran dan Almarhumah ibu Suwarmi

yang telah memberikan kontribusi bagi penulis dengan dukungan, pengorbanan, kasih sayang, ketulusan, doa, biaya dan orang yang paling berjasa bagi penulis dari lahir sampai dewasa. Semoga Allah Swt memberikan kekuatan dan kemampuan kepada penulis untuk menjadi manusia yang bermanfaat dan mewujudkan apa yang menjadi amanah penulis. Semoga penulis dapat memberikan yang terbaik.

Aamiin yaa Rabbal'alamiin.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, segala puja dan puji syukur bagi Allah Swt atas limpahan rahmat, taufik, hidayah, dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan dengan baik penyusunan skripsi yang berjudul "Bilangan Kromatik pada Graf *Noncommuting* Grup Dihedral".

Shalawat serta salam semoga tetap terlimpahkan kepada Nabi Muhammad Saw yang telah menuntun umat-Nya dari zaman yang kegelapan menuju ke zaman yang terang benderang yakni agama Islam.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam proses penyusunannya tidak mungkin dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan, serta arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr Abdul Haris Al Muhasibi, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah banyak memberikan pengetahuan dan pengalaman berharga.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

4. Dr. Abdussakir M.Pd, dan Ach. Nasichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing skripsi, yang telah memberikan banyak pengarahan dan pengalaman berharga.
5. Evawati Alisah, M.Pd, sebagai ketua tim penguji skripsi, terima kasih telah memberikan masukan-masukan yang sangat berharga untuk penulisan skripsi ini.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Ayah dan Ibu yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis.
8. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung telah ikut terlibat dan memberikan masukan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhirnya penulis hanya dapat berharap, di balik skripsi ini dapat ditemukan sesuatu yang dapat memberikan manfaat dan wawasan yang lebih luas atau bahkan hikmah bagi penulis, pembaca, dan bagi seluruh mahasiswa.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Maret 2018

Penyusun

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

$V(G)$	:	Himpunan tak Kosong dari Obyek yang Berhingga yang Disebut Titik
$E(G)$	:	Himpunan yang Mungkin Kosong dari Pasangan yang tak Berurutan dari Titik-titik yang Berbeda dari $V(G)$ yang disebut Sisi.
$p(q)$	:	Order dari Graf G
$p(q)$	:	Ukuran dari Graf G
e	:	Sisi dari Suatu Graf G
(u, v)	:	Dua Buah Titik pada Graf G yang Membentuk Sisi e
D_{2n}	:	Grup Dihedral$-2n$
$\tau_{D_{2n}}$	:	Graf *Noncommuting* dari D_{2n}
$deg_G(v)$	:	Derajat Titik v di Graf G
$N_G(v)$	:	Himpunan Semua Titik di G yang Terhubung Langsung dengan v atau Biasa disebut Lingkungan dari v
$\chi(\tau_{D_{2n}})$	:	Bilangan Kromatik Titik Graf *Noncommuting* Grup Dihedral D_{2n}
$\chi'(\tau_{D_{2n}})$	:	Bilangan Kromatik Titik Graf *Noncommuting* Grup Dihedral D_{2n}
$Z(G)$	:	Center dari Grup G

ABSTRAK

Yanto. 2018. **Bilangan Kromatik pada Graf *Noncommuting* dari Grup Dihedral**, Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, Pembimbing: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) Ach. Nasichuddin, M.A.

Kata Kunci: bilangan kromatik, pewarnaan titik, pewarnaan sisi, graf *noncommuting*, grup dihedral.

Graf *noncommuting* adalah suatu graf yang mana titik-titiknya adalah himpunan dari $G\backslash Z(G)$ dan titik x dan y terhubung langsung jika dan hanya jika $xy \neq yx$. Pewarnaan titik pada graf G adalah pemberian sebanyak k warna pada titik sehingga titik yang terhubung langsung tidak diberi warna yang sama. Pewarnaan sisi pada graf G adalah dua sisi yang berasal dari titik yang sama diberi warna yang berbeda. Bilangan terkecil k sehingga suatu graf dapat diberi k warna pada titik dan sisi inilah yang dinamakan bilangan kromatik.

Metode penelitian yang digunakan adalah study kepustakaan dengan tahapan analisis yang diawali dengan menentukan elemen-elemen Grup dihedral (D_{2n}) dengan interval $3 \leq n \leq 8$ pada Graf *noncommuting*, menggambarkan tabel cayley dari grup dihedral, mencari elemen-elemen tidak komutatif, menggambarkan graf *noncommuting* $(\tau(D_{2n}))$ dari grup dihedral, mencari bilangan kromatik dari pewarnaan titik dan sisi, membangun konjektur dan membuktikan sebagai teorema. Adapun hasil penelitian ini sebagai berikut:

1. Bilangan kromatik dari pewarnaan sisi graf *noncommuting* grup dihedral ialah:

$$\chi(\tau(D_{2n})) = \begin{cases} n+1, & untuk\ n\ ganjil \\ \frac{n}{2}+1, & untuk\ n\ genap \end{cases}$$

2. Bilangan kromatik dari pewarnaan sisi graf *noncommuting* grup dihedral ialah:

$$\chi'(\tau(D_{2n})) = \begin{cases} 2n+1, & untuk\ n\ ganjil \\ 2n-3, & untuk\ n\ genap \end{cases}$$

ABSTRACT

Yanto. 2018. **Chromatic Number on Noncommuting Graphs of Dihedral Group**,Thesis, Mathematics Department Science and Technology Faculty, State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang, Supervisors: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) Ach. Nasichuddin, M.A.

Keywords: chromatic number, vertex colouring, edge colouring, noncommuting graph, dihedral group.

Noncommuting graph is a graph which the the vertex is a set of $G\backslash(G)$ and two vertices x and y are adjacent if and only if $xy \neq yx$. The vertex colouring of G is giving k colour at the vertex, two vertices that are adjacent not given the same colour. Edge colouring of G is two edges that have common vertex are coloured with different colour. The smallest number k so that a graph can be coloured by assigning k colours to the vertex and edge called chromatic number.

The research method used in this research is literature study with analysis begins with determine the elements of the dihedral group $3 \leq n \leq 8$ for noncommuting graph, create the cayle,s table, determine noncommutative elements, draw noncommuting graph from dihedral group, determine of the patterns of chromatic number from vertex and edge colouring, write the conjecture, and proof it to be theorem. The result of this research are:

1. Chromatic number from vertex colouring noncommuting graph of dihedral group is:

$$\chi(\tau(D_{2n})) = \begin{cases} n+1, & to\ n\ is\ odd \\ \frac{n}{2}+1, & to\ n\ is\ even \end{cases}$$

2. Chromatic number from edge colouring noncommuting graph of dihedral group is:

$$\chi'(\tau(D_{2n})) = \begin{cases} 2n+1, & to\ n\ is\ odd \\ 2n-3, & to\ n\ is\ even \end{cases}$$

ملخص

يانتو. 2018. **عدد *chromatic* على رسم بيانـي *noncommuting* زمرة زوجية *dihedral*.** البحث ١لجا معي. شعبة الرياضية، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف(I) :عبد الشاكر, الماجستير. (II) أحمد ناصح الدين، الماجستير.

الكلمات الرئيسية: عدد *chromatic*، تلوين رؤوس، تلوين أطلاع، المخطط *noncommuting*، **زمرة زوجية** *dihedral*.

المخطط*noncommuting* هو المخطط الذي رؤوس هي مجموعة م$(G) \setminus G$ و ١سنا ن xوyمتصلة مباشرة إذا و فقط إذا $xy \neq yx$. تلوين رؤوس على المخططG هو وضع من عدة k لون في رؤوس بحيث لا تعطى اثنين من النقاط المتصلة مباشرة بنفس اللون. التلوين الجانبي على الرسم البيانيGهي جانبان تنشآن من نفس النقطة بإعطاء ألوان مختلفة. ويسمى أصغر عددkبحيث يمكن تلوين المخطط في هذه رؤوس عدد *chromatic*.

طريقة البحث المستخدمة هي دراسة الأدب مع مراحل التحليل التي تبدأ بتحديد عناصر المجموع(D_{2n}) *dihedral* مع فترات $3 \leq n \leq 8$ على الرسم البياني *noncommuting* يصف الرسم البياني *noncommuting* $(\tau(D_{2n}))$ من **زمرة زوجية** *dihedral*، تبحث عن عدد لونية من النقاط والجوان, بناء التخمين وإثبات نظريات. في هذه المقالة توجد الصيغة العامة لعدد *chromatic* من المخطط *noncommuting* التي تبنى من **زمرة زوجية** *dihedral*.

١. عدد التلوين من تلوين الرؤوس المخطط *noncommuting* منظومة *dihedral*

$$\chi(\tau(D_{2n})) = \begin{cases} n+1, & n \text{ غريب} \\ \dfrac{n}{2}+1, & n \text{ حتى} \end{cases}$$

٢. عدد التلوين من تلوين الحافات المخطط *noncommuting* منظومة *dihedral*

$$\chi'(\tau(D_{2n})) = \begin{cases} 2n+1, & n \text{ غريب} \\ 2n-3, & n \text{ حتى} \end{cases}$$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika adalah salah satu cabang ilmu yang mendasari berbagai ilmu lain. Matematika juga merupakan alat untuk menyederhanakan penyajian dan pemahaman masalah (Sujono, 1998).

Graf G merupakan pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak berurutan dari titik-titik yang berbeda dari $V(G)$ yang disebut sisi. Banyaknya unsur dari $V(G)$ disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$, dan banyaknya unsur di $E(G)$ disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$, jika graf yang dibicarakan hanya graf dan dilambangkan dengan G maka order dan ukuran dari G masing-masing cukup ditulis p dan q. Graf dengan order p dan ukuran q disebut graf -(p, q) (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v, jika $e = (u, v)$ adalah sisi pada graf G maka u dan v dikatakan terhubung langsung (*adjacent*), v dan e serta u dan e disebut terkait langsung (*incident*). Dan titik u dan v disebut titik ujung dari e. dua sisi berbeda e_1 dan e_2 disebut terhubung langsung (*adjacent*), jika terkait langsung pada titik yang sama. Untuk selanjutnya sisi $e = (u, v)$ akan ditulis $e = uv$ (Abdussakir, dkk, 2009:6). Salah satu bahasan dalam matematika yang dijadikan alat bantu untuk pemecahan masalah hingga saat ini adalah konsep graf. Graf merupakan himpunan titik dan sisi yang saling terhubung jika dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari, menjalin hubungan yg harmonis antar sesama manusia merupakan idealnya suatu kehidupan, dalam Al-Quran surat At-Taubah ayat 71 disebutkan:

وَٱلۡمُؤۡمِنُونَ وَٱلۡمُؤۡمِنَٰتُ بَعۡضُهُمۡ أَوۡلِيَآءُ بَعۡض يَأۡمُرُونَ بِٱلۡمَعۡرُوفِ وَيَنۡهَوۡنَ عَنِ ٱلۡمُنكَرِ وَيُقِيمُونَ ٱلصَّلَوٰةَ
وَيُؤۡتُونَ ٱلزَّكَوٰةَ وَيُطِيعُونَ ٱللَّهَ وَرَسُولَهُۥٓۚ أُوْلَٰٓئِكَ سَيَرۡحَمُهُمُ ٱللَّهُ إِنَّ ٱللَّهَ عَزِيزٌ حَكِيم٧١

”*Dan orang-orang yang beriman, lelaki dan perempuan, sebagian mereka (adalah) menjadi penolong bagi sebagian yang lain. Mereka menyuruh (mengerjakan) yang ma´ruf, mencegah dari yang munkar, mendirikan shalat, menunaikan zakat dan mereka taat pada Allah dan Rasul-Nya. Mereka itu akan diberi rahmat oleh Allah; sesungguhnya Allah Maha Perkasa lagi Maha Bijaksana.*

Perkembangan sebelumnya muncul bilangan kromatik pewarnaan titik dan pewarnaan sisi pada graf, yaitu mewarnai titik, sisi dan wilayah dari graf sehingga setiap dua titik yang berhubungan langsung dengan dua buah sisi yang saling terkait langsung, dua obyek yang bertetanggaan langsung mendapat warna yang berbeda. Kemungkinan jumlah pewarnaan berbeda pada graf dapat dihitung dengan banyaknya warna yang diberikan. Pertanyaan yang menarik adalah berapa ukuran terkecil banyaknya warna yang dapat diberikan pada sebuah graf G, persoalan inilah yang kita sebut dengan bilangan kromatik.

Alauddin pada tahun 2009 telah melakukan penelitian mengenai bilangan kromatik graf prisma yang diperoleh dari hasil produk kartesian antara graf lintasan dengan graf siklus, dan pada skripsi ini penulis akan meneliti bilangan kromatik pada graf lain yaitu graf nonkommuting dari grup dihedral.

Ayat Al-Quran yang menginspirasi penulis untuk menyusun skripsi ini adalah dalam surat An-Nisa’ ayat 36 Allah Swt Berfirman:

وَٱعبُدُواْ ٱللَّهَ وَلَا تُشرِكُواْ بِهِۦ شَيا وَبِٱلوَٰلِدَينِ إِحسَٰنا وَبِذِي ٱلقُربَىٰ وَٱليَتَٰمَىٰ وَٱلمَسَٰكِينِ وَٱلجَارِ ذِي ٱلقُربَىٰ
وَٱلجَارِ ٱلجُنُبِ وَٱلصَّاحِبِ بِٱلجَنبِ وَٱبنِ ٱلسَّبِيلِ وَمَا مَلَكَت أَيمَٰنُكُم إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُحِبُّ مَن كَانَ مُختَالا
فَخُورًا ٣٦

”Sembahlah Allah dan janganlah kamu mempersekutukan-Nya dengan sesuatupun. Dan berbuat baiklah kepada dua orang ibu-bapa, karib-kerabat, anak-anak yatim, orang-orang miskin, tetangga yang dekat dan tetangga yang jauh, dan teman sejawat, ibnu sabil dan hamba sahayamu. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang sombong dan membangga-banggakan diri” (An-Nisa’:36).

Dalam ayat di atas dapat diketahui bahwa terdapat pola keterhubungan antara manusia dan manusia dan juga antara manusia dengan Allah Swt Pola keterhubungan itu dapat dianalogikan dengan pewarnaan sisi pada sebuah graf dan komponen yang dalam hal ini diwakili oleh Allah Swt dan manusia dapat dianalogikan dengan elemen titik pada sebuah graf. Konsep bilangan kromatik adalah konsep dimana terdapat beberapa hubungan diantara dua elemen, baik yang menyangkut sesama manusia dan juga dengan Allah Swt dalam ranah ruang maupun waktu sebagai wadah untuk beribadah sesuai yang telah tertulis dalam Al-Quran dan Hadits.

Sehingga pola keterhubungan itulah kita akan makin tahu batasan antara manusia dengan manusia lainnya dan juga Allah Swt. Sehingga dari penjelasan di atas judul skripsi yang akan dibahas penulis pada penelitian ini adalah ”*Bilangan Kromatik dari Graf Noncommuting Grup Dihedral*’.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana rumus umum dari bilangan kromatik dari pewarnaan titik graf *noncommuting* grup dihedral?
2. Bagaimana rumus umum dari bilangan kromatik dari pewarnaan sisi graf *noncommuting* grup dihedral?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan fokus penelitian, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui rumus umum dari bilangan kromatik dari pewarnaan titik graf *noncommuting* grup dihedral?
2. Untuk mengetahui rumus umum dari bilangan kromatik dari pewarnaan sisi graf *noncommuting* grup dihedral?

1.4 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian maka manfaat penelitian ini dikelompokkan berdasarkan kepentingan beberapa pihak, yaitu:

1. Sebagai tambahan pengetahuan dan wawasan dalam pengembangan ilmu tentang bilangan kromatik pada graf *noncommuting* grup dihedral.
2. Sebagai tambahan literatur yang dapat dijadikan acuan untuk menyelesaikan persoalan terkait bilangan kromatik dari graf *noncommuting* dari grup dihedral.

1.5 Metode Penelitian

Metode dalam penelitian ini, menggunakan pendekatan penelitian kepustakaan (*library research*), yakni melakukan pemahaman terhadap beberapa kajian teori maupun literatur yang telah dipublikasikan, yang sesuai dengan topik pembahasan. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini yaitu:

1. Menentukan elemen-elemen yang saling komutatif pada grup dihedral$-2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.
2. Menggambarkan tabel *cayley* dari grup dihedral$-2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.
3. Menggambarkan graf *noncommuting* dari grup dihedral$-2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.
4. Mewarnai setiap titik dan sisi dari grup dihedral$-2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.
5. Mengamati dan menentukan pola yang terbentuk dari banyaknya warna yang digunakan dari grup dihedral$-2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.
6. Membuktikan pola yang terbentuk sebagai teorema.
7. Menarik kesimpulan.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini digunakan untuk mempermudah dalam memahami dan menyusun laporan penelitian. Adapun sistematika penulisan dalam penelitian ini yaitu:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini berisi tentang latar belakang penelitian, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini menjelaskan tentang gambaran umum dari teori yang mendasari pembahasan, yaitu mengenai graf, derajat titik, graf terhubung, bilangan kromatik, grup dihedral$-2n$, center grup, tabel *cayley*, graf *noncommuting* serta keterkaitan antara *hablumminallah* dan *hablumminannas* dengan shalat tepat waktu dalam Al-Quran sesuai dengan konsep pewarnaan pada suatu graf.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini akan dijelaskan tenteng grup dihedral$-2n$ (D_{2n}), graf *noncommuting* grup dihedral$-2n$ (D_{2n}), pewarnaan titik dan sisi serta bilangan kromatiknya, dan pola yang terbentuk dari graf *noncommuting* grup dihedral$-2n$ (D_{2n}).

Bab IV Penutup

Pada bab ini dijelaskan intisari dari hasil penelitian yang berupa kesimpulan dari pembahasan hasil penelitian dengan dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

Graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi. Banyaknya unsur di $V(G)$ disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$, dan banyaknya unsur di $E(G)$ disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G masing-masing cukup ditulis p dan q. Graf dengan order p dan ukuran q dapat disebut graf-(p, q) (Abdussakir, 2009).

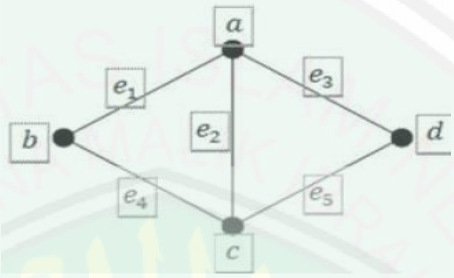
2.2 Derajat Titik

Jika v adalah titik pada graf G, maka himpunan semua titik di G yang terhubung langsung dengan v disebut lingkungan dari v dan ditulis $N_G(v)$. Derajat dari titik v di graf G, ditulis $deg_G(v)$., adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v. Dalam konteks pembicaraan hanya terdapat satu graf G, maka tulisan $deg_G(v)$ disingkat menjadi $deg(v)$ dan $N_G(v)$. disingkat menjadi $N(v)$. Jika dikaitkan dengan konsep lingkungan, derajat titik v di graf G adalah banyaknya anggota dalam $N(v)$.

$$deg(v) = |N(v)|$$

Titik yang berderajat 0 disebut titik terasing atau titik terisolasi. Titik yang berderajat 1 disebut titik ujung atau titik akhir. Titik yang berderajat genap disebut titik genap dan titik yang berderajat ganjil disebut titik ganjil. Derajat maksimum titik di G dilambangkan dengan $D(G)$ dan derajat minimum titik di G dilambangkan dengan $d(G)$ (Abdussakir, dkk, 2009:9).

Perhatikan graf G berikut mempunyai himpunan titik $V(G) = \{a, b, c, d\}$ dan $E(G) = \{ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, \}$.,



Gambar 2.1 Gambar G dengan Himpunan Titik $V(G)$

Berdasarkan gambar diperoleh bahwa:

$$N(a) = \{b, c, d\}$$

$$N(b) = \{a, c\}$$

$$N(c) = \{a, b, d\}$$

$$N(d) = \{a, c\}$$

Dengan demikian, maka

$$\deg(a) = 3$$

$$\deg(b) = 2$$

$$\deg(c) = 3$$

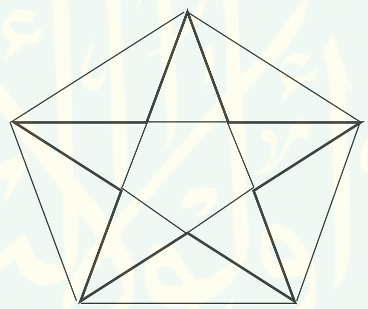
$$\deg(d) = 2\text{d}$$

Diperoleh derajat maksimum di G adalah 3 dan derajat minimum di G adalah 2. Titik b dan a dalah titik genap, sedangkan titik a dan c adalah titik ganjil, karena tidak ada yang berderajat 0 atau 1, maka graf G tidak mempunyai titik terisolasi dan titik ujung.

Kenyataan bahwa jumlah derajat semua titik yang hasilnya sama dengan dua kali banyak sisinya berlaku secara umum untuk semua graf. Hubungan antara jumlah derajat semua titik dalam suatu graf G dengan banyak sisi, yaitu q adalah

$$\sum_{v=G} \deg(v) = 2q$$

Graf G dikatakan *beraturan* $-r$ atau *beraturan dengan derajat* r jika masing-masing titik v di G, maka $deg(v) = r$, untuk bilangan bulat tak negatif r. Suatu graf disebut beraturan jika beraturan$-r$ untuk suatu bilangan bulat tak negatif r. Graf beraturan-3 biasa disedut graf kubik.Berikut ini merupakan contoh graf beraturan-4.



Gambar 2.2. Graf Beraturan 4

Graf G dikatakan komplit jika setiap dua titik yang saling terhubung langsung (*adjacent*). Graf komplet dengan order n dinyatakan dengan K_n. Dengan demikian maka graf K_n merupakan graf beraturan$-(n-1)$ dengan order $p = n$ dan ukuran $q = \frac{n(n+1)}{2}\left\{\begin{matrix} n \\ 2 \end{matrix}\right\}$. Sebuah graf G dikatakan bipartisi jika himpunan titik di G bisa dipartisi menjadi himpunan tak kosong V_1 dan V_2 sehingga masing-masing sisi pada graf G tersebut menghubungkan satu titik di V_1 dengan satu titik di V_2. Jika graf G bipartisi beraturan$-r$ dengan $r \geq 1$ maka $|V_1| = |V_2|$ (Abdussakir, dkk, 2009:21).

Graf G dikatakan partisi$-n$ komplet jika G adalah graf partisi$-n$ dengan himpunan partisi $V_1, V_2, \dots, V_n$, sehingga titik $u \in V_i$ dan $v \in V_j, i \neq j$, maka $u\,v \in E(G)$ jika $|V_i| = p_i$, maka graf ini dinotasikan dengan $K_{p_1, p_2, \dots, p_n}$. Urutan $p_1, p_2, \dots, p_n$ tidak begitu diperhatikan. Graf partisi$-n$ komplet merupakan graf komplet K_n jika dan hanya jika $p_i = 1$ untuk semua i. jika $p_i = t$ untuk semua i, $t \geq 1$ maka graf partisi$-n$ komplit ini merupakan graf beraturan dan dinotasikan dengan $K_{n(t)}$. Jadi $K_{n(1)}$ tidak lain adalah K_n (Abdussakir, dkk, 2009:23).

2.3 Graf Terhubung

Jalan tertutup W tak trivial yang semua sisinya berbeda disebut sirkuit. Dengan kata lain, sirkuit adalah trail tertutup tak trivial. Jalan tertutup tak trivial yang semua titiknya berbeda disebut sikel. Dengan demikian setiap sikel pasti merupakan sirkuit, tetapi tidak semua sirkuit merupakan sikel. Jika dicarikan hubungan antara sirkuit dan sikel diperoleh bahwa trail tertutup dan tak trivial pada graf G disebut sirkuit di G. Misalkan u dan v titik berbeda pada graf G. Titik u dan v dikatakan terhubung (*connected*), jika terdapat lintasan $u - v$ di G. Suatu graf G dikatakan terhubung, jika untuk setiap titik u dan v yang berbeda di G terhubung. Dengan kata lain, suatu graf G dikatakan terhubung jika untuk setiap titik u dan v di G terdapat lintasan $u - v$ di G. Sebaliknya,jika ada dua titik u dan v di G, tetapi tidak ada lintasan $u - v$ di G, maka G dikatakan tak terhubung (*disconnected*) (Abdussakir, dkk, 2009:55-56).

Sebuah graf G dikatakan terhubung (*connected*) jika untuk setiap dua titik G yang berbeda terdapat sebuah lintasan yang menghubungkan kedua titik tersebut. Sebaliknya, graf G disebut tidak terhubung (*disconnected*). Sebuah komponen graf G adalah sebuah graf bagian terhubung maksimal (titik dan sisi) dari G. Graf H dikatakan graf bagian terhubung maksimal dari graf G, jika tidak ada graf bagian lain dari G yang terhubung dan memuat H. Jadi setiap graf terhubung memiliki tepat satu komponen sedangkan graf tak terhubung memiliki paling sedikit dua komponen (Budayasa, 2007:8).

2.4 Pewarnaan pada Graf

Pewarnaan graf adalah suatu bentuk pelabelan graf, yaitu dengan memberikan warna pada elemen graf. Terdapat tiga macam persoalan pewarnaan graf, meliputi pewarnaan titik (*vertex coloring*), pewarnaan sisi (*edge coloring*), dan pewarnaan wilayah (*region coloring*).

Diketahui graf klasik $G(V,E)$. Pewarnaan pada G adalah pemetaan $C: V \rightarrow N$ sedemikian hingga dua buah titik yang bertetangga diwarnai dengan warna yang berbeda atau $C(i) \neq C(j)$ jika $(i,j) \in E(G)$. Titik i dan j disebut tak kompatibel (*incompatible*), jika $(i,j) \in E(G)$. Sebaliknya, titik i dan j disebut kompatibel (*compatible*) jika $(i,j) \notin E(G)$). Dengan demikian dua buah titik yang kompatibel dapat diwarnai dengan warna yang sama, sedangkan dua buah titik yang tak kompatibel diwarnai dengan warna yang berbeda.

2.5 Pewarnaan Titik (*Vertex Coloring*)

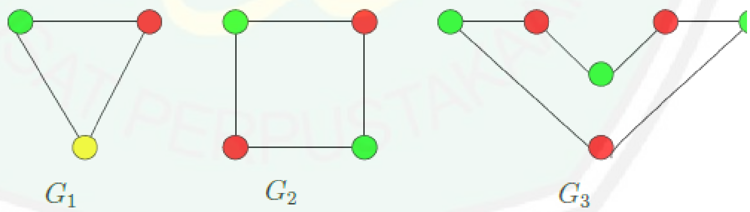
Pewarnaan titik pada graf G adalah memberikan warna berbeda pada setiaptitik pada graf G yang bertetangga sehingga tidak ada dua titik yang bertetanggadengan warna yang sama. Dalam pewarnaan titik juga mengenal istilah bilangan kromatik yang sangat erat kaitannya, yaitu masalah menentukan banyaknya warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai titik-titik pada graf sehingga dua titik yang bertetangga mempunyai warna yang berbeda.

Suatu bilangan k yang terkecil sedemikian hingga graf G dapat diwarnai dengan k warna disebut bilangan kromatik dari graf G disimbolkan $\chi(G)$. Apabila suatu graf G dapat diwarnai dengan k minimal dari n warna, maka G dikatakan memiliki bilangan kromatik $n(\chi(G)) = n$. Lihat pada Gambar 2.2.

Jika G adalah sebuah graf khusus dengan p titik dan q sisi dan G mempunyai bilangan kromatik χ maka hubungannya $(\chi - 1)p \leq 2q$ (Ringel, 1994).

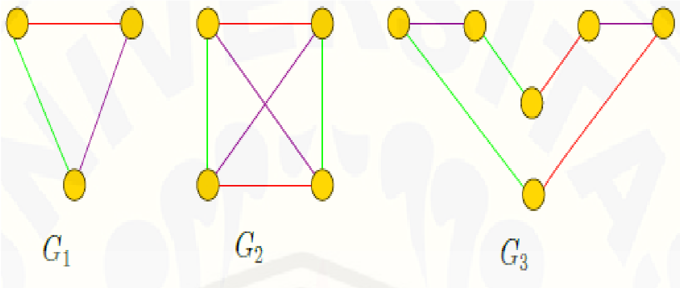
2.6 Pewarnaan Sisi (*Edge Coloring*)

Sebuah pewarnaan sisi pada graf G adalah pewarnaan semua sisi G sedemikianhingga setiap dua sisi yang terkait pada titik yang sama mendapatkan warna yang berbeda (Budayasa, 2007).



Gambar 2.2 pewarnaan titik

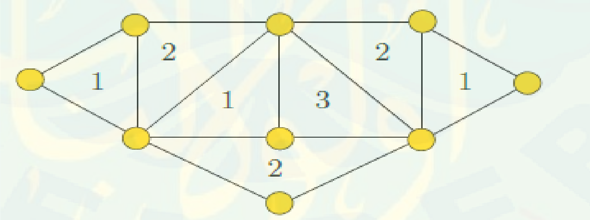
Jika G mempunyai pewarnaan sisi$-k$, maka dikatakan sisi-sisi di G diwarnai dengan k warna. Contoh pewarnaan sisi dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Pewarnaan Sisi

2.7 Pewarnaan Wilayah

Pewarnaan wilayah adalah pemberian pada setiap wilayah pada graf sehingga wilayah yang bertetangga tidak memiliki warna yang sama. Biasanya sering dipakai untuk mewarnai peta. Contoh pewarnaan wilayah dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 pewarnaan wilayah

2.8 Bilangan Kromatik

Pewarnaan titik pada graf G adalah pemberian sebanyak n warna pada titik sehingga dua titik yang saling terhubung langsung tidak diberi warna yang sama. Pewarnaan sisi pada graf G adalah pemberian sebanyak n warna pada sisi sehingga dua sisi yang saling terkait langsung tidak diberi warna yang sama. Bilangan n terkecil sehingga graf G dapat diwarnai dengan cara tersebut dinamakan bilangan kromatik. Bilangan kromatik titik ditulis $\chi(G)$ dan bilangan kromatik sisi ditulis $\chi'(G)$ (G. Chartrand and Lesniak, 1986).

2.9 Grup Dihedral

Grup adalah suatu struktur aljabar yang dinyatakan sebagai $(G,*)$ dengan G adalah himpunan tak kosong dan $*$ adalah operasi biner di G yang memenuhi sifat-sifat berikut:

1. $(a * b) * c = a * (b * c)$, untuk semua $a, b, c \in G$ (yaitu assosiatif).
2. Ada suatu elemen e di G sehingga $a * e = e * a = a$, untuk semua $a \in G$ (e disebut identitas di G).
3. Untuk setiap $a \in G$ ada suatu element a^{-1} di G sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ (a^{-1} disebut invers dari a)

Adapun grup $(G,*)$ disebut *abelian* (grup komutatif) jika $a*b = b*a$ untuk semua $a, b \in G$ (Raisinghania and Aggrawal, 1980:31)

Grup dihedral adalah grup dari himpunan simetri-simetri dari segi-n beraturan, dinotasikan D_{2n}, untuk setiap n bilangan bulat positif dan $n \geq 3$. Dalam buku lain ada yang menuliskan grup dihedral dengan D_n (D. Dummit and R. Foote, 1991:24-25).

Misalkan D_{2n} suatu grup yang didefinisikan oleh st untuk $st \in D_{2n}$ yang diperoleh dari simetri (simetri sebagai fungsi pada segi-n, sehingga st adalah fungsi komposisi). Jika st akibat permutasi titik berturut-turut σ, τ maka st akibat dari $\sigma \circ \tau$ Operasi biner pada D_{2n}adalah assosiatif karena fungsi komposisi adalah assosiatif. Identitas dari D_{2n} adalah identitas dari simetri (yang meninggalkan semua titik tetap), dinotasikan dengan 1, dan *invers* dari $s \in D_{2n}$ adalah kebalikan semua putaran dari simetri s (jadi jika s akibat permutasi pada titik σs^{-1} akibat dari σ^{-1}) (Dummit dan Foote, 1991:24-25).

Karena grup dihedral akan digunakan secara ekstensif, maka diperlukan beberapa notasi dan beberapa hitungan yang dapat menyederhanakan perhitungan selanjutnya dan membantu mengamati D_{2n} sebagai grup yang abstrak yaitu:

(1) $1, r, r^2, \dots, r^{n-1}$.

(2) $|s| = 2$.

(3) $r \neq s$ untuk semua i.

(4) $sr^i \neq sr^j$ untuk semua $0 \leq i,\ j \leq n-1$ dengan $i \neq j$. Jadi $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots sr^{n-1}\}$ yaitu setiap elemen dapat dituliskan tunggal dalam bentuk $s^k r^i$ untuk $k = 0$ atau 1dan $0 \leq i \leq n-1$.

(5) $sr = r^{-1}s$.

(6) $sr^i = r^{-i}s$, untuk semua $0 \leq i \leq n$ (Dummit dan Foote, 1991:26).

2.10 Center Grup

Missal G grup, center dari grup G dituliskan $Z(G)$ sebagai berikut:

$$Z(G) = \{z \in G : zx = xz, \forall x \in G\}$$

Jadi, $Z(G)$ adalah himpunan anggota G yang komutatif terhadap semua anggota $Z(G)$ (Raisinghania dan Aggarwal, 1980:229).

2.11 Graf *Nonkommuting* Grup Dihedral

Misal G grup non abelian dan (G) adalah center dari G. Graf *noncommuting* Γ_G adalah suatu graf yang mana titik-titiknya merupakan himpunan dari $G \backslash Z(G)$ dan dua titik x dan y terhubung langsung jika dan hanya jika $xy \neq yx$. (Abdollahi dkk, 2006).

2.12 Hubungan antara Allah, Manusia dan Makhluk-Nya dalam Al-Quran

Sebagaimana Allah Swt berfirman dalam surat *al Hujurât* ayat 13:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ إِنَّا خَلَقۡنَٰكُم مِّن ذَكَرٖ وَأُنثَىٰ وَجَعَلۡنَٰكُمۡ شُعُوبٗا وَقَبَآئِلَ لِتَعَارَفُوٓاْۚ إِنَّ أَكۡرَمَكُمۡ عِندَ ٱللَّهِ
أَتۡقَىٰكُمۡۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٞ ١٣

Artinya," hai manusia, sesungguhnya Kami menciptakan kamu dari seorang lakilaki dan seorang perempuan dan menjadikan kamu berbangsa-bangsa dan bersuku-suku supaya kamu saling mengenal. Sesungguhnya orang yang paliang mulia di sisi Allah ialah orang yang paling takwa diantara kamu. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui lagi Maha mengenal (Q.S al-Hujurat:13).

Ayat ini mengisyaratkan bahwa terjalinnya hubungan satu sama lain diantara sesama manusia merupakan suatu ketetapan dari Alla Swt dan hubungan ini berawal dari perbedaan watak atau karakter setiap manusia. Manusia sengaja diciptakan Allah Swt berbeda-beda, laki-laki, perempuan, bersuku-suku, dan berbangsa-bangsa supaya mereka saling mengenal. Hal ini untuk saling mengisi sehingga terciptakan manusia terbaik.

Seruan kepada manusia untuk menyembah Allah Swt ini dijelaskan lebih dalam oleh Yusuf Ali (2009:22) dalam kitab tafsirnya yang berjudul Tafsir Yusuf Ali bahwa penyembahan adalah suatu tindakan tertinggi serta sikap rendah hati yang luar biasa dalam ibadah. Keimanan manusia akan menghasilkan segala amal shaleh. Inilah kesempatan bagi manusia yang diberikan oleh Allah.

Imani (2006:115) dalam kitab tafsir karangannya juga menjelaskan makna penyembahan yang diserukan kepada manusia. Penyembahan yang dimaksud ialah aspek penyerahan diri yang paling tinggi kepada Dzat yang memiliki derajat kebaikan dan kemurahan hati yang tertinggi.

Beberapa riwayat menunjukkan bahwa apa yang diperintahkan Allah agar dihubungkan adalah hubungan kekerabatan. Yakni, memelihara hubungan kekerabatan maupun ikatan ideologis yang mencakup ikatan-ikatan kontinyu dan mendalam dengan para pemimpin suci serta mengikuti garis wilayah (kepemimpinan) nya (Imani, 2005:77).

Berdasarkan terjemah dari ayat di atas, *"dan orang-orang yang menghubungkan apa yang diperintahkan Allah agar dihubungkan"* dijelaskan lebih dalam oleh al-Jazairi (2004:56) pada Tafsir al-Aisar yaitu menghubungkan apa yang Allah perintahkan untuk dihubungkan berupa iman, Islam, ihsan, dan silaturrahim. Penjelasan serupa juga diungkapkan oleh Yusuf Ali (2009:598) bahwa menghubungkan apa yang diperintah Allah yang dimaksud pada ayat tersebut yaitu menghubungkan iman dengan tindakan nyata, mencintai Allah dengan mencintai manusia, serta menghormati semua nabi tanpa membeda-bedakan, juga mengikuti ajaran agama secara universal. *"Mereka takut kepada Tuhannya dan takut kepada hisab yang buruk."* Mereka yang dimaksud ialah orang-orang yang menjaga silaturrahim dengan orang-orang yang berhubungan baik dengan mereka, yang diperintahkan Allah Swt untuk dipelihara, penjagaan hubungan baik itu berupa berbakti kepada orang tua, silaturrahim, mengasuh anak yatim, menolong orang fakir, dan memberikan bantuan kepada orang yang tertimpa musibah (al-Qarni, 2008:350).

Pendapat serupa dikemukakan oleh ash-Shiddieqy (2000:2087) bahwa mereka yang dimaksud pada ayat di atas adalah mereka yang menghubungi rahim (menjalin kekerabatan) yang diperintah oleh Allah agar melakukannya. Mereka memperlakukan kerabat-kerabatnya dengan sebaik-baiknya dan berbuat ihsan kepada kaum kerabat yang memerlukan sesuatu kebajikan darinya dan menolak gangguan dari mereka. Menurut *lahiriyyah* ayat ini, hubungan kekerabatan yang dikehendaki oleh Allah untuk melengkapi semua perintah-Nya adalah dilarang memutuskan hubungan persaudaraan. Masuk ke dalamnya semua hak Allah, sebagaimana semua hak hamba.

Hubungan antara sesama manusia adalah saling tolong-menolong, menjalin cinta dan kasih sayang sebagaimana disebutkan dalam hadits berikut yangartinya:*"Dari Abu Hurairah r.a. bahwasanya ia berkata: "Aku mendengar Rasulullah Saw. bersabda: "barang siapa gembira dilapangkan rizkinya dan selalu disebut-sebut kebaikannya, maka hendaklah pelihara hubungan silaturahim"(H.R. Bukhari, Muslim, dan Turmudzi).*

Dalam hadits lain dikatakan bahwa:*"Dari Ibnu Abbas ia berkata: "Rasulullah Saw bersabda: "sesungguhnya kebajikan dan menghubungkan silaturahim itu kedua-duanya benar-benar meringankan hisab yang buruk di hari kiamat" (H.R. al-Khatib dari IbnuAsakir).* Penjelasan dari ayat Al-Quran dan hadits inilah yang menegaskan kepada manusia untuk selalu menjaga hubungan baik dengan Sang Pencipta *(hablumminallah)* dan sesama manusia *(hablumminannas).*

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dijelaskan tentang bilangan kromatik graf *noncommuting* grup dihedral. Grup dihedral dengan operasi " $\circ$ " terlebih dahulu akan dicari elemen-elemen komutatifnya, kemudian digambarkan graf *noncommuting*-nya dengan batasan n yaitu $3 \leq n \leq 8$.

3.1 Bilangan Kromatik Titik dan Sisi Graf *Noncommuting* dari Grup Dihedral$-2n$

Bilangan kromatik titik graf *noncommuting* D_{2n} adalah jumlah terkecil warna yang mungkin untuk mewarnai setiap titik pada graf *noncommuting* D_{2n}. Bilangan kromatik sisi graf *noncommuting* D_{2n} adalah jumlah terkecil warna yang mungkin untuk mewarnai setiap sisi pada graf *noncommuting* D_{2n}. Graf yang digunakan pada pembahasan ini akan dikhususkan pada graf *noncommuting* grup dihedral.

3.1.1 Graf *Noncommuting* Grup Dihedral-6 (D_6)

Elemen-elemen dari D_6 adalah $\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Adapun hasil operasi komposisi pada setiap elemen D_6 dalam bentuk Tabel *cayley* sebagai berikut:

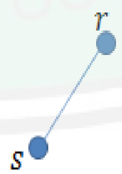
Tabel 3.1 Tabel cayley grup D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Warna hijau pada tabel di atas merupakan center grup dihedral D_6. Adapun *center* grup dihedral-6 (D_6) yang dimaksud yaitu $\{1\}$. Dikatakan *center* grup karena jika dioperasikan, 1 komutatif dengan semua elemen di D_6. Selanjutnya warna kuning yang merupakan elemen-elemen yang tidak komutatif pada grup dihedral-6 (D_6). Elemen-elemen yang tidak komutatif tersebut dapat disajikan sebagai berikut:

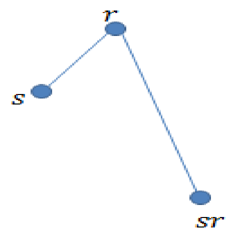
$r{\circ}s \neq s{\circ}r$	$r^2{\circ}s \neq s{\circ}r^2$	$s{\circ}sr \neq sr{\circ}s$
$r{\circ}sr \neq sr{\circ}r$	$r^2{\circ}sr \neq sr{\circ}r^2$	$s{\circ}sr^2 \neq sr^2{\circ}s$
$r{\circ}sr^2 \neq sr^2{\circ}r$	$r^2{\circ}sr^2 \neq sr^2{\circ}r^2$	$sr{\circ}sr^2 \neq sr^2{\circ}sr$

Berdasarkan definisinya, graf *noncommuting* merupakan graf yang setiap titiknya bukan merupakan elemen-elemen *center* dari suatu graf G. Artinya, dilakukan pengambilan atau penghapusan elemen *center* pada graf G . Dengan demikian *center* dari grup dihedral-6 (D_6) dihilangkan sehingga graf *noncommuting* dari grup dihedral-6 (D_6) memiliki himpunan titik-titik $\Gamma_{D_6} = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Himpunan titik-titik dapat gambarkan dalam bentuk graf sebagai berikut:



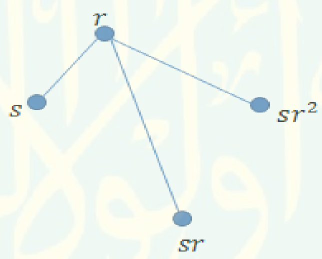
Gambar 3.1 Graf G_1

$r{\circ}sr = s$ dan $sr{\circ}r = sr^2$ maka $r{\circ}sr \neq sr{\circ}r$ jadi bisa dikatakan bahwa $r{\circ}sr$ tidak komutatif dengan $sr{\circ}r$, sehingga titik r dan sr adalah terhubung langsung, sehingga dapat kita bentuk graf sebagai berikut:



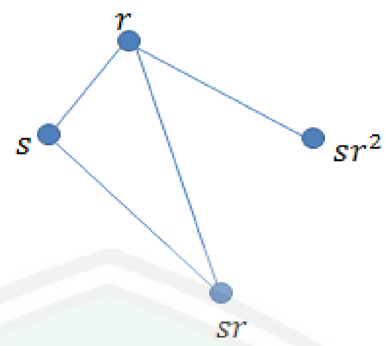
Gambar 3.2 Graf G_2

$r°sr^2 = sr$ dan $sr^2°r = s$ maka $r°sr^2 \neq sr^2°r$ jadi dapat dikatakan bahwa $r°sr^2$ tidak komutatif dengan $sr^2°r$, sehingga titik r dan sr^2 adalah terhubung langsung, sehingga diperoleh graf berikut:



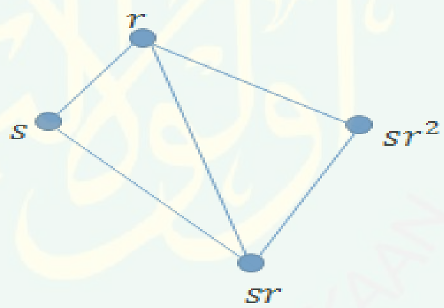
Gambar 3.3 Graf G_3

$s°sr = r$ dan $sr°s = r^2$ maka $s°sr \neq sr°s$ jadi bisa dikatakan bahwa $s°sr$ tidak komutatif dengan $sr°s$, sehingga titik s dan sr adalah terhubung langsung, sehingga didapatkan graf berikut:



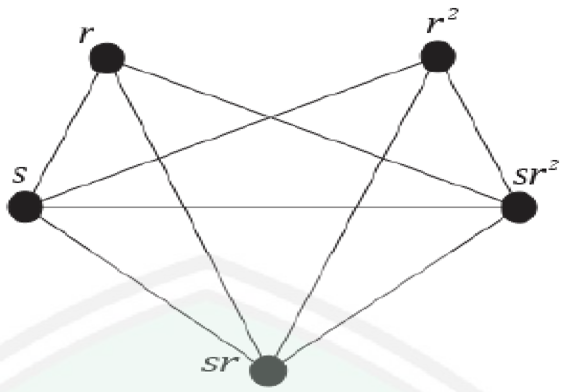
Gambar 3.4 Graf G_4

$sr^\circ sr^2 = r$ dan $sr^{2\circ} sr = r^2$ maka $sr^\circ sr^2 \neq sr^{2\circ} sr$ jadi bisa dikatakan bahwa $sr^\circ sr^2$ tidak komutatif dengan $sr^{2\circ} sr$, sehingga titik sr dan sr^2 adalah terhubung langsung, sehingga didapatkan graf berikut:



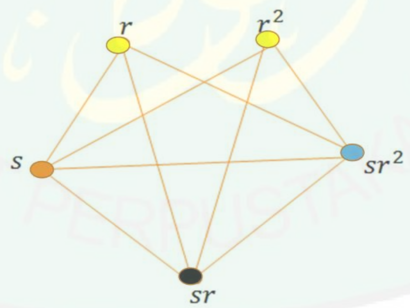
Gambar 3.5 Graf G_5

Dengan cara yang sama maka akan berlaku juga pada titik yang lain kecuali kita operasikan dengan *center* dari D_6 maka kedua titik akan bersifat nonkomutatif, sehingga diperoleh graf *noncommuting* D_6 sebagai berikut:



Gambar 3.6 Γ_{D_6}

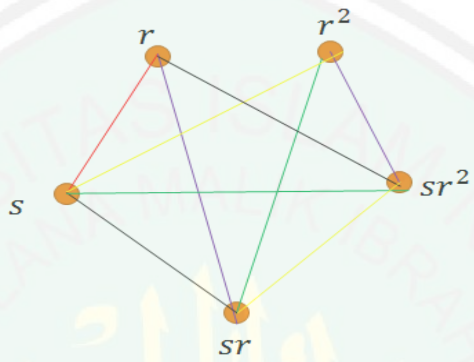
selanjutnya yaitu melakukan pewarnaan titik pada graf *noncommuting* grup dihedra-6 untuk mengetahui bilangan kromatik atau jumlah warna terkecil untuk memberi warna pada setiap titik pada graf tersebut. Dari gambar 3.6 misalkan r dan r^2 diberi warna kuning, s diberi warna orange, sr diberi warna hitam dan sr^2diberi warna biru, maka pewarnaan titik dari graf *noncommuting* dari D_6 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.7 Pewarnaan Titik pada Γ_{D_6}

Dari gambar diatas diketahui bahwa titik r terhubung langsung ke titik , sr dan sr^2, sehingga keempat titik kita beri warna yg berbeda yaitu kuning untuk titik r, coklat untuk titik s, hitam untuk titik sr dan biru untuk titik sr^2, karena titik r^2tidak terhubung langsung dengan titik r tetapi terhubung langsung dengan titik titik s , sr dan sr^2 maka titik r^2 kita warnai dengan warna yang sama dengan titik r yaitu kuning, sehingga dari pewarnaan titik pada gambar diketahui bahwa bilangan kromatik titik pada Γ_{D_6} adalah 4.

Berdasarkan gambar Γ_{D_6} maka diperoleh pewarnaan sisi sebagai berikut:



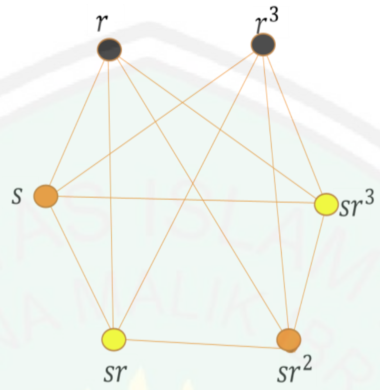
Gambar 3.8 Pewarnaan Sisi Pada Γ_{D_6}

Sisi (r, s) saling terkait langsung dengan sisi (r, sr) dan (r, sr^2) maka ketiga sisi ini kita beri 3 warna yang berbeda yaitu warna ungu untuk sisi (r, s), warna biru untuk sisi (r, sr) dan warna hitam untuk sisi (r, sr^2), sisi (r, sr) dan (r^2, sr^2) tidak terhubung langsung maka kita beri pewarnaan yg sama yaitu biru, sisi (r, sr^2), sisi (r^2, sr) dan (s, sr^2) tidak terhubung langsung maka kita beri pewarnaan yg sama yaitu hijau, sisi (s, r^2) dan (sr, sr^2) tidak terhubung langsung maka kita beri pewarnaan yg sama yaitu kuning, jadi kita bisa menggunakan 5 warna untuk mewarnai yaitu warna ungu, biru, hitam, hijau dan kuning, sehingga diperoleh bilangan kromatik sisi D_6 adalah 5.

3.1.2 Graf *Noncommuting* Grup Dihedral-8 (D_8)

Bilangan kromatik titik pada Γ_{D_8} adalah banyaknya pewarnaan yang mungkin untuk mewarnai masing-masing titik pada Graf *noncommuting* D_8.

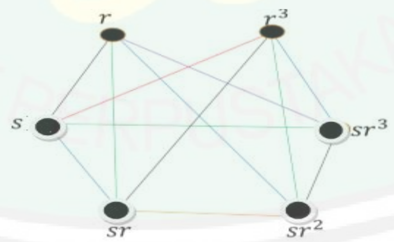
Elemen-elemen dari D_8 adalah $\{1, r, r^2, r^3 s, sr, sr^2, sr^3\}$. Dengan tahapan yang sama sesuai dengan pewarnaan titik pada Γ_{D_6}, maka diperoleh hasil pewarnaan titik pada Γ_{D_8} seperti pada gambar berikut:



Gambar 3.9 Pewarnaan Titik pada Γ_{D_8}

Sehingga diperoleh bilangan kromatik titik pada untuk graf *noncommuting* dari D_8 adalah 3 atau $\chi(\Gamma_{D_8}) = 3$.

Dengan tahapan yg sama sesuai dengan pewarnaan sisi pada Γ_{D_6} , maka diperoleh hasil pewarnaan sisi pada Γ_{D_8} pada gambar berikut:

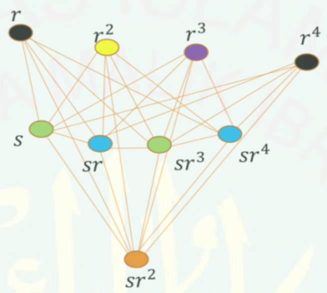


Gambar 3.10 Pewarnaan Sisi pada Γ_{D_8}

Sehingga diperoleh bilangan kromatik sisi pada pada Γ_{D_8} adalah 5 atau $\chi'(\Gamma_{D_8}) = 5$.

3.1.3 Graf *Noncommuting* Grup Dihedral−10 (D_{10})

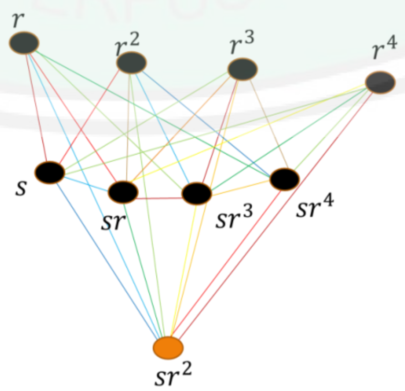
Bilangan kromatik titik graf *noncommuting* D_{10} adalah banyaknya pewarnaan yang mungkin untuk mewarnai masing-masing titik pada graf *noncommuting* D_{10}. Elemen-elemen dari D_{10} adalah $\{1, r, r^2, r^3, r^4 s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$. Dengan tahapan yang sama sesuai dengan pewarnaan titik pada $\tau(D_{10})$ maka diperoleh gambar sebagai berikut:



Gambar 3.11 Pewarnaan Titik pada $\Gamma_{D_{10}}$

sehingga akan diperoleh bilangan kromatik titik pada D_{10} adalah 6 atau $\chi(\Gamma_{D_{10}}) = 6$.

Dengan tahapan yang sama sesuai dengan pewarnaan sisi pada Γ_{D_6} maka diperoleh hasil pewarnaan sisi pada $\Gamma_{D_{10}}$ pada gambar berikut:

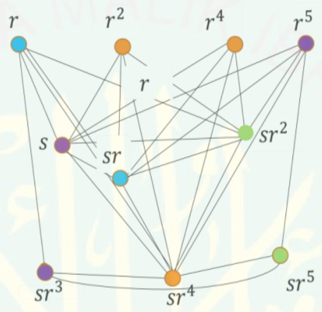


gambar 3.12 pewarnaan sisi pada $\Gamma_{D_{10}}$

Sehingga diperoleh bilangan kromatik sisi pada $\Gamma_{D_{10}}$ adalah 9 atau $\chi'(\Gamma_{D_{10}}) = 9$.

3.1.4 Graf *Noncommuting* Grup Dihedral-12 (D_{12})

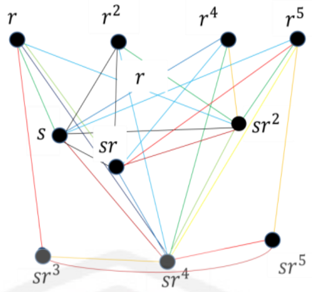
Bilangan kromatik titik graf *noncommuting* D_{12} adalah banyaknya pewarnaan yang mungkin untuk mewarnai masing-masing titik pada graf *noncommuting* D_{12}. Elemen-elemen dari D_{12} adalah $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$. Dengan tahapan yang sama sesuai dengan pewarnaan titik pada $\tau(D_6)$, maka diperoleh hasil pewarnaan dan bilangan kromatik titik pada $\tau(D_{12})$ pada gambar berikut:



Gambar 3.13 Pewarnaan Titik pada $\Gamma_{D_{12}}$

Sehingga diperoleh bilangan kromatik titik pada $\Gamma_{D_{12}}$ adalah 6 atau $\chi(\Gamma_{D_{12}}) = 4$.

Bilangan kromatik sisi pada graf *noncommuting* dari grup dihedral-12 (D_{12}) adalah banyaknya pewarnaan yang mungkin untuk mewarnai masing-masing sisi pada graf *noncommuting* D_{12}. Elemen-elemen dari grup dihedral-12 (D_{12}) adalah $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$. Dengan tahapan yang sama sesuai dengan pewarnaan sisi pada $\tau(D_6)$, maka diperoleh hasil pewarnaan dan bilangan kromatik sisi pada $\Gamma_{D_{12}}$ seperti pada gambar sebagai berikut:

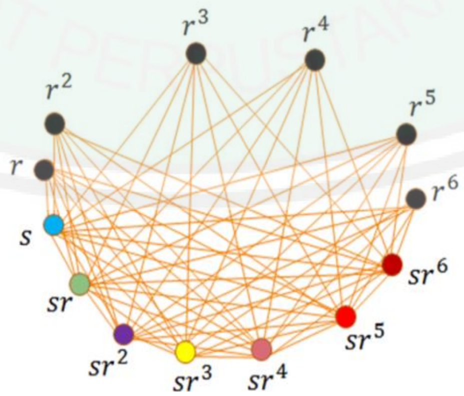


Gambar 3.14 Pewarnaan Sisi pada $\Gamma_{D_{12}}$

sehingga diperoleh bilangan kromatik sisi pada $\Gamma_{D_{12}}$ adalah 9 atau $\chi'(\Gamma_{D_{12}}) = 9$.

3.1.5 Graf *Noncommuting* Grup Dihedral-14 (D_{14})

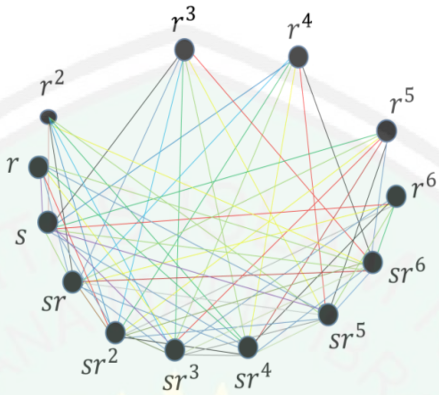
Bilangan kromatik titik graf *noncommuting* D_{14} adalah banyaknya pewarnaan yang mungkin untuk mewarnai masing-masing titik pada graf *noncommuting* D_{14}. Elemen-elemen dari D_{14} adalah $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$. Dengan tahapan yang sama dengan pewarnaan titk pada Γ_{D_6}, maka diperoleh hasil pewarnaan dan bilangan kromatik titik pada $\Gamma_{D_{14}}$ pada gambar berikut:



Gambar 3.15 Pewarnaan Titik pada $\Gamma_{D_{14}}$

Sehingga diperoleh bilangan kromatik sisi pada $\Gamma_{D_{14}}$ adalah 8 atau $\chi(\Gamma_{D_{14}}) = 8$.

Dengan tahapan yang sama sesuai dengan pewarnaan sisi pada Γ_{D_6} , maka diperoleh hasil pewarnaan dan bilangan kromatik sisi pada $\Gamma_{D_{14}}$ pada gambar berikut:

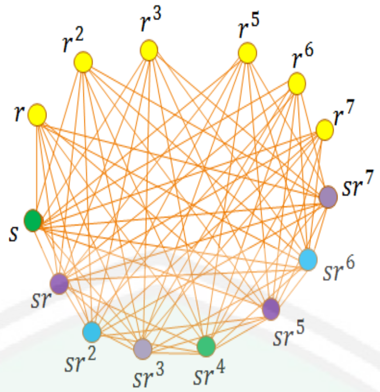


Gambar 3.16 pewarnaan sisi pada $\Gamma_{D_{14}}$

Sehingga diperoleh bilangan kromatik sisi pada $\Gamma_{D_{14}}$ adalah 13 atau $\chi'(\Gamma_{D_{14}}) =$ 13.

3.1.6 Graf *Noncommuting* Grup Dihedral-16 (D_{16})

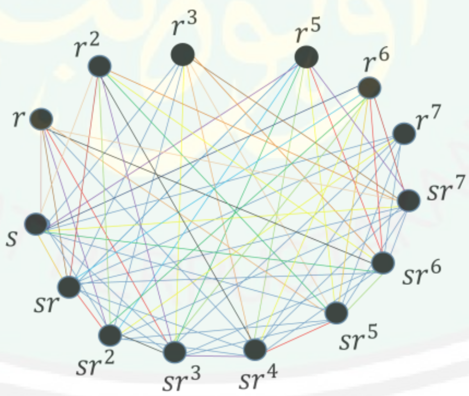
Bilangan kromatik titik graf *noncommuting* grup dihedral-16 (D_{16}) adalah banyaknya pewarnaan yang mungkin untuk mewarnai masing-masing titik pada graf *noncommuting* grup dihedral-16 (D_{16}). Elemen-elemen dari grup dihedral-16 (D_{16}) adalah $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}$. Dengan tahapan yang sama sesuai dengan pewarnaan titik pada Γ_{D_6}, maka diperoleh hasil pewarnaan dan bilangan kromatik titik pada $\Gamma_{D_{16}}$ pada gambar berikut:



gambar 3.17 pewarnaan titik pada $\Gamma_{D_{16}}$

Sehingga akan didapatkan bahwa bilangan kromatik titik pada $\Gamma_{D_{16}}$ adalah 5 atau $\chi(\Gamma_{D_{14}}) = 5$.

Dengan tahapan yang sama sesuai dengan pewarnaan sisi pada Γ_{D_6}, maka diperoleh hasil pewarnaan dan bilangan kromatik sisi seperti pada gambar sebagai berikut:



gambar 3.18 pewarnaan sisi pada $\Gamma_{D_{16}}$

Sehingga diperoleh bilangan kromatik sisi pada $\Gamma_{D_{16}}$ adalah 13 atau $\chi'(\tilde{A}_{D_{16}}) = 13$.

Dari beberapa bilangan kromatik di atas di dapatkan Tabel sebagai berikut:

Tabel 3.2 Tabel bilangan kromatik graf *noncommuting* grup dihedral D_{2n}

$\Gamma(D_{2n})$	$\chi(\Gamma(D_{2n}))$	$\chi'(\Gamma(D_{2n}))$
$\Gamma(D_6)$	4	5
$\Gamma(D_8)$	3	5
$\Gamma(D_{10})$	6	9
$\Gamma(D_{12})$	4	9
$\Gamma(D_{14})$	8	13
$\Gamma(D_{16})$	5	13
	.	.
	.	.
	.	.
$\Gamma(D_{2n})$	$n+1$, n ganjil $\frac{n}{2}+1$, n genap	$2n-1$, n ganjil $2n-3$, n genap

Berdasarkan Tabel 3.8, diperoleh teorema sebagai berikut:

Teorema 3.1

Misal $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf noncommuting dari grup dihedral-2n ($\Gamma(D_{2n})$), maka bilangan kromatik dari pewarnaan titik graf noncommuting pada grup dihedral$-2n$ ($\Gamma(D_{2n})$) adalah ($\Gamma(D_{2n})) = n+1$ untuk n ganjil dan $\chi(\Gamma(D_{2n})) = \frac{n}{2} + 1$ untuk n genap.

Bukti: Untuk n ganjil, diperoleh himpunan $S = \{r, s, sr, \dots, sr^{n-1}\}$ saling tidak komutatif di $\Gamma(D_{2n})$, untuk $i \neq j$. Dapat dikatakan bahwa r^i dan sr^j, untuk $i, j = 0, 1, 2, \dots, n-1$ yang saling terhubung langsung. Dengan demikian, $S = \{r, s, sr, \dots, sr^{n-1}\}$ akan membentuk subgraf komplit paling besar di G. Karena $S = \{r, s, sr, \dots, sr^{n-1}\}$ membentuk subgraf terbesar di G, maka bilangan *clique* atau order subgraf komplit terbesar graf G adalah $n+1$, yaitu *kardinalitas* himpunan S. Karena order dari subgraf komplit terbesarnya adalah $n + 1$, maka pewarnaan titik pada graf G membutuhkan minimal warna sebanyak $n+1$ warna. Dengan demikian didapatkan bilangan kromatik titik pada graf *noncommuting* grup dihedral yaitu $(\Gamma(D_{2n})) = n+1$, untuk n ganjil.

Untuk n genap, diketahui bahwa $Z(G) = \{1, r^{\frac{n}{2}}\}$. Karena r^i dan sr^j , untuk $i,j = 0,1,2,\dots,n-1$ tidak saling komutatif, maka r^i dan sr^j, untuk $i,j = 0,1,2,\dots,n-1$ terhubung langsung di G, untuk $i \neq j$. Karena $sr^j, i = 0,1,2,\dots,\frac{n}{2}$ saling komutatif dengan sr^j , $j = \frac{n}{2}, \frac{n}{2}+1, \frac{n}{2}+2, \dots, n-1$, maka sr- tidak terhubung langsung dengan sr^j. Namun demikian, sr^i , $i = 0,1,2,\dots,\frac{n}{2}$ tidak komutatif satu sama lain. Maka , sr^i, i $= 0,1,2,\dots,\frac{n}{2}$ akan membentuk subgraf komplit. Karena sr^i, $i = 0,1,2, \dots, \frac{n}{2}$ terhubung langsung dengan r, maka diperoleh subgraf komplit terbesar yang memuat $\frac{n}{2}+1$ titik. Dengan kata lain, bilangan clique atau order subgraf komplit terbesar graf G adalah $\frac{n}{2}+1$. Karena order dari subgraf komplit terbesar G adalah $\frac{n}{2}+1$, maka pewarnaan titik pada graf G membutuhkan minimal warna sebanyak $\frac{n}{2}+1$ warna. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa bilangan kromatik titik graf *noncommuting* grup dihedral yaitu $\chi(\tau(D_{2n})) = \frac{n}{2}+1$, untuk n genap.

Teorema 3.2

Misal $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf noncommuting dari grup dihedral-2n (D_{2n}), maka bilangan kromatik dari pewarnaan sisi graf noncommuting pada grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) adalah $\chi'(\Gamma(D_{2n})) = 2n-1$ untuk n ganjil dan $\chi'(\Gamma(D_{2n})) = 2n-3$ untuk n genap.

Bukti: Untuk n ganjil, diketahui r^i dan sr^j, i, j = 0,1,2, … , $n-1$ tidak komutatif, artinya r^i dan sr^j, i, j = 0,1,2, … , $n-1$ saling terhubung langsung di D_{2n}, untuk $i \neq j$. Karena r^i dan sr^j, saling terhubung langsung, maka membentuk subgraf komplit di $\Gamma(D_{2n})$. Misal v merupakan titik di $\Gamma(D_{2n})$. Diketahui bahwa banyaknya titik berderajat ganjil pada sebuah graf adalah genap, dapat ditulis $\Sigma_{v\epsilon\Gamma(D_{2n})}\deg(v) = 2n$. Pada graf *noncommuting*, pada n ganjil banyaknya $\Sigma(Z(D_{2n}))$ adalah 1. Karena pada graf *noncommuting* center grup tidak dimunculkan, maka dapat ditulis $D(\Gamma(D_{2n})) = \sum_{v\epsilon\Gamma(D_{2n})}\deg(v)\sum(z((D_{2n})) = 2n-1$. Dengan demikian, minimum warna yang digunakan yaitu $\frac{n}{2} - 1$. Sehingga didapatkan $(\Gamma(D_{2n})) = 2n - 1$ untuk n ganjil.

Untuk n genap, diketahui r^i dan sr^j, i, j = 0,1,2, … , $n-1$ tidak saling komutatif, maka r^i dan sr^j , $i, j = 0,1,2, \dots, n-1$ terhubung langsung di $\Gamma(D_{2n}), i \neq j$. Diketahui bahwa banyaknya derajat titik pada sebuah graf adalah dua kali banyak sisi. Misal v merupakan titik di $\Gamma(D_{2n})$, maka dapat ditulis $\Sigma_{v\epsilon\Gamma(D_{2n})}deg(v) = 2n$. Diketahui pada graf *noncommuting* $(D_{2n}) = \{1, r^{\frac{n}{2}}\}$,maka $\Sigma(Z(D_{2n})) = 2$. Dari banyaknya titik dan *center* grup di $\Gamma(D_{2n})$, dapat dikatakan $D(\Gamma(D_{2n})) = \frac{n}{2} - 2$. Karena $sr^i, i = 0,1,2, \dots, n-1$ saling komutatif dengan $sr^j, j = \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, \frac{n}{2} + 2, \dots, n-1$, maka $sr^i, i = 0,1,2, \dots, n-1$ tidak terhubung langsung dengan $sr^j, j = \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, \frac{n}{2} + 2, \dots, n-1$, sehingga $D(\Gamma(D_{2n})) = 2n-3$. Karena $D(\Gamma(D_{2n})) = |N(v \in D_{2n})|$ yaitu $\frac{n}{2} - 3$, maka dapat dikatakan minimal warna yang digunakan sebanyak $2n-3$ warna. Dengan demikian $\left(\tilde{A}(D_{2n})\right) = 2n-3$ untuk n genap.

3.2 Keterkaitan Antara Hablumminaallah dan Hablumminannas dalam Al-Quran Sesuai dengan Konsep Pewarnaan pada Graf.

Secara umum beberapa konsep dari disiplin ilmu telah dijelaskan dalam Al-Quran. Salah satunya adalah matematika. Konsep dari disiplin ilmu matematika serta berbagai cabangnya yang ada dalam Al-Quran di antaranya adalah masalah logika, pemodelan, statistik, teori graf, dan lain-lain. Teori graf yang merupakan salah satu cabang dari matematika tersebut menurut definisinya adalah himpunan yang tidak kosong yang memuat elemen-elemen yang disebut titik, dan suatu daftar pasangan tidak terurut elemen itu yang disebut sisi. Dalam teori Islam elemen-elemen yang dimaksud meliputi Pencipta (Allah) dan hamba-hambanya, sedangkan sisi atau garis yang menghubungkan elemen-elemen tersebut adalah bagaimana hubungan antara Allah dengan hambanya dan juga hubungan sesama hamba yang terjalin, *Hablumminallah wa Hablumminannas*. Sehingga dengan demikian, hal ini menunjukkan adanya suatu hubungan atau keterkaitan antara titik yang satu dengan titik yang lain.

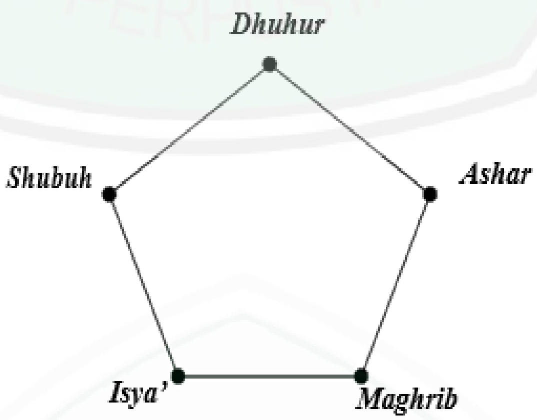
Jika dikaitkan dengan kehidupan nyata, maka banyaknya titik yang terhubung dalam suatu graf dapat diasumsikan sebagai banyaknya kejadian tertentu yang dalam , yang selanjutnya kejadian-kejadian tersebut memiliki keterkaitan dengan titik lainnya yang merupakan kejadian sesudahnya.

Sebagai contoh representasi suatu graf adalah shalat. Shalat memiliki kedudukan yang amat penting dalam Islam dan merupakan pondasi yang kokoh bagi tegaknya agama Islam. Ibadah shalat dalam Islam sangat penting, sehingga shalat harus dilakukan pada waktunya, dimanapun, dan bagaimanapun keadaan seorang muslim yang mukalaf. Dalam kaitannya dengan peribadatan shalat, Allah Swt berfirman:

فَإِذَا قَضَيۡتُمُ ٱلصَّلَوٰةَ فَٱذۡكُرُواْ ٱللَّهَ قِيَٰما وَقُعُودا وَعَلَىٰ جُنُوبِكُمۡ فَإِذَا ٱطۡمَأۡنَنتُمۡ فَأَقِيمُواْ ٱلصَّلَوٰةَ إِنَّ ٱلصَّلَوٰةَ كَانَتۡ عَلَى ٱلۡمُؤۡمِنِينَ كِتَٰبا مَّوۡقُوتا ١٠٣

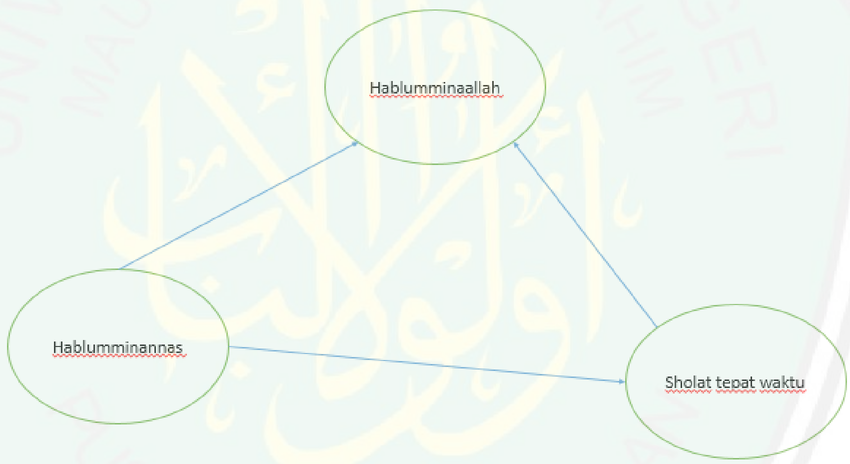
Artinya: "Maka apabila kamu Telah menyelesaikan shalat(mu), ingatlah Allah diwaktu berdiri, di waktu duduk dan di waktu berbaring. Kemudian apabila kamu Telah merasa aman, Maka Dirikanlah shalat itu (sebagaimana biasa). Sesungguhnya shalat itu adalah fardhu yang ditentukan waktunya atas orang-orang yang beriman" (Q.S. An-Nisaa':103).

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa waktu-waktu shalat telah ditentukan waktunya dan telah menjadi suatu ketetapan, baik itu shalat fardhu maupun shalat sunnah. Shalat lima waktu diwajibkan dalam sehari (Dhuhur, 'Ashar, Maghrib, 'Isya', dan Subuh) merupakan shalat yang wajib ditunaikan dan tidak boleh ditinggalkan. Waktu pelaksanaan antara satu waktu shalat fardhu berbeda dengan empat waktu shalat yang lain dan telah ditetapkan oleh Allah Swt, Akan tetapi kelima waktu shalat tersebut saling mengikat dan tidak diperbolehkan hanya melaksanakan satu shalat saja.



Gambar 3.19 Representasi Graf Terhadap Waktu-waktu Shalat

Seperti halnya pewarnaan pada graf, pola keterhubungan *Hablumminaallah*, *Hablumminannas* dan shalat tepat waktu, bisa dianalogikan dengan dengan pola keterhubungan 3 warna pada graf yang memuat 3 titik dan 3 sisi, dari pola keterhubungan yang sudah ada akan membentuk pola keterhubungan yang lain yaitu terkait menegakkan kewajiban yang paling utama sebagai seorang muslim yaitu shalat, etika dan tata cara melaksanakan shalat sendiri ataupun berjamaah dan juga keharusan untuk melaksanakan shalat tepat pada waktunya.



Gambar 3.20 Representasi Graf Relasi Antara *Hablumminaallah, Hablumminannas* dan Shalat Tepat Waktu

Dari gambar bentuk graf di atas dapat dijelaskan bahwa untuk menuju ke Allah Swt manusia harus menegakkan kewajibannya sebagai seorang muslim yaitu Shalat tepat pada waktunya, tanda panah yang menghubungkan antara *Hablumminannas* ke Allah maksudnya adalah suatu hubungan antara manusia dengan Tuhannya sebagai seorang hamba, tanda panah yang menghubungkan antara *Hablumminannas* dan shalat tepat waktu maksudnya adalah sebuah kewajiban diantara semua manusia sebagai jalan untuk menuju Allah Swt.

Sehingga dari sistem di atas akan semakin tampak betapa sesungguhnya shalat adalah hal yang paling penting untuk dipertanggungjawabkan kepada Allah Swt di akhirat kelak.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat diambil kesimpulan mengenai bilangan kromatik graf *noncommuting* dari grup dihedral yaitu sebagai berikut:

1. Bilangan kromatik dari pewarnaan titik graf *noncommuting* grup dihedral ialah:

$$\chi(\tau(D_{2n})) = \begin{cases} n+1, & untuk\ n\ ganjil \\ \frac{n}{2}+1, & untuk\ n\ genap \end{cases}$$

2. Bilangan kromatik dari pewarnaan sisi graf *noncommuting* grup dihedral ialah:

$$\chi'(\tau(D_{2n})) = \begin{cases} 2n+1, & untuk\ n\ ganjil \\ 2n-3, & untuk\ n\ genap \end{cases}$$

4.2 Saran

Pada penulisan skripsi ini, penulis hanya memfokuskan pada pokok masalah mengenai bilangan kromatik pada graf *noncommuting* grup dihedral. Dengan demikian untuk penelitian selanjutnya, penulis menyarankan kepada pembaca untuk meneliti bilangan kromatik pada graf yang lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Abdollahi, A., Akbari, S., & Maimani, H.. 2006. Noncommuting Graph of a Group. *Journal of Algebra*. 298: 468-492.

Abdussakir, Azizah, N.N., & Nofandika, F.F.. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN Malang Press.

Alauddin. 2009. *Bilangan Kromatik Pada Graf Prisma*. Tesis. Surabaya: Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Ali, A., Y.. 2009. *Tafsir Yusuf Ali*. Jakarta: PT. Pustaka Litera Antar Nusa.

Al-Jazairi, A.B.J.. 2004. *Tafsir Al-Quran Al-AISAR*. Jakarta: Darus Sunnah.

Al-Qarni, ‘Aidh. 2008. *Tafsir Muyassar*. Jakarta Timur: Qisthi Press.

Ash-Shiddieqy, T.M.H.. 2000. *Tafsir Al-Qur’anul Majid An-Nuur*. Semarang: PT. Pustaka Rizki Putra.

Budayasa, I.K.. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya: UNESA University Press.

Chartrand, G. & Lesniak, L.. 1986. *Graph and Digraph* 2^{nd} *Edition*. California: Wadsworth, Inc.

Dummit, D.S. & Foote, R.M.. 1991. *Abstract Algebra*. New Jersey: Prentice Hall, Inc.

Imani, A.K.F.. 2005. *Tafsir Nurul Quran*. Jakarta: Al Huda.

Imani, A.K.F.. 2006. *Tafsir Nurul Quran*. Jakarta: Al Huda.

Nawawi, A., & Preeley. 2012. *On Commuting Graphs for Element of Order 3 in Symetry Groups*. Manchester: The Mims Secretary.

Raisinghania, M., & Aggrawal, R.. 1980. *Modern Algebra*. New Delhi: S. Chand & Company Ltd.

Sujono. 1988. *Pengajaran Matematika untuk Sekolah Menengah*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Dirjen Dikti Proyek PengembanganLembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan.

RIWAYAT HIDUP

Yanto dilahirkan di Lumajang pada tanggal 05 Oktober 1991, anak pertama dari dua bersaudara, pasangan Bapak Tumiran dan Ibu Suwarmi. Pendidikan dasar ditempuh di kampung halamannya di SDN Tamanayu 02 yang ditamatkan pada tahun 2005.

Pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTs Al Futuhiyah-Lumajang. Pada tahun 2008 penulis menamatkan pendidikannya, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di SMAN Pronojiwo dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2011. Pendidikan berikutnya penulis tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Yanto
NIM : 11610016
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Bilangan Kromatik pada Graf *Noncommuting* Grup Dihedral
Pembimbing I : Dr. Abdussakir, M.Pd.
Pembimbing II : Ach. Nasichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	17 Februari 2017	Konsultasi Bab I & Bab II	1.
2.	21 Februari 2017	Konsultasi Bab III, revisi Bab I & II	2.
3.	22 Februari 2017	Konsultasi Bab I, Bab II & Kajian Agama	3.
4.	02 Maret 2017	Revisi Bab I, Bab II & Kajian Agama	4.
5.	06 Maret 2017	Revisi Bab I, Bab II dan Bab III	5.
6.	30 Maret 2017	Konsultasi Bab III & Bab IV	6.
7.	03 April 2017	Revisi Bab III & Bab IV	7.
8.	06 April 2017	Konsultasi Agama Bab II & Bab IV	8.
9.	24 April 2017	Revisi Agama Bab II & Bab IV	9.
10.	15 Maret 2018	ACC Keseluruhan	10.
11.	15 Maret 2018	ACC Agama Keseluruhan	11.

Malang, 15 Maret 2018
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

KEMENTRIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Yanto
NIM : 11610016
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Bilangan Kromatik pada Graf *Noncommuting* Grup Dihedral
Pembimbing I : Dr. Abdussakir, M.Pd
Pembimbing II : Ach. Nasichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	17 Februari 2017	Konsultasi Bab I & Bab II	1.
2.	21 Februari 2017	Konsultasi Bab III, revisi Bab I & II	2.
3.	22 Februari 2017	Konsultasi Bab I, Bab II & Kajian Agama	3.
4.	02 Maret 2017	Revisi Bab I, Bab II & Kajian Agama	4
5.	06 Maret 2017	Revisi Bab I, Bab II dan Bab III	5.
6.	30 Maret 2017	Konsultasi Bab III & Bab IV	6.
7.	03 April 2017	Revisi Bab III & Bab IV	7.
8.	06 April 2017	Konsultasi Agama Bab II & Bab IV	8.
9.	24 April 2017	Revisi Agama Bab II & Bab IV	9.
10.	15 Maret 2018	ACC Keseluruhan	10.
11.	15 Maret 2018	ACC Agama Keseluruhan	11.

Malang, 15 Maret 2018
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200321 1 001