

**STUDI OSILASI NEUTRINO MELALUI PENDEKATAN TEORI
MEDAN KUANTUM: KUANTISASI I KUANTISASI II**

SKRIPSI

Oleh:

ZUHAIRINI RIZQIYAH

NIM 13640003



**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

**STUDI OSILASI NEUTRINO MELALUI PENDEKATAN TEORI MEDAN
KUANTUM: KUANTISASI DAN KUANTISASI II**

SKRIPSI

**Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh:
ZUHAIRINI RIZQIYAH
NIM. 13640003**

**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2018**

HALAMAN PERSETUJUAN

**STUDI OSILASI NEUTRINO MELALUI PENDEKATAN TEORI MEDAN
KUANTUM: KUANTISASI I DAN KUANTISASI II**

SKRIPSI

Oleh:
Zuhairini Rizqiyah
NIM. 13640003

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Pada tanggal, 17 Mei 2018

Pembimbing I



Erika Rani, M.Si.
NIP. 19810613 200604 2 002

Pembimbing II



Umai'yatus Syarifah, M.A.
NIP. 19820925 200901 2 005

Mengetahui
Ketua Jurusan Fisika




Drs. Abdul Basid, M.Si.
NIP. 19650504 199003 1 003

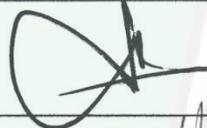
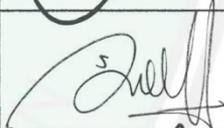
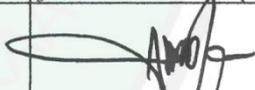
HALAMAN PENGESAHAN

STUDI OSILASI NEUTRINO MELALUI PENDEKATAN TEORI MEDAN KUANTUM: KUANTISASI I DAN KUANTISASI II

SKRIPSI

Oleh:
Zuhairini Rizqiyah
NIM. 13640003

Telah Dipertahankan Di Depan Dewan Penguji
Dan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarja Sains (S.Si)
Pada Tanggal, 17 Mei 2018

Penguji Utama :	<u>Drs. Abdul Basid, M.Si</u> NIP. 19650504 199003 1 003	
Ketua Penguji :	<u>Arista Romadani M.Sc</u> NIDT. 19900905 20160801 1 072	
Sekretaris Penguji :	<u>Erika Rani, M.Si</u> NIP. 19810613 200604 2 002	
Anggota Penguji :	<u>Umairatus Syarifah, M.A.</u> NIP. 19820925 200901 2 005	

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Fisika



Drs. Abdul Basid, M.Si.
NIP. 19650504 199003 1 003

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Zuhairini Rizqiyah

NIM : 13640003

Jurusan : Fisika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Penelitian : Studi Osilasi Neutrino Melalui Pendekatan Teori Medan Kuantum: Kuantisasi I dan Kuantisasi II

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan karya penelitian atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat oleh orang lain, kecuali yang tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka. Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur jiplakan, maka saya bersedia untuk menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, ... Juni 2018
Yang Membuat Pernyataan



Zuhairini Rizqiyah
NIM. 13640003

MOTTO

Doing math and science hearty without brain, you will not burgeon.
Doing math and science with brain not hearty, you produce no thing.
Doing math and science hearty and brain, you can get what you want.



HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

- Kedua orang tuaku tercinta yang pengorbanannya tidak akan pernah sanggup aku balas, Bapak Ahmad Badwi dan Ibu Asmaul Husna
- Kedua adikku yang menjadi motivasi terbesar untuk meraih cita-cita, Puput, Mas'ud, dan Diki.
- Ibu Erika Rani, M.Si yang telah sabar membimbing dan memotivasi saya.
- Sahabat-sahabatku, Almas, Eris, Ayu, Mia, Dela, Fahmil, Fara, Oom, Indah, dan Cindy.
- Semua teman terbaik dengan nama dan kisah yang selalu terkenang dalam benak dan ingatanku, khususnya fisika teori angkatan 2013 dan Fisika 2013
- Almamaterku, Jurusan Fisika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang senantiasa memberikan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Studi Osilasi Neutrino Melalui Pendekatan Teori Medan Kuantum: Kuantisasi I dan Kuantisasi II”. Sholawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah menuntun manusia menuju zaman zakiyyah, yakni *Addinul Islam Wal Iman*.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi. Ucapan terimakasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. Abdul Haris, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Drs Abdul Basid, M.Si selaku Ketua Jurusan Fisika Jurusan Fisika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus Dosen Pembimbing yang senantiasa memberikan ilmu pengetahuan, motivasi dan meluangkan waktu untuk membimbing penulis selama proses penyusunan skripsi dengan baik.
4. Erika Rani, M.Si selaku Dosen pembimbing yang bersedia meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dan motivasi dalam bidang fisika teori.
5. Umaiyyatus Syarifah, M.A selaku Dosen pembimbing agama, yang bersedia meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dalam bidang integrasi sains dan Al-Quran.
6. Dr. H. M. Tirono, M.Si selaku Dosen wali yang senantiasa memberikan bimbingan, pengarahan, motivasi dan ilmu pengetahuan.
7. Segenap dosen, Laboran dan Admin Jurusan Fisika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang yang senantiasa memberikan pengarahan dan ilmu pengetahuan.
8. Bapak, ibu, adik serta keluarga di rumah yang selalu memberi doa dan dukungan, baik riil maupun materiil selama proses penelitian.

9. Teman-teman angkatan 2013, khususnya Fisika A yang senantiasa memberi semangat dan dukungan kepada penulis.
10. Semua pihak yang secara langsung maupun tidak langsung memberikan dukungan dalam penulisan skripsi ini.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis menyadari bahwa masih terdapat banyak kekurangan dan kekeliruan. Untuk itu, penulis mengharapkan segala kritik dan saran yang bersifat membangun. Demikian yang dapat penulis sampaikan, semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan menambah pengetahuan bagi orang lain.

Malang, ...Juni 2018

Penulis



DAFTAR ISI

COVER	i
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
HALAMAN PERNYATAAN	v
MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
ABSTRAK	xiii
ABSTRACT	xiv
الملخص.....	xv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Batasan Masalah	6
1.4 Tujuan Penelitian.....	6
1.5 Manfaat Penelitian	6
BAB II SEJARAH NEUTRINO	
2.1 Peluruhan Beta.....	7
2.1.1 Pemancaran elektron dari nukleus	8
2.1.1.1 Ukurann ukleus	8
2.1.1.2 Spin nucleus dan elektron	10
2.1.1.3 Momen magnetik nukleus dan elektron	10
2.1.2 Hukum konservasi energi dan momentum linier tidak terpenuhi	12
2.1.3 Tidak berlakunya hukum konservasi anguler instrinsik	16
2.2 Penemuan Neutrino	18
2.3 Gangguan Paritas	20
2.4 Helisitas Neutrino dan Anti Neutrino	23
2.5 Massa Neutrino	24
2.6 Integrasi Neutrino dalam Islam.....	28
BAB III OSILASI NEUTRINO DALAM TEORI MEDAN Kuantum:Kuantisasi I	
3.1 Fungsi Gelombang Flavor Neutrino	34
3.2 Probabilitas Perubahan Flavor	45
3.3 Kekidalan Neutrino (<i>Neutrino Left-Handness</i>)	50
BAB IV OSILASI NEUTRINO DALAM TEORI MEDANKuantum:Kuantisasi II	
4.1 Propagator Bebas	53
4.2 Lagrangian Arus Lemah Bermuatan	56
4.3 Nilai Kondisi Terlokalisasi	59
4.4 Amplitudo Transisi	63
4.5 Perumusan Kuantisasi II yang Sederhana.....	65

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan 72

5.2 Saran 73

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Hubungan Simetri dan Kuantitas Kekekalan.....	21
Tabel 2.2 Waktu Hidup Theta dan Tau.....	22



ABSTRAK

Rizqiyah, Zuhairini. 2018. **Studi Osilasi Neutrino Melalui Pendekatan Teori Medan Kuantum: Kuantisasi I dan Kuantisasi II**. Skripsi. Jurusan Fisika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Erika Rani, M.Si (II) Umayyatus Syarifah, M.A

Kata Kunci: Osilasi Flavor Neutrino, Teori Medan Kuantum, Kuantisasi,

Neutrino merupakan fermion dengan spin setengah dan tidak bermuatan. Neutrino menarik diteliti karena hingga saat ini eksperimen dari proses osilasi flavor neutrino belum terdeteksi. Oleh karena itu, probabilitas perubahan flavor neutrino electron dari sumber yaitu matahari diperhitungkan sampai mendapatkan persamaan probabilitas perubahan flavor neutrino dengan tepat. Pada penelitian ini mengkaji tentang perubahan flavor neutrino elektron menjadi flavor neutrino yang lain dengan mencari probabilitas perubahan flavornya melalui pendekatan teori medan kuantum: kuantisasi I dan kuantisasi II. Hasilnya, pada kuantisasi I probabilitas osilasi flavor neutrino dari neutrino aktif ke neutrino steril, neutrino steril ke neutrino steril, dan neutrino aktif ke neutrino aktif dengan adanya interferensi antara energi positif dan energi negatif neutrino, sedangkan pada kuantisasi II, probabilitas osilasi flavor neutrino tidak melibatkan proses interferensi energi positif dan energi negatif sehingga pada kuantisasi kedua terdapat probabilitas perubahan flavor neutrino untuk energi positif dan untuk energi negatif.

ABSTRACT

Rizqiyah, Zuhairini. 2018. **Study of Neutrino Oscillations by Quantum Field Theory Approached: First and Second Quantization**. Thesis. Physics Department, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Supervisors: (I) Erika Rani, M.Si (II) Umayatus Syarifah, M.A

Keywords: Neutrino Flavor Oscillation, Quantum Field Theory, Quantization

Neutrino is Fermion fundamental particle having a half spin and uncharged. Neutrino is interesting to be researched in order to this experiment of neutrino flavor conversion has not been found up to. Furthermore, the conversion probability of electron neutrino from a source that is the sun is counted until gotten the neutrino flavor conversion probability exactly. In this research, it discusses about electron neutrino flavor conversion to become other flavor neutrino by searching flavor conversion probability by quantum field theory approached: first and second quantization. The result at the first quantization electron neutrino oscillation probability from the active neutrino to the sterile neutrino, the sterile neutrino to the sterile neutrino, and the sterile neutrino to the active neutrino by there is an interference between neutrino positive energy and negative energy, whereas at the second quantization, neutrino flavor oscillation probability do not presence the interference process of positive energy and negative energy so at the second quantization there is the neutrino flavor conversion probability to positive energy and negative energy.

المخلص

رزقية ، زهيرني. 2018. دراسة التذبذب النيوتريينو من خلال منهج نظرية الحقل الكمومي: تكميم الأول وتكميم الثاني. البحث الجامعي. قسم الفيزياء، كلية العلوم والتكنولوجيا في جامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرفة) إريك راني، الماجستير، (II) عمية الشريعة، الماجستير

الكلمات الرئيسية: التذبذب نكهة النيوتريينو، نظرية الحقل الكمومي، تكميم

النيوتريينو هو الفرميون بنصف تدور و بدون المشحونة. الدراسة نيوتريينو مثيرة للاهتمام لأنه حتى الآن لم يتم الكشف عن تجربة عملية التذبذب نكهة النيوتريينو. لأن ذلك، فإن احتمال التغيير نكهة نيوتريينو الإلكترونية من المصدر هو الشمس تحسب للحصول معادلة احتمال التغييرات نكهة النيوتريينو بشكل مناسب. في هذه الدراسة تفحص التغييرات النكهة النيوتريينو الإلكترونية إن النكهة النيوتريينو آخر بخلاف النظر لإحتمالية التغيير النكهة من خلال نهج نظرية الحقل الكمومي: تكميم الأول وتكميم الثاني. والنتيجة، في تكميم الأول احتمال التذبذب النكهة النيوتريينو منشط النيوتريينو البعقمة النيوتريينو، من عقيمة النيوتريينو إلى عقيمة النيوتريينو، ومن نشاط النيوتريينو الي نشاط النيوتريينو بوجود التداخل بين الطاقة الإيجابية و الطاقة السلبية النيوتريينو، في حين فيا لتكميم II، احتمال التذبذب نكهة النيوتريينو لا تنطوي التداخل الطاقة الإيجابية و الطاقة السلبية بحيث ذلكفي تكميم الثاني هناك احتمال التغيير نكهة النيوتريينو عن الطاقة الإيجابية والطاقة السلبية.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Partikel elementer secara umum dibagi berdasarkan nilai spin atau berdasarkan interaksi yang mempengaruhinya. Berdasarkan spinnya, partikel dibagi menjadi dua yaitu partikel dasar boson dan partikel dasar fermion. Partikel dasar fermion memiliki spin setengah bilangan bulat, sedangkan boson memiliki spin bulat. Pada spin setengah bilangan bulat, fermion dibagi menjadi dua, yaitu lepton dan quark. Keluarga lepton terdiri dari elektron, muon, pion, tau, dan neutrino.

Neutrino adalah partikel dasar fermion yang mempunyai spin setengah bulat dan bermassa sangat kecil serta memiliki kecepatan hampir mendekati kecepatan cahaya. Neutrino hanya dapat berinteraksi lemah dan interaksi gravitasi. Interaksi lemah mempengaruhi neutrino menjadi 3 flavor lepton: neutrino elektron, neutrino muon, dan neutrino tau. Masing-masing flavor tersebut memiliki anti partikel yang disebut anti neutrino. Perbedaan neutrino dan anti neutrino terletak pada nomor lepton dan kiralitas yang nilainya berlawanan. Menurut Herlik (2009), Neutrino memiliki kiralitas *left-handed* dan anti neutrino memiliki kiralitas *right-handed*. Karena neutrino dan anti neutrino hanya memiliki satu kiralitas saja, maka massa diamnya sangat kecil dan hampir mendekati nol. Penjumlahan massa dari 3 jenis neutrino masih lebih kecil daripada nilai massa dari satu persejuta elektron.

Massa neutrino dapat menggolongkan neutrino menjadi partikel Dirac dan partikel Majorana. Neutrino yang tergolong fermion dan partikel bermuatan menunjukkan neutrino termasuk partikel Dirac. Menurut wijaya (2007), jika *right-handed* pada neutrino dibangkitkan, maka akan terdapat suku massa Dirac yang memperlihatkan bahwa neutrino ter-*couple* dengan anti partikelnya mengekalkan bilangan lepton. Selain termasuk partikel Dirac, neutrino merupakan partikel tidak bermuatan yang artinya jika dilakukan transformasi muatan pada keadaan neutrino, maka keadaan itu tidak akan berubah. Hal ini menyebabkan neutrino termasuk

partikel Majorana sehingga terdapat suku massa Majorana pada Lagrangian.

Partikel bermassa pada umumnya dapat berosilasi. Menurut Julio (2003), neutrino memiliki kiralitas *left-handed* saja, sedangkan untuk berosilasi dibutuhkan dua kiralitas sehingga perlu dibangkitkan kiralitas *right-handed*. Implikasi adanya osilasi adalah terjadi bauran (*mixing*). Adanya bauran memungkinkan terjadi transisi keadaan dari perubahan flavor yang terjadi secara timbal balik, misalnya dari neutrino elektron menjadi neutrino muon, neutrino muon menjadi neutrino tau, atau sebaliknya. Proses ini adalah perubahan keadaan (*state*) suatu generasi neutrino terhadap waktu dan bukan peristiwa anihilasi ataupun kreasi.

Allah swt menciptakan makhluk berpasang-pasangan baik itu manusia, hewan, bahkan partikel terkecil sekalipun yang tak terlihat oleh mata. Setiap partikel mempunyai anti partikel. Begitu juga dengan neutrino, neutrino mempunyai anti partikel yaitu anti neutrino dan beberapa eksperimen sudah membuktikannya. Tetapi, terdapat pertanyaan apakah neutrino dan anti neutrino adalah partikel sama atau berbeda. Sementara itu di satu sisi, Majorana menganggap neutrino dan anti neutrino yang mana adalah partikel yang sama dengan mengambil perbandingan antara foton dan anti foton. Di sisi lain, Dirac menganggap kedua partikel itu yang merupakan partikel yang berbeda dengan mengambil perbandingan antara partikel neutron dan anti neutron. Dengan demikian, kita dapat menyimpulkan bahwa dikatakan neutrino Majorana jika neutrino dan anti neutrino adalah partikel yang sama dan dikatakan neutrino Dirac jika neutrino dan anti neutrino adalah partikel yang berbeda. Setiap makhluk Allah dimuka bumi pasti berpasang-pasangan. Dalam surat yasin (36:36):

سُبْحَانَ الَّذِي خَلَقَ الْأَزْوَاجَ كُلَّهَا مِمَّا تُنْبِتُ الْأَرْضُ وَمِنْ أَنْفُسِهِمْ وَمِمَّا لَا يَعْلَمُونَ

"Maha Suci Allah yang menciptakan pasangan-pasangan semua, baik apa di tum-buhkan oleh bumi serta dari mereka maupun dari apa tidak mereka ketahui."

(QS Yasin [36] : 36)

Kasus perubahan osilasi flavor neutrino saat ini menarik untuk diteliti, salah satunya menggunakan pendekatan Teori Medan Kuantum (TMK). TMK merupakan kerangka kerja teori untuk mengkonstruksi model mekanika kuantum dari partikel sub atom pada fisika partikel dan partikel quasi pada *condensed matter physics*. Interaksi mekanika kuantum diantara partikel-partikel dideskripsikan oleh bentuk interaksi diantara medan-medan kuantum. Interaksi-interaksi pada TMK digambarkan oleh diagram Feynman. Pada TMK juga membahas kuantisasi pertama dan kuantisasi kedua. Kuantisasi pertama mempelajari sistem tunggal mekanika kuantum, sedangkan kuantisasi kedua itu merupakan formalisme yang digunakan untuk mendeskripsikan dan menganalisa sistem-sistem tunggal mekanika kuantum. Pada kuantisasi kedua, sistem-sistem mekanika kuantum yang direpresentasikan dalam basis keadaan Fock yang itu dikonstruksikan oleh keadaan partikel tunggal dengan nomor kuantum tertentu dari partikel yang sama. Sebuah formalisme kuantisasi kedua memperkenalkan operator kreasi dan anihilasi pada partikel untuk mengkonstruksi dan menangani keadaan-keadaan fock dari partikel tersebut.

Osilasi flavor pada neutrino menggunakan pendekatan TMK membentuk dua kasus, yaitu kuantisasi pertama dan kuantisasi kedua. Pada kasus kuantisasi pertama, osilasi flavor fermion Dirac mendeskripsikan perubahan flavor dengan memformulasikan perubahan-perubahan yang lain (khusus untuk partikel dengan keadaan positif), seperti perubahan bentuk Hamiltonian, probabilitas, massa, momentum, dan posisi. Pada kasus kuantisasi kedua membahas dan selanjutnya menganalisa perjalanan partikel dengan keadaan positif dan negatif (neutrino dan anti neutrino) dari proses anihilasi, kreasi, deteksi, dan propagasi; mendeskripsikan osilasi flavor. Tetapi dalam hal ini terdapat masalah (neutrino dan anti neutrino mempunyai satu kiralitas saja). Untuk memecahkan masalah tersebut, neutrino dibutuhkan sebuah pembangkitan kiralitas *right-handed* dan anti neutrino

itu dibutuhkan pembangkitan kiralitas *left-handed*. Pembangkitan kiralitas *right-handed* dapat dilakukan dengan cara mengubah formulasi kiralitas *left-handed* itu menjadi *right-handed* untuk neutrino dan *right-handed* menjadi *left-handed* untuk anti neutrino. Kelebihan metode ini adalah dapat mengkonstruksi perubahan osilasi flavor neutrino secara detail dengan menghadirkan proses hamburan berupa diagram Feynman. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisa formalisme dan interpretasi kuantisasi pertama dan kuantisasi kedua melalui pendekatan TMK.

Penelitian sebelumnya dilakukan oleh Leo dkk dengan menganalisis rumus osilasi dalam formalisme paket gelombang dan menekankan keadaan eigen flavor pada kreasi dan mensyaratkan kreasi yang tidak spontan. Hasilnya adalah terdapat sebuah parameter yang berubah-ubah pada rumus osilasi dengan adanya faktor ekstra dalam osilasi gelombang datar. Oleh karena itu, untuk meminimalisir faktor ekstra pada persamaan gelombang datar, maka persamaan gelombang datar diganti dengan paket gelombang (Leo dkk, 2004).

Selain itu, pada penelitian Leo dan Bernardini paket gelombang Dirac dalam perlakuan osilasi flavor neutrino dimana lokalisasi awal dari sebuah keadaan spinor menyiratkan sebuah interferensi komponen energi positif dan negatif dari paket gelombang keadaan eigen massa. Untuk partikel ultra-relativistik dan pendekatan distribusi momentum mereka memodifikasi faktor koreksi keseimbangan antara massa dan momentum yang tidak dapat terdeteksi oleh setiap analisis eksperimen (Leo dan Bernardini, 2005).

Kemudian, pada penelitian Dolgov dkk, mereka menganalisis eksperimen itu osilasi neutrino yang mana berkas neutrino diproduksi oleh elektron yang menabrak inti atom dari sebuah target. Neutrino dideteksi dengan mengobservasi lepton bermuatan yang diproduksi oleh neutrino yang mengenai inti dari detektor. Selanjutnya, mereka mempertimbangkan kasus ketika kedua inti target dan detektor mempunyai massa tertentu (Dolgov, dkk: 2004).

Dalam sebuah jurnal dengan sebuah judul yaitu *Mixing and oscillations of neutral particles in Quantum Field Theory*, studi yang tepat untuk mempelajari partikel netral dengan menggunakan pendekatan TMK. Pada TMK, partikel netral diperlakukan dalam kasus bauran dua generasi. Jurnal tersebut menjabarkan sebuah ortogonalitas dari representasi flavor dan massa dan menampilkan bagaimana cara untuk menghitung osilasi (Blasone dan Palmer, 2003).

Osilasi neutrino pada penelitian Nishi diperlakukan dari sudut pandang teori kuantisasi pertama dan dibandingkan dengan perlakuan kuantisasi kedua. Pada kuantisasi pertama, probabilitas secara umum dapat ditemukan untuk fermion Dirac dan boson spin 0. Sifat kekidalan sebuah neutrino dari kreasi dan deteksi itu dapat diimplementasikan dalam teori Dirac kuantisasi pertama dalam bauran. Pada teori kuantisasi kedua sebuah perhitungan propagasi neutrino virtual dimana neutrino dan anti neutrino juga berkontribusi sebagai partikel intermediet. Efek baru yang muncul dalam konteks penelitian Nishi tidak dapat dihindarkan tetapi hanya gangguan kecil dari flavor awal neutrino. Probabilitas yang hilang tersebut dalam kaitan dengan perubahan neutrino *left-handed* menjadi neutrino *right-handed* juga dihadirkan (Nishi, 2006).

Penelitian ini termotivasi dari penelitian Nishi mengenai beberapa osilasi flavor neutrino. Kasus osilasi neutrino yang dipelajari melalui pendekatan TMK yaitu kuantisasi pertama dan kuantisasi kedua. Oleh karena itu, bab dua akan membahas tentang sejarah neutrino dari kasus peluruhan beta itu hingga massa neutrino. Kemudian bab tiga akan mendeskripsikan probabilitas osilasi neutrino spin $\frac{1}{2}$ pada kuantisasi pertama dan juga menjabarkan sifat kekidalan neutrino yang alami. Setelah itu bab 4 akan membahas probabilitas osilasi neutrino spin $\frac{1}{2}$ pada kuantisasi kedua dan menjabarkan proses kreasi dan deteksi neutrino dalam bentuk amplitudo transisi.

1.2 Rumusan Masalah

Penelitian ini merumuskan 2 permasalahan pokok sebagai berikut.

1. Bagaimana bentuk formalisme probabilitas osilasi neutrino pada kuantisasi pertama melalui pendekatan TMK?
2. Bagaimana bentuk formalisme probabilitas osilasi neutrino pada kuantisasi kedua melalui pendekatan TMK?

1.3 Batasan masalah

Penelitian ini hanya mengkaji secara teoritik kuantisasi I dan kuantisasi II pada neutrino dan dengan menggunakan pendekatan Teori Medan Kuantum.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini antara lain.

1. Untuk mengetahui bentuk formalisme probabilitas osilasi neutrino pada kuantisasi pertama melalui pendekatan TMK.
2. Untuk mengetahui bentuk formalisme probabilitas osilasi neutrino pada kuantisasi kedua melalui pendekatan TMK.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah diharapkan dapat memberikan petunjuk bagi kajian lebih lanjut dan mengenai hamburan neutrino dalam menjelaskan fenomena probabilitas perubahan neutrino dua generasi.

BAB II SEJARAH NEUTRINO

2.1 Peluruhan Beta

Peluruhan beta merupakan proses transformasi nukleus yang tidak stabil menjadi nukleus yang lebih stabil dengan pemancaran partikel elektron. Reaksi peluruhan beta pada tahun 1920 adalah (Kenneth, 2008):



Dalam fisika modern, nukleus dikatakan stabil apabila memiliki jumlah neutron sama dengan jumlah proton, sedangkan nukleus yang tidak stabil terjadi apabila jumlah proton lebih sedikit dari jumlah neutron atau sebaliknya. Jika jumlah neutron lebih banyak, maka nukleus akan memancarkan sebuah elektron, tetapi jika jumlah proton lebih banyak, maka nukleus akan menangkap elektron atau memancarkan sebuah positron (Kenneth, 2008)

Selain itu, peluruhan beta tidak hanya terjadi pada inti atom yang tidak stabil. Tetapi, ini dapat terjadi di ruang bebas seperti pada partikel neutron bebas. Neutron bebas dapat meluruh karena neutron lebih masif daripada proton. Sehingga, sebuah proton tidak dapat meluruh di ruang bebas. Oleh karena itu, proton dapat meluruh hanya di dalam nukleus (Paul dan Ralph, 2008).

Selama proses transformasi nukleus, terdapat beberapa kejadian yang tidak normal. Pertama adalah pemancaran elektron dari nukleus. Kedua adalah tidak terpenuhinya hukum konservasi energi dan momentum linier. Ketiga adalah tidak berlakunya hukum konservasi momentum anguler. Keempat adalah gangguan paritas dalam interaksi lemah (Paul dan Ralph, 2008)

2.1.1 Pemancaran elektron dari nukleus

Pemancaran elektron dari nukleus merupakan salah satu anomali dalam proses peluruhan beta. Penyebabnya adalah di dalam nukleus tidak terdapat elektron. Padahal, nukleus dapat memancarkan elektron. Sementara itu, terdapat alasan mengapa elektron tidak terdapat di inti. Beberapa alasan tersebut antara lain: ukuran nukleus, spin nukleus dan inti, dan besar momen magnetik nukleus dan elektron.

2.1.1.1 Ukuran nukleus

Nukleus terdiri dari proton dan neutron. Nukleus yang tidak stabil akan meluruh dan memancarkan elektron. Tetapi, elektron yang dipancarkan bukanlah elektron yang terdapat di kulit atom. Karena, elektron bukan merupakan partikel penyusun nukleus (Paul dan Ralph, 2008).

Sementara itu, setiap partikel mempunyai keadaan ketidakpastian posisi, momentum, kecepatan, dan lainnya. Elektron yang dipancarkan merupakan salah satu partikel elementer yang berasal dari keluarga lepton, sehingga elektron mempunyai ketidakpastian posisi dan momentum. Besar ketidakpastian posisi elektron sama dengan besar jari-jari nukleus ($5 \times 10^{-15} m$) yang memancarkan elektron. Oleh karena itu, dari rumus ketidakpastian Heisenberg didapatkan (Paul dan Ralph, 2008):

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p &\geq \frac{\hbar}{4\pi} \\ 5 \times 10^{-15} m \Delta p &\geq \frac{6,62 \times 10^{-34} m^2 kg/s}{4\pi} \\ \Delta p &\geq \frac{1,054 \times 10^{-34} m^2 kg/s}{2 \times 5 \times 10^{-15} m} \\ \Delta p &\geq 1,054 \times 10^{-20} kgm/s. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Seperti pernyataan sebelumnya, elektron mempunyai ketidakpastian momentum

yang dirumuskan (Paul dan Ralph, 2008):

$$\Delta p = m_e \Delta v, \quad (2.3)$$

dengan m_e adalah massa elektron. Kemudian, untuk mencari ketidakpastian kecepatan elektron, persamaan (2.2) dimasukkan ke dalam persamaan (2.1) (Paul dan Ralph, 2008):

$$\begin{aligned} \Delta p &\geq 1,054 \times 10^{-20} \text{ kgm/s} \\ m_e \Delta v &\geq 1,054 \times 10^{-20} \text{ kgm/s} \\ 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg} \Delta v &\geq 1,054 \times 10^{-20} \text{ kgm/s} \\ \Delta v &\geq 5,71 \times 10^{10} \text{ m/s}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

merupakan kecepatan elektron untuk tinggal di dalam nukleus. Tetapi, menurut prinsip relativitas Einstein, tidak ada sesuatu yang melebihi kecepatan cahaya. Oleh karena itu, alasan tersebut menunjukkan bahwa elektron tidak dapat tinggal di dalam nukleus (Paul dan Ralph, 2008).

Selain dari faktor kecepatan elektron, faktor lain yaitu energi elektron juga mempengaruhi suatu alasan mengapa elektron tidak dapat tinggal di nukleus. Dari persamaan umum energi kinetik (Paul dan Ralph, 2008):

$$\begin{aligned} E_k &\geq \Delta pc \\ E_k &\geq 1,054 \times 10^{-20} \text{ kgm/s} \times 3 \times 10^8 \\ E_k &\geq 3,162 \times 10^{-12} \text{ J} \\ E_k &\geq 19,76 \text{ MeV} \approx 20 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (2.5)$$

adalah besar energi kinetik minimal elektron untuk dapat tinggal di dalam nukleus.

Tetapi dalam eksperimen, elektron hanya mampu mempunyai energi kinetik sebesar 2 hingga 3 MeV (Paul dan Ralph, 2008).

2.1.1.2 Spin nukleus dan elektron

Pada dasarnya, atom terdiri dari inti atom yaitu proton dan neutron dan kulit yang mengelilingi inti yaitu elektron. Proton, neutron, dan elektron adalah partikel elementer yang mempunyai spin $\frac{1}{2}$. Sehubungan dengan itu, jika inti atom terdiri dari proton dan elektron, maka inti atom mempunyai spin bulat (jika jumlah proton dan elektron adalah genap) dan mempunyai spin $\frac{1}{2}$ atau $\frac{3}{2}$ (jika jumlah proton dan elektron adalah ganjil). Tetapi, aturan ini dilarang, sebagai contoh, sebuah nukleus deuterium (2_1H) terdiri dari 2 proton dan satu elektron. Apabila spin dijumlahkan, maka penjumlahan itu akan menghasilkan (Beiser, 2003):

$$Spin_1^2 H = 2\left(\frac{1\hbar}{2}\right) + \frac{1\hbar}{2} = \frac{3\hbar}{2}, \quad (2.6)$$

atau (Beiser, 2003):

$$Spin_1^2 H = 2\left(\frac{1\hbar}{2}\right) - \frac{1\hbar}{2} = \frac{\hbar}{2}. \quad (2.7)$$

Sebaliknya, faktanya, hasil pengamatan menunjukkan deuterium mempunyai spin sama dengan 1 (Beiser, 2003).

2.1.1.3 Momen magnetik nukleus dan elektron

Selain kedua alasan tersebut, alasan lain mengapa elektron tidak terdapat di inti, yaitu karena besar momen magnetiknya. Sebagai contoh, sebuah nukleus deuterium mempunyai inti terdiri dari 2 proton dan mempunyai massa sebesar $3,34364 \times 10^{-27}$. Oleh karena itu, besar momen magnetiknya (Walter, 1989):

$$\mu_D = \frac{e\hbar}{2m_D}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1,6x10^{-19}x1,0547x10^{-34}CJs}{2x3,34364x10^{-27}Kg} \\
 &= 2,52x10^{-27}J/T,
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

dan besar momen magnetik 2 proton dengan massa proton sebesar $2x1,672x10^{-27}$ adalah (Walter, 1989):

$$\begin{aligned}
 \mu_p &= \frac{e\hbar}{2x2m_p} \\
 &= 2x \frac{1,6x10^{-19}x1,0547x10^{-34}CJs}{2x2x1,672x10^{-27}} \\
 &= 2,523x10^{-27}J/T.
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Selain proton, di deuterium juga terdapat elektron, sehingga besar momen magnetik elektron dengan massa elektron sebesar $9,1x10^{-31}$ adalah (Walter, 1989):

$$\begin{aligned}
 \mu_e &= \frac{e\hbar}{2m_e} \\
 &= \frac{1,6x10^{-19}x1,0547x10^{-34}CJs}{2x9,1x10^{-31}} \\
 &= 9,273x10^{-24}J/T.
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Langkah selanjutnya membandingkan momen magnetik antara deuterium dengan elektron (Walter, 1989):

$$\begin{aligned}
 \frac{\mu_D}{\mu_e} &= \frac{2,52x10^{-27}}{9,273x10^{-24}} \\
 &= 2,72x10^{-4} \\
 \mu_D &= 2,72x10^{-2}\% \mu_e,
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

dan momen magnetik antara deuterium dan proton (Walter, 1989):

$$\begin{aligned}\frac{\mu_D}{\mu_e} &= \frac{2,52 \times 10^{-27}}{2,523 \times 10^{-27}} \\ &= 0,9988 \\ \mu_D &= 99,88\% \mu_p.\end{aligned}\tag{2.12}$$

Dari kedua hasil diatas menunjukkan bahwa di nukleus tidak terdapat elektron. Alasannya adalah momen magnetik deuterium yaitu 0,00272 persen dari momen magnetik elektron, sedangkan besar momen magnetik deuterium yaitu sama dengan besar momen magnetik proton. Sehingga, yang terdapat pada inti atom yaitu proton bukan elektron (Walter, 1989).

2.1.2 Hukum konservasi energi dan momentum linier tidak terpenuhi

Di alam semesta terdapat banyak sekali atom yang melimpah dan bebas. Atom yang tidak stabil akan meluruh secara spontan dengan cara yang bervariasi, antara lain: isobar merupakan atom dengan kelebihan neutron mendapatkan energi dengan cara mengubah neutron menjadi proton, sebaliknya, atom yang kelebihan proton akan mengubah proton menjadi neutron. Dari kedua peluruhan tersebut adalah contoh dari peluruhan beta (Walter, 1989).

Partikel yang mengalami peluruhan beta pada awalnya adalah partikel tunggal yang meluruh menjadi dua partikel yang dikenal dengan sebutan *two-body decays*. Sehubungan dengan hal itu, sistem dalam peluruhan beta mempunyai momentum awal (Walter, 1989):

$$p_i = 0,\tag{2.13}$$

yang kemudian meluruh dan menghasilkan momentum akhir (Walter, 1989):

$$p_f = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.\tag{2.14}$$

Dalam hukum kekekalan momentum besar momentum awal sama dengan besar momentum akhir, sehingga berlaku persamaan (Walter, 1989):

$$\begin{aligned} p_i &= p_f \\ 0 &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \\ -\vec{p}_1 &= \vec{p}_2. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Selain momentum, partikel memiliki energi awal yang merupakan energi potensial partikel sebelum meluruh (Walter, 1989):

$$E_i = E_p = Mc^2, \quad (2.16)$$

dan partikel itu meluruh menjadi dua partikel. Sehingga, terdapat besar energi akhir yaitu penjumlahan energi antara partikel 1 dan partikel 2. Masing-masing partikel mempunyai energi potensial dan energi kinetik, sehingga energi tersebut dapat dirumuskan (Walter, 1989):

$$\begin{aligned} E_f &= E_1 + E_2 \\ E_f &= (m_1^2 c^4 + p_1^2 c^2)^{\frac{1}{2}} + (m_2^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

dan hukum kekekalan energi juga berlaku (Walter, 1989):

$$E_i = E_f. \quad (2.18)$$

Langkah selanjutnya dimasukkan persamaan (2.14), (2.15), dan (2.16) ke dalam persamaan kekekalan energi (2.17) (Walter, 1989):

$$E_i = E_f$$

$$\begin{aligned}
Mc^2 &= (m_1^2 c^4 + p_1^2 c^2)^{\frac{1}{2}} + (m_2^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}} \\
Mc^2 &= (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}} + (m_2^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}} \\
Mc^2 - (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}} &= (m_2^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.19)
\end{aligned}$$

Setelah itu, kedua ruas dikuadratkan untuk menghilangkan akar dan menghasilkan (Walter, 1989):

$$\begin{aligned}
(Mc^2 - (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}})^2 &= ((m_2^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}})^2 \\
M^2 c^4 - 2Mc^2 (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}} + (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2) &= (m_2^2 c^4 + p_2^2 c^2) \\
M^2 c^4 - 2Mc^2 (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}} &= -(m_1^2 - m_2^2) c^4 + p_2^2 c^2 - p_2^2 c^2 \\
M^2 c^4 + (m_1^2 - m_2^2) c^4 &= 2Mc^2 (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.20)
\end{aligned}$$

Persamaan (2.20) dikuadratkan kembali untuk menghilangkan akar pada ruas kanan dan mendapatkan momentum sebesar (Walter, 1989):

$$\begin{aligned}
(M^2 c^4 + (m_1^2 - m_2^2) c^4)^2 &= (2Mc^2 (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}})^2 \\
M^4 c^8 + 2M^2 c^4 (m_1^2 - m_2^2) c^4 + (m_1^2 - m_2^2)^2 c^8 &= 4M^2 c^4 (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2) \\
\frac{M^4 c^8 + 2M^2 c^4 (m_1^2 - m_2^2) c^4 + (m_1^2 - m_2^2)^2 c^8}{4M^2 c^4} &= (m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2) \\
\frac{M^2 c^4}{4} + \frac{(m_1^2 - m_2^2) c^4}{2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2 c^4}{4M^2} &= m_1^2 c^4 + p_2^2 c^2 \\
\frac{M^2 c^4}{4} + \frac{(m_1^2 - m_2^2) c^4}{2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2 c^2}{4M^2} - m_1^2 c^4 &= p_2^2 c^2 \\
\frac{M^2 c^2}{4} - \frac{(m_1^2 + m_2^2) c^2}{2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2 c^2}{4M^2} &= p_2^2. \quad (2.21)
\end{aligned}$$

Setelah diketahui besar momentum itu, kemudian persamaan (2.20) dimasukkan ke persamaan (2.17) untuk menghitung besar dari energi partikel 2 (Walter, 1989):

$$E_2 = (m_2^2 c^4 + p_2^2 c^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned}
&= (m_2^2 c^4 + (\frac{M^2 c^2}{4} - \frac{(m_1^2 + m_2^2) c^2}{2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2 c^2}{4M^2}) c^2)^{\frac{1}{2}} \\
&= (\frac{4m_2^2 M^2 c^4 + M^4 c^4 - 2M^2(m_1^2 + m_2^2) c^4 + (m_1^2 - m_2^2)^2 c^4}{4M^2})^{\frac{1}{2}} \\
&= (\frac{M^4 - 2M^2(m_1^2 - m_2^2) + (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^2})^{\frac{1}{2}} c^2 \\
&= \frac{(M^2 - (m_1^2 - m_2^2)) c^2}{2M} \\
&= \frac{Mc^2}{2} - \frac{(m_1^2 - m_2^2)}{2M} c^2, \tag{2.22}
\end{aligned}$$

dan dimasukkan ke persamaan (2.17) untuk menghitung energi partikel 1 (Walter, 1989):

$$\begin{aligned}
E_1 &= (m_1^2 c^4 + p_1^2 c^2)^{\frac{1}{2}} \\
&= (m_1^2 c^4 + (\frac{M^2 c^2}{4} - \frac{(m_1^2 + m_2^2) c^2}{2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2 c^2}{4M^2}) c^2)^{\frac{1}{2}} \\
&= (\frac{4m_1^2 M^2 c^4 + M^4 c^4 - 2M^2(m_1^2 + m_2^2) c^4 + (m_1^2 - m_2^2)^2 c^4}{4M^2})^{\frac{1}{2}} \\
&= (\frac{M^4 - 2M^2(m_2^2 - m_1^2) + (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^2})^{\frac{1}{2}} c^2 \\
&= \frac{Mc^2}{2} - \frac{(m_2^2 - m_1^2)}{2M} c^2. \tag{2.23}
\end{aligned}$$

Berdasarkan eksperimen, pada peluruhan beta, spektrum energinya adalah kontinyu, sedangkan pada persamaan (2.22) dan (2.23) menunjukkan energi dari peluruhan beta adalah diskrit (monoenergi). Dari kedua pernyataan tersebut, kesimpulannya adalah terjadi pelanggaran hukum kekekalan energi dari hasil peluruhan *Two-body-decay* dengan reaksi neutron memancarkan proton dan elektron (Walter, 1989).

Sehubungan dengan hal ini, eksperimen yang lain membuktikan adanya pelanggaran hukum kekekalan energi. Sebagai contoh, beberapa peluruhan neutron memancarkan energi sebesar 0.78 MeV dengan massa diam neutron yaitu 939,57 MeV. Selanjutnya, neutron yang meluruh menjadi proton dan elektron dan ketika

dijumlahkan energi proton dan elektron yaitu sebesar $938,28 + 0,511$ MeV. Selisih energi antara energi awal dan akhir yaitu 0.78 MeV yang belum terdeteksi kegunaannya (Paul dan Ralph, 2008).

2.1.3 Tidak berlakunya hukum konservasi momentum anguler intrinsik

Tidak hanya berhenti pada dua anomali pada peluruhan beta, tetapi disini terdapat anomali lainnya yaitu tidak berlakunya hukum konservasi momentum anguler intrinsik. Bentuk momentum anguler intrinsik yang dibawa oleh partikel elementer, partikel komposit, dan inti atom disebut spin. Spin merupakan fenomena pertama yang muncul di mekanika kuantum dan tidak mempunyai penjelasan di fisika klasik. Partikel elementer pertama yang terdeteksi spinnya adalah spin elektron pada eksperimen Stern-Gerlach yang mendemonstrasikan orientasi ruang momentum anguler yang terkuantisasi oleh atom perak (Bilenky, 2012).

Pada hakekatnya, setiap partikel mempunyai spin yang berbeda-beda dan tergantung jenis dari partikelnya. Partikel fermion berspin setengah bilangan bulat dan bisa jadi itu $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, dan sebagainya. Sementara itu, jenis partikel lain yaitu partikel boson memiliki spin bilangan bulat seperti 0, 1, 2, dan sebagainya. Selain partikel elementer, partikel komposit seperti hadron yang terdiri dari meson dan baryon juga mempunyai spin, sebagai contoh, partikel neutron yang terdiri dari partikel *up*, *down*, *down* dan partikel proton yang terdiri dari *up*, *up*, *down* mempunyai spin setengah bilangan bulat (Lesov, 2009).

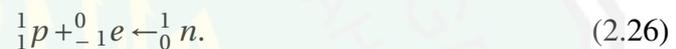
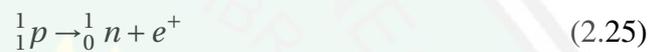
Dalam konteks ini partikel neutron meluruh dan menjadi dua partikel, yaitu, proton dan elektron pada peluruhan beta. Bentuk reaksi tersebut adalah (Guinti, 2007):



Spin partikel neutron yang meluruh adalah $\frac{\hbar}{2}$ dan spin hasil dari peluruhan yaitu

1 (jika spin proton dan elektron sejajar) dan bernilai 0 (jika proton dan elektron berlawanan). Karena, spin sebelum peluruhan tidak sama dengan spin setelah peluruhan. Oleh karena itu, pada kasus ini terjadi pelanggaran hukum kekekalan momentum sudut intrinsik (spin) (Guinti, 2007).

Pelanggaran spin tidak hanya terjadi pada partikel neutron saja, tetapi juga terjadi pada reaksi peluruhan beta lainnya. Sebagai contoh, peluruhan positron dan penangkapan elektron. Reaksi itu adalah (Walter, 1989):



Pada reaksi pertama, spin partikel proton adalah $\frac{\hbar}{2}$ dan spin hasil peluruhan adalah 1 jika sejajar atau 0 jika berlawanan. Pada reaksi kedua, reaksi penangkapan elektron mempunyai spin 1 atau 0, tetapi spin hasil peluruhan yaitu $\frac{1}{2}$ (Walter, 1989).

Berkaitan dengan masalah pada peluruhan beta, Pauli memberikan solusi untuk memecahkan permasalahan tersebut. Antara lain dengan menggagas adanya partikel lain ikut terpancar pada peluruhan beta. Pauli menyebut partikel itu dengan neutron (saat ini disebut neutrino). Neutron yang dipancarkan kemungkinan belum terdeteksi dan memiliki karakteristik (Raymond, 2005):

1. Tidak bermuatan.
2. Massa diam lebih kecil daripada elektron. Eksperimen terakhir menunjukkan bahwa partikel neutrino kurang dari $2.8 \text{ eV}/c^2$.
3. Berspin $\frac{1}{2}$
4. berinteraksi lemah dengan materi yang membuat neutrino sulit dideteksi.

Dengan demikian, reaksi baru pada peluruhan beta setelah kehadiran neutron

dapat dirumuskan (Walter, 1989: 3):

$${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e + \bar{\nu} \quad (2.27)$$

$${}^1_1p \rightarrow {}^1_0n + e^+ + \nu \quad (2.28)$$

$${}^1_1p + {}^0_{-1}e \rightarrow {}^1_0n + \nu. \quad (2.29)$$

Dari reaksi tersebut, ν adalah neutron (saat ini disebut neutrino) dengan spin $\frac{\hbar}{2}$ dan $\bar{\nu}$ adalah anti neutron (saat ini disebut anti neutrino) dengan spin $-\frac{\hbar}{2}$ (Walter, 1989).

2.2 Penemuan Neutrino

Nama neutrino berawal dari E. Fermi pada peluruhan beta dengan partikel "neutron" yang digagas oleh Pauli. "Neutron" Pauli sama dengan partikel neutron yang mengisi inti atom dengan massa yang hampir sama dengan massa proton. Untuk membedakan antara dua partikel tersebut, E. Fermi menamakan "neutron" Pauli dengan neutrino itu. Neutrino berasal dari kata neutron (karena muatannya netral) dan ino (ino dalam bahasa Itali berarti massa diam kecil). Dengan kehadiran neutrino, anomali dalam peluruhan beta dapat diselesaikan (Bilenky, 2002).

Eksperimen pertama untuk mendeteksi neutrino dilakukan oleh F. Reines. Dalam sebuah eksperimen di reaktor nuklir Hanford, neutrino itu yang diketahui berasal dari peluruhan beta invers. Reaksi itu yang digunakan untuk mendeteksi neutrino adalah proses peluruhan beta invers (Reines, 1994):

$$\nu_e + p \rightarrow n + e^+. \quad (2.30)$$

Tiga tahun kemudian, pada tahun 1956 *cross-section* invers beta dihitung. Dalam eksperimen ini, sebuah anti neutrino dari produk fisi dalam reaktor produksi terjadi pada target air dalam $CdCl_2$ yang telah dihancurkan. Peristiwa anti neutrino

elektron memproduksi sebuah positron dan sebuah neutron. Neutron melambat dan teranihilasi kemudian memproduksi 0.5 MeV sinar gamma. Selanjutnya, neutron dihaluskan oleh air dan ditangkap oleh *cadmium* yang memproduksi sinar gamma. Pada tahun berikutnya, batas atas pada momen magnetik neutrino ditentukan di reaktor nuklir sungai Savannah (Reines, 1994).

Setelah mendeteksi neutrino dan anti neutrino elektron, B. Potencorvo memperkirakan terdapat probabilitas eksperimen neutrino pada faktor meson dan akselerator energi tinggi. Masalah pertama yang dapat diselesaikan dalam sebuah eksperimen adalah masalah keberadaan 2 tipe neutrino (elektron dan muon). Dari waktu penyelidikan peluruhan muon, B. Potencorvo mengetahui bahwa neutrino yang diproduksi pada peluruhan muon dapat berbeda (dengan perbedaan nama: neutrino dan neutrotto). Bentuk reaksi dari peluruhan muon dan pion (Paolo, 2001):



Tiga tahun kemudian, neutrino yang diproduksi pada atmosfer bumi sebagai hasil peluruhan sinar kosmik yang menginduksi pion dan kaon ditemukan di kedalaman gold mine Afrika utara (Paolo, 2001)

Bukti neutrino yang diproduksi di atmosfer bumi oleh peluruhan sinar kosmik didukung oleh yaitu eksperimen neutrino Brookhaven. Eksperimen ini merupakan eksperimen pertama dengan neutrino energi tinggi yang berasal dari peluruhan pion, kaon, dan muon yang setiap partikel diproduksi di akselerator. Berkas muon positif dalam eksperimen itu didapatkan dengan pengeboman target *Be* oleh proton dengan energi sebesar 15 GeV. Helisitas neutrino sama dengan -1. Jika massa positron diabaikan, helisitas positron sama dengan +1 (sama dengan helisitas anti neutrino pada kasus ini). Proyeksi total momentum anguler pada

momentum neutrino akan sama dengan -1. Berkas neutrino pada eksperimen ini adalah berkas neutrino muon murni. Neutrino yang dipancarkan dalam peluruhan pion plus, memproduksi muon negatif dalam proses (Bilenky, 2012):

$$\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu^{-} + X \quad (2.32)$$

Jika neutrino muon dan neutrino elektron adalah partikel yang sama, maka neutrino dalam peluruhan (2.32) seharusnya memproduksi elektron dalam reaksi (Bilenky, 2012):

$$\nu_{\mu} + N \rightarrow e^{-} + X \quad (2.33)$$

2.3 Gangguan Paritas

Sebelum tahun 1956 sebuah paritas bersifat kekal dalam setiap proses interaksi termasuk dalam interaksi lemah. Paritas akan kekal pada proses interaksi kuat (hadron) dan elektromagnetik saja. Kekekalan Paritas akan terjadi jika invariansi pada invers ruang dari sistem *left-handed* ke sistem *right-handed* (Bilenky, 2012).

Permasalahan paritas dimulai dari penemuan gangguan Paritas tahun 1956 tentang teka-teki $\theta - \tau$. Ilmuwan Lee dan Yang menemukan solusi untuk masalah $\theta - \tau$ dan membuat hipotesis tentang paritas yang tidak kekal. Hal itu terjadi karena terdapat bukti eksperimen bahwa paritas bersifat kekal hanya pada interaksi kuat dan interaksi elektromagnetik saja, tetapi bukti eksperimen pada proses interaksi lemah dan peluruhan beta tidak ada (Lesov, 2009).

Hasil peluruhan yang telah diamati pada peluruhan beta yaitu (Lesov, 2009):

$$\theta^{+} \rightarrow \pi^{+} + \pi^{0} \quad (2.34)$$

$$\tau^{+} \rightarrow \pi^{+} + \pi^{+} + \pi^{-} \quad (2.35)$$

Simetri	Kuantitas Kekekalan
Translasi Ruang	Momentum
Translasi Waktu	Energi
Rotasi Ruang	Momentum Anguler
Refleksi Ruang	Paritas

Tabel 2.1: Hubungan Simetri dan Kuantitas Kekekalan

	θ^+	τ^+
Massa (MeV)	$966,7 \pm 2,0$	$966,3 \pm 2,1$
Waktu Hidup($\times 10^8$ detik)	$1,21 \pm 0,02$	$1,19 \pm 0,05$

Tabel 2.2: Massa dan Waktu Hidup Theta dan Tau

Dalam sebuah kasus peluruhan θ , momentum anguler orbital dari dua pion harus sama dengan 0 jika momentum anguler total kekal. Kontribusi ruang untuk paritas adalah (Lesov, 2009):

$$P(\theta) = P_{\pi^+} P_{\pi^0} = (-1)(-1) = +1, \quad (2.36)$$

sedangkan pada kasus peluruhan τ , keadaan menjadi lebih rumit karena momentum anguler orbital mempunyai dua komponen: pertama momentum anguler antara dua pion positif, dan kedua momentum anguler pion negatif. Jika momentum pada persamaan (2.34) dijumlahkan harus sama dengan 0 untuk memenuhi kekekalan momentum anguler total dan paritas akhir menghasilkan (Lesov, 2009):

$$P(\tau) = P_{\pi^+} P_{\pi^+} P_{\pi^-} = (-1)^3 = -1. \quad (2.37)$$

Kedua partikel tersebut adalah partikel yang identik dan mempunyai waktu hidup dan massa yang hampir sama tetapi mempunyai paritas yang berbeda (Lesov, 2009).

Selanjutnya, eksperimen lain membuktikan peluruhan beta tidak mengekalkan paritas. Eksperimen itu dilakukan oleh Wu dengan menggunakan inti kobalt yang terpolarisasi pada temperatur 0.01 K. Dalam eksperimen tersebut, sebuah elektron terpancar dari inti kobalt dengan arah spin (α) dan spin kobalt terpancar dengan arah $\alpha = 0$ atau sumbu z positif. Pada saat direfleksikan pada bidang x-y, nilai rata-rata pseudoskalar tidak sama dengan nol dan refleksi simetri terganggu. Hasil refleksi menunjukkan arah momentum elektron membentuk sudut $(\pi - \alpha)$ dan arah spin kobalt tetap mengarah ke sumbu z positif. Reaksi tersebut adalah (Lesov, 2009):



Hasil peluruhan tersebut menghasilkan transformasi untuk vektor (momentum elektron) (Bilenky, 2012):

$$p_i' = -p_i, \quad (2.39)$$

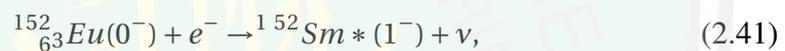
dan untuk pseudovektor (spin kobalt) (Bilenky, 2012):

$$P_i' = +P_i. \quad (2.40)$$

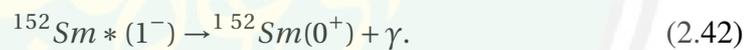
Dari persamaan tersebut, invers vektor momentum tidak mengubah posisinya dalam sebuah ruang refleksi ketika polarisasi mengubah arahnya ke arah yang berlawanan, sedangkan invers spin kobalt berubah arahnya dalam ruang ketika polarisasi mengubah arahnya ke arah berlawanan. Hal itu terjadi karena momentum, koordinat, dan medan listrik termasuk dalam kategori vektor, sedangkan momentum anguler, polarisasi, dan medan magnetik termasuk dalam kategori pseudovektor (Bilenky, 2012).

2.4 Helisitas Neutrino dan Anti Neutrino

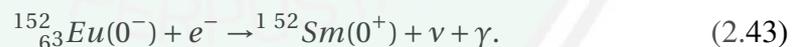
Neutrino dan anti neutrino mempunyai helisitas yang tidak dapat diukur langsung karena tidak dapat dipengaruhi oleh medan magnet. Hal ini terjadi kemungkinan terdapat tolakan pada spin dan momentum neutrino terhadap spin dan momentum nukleus hasil peluruhan. M. Goldhaber, L. Grodzins, dan A. Sunyar berhasil melakukan eksperimen ini. Eksperimen ini mengamati peluruhan ^{152}Eu menjadi ^{152}Sm dimana nukleus menangkap elektron dari kulit K dan memancarkan neutrino (Walter, 1989):



keadaan eksitasi Samarium dikarakterisasi dengan * karena nukleus samarium tidak stabil dan memancarkan sebuah foton (Walter, 1989):



Sehingga, kedua reaksi dapat dituliskan menjadi (Walter, 1989):



Pada eksperimen Goldhaber, Grodzins, dan Sunyar, dalam peluruhan $^{152}_{63}\text{Eu}$ diasumsikan neutrino terpancar ke arah kanan pada arah sumbu z positif dan nukleus mundur ke arah berlawanan yaitu, kiri. Kemudian, nukleus tersebut meluruh lagi dan menghasilkan sinar gamma ke arah kiri, sehingga nukleus hasil peluruhan mengalami pergeseran dan mengarah ke kanan pada arah sumbu z positif. Pada sinar gamma, bilangan kuantum selalu terpolarisasi lingkaran kanan (hal tersebut menunjukkan arah spin ke kanan), sedangkan pergerakan sinar gamma mengarah ke

kiri (menunjukkan arah momentum ke kiri). Dalam kasus gelombang terpolarisasi ke kanan jika melihat ke arah gelombang, gelombang yang terpolarisasi berputar searah dengan jarum jam. Sehingga, hal tersebut menunjukkan bahwa helisitas dari sinar gamma (foton) yaitu berhelicitas negatif (*left-handed*). Konsep helisitas dari neutrino yang terpancar sama dengan foton yaitu berhelicitas negatif dengan arah momentum dan spin berlawanan dengan foton (Walter, 1989).

Pada eksperimen lain yaitu pemancaran positron dari inti ^{203}Hg , nukleus juga memancarkan anti neutrino. Pada eksperimen ini, anti neutrino bergerak ke arah kanan (momentum ke kanan) dan bilangan kuantum (spin) anti neutrino juga mengarah ke kanan. Karena arah momentum dan arah bilangan kuantum (spin) menunjukkan arah yang sama, sehingga anti neutrino tersebut mempunyai helisitas positif (*right-handed*). Untuk konsep pemancaran foton sama seperti eksperimen oleh Goldhaber dkk, yaitu berhelicitas negatif (*left-handed*) (Walter, 1989).

2.5 Massa Neutrino

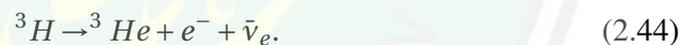
Neutrino dikatakan tak bermassa dalam kurun waktu yang lama. Sudarshan, Marshak, Feynman dan Gell-Mann membangun teori V-A secara sukses dengan kehadiran neutrino tak bermassa. Selain itu, transformasi γ_5 invarian terhadap medan fermion tak bermassa salah satunya neutrino. Neutrino dikatakan tak bermassa karena belum ada bukti yang menunjukkan neutrino bermassa (Mahopatra, 2002).

Dalam model standar, partikel bermassa mempunyai dua kiralitas, yaitu kiralitas *left-handed* dan *right-handed*. Di alam semesta terdapat partikel elementer yang mempunyai satu kiralitas saja, yaitu partikel neutrino. Neutrino dikatakan tak bermassa dalam model standar karena terdiri dari kiralitas *left-handed* saja. Oleh karena itu, dalam model standar neutrino juga tidak diperkenankan terjadi bauran massa dan osilasi neutrino tidak dapat terjadi. Sementara itu, osilasi dapat terjadi apabila terdapat bauran massa dan probabilitas transisi dari satu generasi ke generasi

lain (Julio, 2003).

Beberapa eksperimen menunjukkan neutrino berasal dari matahari dan neutrino matahari yang dipancarkan dalam proses pembakaran matahari. Neutrino yang dipancarkan dari matahari kemudian melakukan perjalanan ke bumi dan mengalami tumbukan dengan sinar kosmik pada atmosfer bumi sebelum sampai pada permukaan bumi. Pada atmosfer bumi, neutrino tidak hanya ditemukan bermassa tetapi juga terjadi bauran diantara flavor neutrino. Neutrino mempunyai 3 flavor, yaitu ν_e, ν_μ , dan ν_τ . Selain flavor, neutrino juga mempunyai 3 massa tertentu, yaitu ν_1, ν_2 , dan ν_3 . Menurut mekanisme se-saw neutrino dengan massa tertentu ν_i disebut dengan neutrino Majorana (Mahopatra, 2004).

Eksperimen pengukuran massa neutrino ini secara umum melibatkan peluruhan partikel yang meluruh menjadi neutrino dan partikel bermuatan. Massa neutrino sangat kecil, sehingga sangat sulit untuk dideteksi. Untuk pengukuran massa neutrino elektron, unsur yang digunakan yaitu tritium yang meluruh (Lec, 2015):



Dalam eksperimen tritium itu menghasilkan batas atas pada massa neutrino elektron : $m_{\nu_e} < 2.2\text{eV}$ 0.95 akurat. Untuk pengukuran massa neutrino muon, digunakan peluruhan reaksi (Lec, 2015):



Eksperimen ini menghasilkan batas atas $m_{\nu_\mu} < 190\text{keV}$ 0,9 akurat. Dan untuk neutrino tau, eksperimen yang dilakukan yaitu peluruhan (Lec, 2015):



Eksperimen peluruhan tau menghasilkan batas atas massa neutrino tau $m_{\nu\tau} < 18,2\text{MeV}$ dengan keakuratan 0.95 (Lec, 2015).

Sebelumnya neutrino dikatakan tak bermassa karena mempunyai satu helisitas dan belum ada eksperimen yang membuktikannya. Selanjutnya, ini untuk menemukan neutrino bermassa, dibutuhkan pendekatan eksperimen yang dapat mendeteksi massa yang sangat kecil. Pendekatan eskperimen yang paling sensitif adalah membuktikan adanya osilasi neutrino. Untuk menjelaskan osilasi neutrino, diperlukan flavor lepton untuk mengkreasi neutrino dari peluruhan boson W dengan reaksi (Keyser, 2001):

$$W^+ \rightarrow l_{\alpha}^+ + \nu, \quad \alpha = e, \mu, \tau \quad (2.47)$$

Dalam osilasi neutrino, neutrino terkreasi dihubungkan dengan flavor yang mengkreasi dan selama dalam perjalanan neutrino mengubah karakternya dan berinteraksi dengan materi lain dan memproduksi lepton bermuatan yang baru, itu sebagai contoh peluruhan pion dimana neutrino lahir (Keyser, 2001):

$$\pi^+ \rightarrow Wk + \mu^+ + \nu_{\mu}. \quad (2.48)$$

Setelah melakukan perjalanan berkas garis neutrino ν_{α} berinteraksi dalam detektor dan bukan memproduksi muon, tetapi tau minus. Saat lahir, neutrino adalah neutrino muon tetapi ketika berinteraksi dengan detektor berubah menjadi neutrino tau. Dapat dikatakan bahwa neutrino bermetaforsis dengan katakan neutrino berosilasi dari neutrino muon menjadi neutrino tau. flavor baru selalu berkaitan erat dengan neutrino yang terkreasi bersama flavor itu seperti pada persamaan di atas (Keyser, 2001).

Osilasi vakum antara perbedaan flavor mensyaratkan neutrino bermassa. Keadaan neutrino memproduksi lepton bermuatan dengan massa tertentu. Neutrino

flavor alfa diproduksi bersama dengan lepton alfa bermuatan adalah superposisi koheren dari keadaan eigen massa neutrino ν_i dengan koefisien adalah elemen dari matriks bauran lepton dengan persamaan (Keyser, 2001):

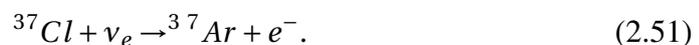
$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (2.49)$$

Jika N lebih dari 3 menunjukkan neutrino steril yang tidak berpartisipasi dalam model standar interaksi lemah. Bauran lepton dideskripsikan oleh persamaan diatas ketika lepton bermuatan flavor terkreasi dan menemani neutrino dari ν_i . Jika ν_i kemudian berinteraksi dengan target, dapat memproduksi lepton bermuatan l_β dari flavor β . Lahirya neutrino dengan lepton bermuatan α dan rangkaian interaksi untuk memproduksi lepton bermuatan l_β^- biasanya dideskripsikan sebagai osilasi neutrino dari ν_α ke ν_β (Keyser, 2001).

Osilasi neutrino berawal dari ide B.Pontecorvo pada tahun 1957 yang diusulkan setelah permasalahan gangguan paritas ditemukan oleh Wu dan teori komponen tak bermassa oleh Landau, Lee dan Yang serta salam. B. Pontecorvo menyebutkan probabilitas transisi neutrino menjadi anti neutrino dalam vakum pada papernya dari transisi mounium menjadi anti muonium. Kemudian, dalam waktu yang sama F. Reines dan Cowan menemukan anti neutrino dalam eksperimen pada proses peluruhan (Bilenky, 2006):



Selain Reines dan Cowan, Davis juga melakukan eksperimen dengan reaktor anti neutrino dalam proses peluruhan (Bilenky, 2006):



Ide massa dan bauran neutrino didiskusikan oleh Naki Nakagawa dan Sakata (MNS) pada tahun 1962. MNS berasumsi bahwa dalam medan neutrino lemah, transformasi ortogonal itu menghubungkan neutrino elektron dan neutrino muon dengan medan neutrino pada massa tertentu ν_1 dan ν_2 (Bilenky, 2016):

$$\nu_e = \cos\theta\nu_1 + \sin\theta\nu_2, \quad \nu_\mu = -\sin\theta\nu_1 + \cos\theta\nu_2. \quad (2.52)$$

MNS memperkirakan waktu transisi dari neutrino muon ke neutrino elektron akan mempengaruhi hasil eksperimen dari eksperimen Brookhaven (Bilenky, 2006).

2.6 Integrasi Neutrino dalam Islam

Di dunia tidak ada yang luput dalam pengawasan Allah swt. Ilmu Allah swt sangat luas meliputi segala sesuatu yang ada di langit dan bumi. Dalam al-Quran, Allah swt berfirman dalam surat Yunus (10:61) (Manzu, 2009):

وَمَا تَكُونُ فِي شَأْنٍ وَمَا تَتْلُوا مِنْهُ مِنْ قُرْآنٍ وَلَا تَعْمَلُونَ مِنْ عَمَلٍ إِلَّا كُنَّا عَلَيْكُمْ شُهُودًا إِذْ تُفِيضُونَ فِيهِ وَمَا يَعْزُبُ عَنْ رَبِّكَ مِنْ مِثْقَالِ ذَرَّةٍ فِي الْأَرْضِ وَلَا فِي السَّمَاءِ وَلَا أَصْغَرَ مِنْ ذَلِكَ وَلَا أَكْبَرَ إِلَّا فِي كِتَابٍ مُبِينٍ

"Kamu tidak berada dalam suatu keadaan dan tidak membaca suatu ayat dari al-Quran dan kamu tidak mengerjakan suatu pekerjaan, melainkan Kami menjadi saksi atasmu di waktu kamu melakukannya. Tidak luput dari pengetahuan Tuhanmu biarpun sebesar zarah (atom) di bumi ataupun di langit. Tidak ada yang lebih kecil dan tidak (pula) yang lebih besar dari itu, melainkan (semua tercatat) dalam kitab yang nyata (Lauh Mahfuzh)." (QS Al An'am [10] : 61)

Makhluk kecil sebesar *dzarrah*, tidak luput dari pengawasan Allah swt. Bahkan, pengetahuan Allah swt juga mencakup benda-benda kecil lainnya seperti partikel elementer. Keberadaan partikel elementer seperti elektron hanya Allah swt yang tahu (Manzu, 2009).

Atom berawal dari Democritus Yunani dengan istilah atomos sekitar tahun 450 SM. Istilah atomos mengacu pada sesuatu yang tidak dapat dibagi-bagi lagi, tetapi penelitian saat ini membuktikan bahwa atom dapat dibagi-bagi lagi menjadi inti dan kulit atom. Inti atom terdiri dari proton dan neutron, dan kulit atom sendiri terdiri dari elektron. Proton dan neutron dapat dibagi-bagi lagi dan menjadi kuark-kuark. Semua sub-partikel itu sudah tercatat di kitab yang nyata. Allah swt telah menyebutkan istilah *dzarrah*, sesuatu yang tidak dapat dibagi lagi pada 14 abad yang lalu. Sedangkan, Manusia mendeteksinya sekitar 100 abad yang lalu (Manzu, 2009).

Selain ayat tersebut, Allah swt menyebutkan berat *dzarrah* pada surat Saba (34:3) (Manzu, 2009):

وَقَالَ الَّذِينَ كَفَرُوا لَا تَأْتِينَا السَّاعَةُ قُلْ بَلَىٰ وَرَبِّي لَتَأْتِيَنَّكُمْ عِلْمُ الْغَيْبِ لَا يَعْزُبُ عَنْهُ مِثْقَالُ ذَرَّةٍ فِي السَّمَوَاتِ وَلَا فِي الْأَرْضِ وَلَا أَصْغَرُ مِنْ ذَلِكَ وَلَا أَكْبَرُ إِلَّا فِي كِتَابٍ مُّبِينٍ

"Dan orang-orang yang kafir berkata: "Hari berbangkit itu tidak akan datang kepada kami". Katakanlah: "Pasti datang, demi Rabb-ku yang mengetahui yang ghaib, sesungguhnya kiamat itu pasti akan datang kepadamu. Tidak ada tersembunyi daripada-Nya seberat *dzarrah* pun yang ada dilangit dan yang ada di bumi dan tidak ada (pula) yang lebih kecil dari itu dan yang lebih besar; melainkan tersebut dalam Kitab yang nyata (Lauh Mahfuzh)". (QS Saba [34] : 3)

Mitsqaala berasal dari kata *tsaqaalun* yang berarti menjadikan "berat". Selanjutnya, *mitsqaala dzarratun* yang artinya seberat *dzarrah*. Dalam konteks ayat tersebut Allah swt menjelaskan bahwa partikel kecil (*dzarrah*) itu memiliki berat atau menunjukkan massa. *Dzarrah* bisa berarti partikel elementer yang mempunyai berat. Berkaitan dengan ayat tersebut, beberapa eksperimen membuktikan bahwa massa partikel elementer bermacam-macam beratnya tersebut dan bergantung dari jenis partikelnya, contohnya, massa elektron adalah $9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ dan massa proton adalah $1,672 \times 10^{-27} \text{ kg}$ (Manzu, 2009).

Kata *fissamaawati* dan *fil ardi* menunjukkan *dzarrah* tersebut berada diantara langit dan bumi. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat suatu partikel yang sangat kecil (*dzarrah*) dan berbentuk materi. Sementara, dalam surat Saba ayat 22 juga mendeskripsikan sesuatu yang sangat kecil dan terdapat kata *dzarrah* dalam surat Saba (34:22) (Manzu, 2009):

قُلِ ادْعُوا الَّذِينَ زَعَمْتُمْ مِنْ دُونِ اللَّهِ لَا يَمْلِكُونَ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ فِي السَّمَاوَاتِ وَلَا فِي الْأَرْضِ وَمَا لَهُمْ فِيهِنَّ مِنْ شَرِكٍ وَمَا لَهُ مِنْهُمْ مِنْ ظَهِيرٍ ۚ ۲۲

"Katakanlah: "Serulah mereka yang kamu anggap (sebagai tuhan) selain Allah swt, mereka tidak memiliki (kekuasaan) seberat dzarrahpun di langit dan di bumi, dan mereka tidak mempunyai suatu sahampun dalam (penciptaan) langit dan bumi dan sekali-kali tidak ada di antara mereka yang menjadi pembantu bagi-Nya." (QS Saba [34] : 22)

Selanjutnya, Allah swt juga memberi informasi lebih mengenai atom dan partikel kecil lainnya sesuai firman Allah swt dalam surat At-Takwir(81:15-16) (Manzu, 2009):

فَلَا أُفَيْمُ بِحُتْسِ (٥١) الْجَوَارِ الْكُنَّسِ (٦١)

"Oleh itu, Aku bersumpah dengan bintang-bintang yang tenggelam timbul(15) yang beredar, juga yang tetap pada tempatnya(16)." (QS At – Takwir [81] : 15 – 16)

Dalam ayat tersebut, kata *al-khunnas* berasal dari kata kerja *khanasa* dengan pengertian menghilang dan tertutupi. Dalam konteks itu, *wal-khunnasi*, dapat diartikan sebagai bintang yang hilang dipersembunyian karena menghilang di siang hari dan muncul saat malam hari. Padahal, sebenarnya bintang itu tidak menghilang di siang hari, sebaliknya, bintang itu ada hanya saja cahayanya kalah terang dengan bintang terdekat bumi, yaitu matahari. Kata *al-khunnasu* merupakan *isim fail* dalam bahasa arab. Kata itu merupakan penjabaran dari sifat setan yang lari apabila disebutkan nama Allah swt. Jadi, *al-khunnasu* yang jamaknya adalah *khaanisu* dapat

diartikan sesuatu yang hilang dari pandangan mata kita. *Al-kunnasi* atau dari kata *kanasa*, mempunyai dua arti. Arti pertama yaitu menghapuskan sesuatu dimukanya, menyapunya atau menghilangkannya. Selanjutnya, arti kedua yaitu bersembunyi. Berhubungan dengan dua hal tersebut, arti pertama adalah menyapu rumah dengan membersihkannya dari debu, sedangkan, kata *al-maktasu* berarti alat sapu dan *al-kannaasatu* artinya disapu (Manzu, 2009).

Al-jawari atau *al-jariyati*, artinya adalah melintas (berputar pada porosnya). Bentuk *jariyatu* merupakan bentuk plural dari kata *al-jariyu*, yang berarti melintas dengan kecepatan yang sangat tinggi, sebagai contoh foton. Foton itu memiliki kecepatan sekitar $3 \times 10^8 \text{ m/s}$. Untuk saat ini, kecepatan materi yang paling cepat yaitu kecepatan foton dan belum ada yang melebihi kecepatan tersebut (Manzu, 2009).

Di sisi lain, kata *al-jawaari* dan *al-kunnas* berada pada satu ayat yang berbeda dengan kata *al-khunnas*. Sehingga, pada surat at-takwir ayat 15-16 memiliki dua arti, pertama yaitu benda yang menarik, kedua yaitu benda yang beredar dan menghilangkan. Tidak harus dibatasi dengan objek matahari dan bintang sebagai penarik, tetapi Allah swt juga bersumpah meliputi planet-planet beserta satelitnya dan objek lainnya. Objek tersebut dapat dikatakan dengan atom dalam dunia fisika partikel. Keluarga lepton seperti: elektron, muon, dan tau disebut sebagai "yang menarik", dan neutrino yang bertebaran di alam semesta sebagai "yang beredar". Tanpa kehadiran lepton, neutrino tidak akan dapat terdeteksi hingga saat ini (Manzu, 2009).

Selain itu, dalam fisika partikel, anti materi dapat disebut dengan "yang menarik" dan materi disebut dengan "yang beredar". Oleh karena itu, untuk mendeteksi materi, misal saja "neutrino elektron" yang bebas, harus membuat penarik dari neutrino elektron agar dapat tertangkap dan terdeteksi, yaitu elektron sebagai "yang menarik". Sehingga, untuk menarik sesuatu yang beredar bebas, dapat dicari

terlebih dahulu penariknya (Manzu, 2009).

Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa di alam semesta terdapat banyak partikel yang melimpah. Inti atom yang terdiri dari proton dan neutron memiliki dua keadaan, yaitu keadaan stabil dan tidak stabil. Inti atom atau partikel yang tidak stabil lainnya akan menjaga keseimbangan alam semesta. Berhubungan dengan hal itu, atom-atom atau partikel lain dapat dikaji dalam dunia fisika modern yaitu peluruhan radioaktif.

Kemudian, pembahasan lebih lanjut mengenai ayat tentang *dzarrah* yang disebutkan sebagai perumpamaan sebuah benda kecil yang berada di langit atau bumi. Partikel dasar secara umum memiliki jenis-jenis dan nama yang berbeda. Salah satu partikel dasar (yaitu neutrino) yang dihasilkan oleh beberapa sumber. Salah satu sumber penghasil neutrino adalah matahari. Karena, neutrino diproduksi saat terjadi reaksi antar atom atau antar partikel Hidrogen. Matahari disebutkan dalam alquran sebanyak 20 kali, salah satunya pada surat Yunus (10:5) (Manzu, 2009):

هُوَ الَّذِي جَعَلَ الشَّمْسُ ضِيَاءً وَقَمَرَ نُورًا وَقَدَّرَهُ مَنَازِلَ لِتَعْلَمُوا عَدَدَ السِّنِينَ وَحَسَابَ مَا خَلَقَ اللَّهُ ذَلِكَ إِلَّا بِحَقِّ يُفْصَلُ آيَاتٍ لِّقَوْمٍ يَعْلَمُونَ

"Dialah yang menjadikan matahari bersinar dan bulan bercahaya dan ditetapkan-Nya manzilah-manzilah (tempat-tempat) bagi perjalanan bulan itu, supaya kamu mengetahui bilangan tahun dan perhitungan (waktu). Allah swt tidak menciptakan yang demikian itu melainkan dengan hak. Dia menjelaskan tanda-tanda (kebesaran-Nya) kepada orang-orang yang mengetahui." (QS Yunus [10] :5)

Pada ayat tersebut matahari dibedakan dengan bulan. Matahari diberikan predikat *dhiyaaun*, sedangkan bulan diberikan predikat *nur*. Perbedaan ini beralasan karena sifat fisis yang dipancarkan oleh keduanya. Bulan juga hanya memberikan spektrum gelombang elektromagnetik pada jangkauan cahaya tampak, sedangkan matahari memiliki pancaran yang lebih kompleks daripada bulan (Manzu, 2009).

Kata *dhiyaaun* menunjukkan bahwa matahari memiliki kemampuan untuk memancarkan beberapa pancaran seperti pancaran partikel. Sebagai contoh, dari radiasi yang dipancarkan adalah radiasi alfa, yang merupakan radiasi partikel inti atom helium. Terdapat pula radiasi beta yang merupakan pancaran partikel elektron ataupun positron. Pada saat pemancaran radiasi beta, terdapat partikel yang tak bermuatan yang dipancarkan bersama dengan partikel beta. Partikel tersebut adalah neutrino yang merupakan partikel yang dipancarkan saat reaksi nuklir berlangsung.

Neutrino pada awalnya belum diketahui karena kehadiran neutrino merupakan salah satu solusi pada permasalahan yang terjadi pada peluruhan radioaktif. Peluruhan radioaktif yang melibatkan neutrino yaitu peluruhan beta dan keberadaan neutrino mulai diketahui sejak terdapat permasalahan pada peluruhan beta. Sehingga, subbab sebelumnya membahas tentang peluruhan beta dan penjelasan detail lainnya mengenai peluruhan tersebut.

BAB III
**OSILASI FLAVOR NEUTRINO DALAM TEORI MEDAN KUANTUM :
KUANTISASI PERTAMA**

3.1 Fungsi Gelombang Flavor Neutrino

Neutrino berasal dari matahari dan dipancarkan dalam proses pembakaran matahari. Neutrino yang dipancarkan dari matahari kemudian melakukan perjalanan ke bumi (ruang vakum) dan mengalami tumbukan dengan sinar kosmik di atmosfer bumi. Di atmosfer bumi, neutrino tidak hanya ditemukan bermassa, tetapi juga terjadi bauran diantara flavor-flavor neutrino. Pada bab sebelumnya, neutrino dijelaskan bahwa mempunyai 3 flavor dan 3 massa tertentu. Flavor neutrino terbentuk dari bauran massa tertentu, sehingga dalam notasi matriks hubungan bauran antara fungsi gelombang flavor dan fungsi gelombang massa adalah (Nishi, 2006):

$$\psi_f(x) \equiv U\psi_m(x) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \psi_m(x), \quad (3.1)$$

dengan ψ_f adalah fungsi gelombang flavor dan ψ_m merupakan fungsi gelombang massa tertentu dengan U merupakan matriks bauran.

Neutrino merupakan partikel Dirac yang berspin setengah (apabila massanya sangat masif disebut partikel Dirac dan apabila tidak bermassa disebut partikel Majorana) dan neutrino dan anti neutrino merupakan partikel yang berbeda. Oleh karena itu, digunakan persamaan Dirac untuk menyelesaikan masalah partikel neutrino. Partikel tersebut dalam bentuk partikel bebas atau yang berinteraksi elektromagnetik dan mendeskripsikan partikel masif berspin setengah bulat seperti elektron, dan neutrino. Setiap fungsi gelombang massa didefinisikan sebagai fungsi spinor 4 komponen yang memenuhi persamaan Dirac bebas (neutrino termasuk partikel bebas). Setiap fungsi gelombang didefinisikan sebagai fungsi 4 komponen

spinor $\psi_n(\mathbf{x}, t)$, $n = 1, 2$ yang memenuhi persamaan Dirac bebas (Nishi, 2006):

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_n(\mathbf{x}, t) = H_n^D \psi_n, \quad n = 1, 2 \quad (3.2)$$

dengan persamaan Hamiltonian bebas (Nishi, 2006):

$$H_n^D \equiv -i\alpha \nabla + \beta m_n, \quad n = 1, 2. \quad (3.3)$$

Spinor dua komponen ν_s mendefinisikan keadaan helisitas neutrino yang diberikan oleh (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} \hat{\nu}_e &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \hat{\nu}_e^T &= (1, 0) \\ \hat{\nu}_\nu &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & \hat{\nu}_\nu^T &= (0, 1) \end{aligned} \quad (3.4)$$

dengan proyektor kiral (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\nu\alpha} &\equiv \hat{\nu}_\alpha \hat{\nu}_\alpha^T \\ \mathbf{P}_{\nu e} &= \hat{\nu}_e \hat{\nu}_e^T \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Flavor neutrino dapat mengalami osilasi atau perubahan flavor, sehingga dapat dipahami dengan mempelajari masalah 2 flavor. Untuk memperkenalkan karakter fermion pada studi fenomena osilasi kuantum, persamaan Dirac evolusi waktu dapat digunakan untuk mendeskripsikan keadaan eigen massa. Dari hubungan

antara fungsi gelombang flavor dan fungsi gelombang massa pada persamaan (3.1) apabila dijabarkan (Nishi, 2006):

$$\begin{pmatrix} v_e \\ v_\mu \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = U^{-1} \begin{pmatrix} v_e \\ v_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_e \\ v_\mu \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Kemudian persamaan (3.6) dan (3.7) dimasukkan ke persamaan Dirac evolusi waktu (Leo dkk, 2004):

$$\begin{aligned} \psi_f(\mathbf{x}, t) &= \psi_1(\mathbf{x}, t) \cos \theta \nu_1 + \psi_2(\mathbf{x}, t) \sin \theta \nu_2 \\ &= \psi_1(\mathbf{x}, t) \cos \theta (\cos \theta \nu_e - \sin \theta \nu_\mu) + \psi_2(\mathbf{x}, t) \sin \theta (\sin \theta \nu_e + \cos \theta \nu_\mu) \\ &= \psi_1(\mathbf{x}, t) (\cos^2 \theta \nu_e - \cos \theta \sin \theta \nu_\mu) + \psi_2(\mathbf{x}, t) (\sin^2 \theta \nu_e + \sin \theta \cos \theta \nu_\mu) \\ &= \psi_1(\mathbf{x}, t) \cos^2 \theta + \psi_2(\mathbf{x}, t) \sin^2 \theta \nu_e + (\psi_1(\mathbf{x}, t) - \psi_2(\mathbf{x}, t)) \cos \theta \sin \theta \nu_\mu \\ &= \psi_\alpha(\mathbf{x}, t; \theta) \nu_e + \psi_\beta(\mathbf{x}, t; \theta) \nu_\mu. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Setelah diketahui karakter dari fermion, Hamiltonian total dari persamaan (3.2) (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} \psi_f(\mathbf{x}, t) &\equiv H_f^D \psi_f(\mathbf{x}, t) \\ &= H^D U \psi_m(\mathbf{x}, t) \\ &= U H^D U^{-1} \psi_m(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Solusi persamaan (3.9) dapat ditulis dalam bentuk operator evolusi flavor Dirac

(Nishi, 2006):

$$\psi_f(\mathbf{x}, t) = K^D(t)\psi(\mathbf{x}, t) = \int d^3\mathbf{x}' K^D(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; t)\psi_f(\mathbf{x}', t), \quad (3.10)$$

dengan nilai kernel (Nishi, 2006):

$$K^D(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; t) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} K^D(\mathbf{p}; t) e^{i\mathbf{p} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')}, \quad (3.11)$$

dengan $K^D(t)$ (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} K^D(t) &= U e^{-iHt} U^{-1} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-iH1} & 0 \\ 0 & e^{-iH2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta e^{-iH1t} + \sin^2 \theta e^{-iH2t} & -\cos \theta \sin \theta (e^{-iH1t} - e^{-iH2t}) \\ -\cos \theta \sin \theta (e^{-iH1t} - e^{-iH2t}) & \sin^2 \theta e^{-iH1t} + \cos^2 \theta e^{-iH2t} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.12)$$

dimana untuk partikel Dirac n (Nishi, 2006).

Persamaan Dirac untuk partikel bebas (Guinti, 2007):

$$i\gamma^\mu \frac{\partial \psi(x)}{\partial x_\mu} - m\psi(x) = 0, \quad (3.13)$$

dan solusi persamaan differensial parsial (Gross, 2004):

$$\begin{aligned} i\gamma^\mu \frac{\partial \psi(x)}{\partial x_\mu} - m\psi(x) &= 0 \\ i\gamma^\mu \frac{\partial \psi(x)}{\partial x_\mu} &= m\psi(x) \\ \int \frac{\partial \psi(x)}{\psi(x)} &= \int -i\gamma^{-\mu} \partial x_\mu \\ \ln \psi(x) &= \int -im \partial x_\mu + c \\ \psi(x) &= e^{\int -i\gamma^{-\mu} m \partial x_\mu + c} \end{aligned}$$

$$\psi(x) = Ne^{-ipx \pm E_p t}, \quad (3.14)$$

dengan p adalah vektor momentum dalam 4 dimensi dan $\pm E_p$ dengan tanda (+) menunjukkan energi positif dan tanda (-) menunjukkan energi negatif. Persamaan Dirac bebas (Gross, 2004):

$$\begin{aligned} i\frac{\partial}{\partial t}\psi(x) &= H\psi(x) = E\psi(x) \\ &= (\alpha \cdot \mathbf{p} + \beta \cdot m)\psi(x) \\ &= \left(\begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{p} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} m \right) \psi(x) \\ &= \left(\begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \cdot \mathbf{p} \\ \sigma_i \cdot \mathbf{p} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & -m \end{pmatrix} \right) \psi(x) \\ E\psi(x) &= \left(\begin{pmatrix} m & \sigma_i \cdot \mathbf{p} \\ \sigma_i \cdot \mathbf{p} & -m \end{pmatrix} \right) \psi(x). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Nilai dari $e^{iE_p t} = E_p$ pada persamaan (3.15) karena nilai energi partikel yang sangat kecil. Kemudian nilai itu dimasukkan ke persamaan (3.14) (Gross, 2004):

$$\psi(x) = NE_p e^{-ipx}, \psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \eta \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Setelah itu, persamaan (3.15) dimasukkan ke persamaan (3.16) dengan mengabaikan N terlebih dahulu (Gross, 2004):

$$E_p \begin{pmatrix} \chi \\ \eta \end{pmatrix} e^{-ipx} = \begin{pmatrix} m & \sigma_i \cdot \mathbf{p} \\ \sigma_i \cdot \mathbf{p} & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \eta \end{pmatrix} e^{-ipx} \quad (3.17)$$

$$E_p \chi = m\chi + \sigma_i \cdot \mathbf{p} \eta \quad (3.18)$$

$$E_p \eta = -m\eta + \sigma_i \cdot \mathbf{p} \chi. \quad (3.19)$$

Untuk memenuhi persamaan (3.18) dan (3.19) agar solusi yang didapatkan tidak sama dengan nol, maka determinan dari matriks koefisien harus sama dengan 0. Dengan menggunakan $(\sigma_i \cdot \mathbf{p})^2 = p^2$ sebuah persyaratan bahwa determinan menjadi nol memberikan koreksi hubungan energi-momentum (Gross, 2004):

$$E_p^2 = p^2 + m^2. \quad (3.20)$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan (3.18) untuk mengekspresikan η dalam bentuk χ yaitu (Gross, 2004):

$$\begin{aligned} E_p \eta &= -m\eta + \sigma_i \cdot \mathbf{p} \chi \\ E_p \eta - m\eta &= \sigma_i \cdot \mathbf{p} \chi \\ \eta &= \frac{\sigma_i \cdot \mathbf{p}}{E_p - m} \chi, \end{aligned} \quad (3.21)$$

dan persamaan (3.13) menjadi (Gross, 2004):

$$\begin{aligned} \psi(x) &= N E_p e^{-ipx} \begin{pmatrix} \chi \\ \eta \end{pmatrix} \\ &= N e^{-ipx} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\sigma_i \cdot \mathbf{p}}{E_p - m} \end{pmatrix} \chi \\ \psi^\dagger(x) &= N E_p e^{ipx} \begin{pmatrix} \chi^\dagger & \eta^\dagger \end{pmatrix} \\ &= N E_p e^{ipx} \chi^\dagger \left(1 \quad \frac{\sigma_i \cdot \mathbf{p}}{E_p - m} \right) \chi^\dagger, \end{aligned} \quad (3.22)$$

dan menormalisasi dua keadaan untuk menentukan konstanta normalisasi N_p (Gross, 2004):

$$\int_{L^3} \psi^\dagger \psi = L^{\frac{3}{2}} N E_p e^{ipx} \chi^\dagger \left(1 \quad \frac{\sigma_i \cdot \mathbf{p}}{E_p - m} \right) e^{-ipx} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\sigma_i \cdot \mathbf{p}}{E_p - m} \end{pmatrix} \chi$$

$$\begin{aligned}
&= N_p^2 L^3 \chi^\dagger \left[1 + \frac{p^2}{(E_p + m)^2} \right] \chi \\
&= N_p^2 L^3 \left[1 + \frac{E_p^2 - m^2}{(E_p + m)^2} \right] \\
1 &= N_p^2 L^3 \frac{E_p - m + E_p + m}{E_p} \\
N_p &= \sqrt{\frac{E_p + m}{2E_p L^3}}. \tag{3.23}
\end{aligned}$$

3.1.1 Energi Positif

Solusi energi positif (3.13) dalam bentuk spinor Dirac energi positif $u(\mathbf{p}, s)$ didefinisikan dengan (Nishi, 2006):

$$u(\mathbf{p}, s) \equiv \sqrt{E_p + m} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_p + m} \end{pmatrix} \chi^s \tag{3.24}$$

dimana χ^s adalah spinor dua komponen yang mendeskripsikan partikel spin $\frac{1}{2}$. Sebagai contoh, untuk mengkuantisasi spin pada arah z, spinor akan menjadi vektor eigen dari matriks pauli σ_3 (Gross, 2004):

$$X^{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, X^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{3.25}$$

Pada akhirnya, solusi energi positif ternormalisasi dari persamaan Dirac untuk partikel bebas (Nishi, 2006):

$$\psi^{(+)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2E_p L^3}} u(\mathbf{p}, s) e^{-ipx} \tag{3.26}$$

$$\psi^{(+)\dagger}(x) = \frac{1}{\sqrt{2E_p L^3}} u^\dagger(\mathbf{p}, s) e^{ipx}. \tag{3.27}$$

3.1.2 Energi Negatif

Solusi energi positif telah diketahui, maka langkah selanjutnya yaitu menemukan solusi energi negatif. Pada persamaan (3.17) dan (3.18) dikalikan dengan negatif untuk menunjukkan energi negatif sehingga (Gross, 2004):

$$\begin{aligned} -E_p\chi &= m\chi + \sigma_i \cdot \mathbf{p}\eta \\ -E_p\eta &= -m\eta + \sigma_i \cdot \mathbf{p}\chi. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Seperti pada kasus energi positif, penyelesaian untuk χ dalam bentuk η memberikan nilai (Gross, 2004):

$$\chi = -\frac{\sigma_i \cdot \mathbf{p}}{E_p + m} \eta. \quad (3.29)$$

Sama seperti sebelumnya, kemudian solusi energi negatif dinormalisasikan dan menghasilkan konstanta normalisasi N_p yang nilainya sama dengan persamaan (3.22). Nilai dari η^{-e} adalah (Gross, 2004):

$$\begin{aligned} \eta^{-s} &= -i\sigma_2\chi^s \\ \eta^{-\frac{1}{2}} &= -i\sigma_2\chi^{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \eta^{+\frac{1}{2}} &= -i\sigma_2\chi^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.30)$$

dimana σ_2 adalah matriks Pauli. Untuk spinor Dirac energi negatif $v(\mathbf{p}, s)$ didefinisikan dengan (Nishi, 2006):

$$v(\mathbf{p}, s) = \sqrt{E_p + m} \begin{pmatrix} \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{E_p + m} \\ 1 \end{pmatrix} - i\sigma_2\chi^s, \quad (3.31)$$

dan solusi energi negatif yang ternormalisasi menjadi (Gross, 2004):

$$\psi_{-p,-s}^{(-)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2E_p L^3}} v(\mathbf{p}, s) e^{ipx} \quad (3.32)$$

$$\psi_{-p,-s}^{(-)\dagger}(x) = \frac{1}{\sqrt{2E_p L^3}} v^\dagger(\mathbf{p}, s) e^{-ipx}. \quad (3.33)$$

Solusi energi positif dan negatif adalah ortogonal, karena hubungan ortogonalitas antara energi positif dan negatif spinor (Gross, 2004):

$$v^\dagger(-\mathbf{p}, \mathbf{s}') u(\mathbf{p}, s) = u^\dagger(\mathbf{p}, s) v(-\mathbf{p}, \mathbf{s}') = 0. \quad (3.34)$$

3.1.3 Hubungan Kelengkapan

Evaluasi dari elemen matriks orde kedua untuk matriks S (*scattering*) mensyaratkan hubungan kelengkapan. Berhubungan dengan hal itu, untuk persamaan Dirac adalah (Gross, 2004):

$$K^D(x, y) = \sum_{p,s} \{ \psi_{p,s}^{(+)}(x) \psi^{(+)\dagger}(y) + \psi_{p,s}^{(-)}(x) \psi^{(-)\dagger}(y) \} = \mathbf{1} \delta^3(x - y). \quad (3.35)$$

Jika energi positif dimasukkan nilai ψ^\dagger dan ψ , maka menghasilkan (Gross, 2004):

$$\begin{aligned} \psi_{p,s}^{(+)}(x) \psi^{(+)\dagger}(y) &= \sum_{p,s} \frac{1}{\sqrt{2E_p L^3}} u(\mathbf{p}, s) e^{-ipx} \frac{1}{\sqrt{2E_p L^3}} u^\dagger(\mathbf{p}, s) e^{ipy} \\ &= \sum_{p,s} \frac{1}{2E_p L^3} \{ u(\mathbf{p}, s) u^\dagger(\mathbf{p}, s) e^{-ip(x-y)} \} \\ &= \sum_{p,s} \frac{1}{2E_p L^3} \{ u(\mathbf{p}, s) u^\dagger(\mathbf{p}, s) \gamma^0 \gamma^0 \} e^{-ip(x-y)} \\ &= \sum_{p,s} \frac{1}{2E_p V^3} \{ u(\mathbf{p}, s) \bar{u}(\mathbf{p}, s) \} \gamma^0 e^{-ip(x-y)}, \quad (3.36) \end{aligned}$$

dan untuk energi negatif (Gross, 2004):

$$\begin{aligned}
 \psi_{p,s}^{(-)}(x)\psi^{(-)\dagger}(y) &= \frac{1}{\sqrt{2E_p L^3}}v(\mathbf{p},s)e^{ipx}\frac{1}{\sqrt{2E_p L^3}}v^\dagger(\mathbf{p},s)e^{-ipy} \\
 &= \frac{1}{2E_p L^3}v(\mathbf{p},s)v^\dagger(\mathbf{p},s)e^{ip(x-y)} \\
 &= \sum_{p,s}\frac{1}{2E_p L^3}\{v(\mathbf{p},s)v^\dagger(\mathbf{p},s)\gamma^0\gamma^0\}e^{ip(x-y)} \\
 &= \sum_{p,s}\frac{1}{2E_p V^3}\{v(\mathbf{p},s)\bar{v}(\mathbf{p},s)\}\gamma^0 e^{ip(x-y)}. \quad (3.37)
 \end{aligned}$$

Medan neutrino bebas (Nishi, 2006):

$$\psi(x,t) = \int d^3y K^D(x,y)\gamma^0\psi(y,t), \quad (3.38)$$

kemudian persamaan (3.36) dan (3.37) dimasukkan ke persamaan (3.35) (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
 \psi(x,t) &= \int d^3y \int d^3p \frac{1}{2E_p V^3} \{u(\mathbf{p},s)\bar{u}(\mathbf{p},s)e^{-ip(x-y)}\gamma^0\psi(y,0) \\
 &\quad + v(\mathbf{p},s)\bar{v}(\mathbf{p},s)e^{ip(x-y)}\gamma^0\psi(y,0)\}. \quad (3.39)
 \end{aligned}$$

dengan nilai V (Nishi, 2006):

$$V = 2\pi. \quad (3.40)$$

Operator kreasi dan operator anihilasi dapat didefinisikan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
 a(p) &= \int d^3y \bar{u}(\mathbf{p},s)e^{ipy}\gamma^0\psi(y,0) \\
 b^*(p) &= \int d^3y \bar{v}(\mathbf{p},s)e^{-ipy}\gamma^0\psi(y,0). \quad (3.41)
 \end{aligned}$$

3.1.4 Bilangan Kompleks

Persamaan bilangan kompleks (Boas, 2006):

$$\begin{aligned} e^{i\theta} &= \cos \theta + i \sin \theta \\ e^{-i\theta} &= \cos \theta - i \sin \theta. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Sifat spinor didefinisikan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1,2} u^s(p, s) \bar{u}^s(p, m) &= \frac{\gamma^0 E(p, s) - \gamma^3 p + m_i}{2E(p, s)} \\ \sum_{i=1,2} v^s(p, s) \bar{v}^s(p, m) &= \frac{\gamma^0 E(p, s) + \gamma^3 p - m_i}{2E(p, s)}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

kemudian persamaan (3.41)-(3.43) dimasukkan ke persamaan (3.39) (Bernardini dan Leo, 2005):

$$\begin{aligned} \psi(x, t) &= \int \frac{d^3 p}{2E_p} \left\{ \frac{\gamma^0 E(p, s) - \gamma^3 p + m_i}{2E(p, s)} (\cos p(x - y) + i \sin p(x - y)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\gamma^0 E(p, s) + \gamma^3 p - m_i}{2E(p, s)} (\cos p(x - y) - i \sin p(x - y)) \right\} \\ &= \int \frac{d^3 p}{2E_p} \left\{ \frac{\cos p(x - y) \gamma^0 E(p, s)}{E(p, s)} - i \frac{\sin p(x - y) \gamma^3 p}{E(p, s)} + i \frac{\sin p m_i}{E(p, s)} \right\} \\ &= \int \frac{d^3 p}{2E_p} \left\{ \cos E_p - i \gamma^0 \frac{\gamma^3 p + m_i}{E(p, s)} \sin E_p \right\} \\ \psi^\dagger(x, t) &= \int \frac{d^3 p}{2E_p} \left\{ \cos E_p + i \gamma^0 \frac{\gamma^3 p + m_i}{E(p, s)} \sin E_p \right\} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Persamaan Dirac sebagai persamaan evolusi dari keadaan eigen massa merupakan sifat dari fermion pada fenomena osilasi kuantum. Persamaan (3.8) menjadi (Leo dkk, 2004):

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \psi_1(\mathbf{x}, t) \cos \theta \nu_1 + \psi_2(\mathbf{x}, t) \sin \theta \nu_2 \quad (3.45)$$

dimana $\psi(\mathbf{x}, 0, \theta) = \psi(\mathbf{x}, 0, \theta)\omega$ memenuhi persamaan Dirac untuk massa m_i dan ω merupakan konstanta spinor yang memenuhi hubungan normalisasi $\omega^\dagger\omega$ (Nishi, 2006):

$$\psi_i(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} \left\{ \cos E_i(\mathbf{p})t - i\gamma^0 \frac{\gamma^3 \mathbf{p} + m_i}{E_i(\mathbf{p})} \sin E_i(\mathbf{p})t \right\} \quad (3.46)$$

$$\psi_i^\dagger(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} \left\{ \cos E_i(\mathbf{p})t + i\gamma^0 \frac{\gamma^3 \mathbf{p} + m_i}{E_i(\mathbf{p})} \sin E_i(\mathbf{p})t \right\} \quad (3.47)$$

3.2 Probabilitas Perubahan Flavor Neutrino

Osilasi neutrino terjadi di atmosfer bumi ketika neutrino matahari mengalami tumbukan dengan sinar kosmik dan menyebabkan perubahan flavor neutrino matahari. Perubahan flavor neutrino merupakan penjelasan terhadap hasil eksperimen yang berbeda-beda dengan teori tentang produksi neutrino matahari dalam model standar. Asumsi awal pada saat neutrino di produksi oleh matahari merupakan neutrino elektron pada saat $t = 0$ pada persamaan $\psi_f^T(\mathbf{x}, t) = \psi_{\nu_e}^T(\mathbf{x}, t)$. Untuk itu, probabilitas menemukan perubahan flavor dari neutrino elektron menjadi neutrino muon (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) &= \int d\mathbf{x} |\hat{\nu}_\mu^T \psi_f(\mathbf{x}, t)|^2 \\ &= \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p}) K^{D\dagger}(\mathbf{p}; t) (\mathbf{p}) K^D(\mathbf{p}; t) \tilde{\psi}_{\nu_e}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Persamaan (3.48) menunjukkan bahwa persamaan gelombang memenuhi kondisi awal ($\psi_f^T(\mathbf{x}, 0) = \psi_{\nu_e}^T(\mathbf{x}, 0)$). Fungsi ($\tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger$) merupakan invers dari transformasi fourier ($\psi_{\nu_e}^\dagger$). Bentuk fungsi eigen massa $\psi_1(\mathbf{x}, 0) = \psi_2(\mathbf{x}, 0) = \psi_{\nu_e}(\mathbf{x})$. Sebelum mendapatkan probabilitas perubahan flavor fermion Dirac, fungsi spinor ($\psi_n(\mathbf{x})$) diganti dengan fungsi gelombang satu komponen tak berspin ($\varphi_n(\mathbf{x})$) dalam fungsi gelombang flavor ($\psi_f^T(\mathbf{x}) \rightarrow (\varphi_{\nu_e}(\mathbf{x}), \varphi_{\nu_\mu}(\mathbf{x}))$) dan fungsi gelombang

massa ($\psi_m^T(\mathbf{x}) \rightarrow (\varphi_{\nu_e}(\mathbf{x}), \varphi_{\nu_\mu}(\mathbf{x}))$). Hamiltonian Dirac pada ruang momentum ($H_n^D(\mathbf{p})$) diganti dengan energi relativistik ($E_n(\mathbf{p} = (\mathbf{p}^2 + m^2)^{\frac{1}{2}}$). Kemudian, probabilitas osilasi didapatkan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) &= \int d\mathbf{x} |\hat{\nu}_\mu^T \psi_f(\mathbf{x}, t)|^2 \\ &= \int d\mathbf{p} P(\mathbf{p}, t) |\tilde{\varphi}_{\nu_e}(\mathbf{p})|^2, \end{aligned} \quad (3.49)$$

dimana $\psi_f(\mathbf{x}, 0)^T = (\tilde{\varphi}_{\nu_e}(\mathbf{x})^T, 0)$, $K_{\mu e}^S(\mathbf{p}, t) \equiv (K^S)_{21} = -\sin \theta \cos \theta (e^{-iE_1(\mathbf{p})t} - e^{-iE_2(\mathbf{p})t})$. Sehingga probabilitas perubahan flavor (Nishi, 2006):

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) = \sin^2 \theta \sin^2 \frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2} \quad (3.50)$$

Probabilitas perubahan pada persamaan (3.50) akan mengganggu distribusi momentum awal. Oleh karena itu, substitusi fungsi gelombang spinor $|\tilde{\varphi}_{\nu_e}(\mathbf{p})|^2 \rightarrow \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)$ ditemukan pada rumus osilasi standar untuk menjelaskan batas gelombang datar (Nishi, 2006).

Persamaan Dirac mendeskripsikan evolusi waktu pada spin setengah bulat. ν_α dan ν_β adalah keadaan eigen flavor dan ν_1 dan ν_2 adalah keadaan eigen massa. Probabilitas menemukan keadaan flavor ν_β (Bernardini dan Leo, 2004):

$$\begin{aligned} P_s(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x} |\psi_\mu(\mathbf{x}, t; \theta)|^2 \\ &= \frac{\sin^2 2\theta}{2} 1 - INT_s(t), \end{aligned} \quad (3.51)$$

dengan nilai INT (Bernardini dan Leo, 2004):

$$INT_s = Re \left[\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^\dagger(\mathbf{x}, t) \psi_2(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \right]. \quad (3.52)$$

Kemudian persamaan (3.46) dan (3.47) dimasukkan ke dalam persamaan (3.52),

sehingga (Bernardini dan Leo, 2004):

$$\begin{aligned}
 INT_s &= Re[\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^\dagger(\mathbf{x}, t)\psi_2(\mathbf{x}, t)d\mathbf{x}]\omega^\dagger\omega] \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p})(\cos E_1(\mathbf{p})t \cos E_2(\mathbf{p})t \\
 &\quad + i\gamma^0 \frac{\gamma^3 \mathbf{p} + m_1}{E_1(\mathbf{p})E_2(\mathbf{p})} \cos E_1(\mathbf{p})t \sin E_2(\mathbf{p})t \\
 &\quad - i\gamma^0 \frac{\gamma^3 \mathbf{p} + m_2}{E_1(\mathbf{p})E_2(\mathbf{p})} \cos E_2(\mathbf{p})t \sin E_1(\mathbf{p})t \\
 &\quad - (\gamma^0)^2 \left(\frac{\gamma^3 \mathbf{p} + m_i}{E_i(\mathbf{p})} \right)^2 \sin E_1(\mathbf{p})t \sin E_2(\mathbf{p})t)]. \quad (3.53)
 \end{aligned}$$

Setelah itu, persamaan (3.52) dijabarkan (Bernardini dan Leo, 2004):

$$\begin{aligned}
 INT_s &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) \left(\frac{1}{2} \cos(E_1 + E_2)t + \frac{1}{2} \cos(E_1 - E_2)t \right) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) (1 - f(\mathbf{p}) \cos \Delta Et + f(\mathbf{p}) \cos 2\bar{E}t), \quad (3.54)
 \end{aligned}$$

dengan 2 permisalan (Bernardini dan Leo, 2004):

$$f(\mathbf{p}) = \left(\frac{1}{2} - \frac{\mathbf{p}^2 + m_1 m_2}{E_1 E_2} \right) \quad (3.55)$$

$$2\bar{E} = E_1(\mathbf{p}) + E_2(\mathbf{p}). \quad (3.56)$$

Dua permisalan pada persamaan (3.55) dan (3.56) dimasukkan ke persamaan (3.54)

(Bernardini dan Leo, 2004):

$$\begin{aligned}
 INT_s &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) \left(1 - f(\mathbf{p}) \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2} \right) + f(\mathbf{p}) \left(1 - 2 \sin^2 \bar{E}t \right) \right) \\
 &= 1 - f(\mathbf{p}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) 2 \sin^2 \frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2} + f(\mathbf{p}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) \\
 &\quad f(\mathbf{p}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) 2 \sin^2 \frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2} \\
 &\quad + f(\mathbf{p}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) 2 \sin^2 \bar{E}t. \quad (3.57)
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, persamaan (3.57) dimasukkan ke persamaan (3.51) (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
P_s(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) &= \frac{\sin^2 2\theta}{2} 1 - INT_s(t) \\
&= \frac{\sin^2 2\theta}{2} \left(1 - (1 - f(\mathbf{p})) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) 2 \sin^2 \frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2} \right. \\
&\quad \left. + f(\mathbf{p}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) f(\mathbf{p}) + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) 2 \sin^2 \frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2} \right. \\
&\quad \left. + f(\mathbf{p}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{p}}{2\pi} \psi(\mathbf{p} - \bar{p}) 2 \sin^2 \bar{E}t \right) \\
&= \frac{\sin^2 2\theta}{2} 2 \sin^2 \frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2} - f(\mathbf{p}) \frac{\sin^2 2\theta}{2} 2 \sin^2 \frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2} \\
&\quad - f(\mathbf{p}) \frac{\sin^2 2\theta}{2} 2 \sin^2 \bar{E}t \\
&= P - Pf(\mathbf{p}) + f(\mathbf{p}) \sin^2 2\theta \sin^2 \bar{E}t. \tag{3.58}
\end{aligned}$$

Setelah mendapatkan probabilitas perubahan osilasi, kemudian kembali pada evolusi kernel bauran dengan menggunakan sifat Hamiltonian Dirac dalam ruang momentum $H_n^{D2} = E_n^2(\mathbf{p})1_D$ yang mempengaruhi (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, t) &= \int d\mathbf{p} P(\mathbf{p}, t) |\tilde{\varphi}_{\nu_e}(\mathbf{p})|^2 \\
&= \int d\mathbf{p} \frac{\sin^2 2\theta}{2} 2 \sin^2 \frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2} |\tilde{\varphi}_{\nu_e}(\mathbf{p})|^2 \\
&= \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) P(\mathbf{p}, t) \\
&= \int P(\mathbf{p}, t) 1_D d\mathbf{p}. \tag{3.59}
\end{aligned}$$

Sehingga, operator evolusi flavor menjadi (Nishi, 2006):

$$K^{D\dagger}(\mathbf{p}, t) K^D(\mathbf{p}, t) = P 1_D - Pf(\mathbf{p}) 1_D + f(\mathbf{p}) \sin^2 2\theta \sin^2 \bar{E}t 1_D, \tag{3.60}$$

dan probabilitas pada persamaan (3.60) (Nishi, 2006):

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) = \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p}) K^{D\dagger}(\mathbf{p}; t) \tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p}) K^D(\mathbf{p}; t)$$

$$\begin{aligned}
&= \int d\mathbf{p}[P1_D - Pf(\mathbf{p})1_D \\
&\quad + f(\mathbf{p})\frac{\sin^2 2\theta}{2}2\sin^2 \bar{E}t1_D]\tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p})\tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p}). \quad (3.61)
\end{aligned}$$

Kemudian kita menghitung probabilitas perubahan flavor neutrino elektron menjadi neutrino elektron (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
P(\nu_e - \nu_e; t) &= \int d\mathbf{x}|\hat{v}_e^T \psi_f(\mathbf{x}, t)|^2 \\
&= \int d\mathbf{x} \int d^3\mathbf{x}' \psi_f^\dagger(\mathbf{x}', 0) K^{D\dagger}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; t) \mathbf{P}_{\nu_e} \\
&\quad \int d^3\mathbf{x}' K^D(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; t) \psi_f(\mathbf{x}', 0). \quad (3.62)
\end{aligned}$$

Selanjutnya, nilai propagator pada persamaan (3.11) dimasukkan ke persamaan (3.64) menghasilkan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
P(\nu_e - \nu_e; t) &= \int d\mathbf{x} \int d^3\mathbf{x}' \psi_f^\dagger(\mathbf{x}', 0) \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} K^{D\dagger}(\mathbf{p}; t) e^{-i\mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}-\mathbf{x}')} \mathbf{P}_{\nu_e} \\
&\quad \int d^3\mathbf{x}' \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} K^D(\mathbf{p}; t) e^{i\mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}-\mathbf{x}')} \psi_f(\mathbf{x}', 0) \\
&= \int d\mathbf{x} \int \frac{d^3\mathbf{x}'}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \psi_f^\dagger(\mathbf{x}') e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}'} K^{D\dagger}(\mathbf{p}; t) \mathbf{P}_{\nu_e} \\
&\quad \int \frac{d^3\mathbf{x}'}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \psi_f(\mathbf{x}') e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}'} K^D(\mathbf{p}; t) \\
&= \int d\mathbf{x} \psi_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{x}) K^{D\dagger}(\mathbf{p}; t) K^D(\mathbf{p}; t) \psi_{\nu_e}(\mathbf{x}) \\
&= \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p}) K^{D\dagger}(\mathbf{p}; t) (\mathbf{p}) K^D(\mathbf{p}; t) \tilde{\psi}_{\nu_e}. \quad (3.63)
\end{aligned}$$

Probabilitas survival dan perubahan neutrino muon awal adalah identik dengan probabilitas neutrino elektron awal karena hubungan (Nishi, 2006):

$$K_{\mu\mu}^{D\dagger}(\mathbf{p}, t) K_{\mu\mu}^D(\mathbf{p}, t) = K_{ee}^{D\dagger}(\mathbf{p}, t) K_{ee}^D(\mathbf{p}, t) \quad (3.64)$$

$$K_{\mu e}^{D\dagger}(\mathbf{p}, t) K_{\mu e}^D(\mathbf{p}, t) = K_{e\mu}^{D\dagger}(\mathbf{p}, t) K_{e\mu}^D(\mathbf{p}, t). \quad (3.65)$$

Probabilitas total perubahan flavor antara neutrino elektron menjadi neutrino muon dan neutrino elektron menjadi neutrino elektron adalah (Nishi, 2006):

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) + P(\nu_e \rightarrow \nu_e; t) = 1, \quad (3.66)$$

dan persamaan probabilitas neutrino elektron menjadi neutrino muon dan neutrino elektron menjadi neutrino elektron dimasukkan ke persamaan (3.62) (Nishi, 2006):

$$K_{ee}^{D\dagger}(\mathbf{p}, t) + K_e^D(\mathbf{p}, t) + K_{\mu e}^{D\dagger}(\mathbf{p}, t)K_{\mu e}^{D\dagger}(\mathbf{p}, t) = 1 \quad (3.67)$$

3.3 Kekidalan Neutrino (*Neutrino Left-Handness*)

Pada subbab sebelumnya, osilasi flavor dari bilangan partikel secara umum untuk bertransformasi menjadi partikel neutrino Dirac. Tetapi di alam, hanya terdapat komponen *left-handed* saja yang diproduksi dan terdeteksi. Untuk membuktikan fakta tersebut, persamaan (3.50) mendeskripsikan probabilitas perubahan flavor dengan menggunakan paket gelombang awal dan mengganti kernel pada persamaan (3.60) dengan proyeksi kernel tersebut dan menghasilkan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} LK_{\mu e}^{D\dagger}LK_{\mu e}^DL &= \frac{P(\mathbf{p}, t)L}{2} + p^2 \frac{\sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta Et}{2} L}{2E_1 E_2} \\ &+ \frac{\sin^2 2\theta m_1 m_2 \sin^2 \frac{\Delta Et}{2} L}{2E_1 E_2} + \frac{\sin^2 2\theta \sin^2 \bar{E}tL}{2} \\ &- p^2 \frac{\sin^2 2\theta \sin^2 \bar{E}tL}{2E_1 E_2} - \frac{m_1 m_2 \sin^2 2\theta \sin^2 \bar{E}tL}{2E_1 E_2} \end{aligned} \quad (3.68)$$

dengan rumus trigonometri (Boas, 2006):

$$\sin^2 \frac{\Delta Et}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\cos E_1 t \cos E_2 t + \sin E_1 t \sin E_2 t) \quad (3.69)$$

$$\sin^2 \bar{E}t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\cos E_1 t \cos E_2 t - \sin E_1 t \sin E_2 t). \quad (3.70)$$

Kemudian persamaan (3.69) dan (3.70) dimasukkan ke persamaan (3.68):

$$\begin{aligned}
LK^{D\dagger}_{\mu e}LK^D_{\mu e}L &= \frac{\sin^2 2\theta}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} (\cos E_1 t \cos E_2 t - \sin E_1 t \sin E_2 t) L \right) \\
&+ \frac{\sin^2 2\theta}{4} L - \frac{\mathbf{p}^2 \sin^2 2\theta \sin E_1 t \sin E_2 t}{4E_1 E_2} L \\
&- \frac{\sin^2 2\theta}{4E_1 E_2} (\cos E_1 t \cos E_2 t - \sin E_1 t \sin E_2 t) L \\
&- \frac{\sin^2 2\theta m_1 m_2}{4E_1 E_2} \sin E_1 t \sin E_2 t L
\end{aligned} \tag{3.71}$$

dengan besar momentum (Nishi, 2006):

$$\mathbf{p}^2 = E_i^2 - m_i^2. \tag{3.72}$$

Langkah selanjutnya, persamaan (3.71) dimasukkan ke persamaan (3.70) (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
LK^{D\dagger}_{\mu e}LK^D_{\mu e}L &= \frac{\sin^2 2\theta}{2} L \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} (\cos E_1 t \cos E_2 t + \sin E_1 t \sin E_2 t) \right) \\
&- \left(\frac{\sin^2 2\theta}{4} \left(\frac{m_1}{E_1} \sin E_1 t - \frac{m_2}{E_2} \sin E_2 t \right)^2 L \right)
\end{aligned} \tag{3.73}$$

dari persamaan (3.73) didapatkan (Nishi, 2006):

$$LK^{D\dagger}_{\mu e}LK^D_{\mu e}L = P^D(\mathbf{p}, t)L - \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \left(\frac{m_1}{E_1} \sin E_1 t - \frac{m_2}{E_2} \sin E_2 t \right)^2 L \tag{3.74}$$

dimana $P^D(\mathbf{p}, t) = K^{D\dagger}_{\mu e}(\mathbf{p}, t)K^D_{\mu e}(\mathbf{p}, t)$ adalah perubahan kernel dari persamaan (3.60). Perubahan probabilitas total tidak bisa bertahan karena terdapat probabilitas yang hilang karena komponen *right-handed* yang tidak terdeteksi. Komponen *right-handed* yang tidak terdeteksi jika diformulasikan adalah (Nishi, 2006):

$$LK^{D\dagger}_{\mu e}RK^D_{\mu e}L = \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \left(\frac{m_1}{E_1} \sin E_1 t - \frac{m_2}{E_2} \sin E_2 t \right)^2 L, \tag{3.75}$$

dengan operator proyeksi kiralitas kiri (L) dan kiralitas kanan (R) (Nishi, 2006):

$$L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \quad (3.76)$$

$$R = \frac{1 + \gamma^5}{2} \quad (3.77)$$

Probabilitas yang hilang pada persamaan (3.75) sebanding dengan rasio $\frac{m_n^2}{E_n^2}$ yang mana dapat diabaikan neutrino ultra-relativistik. Total probabilitas yang hilang untuk neutrino elektron yang beralih dari *left-handed* awal menjadi hilang neutrino *right-handed* dan tidak bergantung dengan flavor akhir, diberikan oleh kernel (Nishi, 2006):

$$LK_{\mu e}^{D\dagger} RK_{\mu e}^D L + LK_{ee}^{D\dagger} RK_{ee}^D L = (\cos^2 \theta \frac{m_1^2}{E_1^2} \sin^2 E_1 t + \sin^2 \theta \frac{m_2^2}{E_2^2} \sin^2 E_2 t) L. \quad (3.78)$$

Untuk melengkapi kernel yang tidak fisis dan yang bertanggung jawab terhadap perubahan komponen *right-handed* ke komponen *right-handed* dan *left-handed* cukup dengan mensubstitusi $L \leftrightarrow R$ pada semua persamaan (Nishi, 2006).

BAB IV
OSILASI NEUTRINO DALAM TEORI MEDAN KUANTUM:
KUANTISASI II

4.1 Propagator Bebas

Pada bab 3 dibahas tentang persamaan Dirac hanya untuk energi positif saja. Kemudian pada bab ini, persamaan osilasi neutrino akan dijabarkan lebih luas yang mengenai persamaan Dirac dengan energi negatif dan kuantisasinya. Pertama menentukan solusi persamaan Dirac pada saat t_2 seperti fungsi saat t_1 . Kernel untuk propagator bebas yaitu (Itzykson dan Zuber, 1980):

$$\psi(x^0, \mathbf{x}) = \int d^3x K(t_2, \mathbf{x}; t_1, \mathbf{y}) \gamma^0 \psi(y^0, \mathbf{y}). \quad (4.1)$$

Solusi dari ψ adalah superposisi linier dari solusi gelombang datar (Itzykson dan Zuber, 1980):

$$\psi(x^0, \mathbf{x}) = \sum_s \int d^3x \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{m}{E} [a^{(s)}(p) u^s(p) e^{-ipx} + b^{(s)*} v^s(p) e^{ipx}] \psi(y^0, \mathbf{y}), \quad (4.2)$$

dengan nilai a dan b adalah (Itzykson dan Zuber, 1980):

$$a^{(s)}(p) = \int d^3y \bar{u}^s(p) e^{-ipy} \gamma^0 \psi(y^0, \mathbf{y}) \quad (4.3)$$

$$b^{(s)*}(p) = \int d^3y \bar{v}^s(p) e^{ipy} \gamma^0 \psi(y^0, \mathbf{y}). \quad (4.4)$$

Kemudian persamaan (4.3) dan (4.4) dimasukkan ke persamaan (4.2) (Itzykson dan Zuber, 1980):

$$\begin{aligned} \psi(y^0, \mathbf{x}) &= \sum_s \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{m}{E} \int d^3x \int d^3y [\bar{u}^s(p) e^{-ipy} \otimes u^s(p) e^{-ipx} \\ &\quad + \bar{v}^s(p) e^{ipy} \otimes b^{(s)*}(p) v^s(p) e^{ipx}] \gamma^0 \psi(y^0, \mathbf{y}) \\ &= \sum_s \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{m}{E} \int d^3x \int d^3y [\bar{u}^s(p) \otimes u^s(p) e^{-ip(x+y)} \\ &\quad + \bar{v}^s(p) \otimes v^s(p) e^{ip(x+y)}] \gamma^0 \psi(y^0, \mathbf{y}). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Persamaan (4.2) adalah solusi persamaan (4.1), dengan nilai kernelnya (Itzykson dan Zuber, 1980):

$$K(x^0, \mathbf{x}; y^0, \mathbf{y}) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{m}{E} \sum_s \int d^3 x \int d^3 y [\bar{u}^s(p) \otimes u^s(p) e^{-ip(x+y)} + \bar{v}^s(p) \otimes v^s(p) e^{ip(x+y)}] \gamma^0 \quad (4.6)$$

dengan operator proyeksi komponen energi positif dan negatif (Itzykson dan Zuber, 1980):

$$\begin{aligned} \Lambda_+(p) &= \sum_{s=1,2} \bar{u}^s(p) \otimes u^s(p) \\ &= \frac{1}{2m(m+E)} (\mathbf{p}+m) \frac{1+\gamma^0}{2} (\mathbf{p}+m) \\ &= \frac{(\mathbf{p}+m)}{2m} \\ \Lambda_-(p) &= - \sum_{s=1,2} \bar{v}^s(p) \otimes v^s(p) \\ &= - \frac{1}{2m(m+E)} (\mathbf{p}-m) \frac{1+\gamma^0}{2} (\mathbf{p}-m) \\ &= \frac{(-\mathbf{p}+m)}{2m}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

dan nilai dari spinor Dirac (Itzykson dan Zuber, 1980):

$$\begin{aligned} \mathbf{p}+m &= \bar{u}^s(p) u^s(p) \\ \mathbf{p}-m &= \bar{v}^s(p) v^s(p). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Langkah selanjutnya, persamaan (4.7) dan (4.8) dimasukkan ke persamaan (4.6) (Itzykson dan Zuber, 1980):

$$K(x^0, \mathbf{x}; y^0, \mathbf{y}) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} \int d^3 x \int d^3 y \sum_s [(\mathbf{p}+m) e^{-ip(x+y)} + (\mathbf{p}-m) e^{ip(x+y)}] \gamma^0$$

$$= \int d^3 p \frac{1}{2E} \sum_s [u^s(x; \mathbf{p}) \bar{u}(y; \mathbf{p}) + v^s(x; \mathbf{p}) \bar{v}(y; \mathbf{p})] \gamma^0. \quad (4.9)$$

Persamaan (4.9) merupakan penjabaran dari persamaan (4.6). Dari persamaan (4.2), solusi persamaan (3.10) dalam bentuk operator osilasi flavor K^D (propagator bebas) sebagai (Itzykson dan Zuber, 1980):

$$\begin{aligned} \psi_f(\mathbf{x}, t) &= \int d^3 \mathbf{x}' K^D(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; t) \psi_f(\mathbf{x}', 0) \\ &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} \int d^3 x \int d^3 y \sum_s [u^s(p) \bar{u}^s(p) e^{-ip(x+y)} \\ &\quad + v^s(p) \bar{v}^s(p) e^{ip(x+y)}] \gamma^0 \\ &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} [u^s(p) \bar{u}^s(p)] e^{ip(x-y)}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

dengan nilai dari $K^D(\mathbf{p}; t)$:

$$K^D(\mathbf{p}; t) = u^s(p) \bar{u}^s(p). \quad (4.11)$$

karena pada persamaan Dirac, partikel yang digunakan adalah partikel dengan energi positif (Itzykson dan Zuber, 1980).

Perbandingan pendekatan paket gelombang internal dan paket gelombang eksternal dituliskan kembali kernel evolusi Dirac untuk fermion massa m_n yang disajikan oleh persamaan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} K_n^D(x-y) &= \sum_s \theta(x^0 - y^0) \int d^3 p \frac{1}{2E} [u_n^s(x; \mathbf{p}) \bar{u}_n^s(y; \mathbf{p}) + v_n^s(x; \mathbf{p}) \bar{v}_n^s(y; \mathbf{p})] \gamma^0 \\ &\equiv iS(x-y; m_n) \gamma^0, \quad n = 1, 2, \end{aligned} \quad (4.12)$$

dimana $(x-y)^0 = t$, $(x-y)^i = (\mathbf{x} - \mathbf{y})^i$ dibandingkan dengan persamaan (3.10). Fungsi spinor u dan v adalah solusi persamaan Dirac bebas yang telah dijelaskan pada bab 3. Fungsi $iS(x-y; m_N) = \langle 0 | \psi_n(x), \bar{\psi}(y) | 0 \rangle$ memenuhi persamaan Dirac homogen

dengan massa m_n (Nishi,2006).

Sebaliknya, propagator Feynman $iS_F(x-y)$ muncul dalam TMK. Pendekatan paket gelombang eksternal menggunakan fungsi Green untuk propagasi neutrino virtual. Untuk membandingkan propagator Feynman pada persamaan (4.12) dapat menulis iS_F dalam bentuk (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} iS_F(x-y; m_n) &= \langle 0|T(\psi_n(x), \bar{\psi}_n|0 \rangle \\ &= \sum_s \int d^3p \frac{1}{2E} [u_n^s(x; \mathbf{p}) \bar{u}_n^s(y; \mathbf{p})(x^0 - y^0) \\ &\quad - v_n^s(x; \mathbf{p}) \bar{v}_n^s(y; \mathbf{p})(y^0 - x^0)]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Meskipun fungsi S_F disebut propagator kausal tidak memenuhi interval ruang dan secara natural dalam TMK ketika interaksi-interaksi dihadirkan dan diperlakukan dalam kovarian. Persamaan (4.12) menampilkan propagator S_F mendeskripsikan keadaan energi positif dengan majunya waktu (masa depan) dan energi negatif dengan mundurnya waktu (masa lalu). Pada persamaan (4.12), kedua bagian neutrino dan anti neutrino terlihat berkontribusi terhadap integrasi ruang-waktu yang hadir dalam teori gangguan kovarian. Seperti kontribusi neutrino-anti neutrino pada persamaan (4.9) telah mendorong persamaan tersebut ke arah persamaan (3.55). Pendekatan paket gelombang eksternal terpisah luas antara produksi dan deteksi kedua bagian neutrino dan anti neutrino mungkin berkontribusi seperti neutrino intermediet untuk keadaan tertentu (Nishi, 2006).

4.2 Lagrangian arus lemah bermuatan

Lagrangian efektif arus lemah bermuatan pada interaksi skalar (Nishi, 2006):

$$\mathcal{L}_W = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} J_\mu^\dagger(x) J_\mu$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_W &= G \sum_{i,\alpha=1}^{N=3} [\bar{l}_\alpha(x) \gamma^\mu L U_{\alpha i} \nu_i(x) J_\mu(x) + \bar{\nu}_i(x) U_{\alpha i}^* \gamma^\mu L l_\alpha(x) J_\mu^\dagger(x)] \\ &= \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_1^\dagger\end{aligned}\quad (4.14)$$

dengan nilai G adalah (Nishi, 2006):

$$G = \sqrt{2} G_F. \quad (4.15)$$

Nilai lepton (Nishi, 2006):

$$l_1(x) \equiv e(x), l_2(x) \equiv \mu(x), l_3(x) \equiv \tau(x) \quad (4.16)$$

$U_{\alpha i} \nu_i(x)$ adalah flavor neutrino dan $J_\mu(x)$ adalah arus elektromagnetik efektif. $\bar{\nu}_i(x) U_{\alpha i}^*$ adalah flavor anti neutrino dan $J_\mu^\dagger(x)$ adalah konjugat transpos dari arus elektromagnetik efektif. Pada proses sebuah lepton bermuatan menabrak nukleus A dan berubahnya menjadi A' dengan emisi neutrino yang terjadi di sekitar x_A . Selanjutnya, neutrino berjalan melalui jarak yang jauh dan memukul inti B kemudian bertransformasi menjadi B'. Kemudian, inti B' memancarkan lepton bermuatan l_β dan proses ini terjadi di sekitar x_B . Keseluruhan proses $l_\alpha + A + B \rightarrow l_\beta + A' + B'$ dengan amplitudo transisi diberikan oleh (Nishi, 2006):

$$\langle A'(\mathbf{p}'_A), B'(\mathbf{p}'_B), l_\beta(\mathbf{p}_B) | S | A, B, l_\alpha \rangle, \quad (4.17)$$

keadaan akhir adalah keadaan eigen momentum ketika keadaan awal terlokalisasi. Kontribusi bukan nol orde terendah dari hamburan matrik S adalah lagrangian orde kedua pada persamaan (4.14). Lebih eksplisit, bentuk kontribusi amplitudo pada persamaan (4.17) datang dari (Nishi, 2006):

$$S^{(2)} = \frac{i^2}{2} T \langle \mathcal{L}_W \rangle^2$$

$$= -G^2 \int d^4x d^4y \sum_{\beta\alpha} \mathcal{L}_{\beta\alpha}(x, y) \quad (4.18)$$

dengan nilai $\langle \rangle$ adalah integrasi ruang-waktu dan (Nishi, 2006):

$$\mathcal{L}_{\beta\alpha}(x, y) = \sum_i : J_\mu(x) \bar{l}_\beta(x) \gamma^\mu L U_{\beta i} v_i(x) \bar{v}_i(y) U_{\alpha i}^* \gamma^\nu L l_\alpha(y) J_\nu^\dagger(y) :, \quad (4.19)$$

$v_i(x) \bar{v}_i(y)$ merupakan fungsi gelombang neutrino (Nishi, 2006):

$$v_i(x) \bar{v}_i(y) = iS((x - y); m_n) \quad (4.20)$$

sehingga persamaan (4.19) menjadi (Nishi, 2006):

$$\mathcal{L}_{\beta\alpha}(x, y) = \sum_i : J_\mu(x) \bar{l}_\beta(x) \gamma^\mu L U_{\beta i} iS((x - y); m_n) U_{\alpha i}^* \gamma^\nu L l_\alpha(y) J_\nu^\dagger(y) :. \quad (4.21)$$

dengan $J_m^\dagger u(x)$ merupakan konjugat dari arus elektromagnetik, \bar{l}_β merupakan anti lepton, γ^μ, γ_ν merupakan gamma Dirac, l_α merupakan lepton, dan $U_{\beta i}, U_{\alpha i}^*$ merupakan matriks bauran dari lepton.

Setelah mendapatkan nilai matriks S, untuk mencari amplitudo transisi pada persamaan (4.18) dimasukkan ke dalam amplitudo transisi sesuai persamaan (4.17) (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} & \langle A'(\mathbf{p}'_A), B'(\mathbf{p}'_B), l_\beta(\mathbf{p}_B) | S^{(2)} | A, B, l_\alpha \rangle \\ &= \int d^4y d^4x \langle B'(\mathbf{p}'_B) | J_\mu(x) | B \rangle \langle A'(\mathbf{p}'_A) | J_\nu^\dagger(y) | A \rangle \\ & \quad x \bar{u}_{\beta i} \gamma^\mu L \sum_i U_{\beta i} iS((y - x); m_n) U_{\alpha i}^* \gamma^\nu L \langle 0 | l_\alpha(y) | l_\alpha \rangle \\ & \equiv U_{\beta i} U_{\alpha i}^* \mathcal{A}_i. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Keadaan awal harus dipilih dalam cara A, l_α adalah lokalisasi sekitar $x_A = (t_A, \mathbf{x}_A)$ dan B adalah lokalisasi sekitar $x_B = (t_B, \mathbf{x}_B)$. Keadaan awal A dan B

dapat diimplementasikan pada kondisi lokalisasi ke dalam bentuk paket gelombang (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
 \langle B'(\mathbf{p}'_B) | J_\mu(x) | B \rangle &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int \widehat{\mathbf{q}}_B e^{ip'_B y} J_\mu^{BB'}(\mathbf{q}_B, \mathbf{p}'_B) \\
 &\quad \psi_B(\mathbf{q}_B) e^{-iq_B(y-x_B)} \\
 \langle A'(\mathbf{p}'_A) | J_\nu^\dagger(y) | A \rangle &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int \widehat{\mathbf{q}}_A e^{ip'_A y} J_\nu^{AA'}(\mathbf{q}_A, \mathbf{p}'_A) \\
 &\quad \psi_A(\mathbf{q}_A) e^{-iq_A(x-x_A)}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

4.3 Nilai kondisi terlokalisasi

Nilai dari kondisi awal yang terlokalisasi (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
 \widehat{d\mathbf{q}} &= \frac{d\mathbf{q}}{2E(\mathbf{q})^{\frac{1}{2}}} \\
 J_\mu^{BB'}(\mathbf{q}_B, \mathbf{p}'_B) &= \langle B'(\mathbf{p}'_B) | J_\mu(0) | B \rangle \\
 J_\nu^{AA'}(\mathbf{q}_A, \mathbf{p}'_A) &= \langle A'(\mathbf{p}'_A) | J_\nu^\dagger(0) | A \rangle.
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Amplitudo dari aspek lokalisasi dari persamaan (4.22) (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_i &= \int \widehat{d\mathbf{q}}_B \int \widehat{d\mathbf{q}}_A \int \widehat{d\mathbf{q}}_\alpha \frac{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}{(2\pi)^6} J_\mu^{BB'}(\mathbf{q}_B, \mathbf{p}'_B) \psi_B(\mathbf{q}_B) J_\nu^{AA'}(\mathbf{q}_A, \mathbf{p}'_A) \psi_A(\mathbf{q}_A) \\
 &\quad e^{iq_B x_B + iq_A x_A + iq_\alpha x_\alpha} x \bar{u}_\beta(y, p) \gamma^\mu L \int d^4 y d^4 x e^{-iq_B y + ip_B y} \\
 &\quad e^{ip_A x - iq_\alpha i S_i(y-x); m_i} \gamma^\nu L \psi_\alpha(\mathbf{q}_A)
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

dengan nilai (Nishi, 2006):

$$k_\beta \equiv \mathbf{p}_\beta + \mathbf{p}'_B - \mathbf{q}_B \tag{4.26}$$

$$k_\alpha \equiv \mathbf{p}_\alpha + \mathbf{p}'_A - \mathbf{q}_A. \tag{4.27}$$

Selanjutnya, persamaan (4.26) dan (4.27) dimasukkan ke persamaan (4.25)

(Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_i = & \frac{1}{(2\pi)^6} \int \widehat{d\mathbf{q}}_B \int \widehat{d\mathbf{q}}_A \int \widehat{d\mathbf{q}}_\alpha J_\mu^{BB'}(\mathbf{q}_B, \mathbf{p}'_B) \psi_B(\mathbf{q}_B) J_\nu^{AA'}(\mathbf{q}_A, \mathbf{p}'_A) \\ & \psi_A(\mathbf{q}_A) e^{iq_B \cdot x_B} e^{i(q_A + q_\alpha) \cdot x_A} \bar{u}_\beta(\mathbf{p}_\beta) \gamma^\mu L \left[\int d^4x d^4y \right. \\ & \left. e^{ik_\beta y} e^{-ik_\alpha x} iS_i((y-x); m_i) \right] \gamma^\nu L \psi_\alpha(\mathbf{q}_\alpha). \end{aligned} \quad (4.28)$$

Dalam tanda kurung jika dijabarkan dan dihubungkan dengan persamaan (4.13)

(Nishi, 2006):

$$\mathcal{B} = \int d^4x d^4y e^{ik_\beta y} e^{-ik_\alpha x} iS_i((y-x); m_i). \quad (4.29)$$

Kemudian, persamaan (4.29) dijabarkan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} \mathcal{B} = & 2\pi \delta(k_\beta^0 - k_\alpha^0) \int d\mathbf{x} d\mathbf{y} \frac{-i e^{i'k_\omega(R + \hat{\mathbf{R}}(\mathbf{y} - \mathbf{x}_B) - \hat{\mathbf{R}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_A) - ik_\beta y + ik_\alpha x)}}{4\pi(R + \hat{\mathbf{R}}(\mathbf{y} - \mathbf{x}_B) - \hat{\mathbf{R}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_A))} \\ & [u_i(k_\omega \hat{\mathbf{r}}) \bar{u}(k_\omega \hat{\mathbf{r}}) \theta(\omega_i - m_i) - v_i(-k_\omega \hat{\mathbf{r}}) \bar{v}_i(-k_\omega \hat{\mathbf{r}}) \theta(-\omega_i - m_i)]. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Nilai r dan R yaitu (Nishi, 2006):

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A}{|\mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A|}, \hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}}{|\mathbf{y} - \mathbf{x}|}, \hat{\mathbf{R}} \approx \hat{\mathbf{r}}. \quad (4.31)$$

Poin pentingnya adalah ketergantungan terhadap massa dan momentum-momentum dari partikel datang. Neutrino dan anti neutrino dapat berkontribusi pada amplitudo (4.28) yang bergantung pada tanda dari energinya w_i dan terbatas pada $|w_i| > m_i$. Kontribusi di luar permukaan untuk $w_i \in [-m_i, m_i]$ adalah secara eksponensial yang meningkat dan kemudian yang mengabaikan jarak yang jauh pada perjalanan neutrino dari A ke B. Kontribusi anti neutrino dalam kasus ini adalah mungkin dan berdasarkan kontribusi bukan fisik (Nishi, 2006).

Langkah selanjutnya yaitu pemisahan deteksi dan produksi secara luas. Oleh karena itu, untuk \mathbf{r} dapat diganti dengan $R + \hat{\mathbf{R}} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x}_B) - \hat{\mathbf{R}} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_A)$ dan $\hat{\mathbf{r}} \approx \hat{\mathbf{R}}$ dan

$R \equiv |\mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A|$ dan $\mathbf{R} \equiv (\mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A)/R$. Pendekatan seperti itu dimasukkan persamaan (4.31) ke persamaan (4.30) (Nishi, 2006):

$$\mathcal{B} = 2\pi\delta(k_\beta^0 - k_\alpha^0) \frac{-i}{4\pi R} (2\pi)^6 \delta^3(-k_w \hat{\mathbf{r}} + k_\beta) \delta^3(-k_w \hat{\mathbf{r}} + k_\alpha) e^{-i w_i t_B + i w_i t_A} [u_i(k_w \hat{\mathbf{r}}) \bar{u}(k_w \hat{\mathbf{r}}) \theta(\omega_i - m_i) - v_i(-k_w \hat{\mathbf{r}}) \bar{v}_i(-k_w \hat{\mathbf{r}}) \theta(-\omega_i - m_i)]. \quad (4.32)$$

Pada titik ini, terdapat sebuah pertanyaan untuk menganalisa apakah bagian anti neutrino propagator berkontribusi terhadap proses keseluruhan. Tak satupun proses yang terisolasi $A + l_\alpha \rightarrow A' + \bar{\nu}_i$ dan $B + \bar{\nu}_i \rightarrow B' + l_\beta$ diizinkan berkontribusi pada proses itu. Jika kita menghitung amplitudo transisi secara terpisah dengan menggunakan Lagrangian lemah pada persamaan (4.14). Untuk neutrino Majorana, amplitudo ditekan dengan kuat oleh ketidakserasian helisitas. Sejauh ini, kekekalan 4 momentum di kedua verteks x_A dan x_B secara otomatis diperlukan perhitungan diantaranya kebutuhan energi yang kekal untuk neutrino intermediet dengan memperhatikan partikel yang menyertainya dalam verteks $x_A (w_i = k_\alpha^0)$ dan dalam verteks $x_B (w_i = k_\beta^0)$ sudah eksplisit. Sisa eksplisit dalam fungsi delta pada persamaan (4.32) (Nishi, 2006)).

Pada kondisi neutrino $|w_i|^2 - k_w^2 = m_i^2$ yang berpropagasi dalam jarak jauh, perhitungan-perhitungan tersebut tidak mensyaratkan tanda tertentu pada w_i untuk semua momentum yang dibatasi oleh energi-momentum yang kekal. Untuk menganalisis apakah dan di bawah kondisi apa kedua tanda itu mungkin setara dengan mempelajari kinematika dari *two-body* ke hamburan *two-body* memperbolehkan tanda dari energi satu partikel menjadi partikel bebas. dengan menempatkan dalam persamaan (4.32) pada verteks A mengansumsikan partikel A saat diam, kemudian energi neutrino dari persamaan $(p_A - p_i)^2 = (p'_A - p_\alpha)^2$ menjadi (Nishi, 2006):

$$(p_A - p_i)^2 = (p_A - p_\alpha)^2$$

$$\begin{aligned}
p_A^2 - 2p_A p_i + p_i^2 &= p_A'^2 + p_\alpha^2 - 2p_\alpha p_A' \\
p_A^2 - p_A'^2 - p_\alpha^2 + p_i^2 + 2p_\alpha p_A' &= 2p_A p_i \\
(E_A^2 - M_A^2) - (E_A'^2 - M_A'^2) - (E_\alpha^2 - m_\alpha^2) + \\
(E_i^2 - m_i^2) + 2p_\alpha p_A' &= 2\sqrt{E_A^2 - M_A^2}\sqrt{E_i^2 - m_i^2} \\
-M_A^2 + M_A'^2 + m_\alpha^2 - m_i^2 - (E_A'^2 + E_\alpha^2) \\
+E_i^2 + E_A^2 + 2p_\alpha p_A' &= 2\sqrt{E_A^2 E_i^2 - M_A^2 E_i^2 - E_A'^2 m_i^2 + M_A^2 m_i^2} \\
-M_A^2 + M_A'^2 + m_\alpha^2 - m_i^2 - 2E_A' E_\alpha + 2p_\alpha p_A' &= -2E_i M_A \\
\frac{M_A^2 + M_A'^2 - m_\alpha^2 + m_i^2 + 2E_A' E_\alpha - 2p_\alpha p_A'}{2M_A} &= E_i \tag{4.33}
\end{aligned}$$

dan nilai energi minimum neutrino (Nishi, 2006):

$$\frac{M_A^2 - (M_A' - m_\alpha)^2 + m_i^2}{2M_A} = \min(E_i). \tag{4.34}$$

dengan menekankan energi neutrino terdapat dua kemungkinan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
M_A^2 - (M_A' - m_\alpha)^2 + m_i^2 &= 2M_A E_i \\
M_A^2 + -2M_A m_i + m_i^2 &= (M_A' - m_\alpha)^2 \\
(M_A - m_i)^2 &= (M_A' - m_\alpha)^2 \\
M_A^2 - M_A'^2 &> -(m_\alpha - m_i), \min(E_i) > m_i \tag{4.35}
\end{aligned}$$

$$M_A^2 - M_A'^2 > -(m_\alpha + m_i), \min(E_i) < -m_i \tag{4.36}$$

untuk $M_A > m_i$ dan $M_A' > m_\alpha$. Kondisi persamaan (4.35) dapat terpenuhi yang mengarah pada kontribusi anti neutrino untuk persamaan (4.31) dan untuk momentum-momentum yang terlibat. Kondisi pada persamaan (4.34) mencegah kontribusi anti neutrino dan kasus-kasus dimana energi ambang diperlukan pada lepton alfa yang dimulai pada reaksi produksi. Dengan demikian untuk mencegah kontribusi anti

neutrino, persamaan (4.35) lebih baik mengadopsi kondisi yang lebih lemah dari batasan energi pada neutrino intermediet w_i dan berubah tanda menjadi positif untuk mempertahankan istilah pertama pada persamaan (4.29) (Nishi, 2006).

Analisis terhadap analogi yang mempengaruhi momentum-momentum dan nilai massa dan yang memungkinkan $k_\beta^0 < -m_i$ pada verteks x_B masih sebanding dengan $k_\alpha^0 = k_\beta^0$. Perhatikan kondisi $k_\alpha^0 > m_i$ adalah kondisi kinematik untuk memungkinkan produksi neutrino fisika pada x_A dan $k_\beta^0 > m_i$ memperbolehkan kontribusi neutrino dengan energi di atas ambang batas untuk memicu reaksi pendeteksian. Pelanggaran kondisi-kondisi ini menyiratkan secara kinematis yang tidak memungkinkan kontribusi pada proses produksi atau deteksi (Nishi, 2006).

4.4 Amplitudo Transisi

Batasan kondisi $w_i > 0$ dapat memasukkan persamaan (4.35) dan (4.36) ke dalam persamaan (4.28) dan menghasilkan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_i &= \int \widehat{d\mathbf{q}_\alpha} 2\pi\delta(k_\beta^0 - k_\alpha^0)(\omega_i - m_i) \frac{-i}{4\pi R} e^{ik_\omega R + i(p_k + p'_B)x_B + ip'_A \cdot x_A - iw_i(t_B - t_A)} \\ &\times u_k(\mathbf{p}_\beta) \gamma^\mu L [u_i(k_\omega \hat{\mathbf{r}}) \bar{u}(k_\omega \hat{\mathbf{r}}) \gamma^\nu L \psi_\alpha(\mathbf{q}_\alpha) \\ &\quad J_\mu^{BB'}(\mathbf{q}_B, \mathbf{p}'_B) \frac{\psi_B(\mathbf{q}_B)}{\sqrt{E_B(\mathbf{q}_B)}} J_\nu^{AA'}(\mathbf{q}_A, \mathbf{p}'_A) \frac{\psi_A(\mathbf{q}_A)}{\sqrt{E_A(\mathbf{q}_A)}} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Fungsi $\theta(w_i - m_i)$ mencegah selain neutrino ikut berkontribusi dalam proses itu. Paket gelombang untuk lepton yang datang l_α (Nishi, 2006):

$$q_B = p_\beta + p'_B - k_\omega \hat{\mathbf{R}} \quad (4.38)$$

$$q_A = p'_A - q_\alpha + k_\omega \hat{\mathbf{R}} \quad (4.39)$$

$$\psi_\alpha(\mathbf{q}) = \psi_\alpha(q_x, q_y, q_z) = \delta(q_x) \delta(q_y) \psi_{\alpha z}(q_z), \quad (4.40)$$

dan amplitudo menjadi (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} \sum_i U_{\beta i} U_{\alpha i}^* \mathcal{A}_i &= |2p_\alpha \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_\alpha^2} (k_\beta^0 - k_\alpha^0)|^{-1} \mathbf{q}_\alpha = p_\alpha \bar{z} \\ &\sum_i e^{i k_w R - i w_i (t_B - t_A) + i (p_k + p'_B) \cdot x_B + i p'_A \cdot x_A} \\ &x \frac{-i}{4\pi R} U_{\beta i} u_\beta(\mathbf{p}_\beta) \gamma^\mu L u_i(k_r \hat{\mathbf{R}}) \gamma^\nu L \psi_{\alpha z}(p_\alpha) \\ &x J_\mu^{BB'}(\mathbf{q}_B, \mathbf{p}'_B) \frac{\psi_B(\mathbf{q}_B)}{\sqrt{E_B(\mathbf{q}_B)}} J_\nu^{AA'}(\mathbf{q}_A, \mathbf{p}'_A) \frac{\psi_A(\mathbf{q}_A)}{\sqrt{E_A(\mathbf{q}_A)}}, \quad (4.41) \end{aligned}$$

dimana p_α adalah akar dari $f(|\mathbf{q}_\alpha| = p_\alpha) = k_\beta^0 - k_\alpha^0 = 0$, yang mana datang dari perubahan energi dari proses keseluruhan; jika tidak terdapat akar, maka proses itu secara kinematis dilarang. Probabilitas deteksi adalah sebanding kuadrat amplitudo persamaan (4.40) diintegrasikan sepanjang ruang fase akhir $d\mathbf{p}'_A d\mathbf{p}'_B d\mathbf{p}_\beta [2E'_A(\mathbf{p}'_A) 2E'_B(\mathbf{p}'_B)]^{-1}$. Khususnya, sejak $\mathbf{p}_\beta, \mathbf{p}'_A, \mathbf{p}'_B$ fase-fase yang membedakan neutrino intermediet yang berbeda ν_i (kecuali bentuk yang bergantung pada kecepatan rata-rata partikel A dan B) (Nishi, 2006).

Dalam pendekatan paket gelombang eksternal di kedua proses x_A dan x_B seharusnya mempertimbangkan proses hamburan yang sebenarnya dengan neutrino yang terlibat secara nyata. Kontribusi di luar kulit diabaikan pada jarak jauh dan kontribusi anti neutrino secara eksplisit diabaikan dengan mengeliminasi bentuk kedua persamaan (4.28). Informasi-informasi ini memperbolehkan kita untuk menulis kembali persamaan (4.37) dalam bentuk sedikit berbeda (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} -G^2 \sum_i U_{\beta i} U_{\alpha i}^* \mathcal{A}_i &= \sum_i \frac{d\mathbf{p}}{2E_i(\mathbf{p})} \\ &\int d^4 y \langle B'(\mathbf{p}'_B), l_\beta(\mathbf{p}_B) | L_1(y) e^{i(P-pi) \cdot x_B} | B, \nu_i(\mathbf{p}) \rangle \\ &\int d^4 x \langle A'(\mathbf{p}'_A), \nu_i(\mathbf{p}) | L_1^\dagger(y) e^{iPx_A} | A, l_\alpha(\mathbf{p}_\beta) \rangle, \quad (4.42) \end{aligned}$$

dimana $P = (H, \mathbf{P})$ adalah operator energi momentum. Sebuah perubahan notasi

dibuat dalam persamaan (4.42) dengan keadaan $|B\rangle$ dan $|A, l_\alpha\rangle$ dipusatkan sekitar bentuk asli dalam persamaan (4.15)-(4.22) dan masing-masing dipusatkan sekitar x_B dan x_A ; translasi secara eksplisit ditampilkan dengan operator translasi e^{iPx} . Sebagai tambahan, fungsi $\theta(y-x)$ adalah penting untuk memastikan kontribusi titik y di sekitar x_B seharusnya menjadi kontribusi titik x di sekitar x_A . Dengan mengikuti beberapa langkah dari (4.16)-(4.39) kita akan mendapatkan persamaan (4.41) ke (4.40). Persamaan (4.41) menampilkan amplitudo terhadap seluruh proses dari produksi dan deteksi dalam bentuk penguraian (terpisah dari fungsi terhadap waktu): amplitudo proses produksi dikalikan dengan amplitudo proses deteksi dan menjumlahkan seluruh kemungkinan neutrino nyata intermediet dari perbedaan massa m_i dan momentum \mathbf{p} (Nishi, 2006).

4.5 Perumusan Kuantisasi Kedua yang Sederhana

Hanya partikel neutrino dan anti neutrino aktif berjalan dari produksi ke deteksi. Teori kuantisasi kedua untuk fermion spin $\frac{1}{2}$ mendeskripsikan osilasi flavor diselidiki pada subbab ini. Untuk menyelesaikan perhitungan probabilitas osilasi pada TMK, kita mempunyai mendefinisikan keadaan neutrino yang diproduksi dan yang dideteksi melalui interaksi lemah. Pertama, kita mendefinisikan stenografi untuk kombinasi medan-medan yang muncul dalam lagrangian arus bermuatan efektif pada persamaan (4.12) (Nishi, 2006):

$$\nu_\alpha \equiv U_{\alpha i} \nu_i(x), \quad \alpha = e, \mu. \quad (4.43)$$

Batasan masalah 2 keluarga flavor dan menggunakan matriks bauran U seperti pada persamaan (4.1). Medan eigen massa $\nu_i(x)$, $i = 1, 2$ adalah medan fisika untuk keadaan eigen massa $|\nu_i(\mathbf{p})\rangle$ dan mendefinisikan keadaan asimtotik. Medan bebas $\nu_i(x)$ dapat diperluas dalam bentuk operator kreasi dan anihilasi dan proyeksi ruang

satu partikel yang dijabarkan dalam bentuk fungsi gelombang massa (Nishi, 2006):

$$\psi_{\nu_i}(\mathbf{x}, g_i) = \langle 0 | \nu_i(\mathbf{x}) | \nu_i : g_i \rangle \equiv \sum_s \int d\mathbf{p} \frac{g_i^s(\mathbf{p})}{\sqrt{2E_i}} u_i^s(\mathbf{x}; \mathbf{p}), \quad i = 1, 2, \quad (4.44)$$

dimana (Nishi, 2006):

$$| \nu_i : g_i \rangle \equiv \sum_s d\mathbf{p} g_i^s(\mathbf{p}) | \nu_i(\mathbf{p}, s) \rangle. \quad (4.45)$$

Operator kreasi untuk neutrino(anti neutrino) dapat ditulis dalam bentuk medan bebas $\bar{\nu}_i(x)(\nu_i(x))$ dan persamaan medan dapat mendefinisikan keadaan flavor sebagai superposisi keadaan eigen massa (Nishi, 2006):

$$| \nu_\alpha : g \rangle \equiv U_{\alpha i}^* | \nu_i : g_i \rangle \quad (4.46)$$

$$| \bar{\nu}_\alpha : g \rangle \equiv U_{\alpha i} | \bar{\nu}_i : g_i \rangle. \quad (4.47)$$

Perincian kreasi dilambangkan dalam fungsi g_i (Nishi, 2006).

Pendefinisian fungsi gelombang neutrino elektron (Nishi, 2006) adalah:

$$\begin{aligned} \psi_{\nu_{ave}}(x; g) &\equiv \langle 0 | \nu_e(X) | \nu_\alpha : g \rangle \\ &= U_{ei} U_{\alpha i}^*(x; g_i), \end{aligned} \quad (4.48)$$

dengan $\psi_{\nu_1}(x)$ merupakan fungsi gelombang massa yang didefinisikan dalam persamaan (4.43). Persamaan (4.46) jika $\psi_{\nu_1}(\mathbf{x}, t) = \psi_{\nu_2}(\mathbf{x}, t) = \psi(\mathbf{x})$, untuk waktu yang ditentukan t, $\psi_{\nu_{ee}}(\mathbf{x}, t) = \psi(\mathbf{x}, t)$ dan $\psi_{\nu_{\mu e}}(\mathbf{x}, t) = 0$ dalam kaitannya dengan kesatuan matriks bauran (Nishi, 2006).

Meskipun pendekatan ini tidak menggunakan ruang Fock dan transformasi Bogoliubov, observasi yang sama digunakan oleh Blasone dan Vitiello untuk kuan-

tisasi osilasi flavor seperti muatan flavor yang didefinisikan sebagai (Nishi, 2006):

$$Q_\alpha(t) = \int d\mathbf{x} : v_\alpha^\dagger(\mathbf{x}, t) v_\alpha(\mathbf{x}, t) :, \alpha = e, \mu \quad (4.49)$$

dengan $::$ mendenotasikan orde normal. Nilai $Q_e(t) + Q_\mu(t) = Q$ adalah kekal. Dua muatan flavor adalah tepat untuk waktu yang sama $[Q_e(t), Q_\mu(t)] = 0$ dan $\langle v : g | Q | v : g \rangle = \pm \langle v : g | v : g \rangle$ untuk setiap keadaan partikel (+) atau keadaan anti partikel (=). Dalam versi kuantisasi kedua muatan-muatan dapat memperoleh nilai negatif dan disamping densitas probabilitas fermion dalam kuantisasi pertama adalah kuantitas positif. Kekekalan muatan total menjamin kekekalan probabilitas total (Nishi, 2006).

Langkah selanjutnya adalah memisahkan muatan flavor dari bagian-bagian *left-handed* dan *right-handed*:

$$Q_\alpha^\pm(t) = \int d\mathbf{x} : v_\alpha^\dagger(\mathbf{x}, t) \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) v_\alpha(\mathbf{x}, t) :, \alpha = e, \mu \quad (4.50)$$

dimana $Q_\alpha^+ + Q_\alpha^- = Q_\alpha$. Komponen-komponen ini digunakan untuk menghitung transisi *left-handed* ke *right-handed*. Dengan muatan flavor yang didefinisikan, probabilitas perubahan dapat dihitung (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) &\equiv \langle \nu_e : g | Q_\mu(t) | \nu_e : g \rangle \\ &= U_{\mu i} U_{\mu j}^* U_{e j} U_{e i}^* \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}_{\nu j}^\dagger(\mathbf{p}, g_j) \psi_{\nu i}(\mathbf{p}, g_i) e^{-i(E_i - E_j)t} \end{aligned} \quad (4.51)$$

dengan transformasi fourier (Nishi, 2006):

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}(\mathbf{p}) e^{i p x}, \quad \psi^\dagger(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) e^{-i p x}. \quad (4.52)$$

Fungsi gelombang neutrino $\psi_{\nu i}$ didefinisikan dalam bentuk fungsi pada

persamaan (4.43). Kemudian, dengan menyamakan fungsi gelombang massa dalam ruang momentum $\tilde{\psi}_{\nu i}(\mathbf{p}; g_1) = \tilde{\psi}_{\nu 2}(\mathbf{p}; g_2) = \tilde{\psi}_{\nu e}(\mathbf{p})$ dari persamaan (4.51), probabilitas perubahan dua flavor standar (Nishi, 2006):

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_{\mu}; t) = \int d\mathbf{p} P(\mathbf{p}, t) \tilde{\psi}_{\nu e}^\dagger(\mathbf{p}) \tilde{\psi}_{\nu e}(\mathbf{p}), \quad (4.53)$$

dengan P didefinisikan pada persamaan (3.47) dalam bab 3. Dua fungsi gelombang dengan komponen energi positif saja berkenaan dengan dua karakterisasi dasar dengan perbedaan massa yang tidak sama. Kemudian, kita tidak mungkin menekankan kondisi flavor tertentu. Oleh karena itu, dari persamaan (4.44) (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} \psi_{\nu i}(\mathbf{x}, g_i) &= \sum_s \int d\mathbf{p} \frac{g_i^s(\mathbf{p})}{\sqrt{2E_i}} u_i^s(\mathbf{x}; \mathbf{p}) \\ u_i^{s\dagger}(\mathbf{x}; \mathbf{p}) \psi_{\nu i}(\mathbf{x}, g_i) &= \sum_s \int d\mathbf{p} \frac{g_i^s(\mathbf{p})}{\sqrt{2E_i}} u_i^s(\mathbf{x}; \mathbf{p}) u_i^{s\dagger}(\mathbf{x}; \mathbf{p}) \\ u_i^{s\dagger}(\mathbf{x}; \mathbf{p}) \psi_{\nu i}(\mathbf{x}, g_i) \sqrt{2E_i} &= \int d\mathbf{p} g_i^s(\mathbf{p}) \\ u_i^{s\dagger}(\mathbf{x}; \mathbf{p}) \int d\mathbf{p} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} \frac{\psi_{\nu i}(\mathbf{p}; g_i)}{\sqrt{2E_i}} &= \int d\mathbf{p} g_i^s(\mathbf{p}, s) \\ \frac{u_i^{s\dagger}(\mathbf{p})}{\sqrt{2E_i(\mathbf{p})}} \tilde{\psi}_{\nu e}(\mathbf{p}) &= g_i^s(\mathbf{p}, s) \end{aligned} \quad (4.54)$$

dimana $\tilde{\psi}(\mathbf{p})$ adalah fungsi gelombang awal yang dihubungkan dengan neutrino massa m_i pada kreasi. Untuk normalisasi $\int d\mathbf{p} |g_i(\mathbf{p})|^2 = 1$; setiap amplitudo transisi dapat ditulis dalam bentuk persamaan (4.53). Secara umum $\tilde{\psi}_i(\mathbf{p}) = \tilde{\psi}(\mathbf{p}, m_i)$ dan kemudian untuk persamaan perbedaan massa yang kecil (Nishi, 2006):

$$\tilde{\psi} \approx \tilde{\psi}(\mathbf{p}, \tilde{m}) \pm \frac{\Delta m}{2} \frac{\partial}{\partial \tilde{m}} \tilde{\psi}(\mathbf{p}, m_i) \quad (4.55)$$

dengan $\tilde{m} = \frac{m_1 + m_2}{2}$ dan $\Delta m = m_2 - m_1$. Dalam bentuk pertama, $\tilde{\psi}_i(\mathbf{p}) \equiv \tilde{\psi}(\mathbf{p}, \tilde{m})$,

persamaan (4.51) dimasukkan nilai indeks i dan j , sehingga menjadi (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned}
 P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) &= \int d\mathbf{p} P \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) \left[\mathbb{1} - \frac{1}{2} \Lambda_{1-}(\mathbf{p}) - \frac{1}{2} \Lambda_{2-}(\mathbf{p}) \right] \psi_{\nu_i}(\mathbf{p}) \\
 &\quad - \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) \left[f_g(\mathbf{p}) \cos(\Delta E t) \right. \\
 &\quad \left. - i \frac{\Delta m}{2E_1(\mathbf{p})E_2(\mathbf{p})} \gamma \cdot \mathbf{p} \sin \Delta E(\mathbf{p}) t \right] \tilde{\psi}(\mathbf{p})
 \end{aligned} \tag{4.56}$$

Catatan pada kasus ini, probabilitas perubahan bukan nol untuk $t = 0$ (Nishi, 2006):

$$\mathcal{P}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; 0) = \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) \tilde{\psi}(\mathbf{p}) \tag{4.57}$$

yang mana menyiratkan gangguan flavor lepton pada kreasi. Tetapi, persamaan ini (Nishi, 2006):

$$f_g(\mathbf{p}) \approx \frac{(\Delta m)^2}{4\mathbf{p}^2} \tag{4.58}$$

adalah momentum-momentum dari partikel ultra-relativistik dengan gangguan lemah pada pengukuran langsung. Diantara penyimpangan dari probabilitas perubahan pada persamaan (4.57) dibandingkan dengan satu standar pada persamaan (4.54) adalah orde $\frac{\Delta}{E}$ dan pada saat diam adalah orde $(\frac{\Delta m}{E})^2$ (kontribusi dari Λ_{i-} dapat diperkirakan dengan $[v_2^\dagger(-\mathbf{p}, s) u_1(\mathbf{p}, s')]^2 \mathbf{p}^2 [\Delta m + \Delta E]^2 / [(m_1 + E_1)^2]$). Jadi, $\frac{\Delta m}{E} 10^{-9}$ untuk $\Delta m^2 10^{-3} eV^2$, $\tilde{m} \frac{1}{2eV}$ dan $\tilde{E} 1MeV$ yang mana tidak dapat dilihat pada eksperimen osilasi yang sebenarnya. Nilai Δm dihubungkan dengan Δm^2 memberikan informasi tentang skala massa absolut karena nilai $\Delta m^2 = 2\tilde{m}\Delta m$ (Nishi, 2006):

Menggunakan Q_α^- dalam persamaan (4.51) dan $\tilde{\psi}(\mathbf{p}) = L\tilde{\psi}(\mathbf{p})$ didapatkan (Nishi, 2006):

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) \equiv \int d\mathbf{p} P(\mathbf{p}, t) \tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p}) \tilde{\psi}_{\nu_e}(\mathbf{p}), \tag{4.59}$$

dengan menggunakan analogi persamaan (3.75) yang dimasukkan ke persamaan (4.59) (Nishi, 2006):

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) = \int d\mathbf{p} \frac{m_1 m_2}{4E_1 E_2} P(\mathbf{p}, t) + \left(\frac{\sin^2 2\theta}{4} \left(\frac{m_1}{2E_1} - \frac{m_2}{2E_2} \right)^2 \right) \tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p}) \tilde{\psi}_{\nu_e}(\mathbf{p}). \quad (4.60)$$

Probabilitas total yang hilang dari perubahan neutrino elektron *left-handed* awal ke neutrino elektron *right-handed* dengan analogi persamaan (3.79) menghasilkan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} P(\nu_{eL} \rightarrow \nu_{eR}; t) + P(\nu_{eL} \rightarrow \nu_{\mu R}; t) &= \int d\mathbf{p} \left(\cos^2 \theta \frac{m_1^2}{E_1^2} \sin^2 E_1 t \right. \\ &+ \left. \sin^2 \theta \frac{m_2^2}{E_2^2} \sin^2 E_2 t \right) \tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p}) \tilde{\psi}_{\nu_e}(\mathbf{p}) \\ &= \int d\mathbf{p} \left(\cos^2 \theta \left(\frac{m_1}{2E_1} \right)^2 \right. \\ &+ \left. \sin^2 \theta \left(\frac{m_2}{2E_2} \right)^2 \right) \tilde{\psi}_{\nu_e}^\dagger(\mathbf{p}) \tilde{\psi}_{\nu_e}(\mathbf{p}). \quad (4.61) \end{aligned}$$

Persamaan (4.61) tidak bergantung waktu dan berbeda dengan persamaan (3.79) yang bergantung waktu. Selanjutnya, probabilitas perubahan dan survival didapatkan dari persamaan (3.67) dan (Nishi, 2006):

$$P(\nu_{eL} \rightarrow \nu_{\mu R}; t) + P(\nu_{eL} \rightarrow \nu_{\mu L}; t) = P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t). \quad (4.62)$$

Perubahan dari $L \leftrightarrow R$ tidak memodifikasi persamaan-persamaan tetapi juga mengubah kiralitas dari fungsi gelombang awal (Nishi, 2006).

Untuk syarat kelengkapan, probabilitas perubahan yang termasuk bentuk kedua dari persamaan (4.56) didefinisikan (Nishi, 2006):

$$\begin{aligned} \delta P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) &= \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \frac{\Delta m}{2} \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) \left[\frac{H_2}{2E_2} - \frac{H_1}{2E_1} + \frac{\Delta m}{2E_1 E_2} \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \right. \\ &+ \left. (\Lambda_{1+} + \Lambda_{2+} - f_g(\mathbf{p})) i \sin \Delta E t \right] \frac{\partial}{\partial m} \tilde{\psi}(\mathbf{p}) + h.c., \quad (4.63) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta P(\nu_{eL} \rightarrow \nu_{\mu R}; t) &= \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \frac{\Delta m}{2} \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) \left[\left(\frac{m_2}{2E_2} \right)^2 - \left(\frac{m_1}{2E_1} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{m_1 m_2}{2E_1 E_2} \sin \Delta E t \right] \frac{\partial}{\partial m} \tilde{\psi}(\mathbf{p}) + h.c., \end{aligned} \quad (4.64)$$

yang mempunyai bentuk orde Δm dan $(\Delta m)^2$. Untuk menghitung probabilitas perubahan anti neutrino $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ cukup dengan menggunakan (Nishi, 2006):

$$g^{s*}(\mathbf{p}) \equiv \tilde{\psi}_i^\dagger(\mathbf{p}) \frac{v_i^s(\mathbf{p})}{\sqrt{2E_i(\mathbf{p})}}, \quad (4.65)$$

Persamaan yang didapatkan dalam versi kuantisasi kedua tidak mempunyai bentuk interferensi antara energi-energi positif dan negatif seperti pada persamaan (3.75). Bentuk interferensi tidak dihadirkan karena kemungkinan bentuk bauran seperti $b_2(\mathbf{p}) a_1^\dagger(\mathbf{p}) |0\rangle$ adalah nol untuk keadaan superposisi flavor awal yang hanya berisi tentang keadaan-keadaan partikel (atau keadaan-keadaan anti partikel). Tidak relevan struktur spinor awal dalam versi kuantisasi kedua yang dapat dicontohkan dalam persamaan (4.63) (Nishi, 2006).

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Dari pembahasan bab sebelumnya, terdapat beberapa probabilitas perubahan flavor neutrino menjadi flavor neutrino lain. Beberapa probabilitas perubahan flavor neutrino elektron yang terkreasi dan teranihilasi dari matahari yaitu: dari neutrino aktif menjadi neutrino aktif dan neutrino aktif menjadi neutrino steril. Perubahan osilasi flavor neutrino dapat dikaji melalui pendekatan TMK yaitu: kuantisasi I dan kuantisasi II. Pada persamaan kuantisasi I, probabilitas osilasi flavor neutrino:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) = P - Pf(\mathbf{p}) + f(\mathbf{p}) \sin^2 2\theta \sin^2 \bar{E}t. \quad (5.1)$$

Probabilitas untuk transisi flavor diekspresikan dalam bentuk sudut bauran θ dan $\frac{\Delta E(\mathbf{p})t}{2}$ mengekspresikan perbedaan fase keadaan eigen massa. Sedangkan pada persamaan kuantisasi kedua untuk probabilitas osilasi flavor neutrino dengan energi negatif:

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) &= \int d\mathbf{p} P \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) \left[1 - \frac{1}{2} \Lambda_{1-}(\mathbf{p}) - \frac{1}{2} \Lambda_{2-}(\mathbf{p}) \right] \psi_{\nu_i}(\mathbf{p}) \\ &+ \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) \left[f_g(\mathbf{p}) \cos(\Delta Et) \right. \\ &\left. - i \frac{\Delta m}{2E_1(\mathbf{p})E_2(\mathbf{p})} \gamma \cdot \mathbf{p} \sin \Delta E(\mathbf{p})t \right] \tilde{\psi}(\mathbf{p}), \end{aligned} \quad (5.2)$$

Λ_{1-} dan Λ_{2-} yang merupakan operator proyeksi energi negatif, E_1 dan E_2 yang merupakan energi neutrino, ΔEt yang merupakan selisih energi dari kedua neutrino, dan $f_g(\mathbf{p})$ yang merupakan perbandingan massa antara energi positif dan energi negatif. Selain itu, probabilitas osilasi flavor neutrino dengan energi positif:

$$\begin{aligned} \delta P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) &= \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \frac{\Delta m}{2} \int d\mathbf{p} \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) \left[\frac{H_2}{2E_2} - \frac{H_1}{2E_1} + \frac{\Delta m}{2E_1 E_2} \gamma \cdot \mathbf{p} \right. \\ &\left. + (\Lambda_{1+} + \Lambda_{2+} - f_g(\mathbf{p})) i \sin \Delta Et \right] \frac{\partial}{\partial m} \tilde{\psi}(\mathbf{p}) + h.c., \end{aligned} \quad (5.3)$$

Λ_{1+} dan Λ_{2+} yang merupakan operator proyeksi energi negatif, H_1 dan H_2 yang merupakan operator energi neutrino. Perbedaan probabilitas antara kuantisasi pertama dan kuantisasi kedua yaitu: pada kuantisasi pertama terdapat probabilitas perubahan flavor neutrino yang berinterferensi antara energi positif dan energi negatif ($Pf(\mathbf{p})$), sedangkan pada kuantisasi kedua tidak terdapat interferensi. Kemudian, pada kuantisasi kedua terdapat persamaan yang lebih kompleks dengan adanya penjabaran operator proyeksi energi positif (Λ_+) dan energi negatif (Λ_-) neutrino. Selain itu, terdapat perbedaan nilai dari $f_g(\mathbf{p})$ yang merupakan faktor momentum dan perbandingan massa pada kuantisasi I dan kuantisasi II; selisih perbedaan massa pada kuantisasi II dengan penjabaran yang lebih detail ($\frac{\Delta m}{2E_1 E_2}$)

5.2 Saran

Penelitian lebih lanjut mengenai proses hamburan-hamburan neutrino dengan menghadirkan kuantisasi medan melalui pendekatan Teori Medan Kuantum.

DAFTAR PUSTAKA

- Beiser, Arthur. 2003. *Mathematical Concept of Modern Physics*. New York: McGraw-Hill.
- Bernadini, A.E dan Stefano De Leo. 2004. *Dirac Spinors and Flavor Oscillations*. Europe: Phys. J. C 37.
- Bernadini, A.E dan Stefano De Leo. 2005. *Flavor and Chiral Oscillations with Dirac Wave Packets*. Physical Review D. 71.
- Bilenky, SM., 2006. *Mister Neutrino*. Russia: Wesbrokk Mall.
- Bilenky, SM., 2016. *Neutrino Oscillations: from an historical perspective to the present status*. Russia: Wesbrokk Mall.
- Bilenky, SM., 2012. *Neutrino. History of a unique particle*. Russia: Wesbrokk Mall.
- Blasone, Massimo dan Jonathan S. Palmer. 2003. *Mixing and Oscillations of Neutral Particles in Quantum Field Theory*. UK: London.
- Boas, Mary L. 2005. *Mathematical Methods in The Physical Sciences*. USA: Lehigh Press.
- Dolgov, A.D. 2004. *Oscillation of neutrinos produced by a beam of electrons*. Physical Review.
- Giunti, Carlo dan Chung W. Kim, 2007. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford: Oxford University Press.
- Gross, Franz. 2004. *Relativistic Quantum Mechanics and Field Theory*. Germany: Willey VHC Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.
- Itzykson, Claude dan J. B. Zuber. *Quantum Field Theory*. USA: McGRAW-Hill International Book Company.
- Julio. 2003. *Neutrino Mixing dalam Skenario Tiga Generasi*. Depok: Universitas Indonesia.
- Kenneth, Krane. 2011. *Modern Physics Third Edition*. New York: John Wiley & Sons.
- Keyser, Boris. 1997. *Comment on Recent Argument That Neutrinos Are Not Majorana Particles*. USA: National Science Foundation.

- Leo, Stefano De dkk. 2004. *Wave Packets and Quantum Oscillations*. Int. J. Mod. Phys. A 19 , 677-694
- Lec. 2015. *Neutrino Mass and Direct Measurements*. USA.
- Lesov, Alexander, 2009. *The Weak Force: From Fermi to Feynman*. South Carolina: University of South Carolina.
- Mahopatra, Rabindra. 2002. *ICTP Lectures on Theoretical Aspects of Neutrino Masses and Mixings*. USA: University of Maryland.
- Mahopatra, Rabindra. 2004. *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*. India: World Scientific.
- Manzur, Ibnu. 2009. *لسان الطريلا بن من منضر*. Saudi Arabia: Bullag Misr al-Matb'ah al-Kubra al-'Amiriyah
- Nish. 2006. *First Quantized Approaches to Neutrino Oscillations and Second Quantization*. Brazil: Sao Paulo State University.
- Paul, A. Tipler dan Ralph, A.L., 2008. *Modern Physics Fifth Edition*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Paolo, Lipori. 2001. *Introduction to Neutrino Physics*. Italy: Universita di Roma.
- Raymond, Serway, 2005. *Modern Physics Third Edition*. USA: Brooks
- Reines, Federick. 1995. *The Neutrino: From Poltergeist to Particle*. USA: University of California.
- Walter, Greiner, 1989. *Gauge Theory of Weak Interactions*. New York: Springer.
- Wibowo, Herlik. 2009. *Grand Unified Theory and Massive Neutrino*. Surabaya: Insitut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Wijaya, Eko Budi. 2012. *Massa Neutrino Setelah Perusakan GUT SU(6) Dimensi-5*. Jakarta: Universitas Indonesia.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

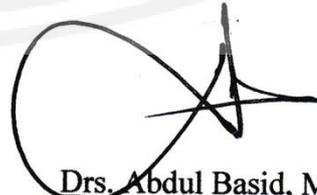
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341) 551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Zuhairini Rizqiyah
NIM : 136400003
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Fisika
Judul Skripsi : Studi Osilasi Neutrino Melalui Pendekatan Teori Medan Kuantum: Kuantisasi I dan Kuantisasi II
Pembimbing I : Erika Rani, M.Si
Pembimbing II : Umayyatus Syarifah, M. A.

No	Tanggal	HAL	Tanda Tangan
1	23 Agustus 2017	Konsultasi Bab I	
2	12 Februari 2018	Konsultasi Bab II	
3	26 Maret 2018	Konsultasi Bab III	
4	5 Maret 2018	Konsultasi Agama	
5	28 April 2018	Konsultasi Bab IV dan Bab V	
6	09 Mei 2018	Konsultasi Agama	
7	30 Mei 2018	Konsultasi Semua Bab, Abstrak dan Acc	
8	04 Juni 2018	Konsultasi Agama dan Acc	

Malang, 04 Juni 2018
Mengetahui,
Ketua Jurusan Fisika,



Drs. Abdul Basid, M.Si
NIP. 19650504 199003 1 003