

**STUDI INTERAKSI QUARK-ANTIQUARK (MESON)
DENGAN PENDEKATAN INTEGRAL LINTAS
FEYNMAN-SCHWINGER**

SKRIPSI

Oleh:

KOMARUDDIN
NIM. 13640022



**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK
IBRAHIM MALANG
2017**

HALAMAN PENGAJUAN

**STUDI INTERAKSI QUARK-ANTIQUARK (MESON)
DENGAN PENDEKATAN INTEGRAL LINTAS
FEYNMAN-SCHWINGER**

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri
Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
KOMARUDDIN
NIM. 13640022

**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2017**

HALAMAN PERSETUJUAN

STUDI INTERAKSI QUARK-ANTIQUARK (MESON) DENGAN PENDEKATAN INTEGRAL LINTAS FEYNMAN-SCHWINGER

SKRIPSI

Oleh:
KOMARUDDIN
NIM. 13640022

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 25 November 2017

Pembimbing I,



Erika Rani, M.Si
NIP. 19810613 200604 2 002

Pembimbing II,



Umaiatus Syarifah, M.A
NIP. 19820925 200901 2 005

Mengetahui,
Ketua Jurusan Fisika



Drs. Abdul Basid, M. Si
NIP. 196505041 990031 003

HALAMAN PENGESAHAN

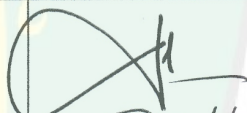
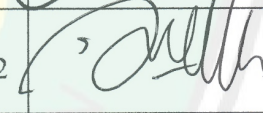
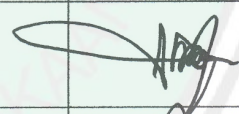

**STUDI INTERAKSI QUARK-ANTIQUARK (MESON)
DENGAN PENDEKATAN INTEGRAL LINTAS
FEYNMAN-SCHWINGER**

SKRIPSI

Oleh:

KOMARUDDIN
NIM. 13640022

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 5 Desember 2017

Penguji Utama:	<u>Drs. Abdul Basid, M.Si</u> NIP. 19650504 199003 1 003	
Ketua Penguji:	<u>Arista Romadani, M.Sc</u> NIDT. 19900905 20160801 1 072	
Sekretaris Penguji:	<u>Erika Rani, M.Si</u> NIP. 19810613 200604 2 002	
Anggota Penguji:	<u>Umayyatus Syarifah, M.A</u> NIP.19820925 200901 2 005	

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Fisika



Drs. Abdul Basid, M. Si
NIP. 196505041 990031 003

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

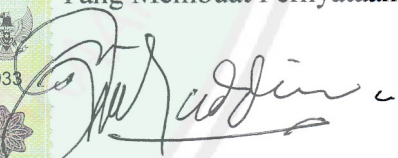
Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Komaruddin
NIM : 13640022
Jurusan : Fisika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul : Studi Interaksi Quark-Antiquark (Meson) Dengan Pendekatan Integral Lintas Feynman-Schwinger

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 10 Oktober 2017
Yang Membuat Pernyataan




Komaruddin
NIM. 13640022

MOTTO

.... يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ ۗ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ



"..... niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. dan Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan."(QS: Mujadilah: 11)

Do the best, be good, then you will be the best

"Lakukan yang terbaik, bersikaplah yang baik maka kau akan menjadi orang yang terbaik"

HALAMAN PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirobbilalamin...

Allahummashollialasyayyidina Muhammad...

Karya sederhana ini saya persembahkan untuk keluarga tercinta yang selalu mendukung, mendoakan serta nasehatnya yang menjadi jembatan perjalanan hidup saya.

Semoga ini menjadi langkah awal untuk membuat keluarga saya tercinta bahagia, karena saya sadar, selama ini belum bisa berbuat lebih

Saya ucapkan banyak terima kasih kepada kerabat, sahabat, guru, serta semua pihak atas doa, ilmu, dukungan, dan semuanya.

Malang, 10 Oktober 2017

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji syukur kepada tuhanku ialah Allah SWT. Tuhan pencipta alam semesta serta seisinya, atas segala nikmat dan anugrah-Nya yang telah diberikan, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita, Nabi besar Muhammad SAW beserta segenap sahabat dan keluarganya serta para pengikutnya yang setia hingga hari kiamat nanti. Akhirnya setelah melalui proses panjang, berliku, dan penuh ujian maka atas rahmat-Nya serta dengan izin-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis bersyukur atas rahmat-Nya, yang telah diberikan kepada penulis untuk menempuh pendidikan dijenjang universitas, khususnya program studi Fisika.

Fisika merupakan salah satu ilmu yang cukup sulit untuk dipelajari, akan tetapi mempelajari fisika mempunyai kesenangan tersendiri. Penulis sangat menyukai dunia fisika, khususnya fisika teori (*Theoretical Physics*). Alasan penulis memilih fisika teori dikarenakan banyak orang-orang besar yang terlahir dari bidang ini, contohnya: Abdussalam (ilmuwan fisika islam pertama yang telah mendapatkan hadiah nobel), Albert Einstein, dan Issac Newton. Mayoritas pemikiran-pemikiran mereka sangat berpengaruh pada dunia sains dan teknologi. Penulis berharap juga dapat memberikan kontribusi terhadap agama, negara, serta dunia khususnya dibidang sains dan teknologi.

Skripsi dengan judul "Studi Interaksi Quark-Antiquark (Meson) Dengan Pendekatan Integral Lintas Feynman-Schwinger" ini tidak lain adalah karya kecil dari penulis, yang mungkin nanti dijadikan sumber perangsang tumbuhnya ilmuwan-ilmuwan baru. Dalam penulisan skripsi dan selama masa perkuliahan, terdapat banyak pihak yang terlibat serta mendukung penulis. Pada kesempatan ini, penulis

mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Abdul Haris, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Drs. Abdul Basid. M.Si selaku Ketua Jurusan Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Erika Rani, M.Si selaku sebagai dosen pembimbing penulisan skripsi ini, sekaligus dosen yang sering memberikan motivasi, arahan petunjuk, dan mengajarkan ilmunya dengan penuh kegigihan serta penuh kesabaran sehingga penulisan skripsi ini bisa terselesaikan dengan baik.
5. Ummaiyatus Syarifah, M.A selaku sebagai dosen pembimbing integrasi agama. Terimakasih atas segala bantuan serta nasehatnya.
6. Prof. Yupeng Yan selaku dosen pembimbing internship di Suranaree University of Technology Thailand yang senantiasa membimbing penulis.
7. Segenap dosen Jurusan Fisika yang tidak dapat disebutkan satu-persatu atas bimbingan, arahan, dan motivasi
8. Segenap staf admin Jurusan Fisika atas bantuan, layanan informasi, dan kerjasamanya selama ini.
9. Keluarga tercinta, yang telah mendukung penulis dalam segala hal dan memberikan kasih sayang dan nasehat serta selalu memberikan doa yang tiada henti-hentinya kepada penulis.

10. Teman-teman S1 angkatan 2013 atas persahabatan dan motivasi yang diberikan selama ini, terutama semua teman-teman dari Jurusan Fisika, terlebih lagi dari kelas fisika A.
11. Kepada pihak-pihak lain yang tidak disebutkan satu-persatu dalam halaman ini yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga sebuah karya sederhana ini dapat memberikan sumbangan bagi ilmu pengetahuan nasional terlebih internasional. Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini juga tidak luput dari kesalahan, untuk itulah penulis mohon maaf. Penulis juga mohon saran dan kritik untuk penyempurnaan skripsi ini.

Malang, 10 Oktober 2017

Komaruddin

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGANTAR	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
ABSTRAK	xiv
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Batasan masalah	6
1.5 Manfaat Penelitian	6
II FISIKA HEAVY QUANTUM DAN INTEGRASINYA DALAM ISLAM	7
2.1 Gaya Inti	7
2.2 Teori Meson	8
2.3 Quark	10
2.4 Quantum Chromodynamics	13
2.5 Meson Dalam Al-Quran	16
III REPRESENTASI FEYNMAN-SCHWINGER DALAM QCD	22
3.1 Bentuk Umum Representasi Feynman-Schwinger	22
3.2 Gangguan Dalam Kerangka Representasi Feynman-Schwinger	28
IV HAMILTONIAN QUARK-ANTIQUARK (MESON)	34
4.1 Integral Lintas Fungsi Green's $q\bar{q}$ Dalam Medan Magnet	34
4.2 Potensial Spin Bergantung Waktu (<i>Spin Dependent</i>)	40
4.3 Hamiltonian Interaksi $q\bar{q}$ Dalam Medan Magnet	46
4.4 Hamiltonian Interaksi $q\bar{q}$ Tanpa Medan Magnet	51
4.5 Nilai Eigen Sistem $q\bar{q}$	53
V PENUTUP	57
5.1 Kesimpulan	57
5.2 Saran	58
DAFTAR PUSTAKA	59
LAMPIRAN	62

DAFTAR GAMBAR

2.1	Pertukaran medan kuantum kuat (pion) antara	8
2.2	Partikel Pion dan anti-partikel Pion	10
2.3	Perbandingan massa kelompok Quark	11
2.4	Sebuah quark dan antiquark (warna merah) dengan	14
2.5	Contoh muatan warna Meson	15
2.6	Contoh muatan warna Baryon	15
2.7	Contoh muatan warna Anti-Baryon	16
3.1	Ilustrasi lintasan Wilson loop	26
4.1	Gambaran lintasan waktu fluktuasi (z_1, z_4):	38
4.2	Gambaran interaksi quark-antiquark dalam pengaruh	51
4.3	Gambaran interaksi quark-antiquark tanpa pengaruh medan magnet	53
5.1	Gambaran quark single warna	69
5.2	Gambaran quark tidak berubah warna	70
5.3	Gambaran quark bertukar warna	71
5.4	Gambaran quark menyertakan 3 color	71
5.5	Integrasi area untuk lowest-dimensional (non-trivial)	73
5.6	Operator parallel-transport sepanjang lintasan L	74

DAFTAR TABEL

1.1	Kekuatan interaksi di alam semesta (Griffiths, 2008)	2
2.1	Fundamental fermion dalam standard model (Griffiths, 2008)	12



ABSTRAK

Komaruddin. 2017. **Studi Interaksi Quark-Antiquark (Meson) Dengan Pendekatan Integral Lintas Feynman-Schwinger**. . Skripsi. Jurusan Fisika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Erika Rani, M.Si. (II) Umayyatus Syarifah, M.A.

Kata Kunci: *Meson, Quark-Antiquark, Integral Lintas, Feynman-Schwinger.*

Meson merupakan partikel subatomik yang tersusun oleh satu quark dan satu antiquark yang terikat gaya nuklir kuat. Sifat meson yang menengah-berat sangat memungkinkan digunakan dalam berbagai teknologi kuantum. Pada penelitian ini dilakukan studi interaksi quark-antiquark (meson) dengan pendekatan integral lintas Feynman-Schwinger. Penelitian ini membahas interaksi quark-antiquark dengan mediator gluon. Dengan mendefinisikan propagator interaksi dari suatu Lagrangian Euclidean skalar diperoleh suatu fungsi Greens yang invarian gauge. Propagator ini digunakan untuk mendeskripsikan propagasi quark dan gluon dengan modifikasi kehadiran suatu medan eksternal, sehingga kombinasi propagator quark-antiquark dapat dinyatakan oleh fungsi Greens quark-antiquark. Hasil formalisme secara teoritik mengimplikasikan bahwa Hamiltonian interaksi quark-antiquark dapat dibentuk dari propagator interaksi quark-antiquark. Propagator tersebut membawa sifat fisis interaksi-interaksi yang menjadi fokus dalam interaksi meson seperti interaksi spin, interaksi warna, dan interaksi rasa. Interaksi yang terjadi antara quark-antiquark dapat dideskripsikan dengan interaksi yang terjadi pada kondisi jarak panjang dan jarak pendek, parameter-parameter yang terlibat dalam interaksi ini dinyatakan sebagai besaran potensial spin bergantung waktu. Potensial spin bergantung waktu digambarkan oleh potensial kurungan dan potensial pertukaran gluon. Sementara potensial spin-spin interaksi dinyatakan dan dikombinasikan dengan potensial yang memuat besaran kopling kuat. Spin-spin interaksi hanya bekerja dalam ruang spin yang dinyatakan dalam keadaan tunggal atau keadaan triplet. Sementara interaksi warna dinyatakan dalam keadaan warna tunggal yang dideskripsikan oleh faktor warna, dalam kasus ini dinyatakan oleh potensial pertukaran gluon.

ABSTRACT

Komaruddin. 2017. **Study Interaction in Quark-Antiquark (Meson) Feynman-Schwinger Path Integral Approach**. Thesis. Department of Physics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisor: (I) Erika Rani, M.Si. (II) Umaiatus Syarifah, M.A.

Keywords: *Meson, Quark-Antiquark, Path Integral, Feynman-Schwinger.*

Meson is subatomic particles composed by one quark and one antiquark bound to a strong nuclear force. Middle-weight properties of meson are highly applicable in a variety of quantum technologies. In this study, the study quark-antiquark (meson) interaction Feynman-Schwinger path integral approach. This study discusses quark-antiquark interactions with gluon as mediator. By defining the interaction propagator of a scalar Euclidean Lagrangian obtained a gauge-invariant Green's function. This propagator use to describe the propagation of quarks and gluons by modifying the presence of an external field, the combination of quark-antiquark propagator can be expressed by quark-antiquark Greens function. The result of formalism theoretically implies that the Hamiltonian quark-antiquark interaction can be formed from the quark-antiquark interacting propagator. The propagator carries the physical properties of the interactions that focus on meson interaction such as spin interaction, color interaction, and flavor interaction. Interactions that occur between quark-antiquark can be described by interactions that occur in long-range and short-range conditions. The parameters involved in this interaction are expressed as the spin dependent potential. Spin dependent potential is represented by confinement potential and one gluon exchange potential. The potential of spin-spin interactions expressed and combined with potential contained strong coupling. Interaction of spin-spin only worked in spin space and expressed in singlet state or triplet state. The color interaction expressed in color singlet state and color state described by the color factor, in this case it is expressed by the potential of gluon exchange.

الملخص

قمر الدين. ٢٠١٧. دراسة تفاعلية الدقيقة الأولى - غير الدقيقة الأولى والميزون مع متكامل النهج فينمان-سكوينجر. بحث علمي. قسم الفيزياء
كلية العلوم والتكنولوجيا جامعة مولانا مالك إبراهيم مالانج الحكومية الإسلامية.
تحت الاشراف: (١) إريكاراني الماجستير. (٢) أمية الشريفة الماجستير.

الكلمات الرئيسية : الميزون والدقيقة الأولى - غير الدقيقة الأولى و متكامل النهج و فينمان-سكوينجر

الميزون هي جسيمات دون الذرية تتكون من الدقيقة الأولى غير الدقيقة الأولى التي يتعلق بنوعية قوية. خصائص الميزون الثقيلة المتوسطة يمكنها أن تستخدم في أنواع من تكنولوجيا قوانتوم. يركز هذا البحث على دراسة تفاعلية الدقيقة الأولى - غير الدقيقة الأولى والميزون مع متكامل النهج فينمان-سكوينجر. يركز هذا البحث على تفاعلية الدقيقة الأولى - غير الدقيقة الأولى مع وسيط غلوون. من خلال تعريف مذيع التفاعل من لاغريدان إقليديان العددية المحصلة على وظيفة قياس ثابت الأخضر. يستخدم هذا المذيع لوصف متكائر الدقيقة الأولى وغلوون عن طريق دخول الشيء من الخارج حتى تكون متنوعة تفاعلية الدقيقة الأولى - غير الدقيقة الأولى وردة من قبل وظيفتهما. نتيجة التمسك بالشكل نظريا تدل على أن هاملتونيان تفاعلية الدقيقة الأولى - غير الدقيقة الأولى يمكنهما أن تكونا من مذيع الدقيقة الأولى - غير الدقيقة الأولى. ذلك المذيع يحمل الخصائص الفيزيائية للتفاعلات للمركز على تفاعل الميزون مثل تفاعل التدور وتفاعل اللون وتفاعل الذوق. ووصف التفاعلات التي تحدث بين الدقيقة الأولى - غير الدقيقة الأولى من خلال التفاعلات التي تحدث في المسافات الطويلة والقصيرة. والمعلومات المشاركة في هذا التفاعل بصفتها توت كامن التدور المتعلقة بالوقت. وكان كامن التدور المتعلقة بالوقت مصور كامن الحبس وكامن تبادل غلوون. وتدور الكامن التفاعلية معتبرة ومتنوعة على المعدلات القوية. التدور يتفاعل في غرفة التدور في حالة واحدة أو حالة ثلاثية. وأما تفاعل اللون فهي في حالة لون واحد الذي يصوره عامل اللون وهو جهود تبادل غلوون.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada umumnya partikel elementer dapat dikelompokkan berdasarkan interaksi yang mempengaruhi dan nilai spinnya. Dimana nilai spin partikel dibedakan menjadi partikel fermion (spin pecahan) dan partikel boson (spin bulat), sedangkan interaksi yang mempengaruhi partikel dibedakan menjadi hadron yang dipengaruhi interaksi lemah, interaksi kuat dan interaksi elektromagnetik dan lepton yang dipengaruhi interaksi lemah dan interaksi elektromagnetik. Allah SWT berfirman dalam Surat an-Nisaa (4): 40;

إِنَّ اللَّهَ لَا يَظْلِمُ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ ۖ وَإِن تَكُ حَسَنَةً يُضْعِفْهَا وَيُؤْتِ مِن لَّدُنْهُ أَجْرًا عَظِيمًا ﴿٤٠﴾

”Sesungguhnya Allah tidak menganiaya seseorang walaupun sebesar zarrah, dan jika ada kebajikan sebesar zarrah, niscaya Allah akan melipat gandakannya dan memberikan dari sisi-Nya pahala yang besar” (Q.S. an-Nisaa (4): 40).

Menurut Ibnu Hajar al Asqalani, *zarrah* adalah suatu partikel terkecil dari benda yang ada. Beberapa ahli tafsir lain memaknai *zarrah* seperti debu yang tampak pada cahaya matahari yang terlihat seperti ujung-ujung jarum.

Terdapat empat jenis interaksi yang ada di alam semesta yaitu interaksi gravitasi, elektromagnetik, lemah, dan kuat. Model ini oleh para fisikawan dianggap sebagai suatu model yang hampir dapat menjelaskan secara lengkap fenomena-fenomena alam semesta yang berkaitan dengan interaksi antar partikel elementer penyusun alam semesta. Kekuatan relatif dari keempat interaksi ini dapat dideskripsikan dalam tabel 1.1 berikut.

Tabel 1.1: Kekuatan interaksi di alam semesta (Griffiths, 2008)

Gaya	Kekuatan	Teori	Perantara
Kuat	10	Chromodynamics	Gluon
Elektromagnetik	10^{-2}	Elektrodynamics	Foton
Lemah	10^{-13}	Flavourdynamics	W dan Z
Gravitasi	10^{-42}	Geometrodynamics	Graviton

Diantara keempat interaksi-interaksi pada partikel, interaksi yang pertama kali dapat dipahami dengan sangat baik adalah interaksi elektromagnetik dan interaksi ini dapat dijelaskan dengan sangat baik oleh teori elektrodinamika kuantum (*quantum electrodynamics (QED)*), beberapa dekade kemudian diperkenalkan sebuah teori yang dapat menjelaskan interaksi kuat yang *prototype*-nya diambil dari teori elektrodinamika kuantum yang dikenal sebagai teori khromodinamika kuantum (*quantum chromodynamics (QCD)*). Meskipun perhitungan analitiknya sangat rumit, tetapi teori ini dengan cukup baik dapat menjelaskan fenomena interaksi kuat, sehingga beberapa perhitungan sering menggunakan metode numerik. Kemudian S.L. Glashow, S. Weinberg, dan A. Salam memperkenalkan sebuah teori yang disebut teori elektro lemah (*electroweak*) untuk menjelaskan fenomena interaksi elektromagnetik dan interaksi lemah, teori ini juga dikenal dengan teori Glashow-Weinberg-Salam. Meskipun tidak sebaik teori elektrodinamika kuantum, namun teori ini dapat menjelaskan fenomena interaksi lemah dengan cukup baik. Teori khromodinamika kuantum bersama dengan teori elektro lemah bergabung menjadi teori standard model (SM), sementara fenomena interaksi gravitasi belum dapat dijelaskan hingga saat ini. Hingga saat ini, Standard model menjadi kerangka dasar berfikir fisikawan teoritik saat ini untuk menjelaskan fenomena-fenomena yang terjadi di alam semesta.

Dalam inti atom dimana proton dan neutron bisa berikatan secara bersama-sama awalnya merupakan suatu permasalahan. Sehingga muncul dugaan ada gaya yang lebih besar dari gaya elektromagnetik. Dengan kata lain ada mediator yang

lebih kuat dari pada foton. Awalnya fenomena ini dijelaskan dengan medan gravitasi dimana seperti yang telah diketahui gaya gravitasi dan elektromagnetik memiliki jarak tak terbatas, tetapi pada gaya kuat ini jaraknya tergantung dari inti itu sendiri. Teori tentang gaya kuat ini diperkenalkan oleh Yukawa 1934. Yukawa berasumsi bahwa proton dan neutron berinteraksi satu sama lain oleh medan yang kecil, seperti halnya elektron mengitari nukleus karena medan elektrik dan seperti bulan mengitari bumi karena medan gravitasi. Karena besarnya mediator ini antara elektron dan proton, partikel Yukawa dikenal sebagai meson (*middle-weight*). Meson merupakan partikel subatomik yang tersusun oleh satu quark dan satu anti-quark yang terikat gaya nuklir kuat. Partikel meson merupakan partikel boson yang memiliki spin bulat.

Alam partikel elementer menunjukkan bahwa setiap partikel selalu mempunyai pasangan anti-partikelnya termasuk partikel meson, ini mengindikasikan bahwa Tuhan menciptakan semuanya dalam keadaan berpasang-pasangan, bahkan dalam dunia kuantum sekalipun sebagaimana dijelaskan dalam Surat adz-Dzaariyaat (51): 49;

وَمِنْ كُلِّ شَيْءٍ خَلَقْنَا زَوْجَيْنِ لَعَلَّكُمْ تَذَكَّرُونَ ﴿٤٩﴾

”dan segala sesuatu Kami ciptakan berpasang-pasangan supaya kamu mengingat kebesaran Allah” (Q.S. adz-Dzaariyaat (51): 49).

Selama tiga dekade terakhir banyak peneliti yang konsisten meneliti tentang partikel meson. Karena sifat meson yang *middle-weight* sangat memungkinkan digunakan dalam berbagai teknologi kuantum. Perhitungan formula efek volume massa meson dan peluruhan konstan menghasilkan suatu formula amplitude hamburan dalam bentuk integral yang dapat dikombinasikan dengan *chiral perturbation theory (ChPT)* dalam QCD (Gilberto, 2005). Massa meson hasil perhitungan meng-

gunakan pendekatan *chiral* quarks dimana analisis dilakukan menggunakan matrik korelator dari beberapa sumber dan memasukkan operator dan basis dalam kondisi eksitasi *chiral*, didapat massa pion di bawah 350 Mev (Tommy, 2006). Hasil kalkulasi dalam transisi *chiral* pada meson (D_s dan B_s) terdapat pergeseran massa sekitar 100 Mev pada level 0^+ dan 1_H^+ , sedangkan untuk level 1^+ dan 2^+ sesuai dengan hasil eksperimen (Badalian, 2007). Muatan vektor meson tidak mengalami kondensasi dalam medan magnet. Meskipun beberapa hadron model memprediksi bahwa muatan vektor meson mengalami kondensasi dalam medan magnet. Hasil ini diperoleh menggunakan teorema Vafa-Witten dengan data *lattice* QCD (Yoshimasa, 2013).

Selain pembahasan pada penelitian-penelitian di atas, pembahasan mengenai interaksi-interaksi pada meson sangat penting untuk dilakukan, terutama interaksi spin dan warnanya, karena dengan mengetahui bentuk fisis atau formulasi interaksinya maka dapat menganalisa kontribusi dan keadaan dari partikel meson. Badalian (2008), telah meneliti interaksi spin bergantung waktu pada kelompok quark (quarkonia) dan Simonov (2013) meneliti interaksi spin pada meson dalam medan magnet kuat menggunakan pendekatan integral lintas.

Metode integral lintas diperkenalkan oleh Feynman 1948. Metode ini merupakan formulasi alternatif dari mekanika kuantum dan teori medan. Keuntungan menggunakan formulasi ini adalah dapat dilakukannya kuantisasi suatu teori hanya dengan menggunakan medan kompleks, tanpa mengubah medan menjadi operator. Keuntungan lain yang didapat adalah cara termudah dan langsung untuk mendapatkan aturan Feynman untuk teori medan apapun dan memungkinkan diperoleh solusi eksak ataupun numerik dari medan interaksi.

Penelitian yang dilakukan Simonov (2013) menggunakan relativistik integral lintas dan relativistik hamiltonian dalam QCD. Hasil penelitiannya menyebutkan bahwa dari ekspresi secara eksplisit dari interaksi spin-spin dalam sistem quark-

antiquark dalam medan magnet memperoleh ekspresi formalisme yang sesuai untuk koreksi energi diri nonperturbative dalam medan magnet dan juga didapat koreksi ekspresi terhadap bentuk interaksi *hyperfine* partikel. Spin-spin interaksi memodifikasi dan menghasilkan pergeseran *hyperfine* secara linear terhadap medan magnet.

Dalam interaksi quark-antiquark diperlukan koreksi perhitungan yang tidak sederhana, sehingga perlu dikaji kembali supaya memperoleh formulasi yang lebih mapan. Mekanisme interaksi-interaksi pada meson dalam medan magnet sangat penting untuk dipelajari khususnya dalam bidang fisika energi tinggi. Dari sinilah ide studi dari penulis muncul, bagaimana untuk merumuskan persoalan interaksi-interaksi pada meson dalam kerangka teori gauge.

1.2 Rumusan Masalah

Penelitian ini merumuskan 2 permasalahan pokok sebagai berikut:

1. Bagaimana formulasi dan interpretasi interaksi spin bergantung waktu pada meson dalam medan magnet dengan pendekatan integral lintas Feynman-Schwinger?
2. Bagaimana bentuk Hamiltonian dari interaksi quark-antiquark (meson) dalam medan magnet dengan pendekatan integral lintas Feynman-Schwinger?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini antara lain:

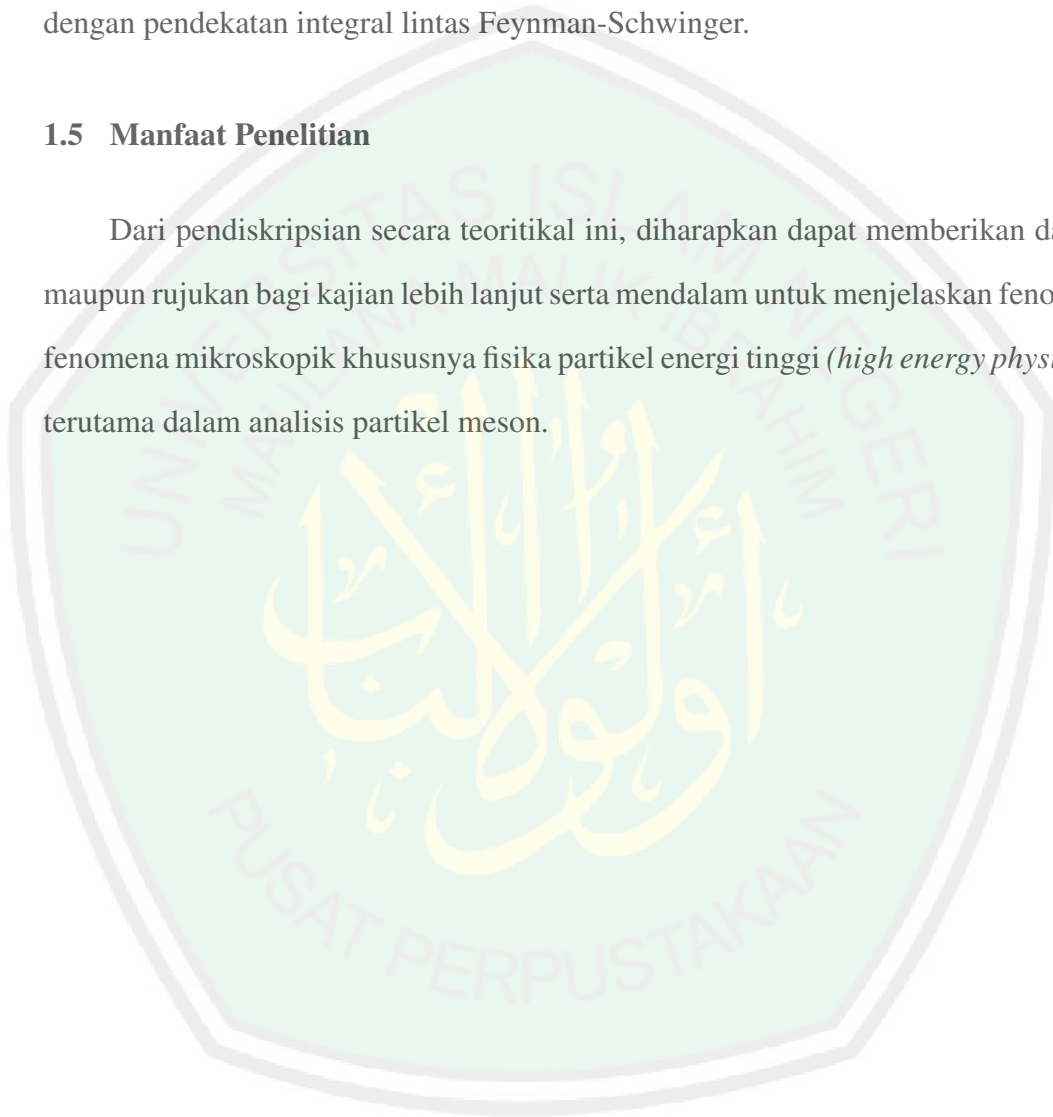
1. Untuk mengetahui formulasi dan interpretasi interaksi spin bergantung waktu pada meson dalam medan magnet dengan pendekatan integral lintas Feynman-Schwinger.
2. Untuk mengetahui bentuk Hamiltonian dari interaksi quark-antiquark (meson) dalam medan magnet dengan pendekatan integral lintas Feynman-Schwinger.

1.4 Batasan masalah

Penelitian ini hanya mengkaji secara teoritik interaksi quark-antiquark (meson) dengan pendekatan integral lintas Feynman-Schwinger.

1.5 Manfaat Penelitian

Dari pendiskripsian secara teoritikal ini, diharapkan dapat memberikan dasar maupun rujukan bagi kajian lebih lanjut serta mendalam untuk menjelaskan fenomena-fenomena mikroskopik khususnya fisika partikel energi tinggi (*high energy physics*), terutama dalam analisis partikel meson.



BAB II

FISIKA *HEAVY QUANTUM* DAN INTEGRASINYA DALAM ISLAM

2.1 Gaya Inti

Dalam inti atom terjadi interaksi antar nukleon-nukleon penyusunnya. Apabila nukleon-nukleon tersebut adalah proton-proton yang didekatkan, secara elektrostatis proton-proton dalam inti atom akan berusaha saling menjauhkan diri (tolak menolak) karena adanya pengaruh gaya Coulomb (gaya elektrostatis) yang semakin besar jika jarak proton-proton semakin dekat. Kenyataannya proton-proton seolah-olah menyatu dan terikat bersama dengan sangat kuat pada jarak yang sangat dekat, namun secara elektrostatis proton-proton tidak mungkin menyatu. Sehingga para fisikawan mengusulkan bahwa sesuatu yang mengikat proton-proton tersebut menjadi sebuah inti merupakan gaya yang sangat kuat dan jauh lebih besar dibanding gaya tolak elektrostatis yang menentangnya. Gaya tersebut dinamakan gaya inti (gaya kuat) (Wiyatmo, 2006).

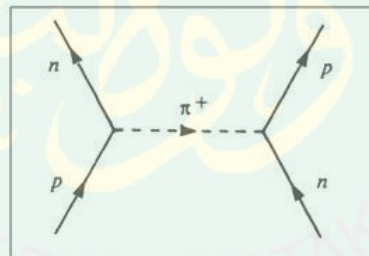
Gaya inti disebut juga gaya kuat karena gaya ini merupakan gaya paling kuat dari semua gaya yang diketahui. Gaya inti memiliki jangkauan sangat pendek, yaitu hanya sejauh ukuran inti (sekitar 1,4 fm). Pada jarak lebih dari 1,4 fm gaya ini akan melemah dan akhirnya menjadi nol. Sehingga ketika kedua proton terpisah agak jauh, yang ada hanya gaya tolakan elektrostatis Coulomb, sementara gaya nuklirnya bernilai nol. Untuk itu para ahli fisika mengusulkan teori tentang gaya inti, yaitu gaya tarik menarik antara partikel penyusun inti dengan sifat-sifat (Wiyatmo, 2006):

1. Gaya inti bukan gaya listrik atau tidak disebabkan oleh muatan partikel.
2. Gaya inti harus sangat kuat atau harus jauh lebih besar dari pada gaya elektrostatis.
3. Gaya inti hanya bekerja jika kedua partikel dalam inti cukup dekat (berada

pada jarak tertentu sekitar 10^{-15} m). Apabila gaya inti juga bekerja pada jarak yang jauh, maka seluruh partikel di jagad raya akan berkumpul menjadi satu, sesuatu yang belum pernah terjadi.

4. Gaya inti tidak bekerja pada jarak yang sangat dekat sekali, karena pada keadaan ini akan berubah menjadi gaya tolak. Jika gaya inti bekerja juga pada jarak yang sangat dekat, maka semua neutron akan menjadi satu.
5. Gaya inti antara dua partikel tidak bergantung pada jenis partikelnya. Artinya gaya inti terjadi pada proton-proton, proton-neutron, dan neutron-neutron.

Model yang berhasil menjelaskan asal usul gaya berjangkauan pendek ini adalah model gaya tukar atau dalam interaksinya proton dan neutron mengalami proses pertukaran meson (π meson) di antara mereka. Pertukaran meson diusulkan oleh Yukawa pada 1935 yang dikenal sebagai teori medan meson.



Gambar 2.1: Pertukaran medan kuantum kuat (pion) antara proton dan neutron (Ryder, 1996)

2.2 Teori Meson

Pada 1932 Heisenberg mengusulkan teori bahwa elektron dan positron bolak-balik antara nukleon-nukleon. Misalnya sebuah neutron, dapat memancarkan elektron dan menjadi sebuah proton, sedangkan sebuah proton dapat menyerap elektron menjadi sebuah neutron. Namun, perhitungan berdasarkan data peluruhan beta me-

nunjukkan bahwa gaya yang timbul dari pertukaran elektron dan positron oleh nukleon terlalu kecil dengan faktor 10^{14} untuk berperan dalam struktur nuklir (Beiser, 1999).

Pada Oktober 1934, pada pertemuan Osaka Branch Physico-Mathematical Society of Japan, Hideki Yukawa mengusulkan teori baru tentang gaya nuklir yang melibatkan pertukaran antara neutron dan proton oleh sebuah partikel (*heavy quantum*). Teori Yukawa ini dikenal sebagai teori meson gaya nuklir dan partikelnya (*heavy quantum*) dinamakan meson. Yukawa menyatakan bahwa terdapat partikel dengan besar massa antara elektron dan nukleon yang bertanggung jawab atas adanya gaya nuklir. Menurut teori meson semua nukleon mengandung inti-inti identik dikitari oleh awan yang mengandung satu atau lebih meson. Meson-meson mungkin netral atau membawa suatu muatan positif atau negatif.

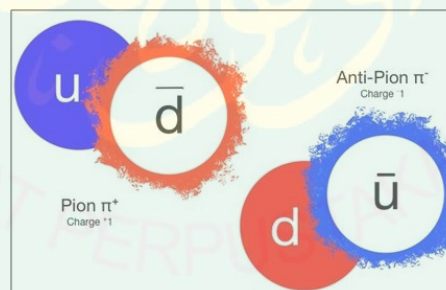
Menurut teori Yukawa (Beiser, 1999), setiap nukleon terus menerus memancarkan dan menyerap pion (π meson). Jika terdapat nukleon lain didekatnya, pion yang dipancarkan dapat menyeberang alih-alih kembali ke nukleon induknya, transfer momentum yang menyertai setara dengan gaya aksi.

Dalam fisika partikel, meson merupakan partikel subatomik hadronik yang terdiri dari satu quark dan satu antiquark, terikat bersama oleh interaksi kuat. Karena meson terdiri dari quark yang merupakan sub-partikel, meson memiliki ukuran fisik dengan diameter sekitar satu Fermi, yaitu sekitar $2/3$ ukuran proton atau neutron.

Peluruhan meson bermuatan dapat membentuk elektron dan neutrino, sedangkan meson tidak bermuatan memungkinkan untuk meluruh menjadi foton. Meson tidak diproduksi oleh peluruhan radioaktif, tetapi muncul di alam sebagai partikel berumur pendek dalam interaksi kuat, dalam hal ini antara partikel yang tersusun atas quark-quark seperti tabrakan sinar kosmik yang terbuat dari inti (proton dan neutron). Meson juga sering diproduksi artifisial dalam akselerator partikel energi tinggi dalam proses tabrakan proton, anti-proton, atau partikel lainnya.

Setiap jenis meson memiliki anti-partikel yang sesuai (antimeson) dimana quark diganti dengan antiquark yang sesuai dan sebaliknya. Sebagai contoh, pion positif (π^+) tersusun dari satu quark up dan satu antiquark down dan anti-partikel yang sesuai, pion negatif (π^-) tersusun dari satu antiquark *up* dan satu quark *down*.

Karena meson terdiri dari quark, mereka berpartisipasi baik dalam interaksi lemah dan kuat. Meson dengan muatan listrik juga berpartisipasi dalam interaksi elektromagnetik. Meson diklasifikasikan menurut jenis quark, momentum sudut total, paritas dan berbagai properti lainnya, seperti C-paritas dan G-paritas. Meskipun tidak ada meson stabil, partikel-partikel dengan massa yang lebih rendah tetap lebih stabil dari pada yang lebih besar, dan karenanya lebih mudah untuk mengamati dan belajar di akselerator partikel atau dalam percobaan sinar kosmik. Meson juga kurang masif dari baryon, yang berarti bahwa meson lebih mudah diproduksi dalam percobaan, dan dengan demikian dapat menunjukkan fenomena energi tertentu yang lebih tinggi dan lebih mudah dari pada baryon yang terdiri dari quark yang sama.



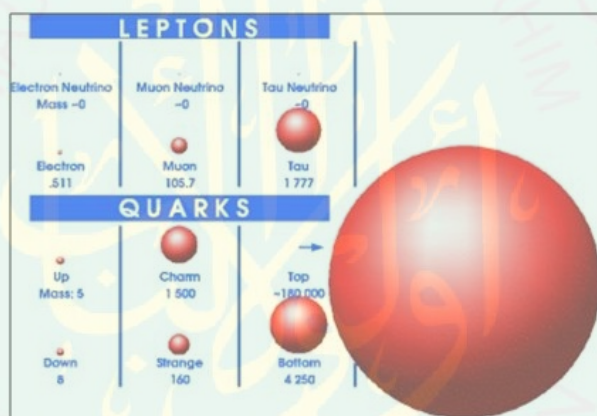
Gambar 2.2: Partikel Pion dan anti-partikel Pion
(<http://ozradonc.wikidot.com/physics:fundamental-particles>, 2017)

2.3 Quark

Quark adalah jenis partikel elementer dan unsur pokok materi. Quark-quark bergabung membentuk partikel yang disebut hadron, yang paling stabil adalah proton dan neutron, yang merupakan komponen inti atom. Akibat fenomena yang dike-

nal sebagai kurungan warna (*color confinement*), quark tidak pernah diamati secara langsung atau ditemukan dalam isolasi. Quark hanya bisa ditemukan di hadron, seperti baryon (contohnya proton dan neutron) dan meson.

Quark juga memiliki berbagai sifat intrinsik, yaitu muatan listrik, massa, muatan warna, dan spin. Quark adalah satu-satunya partikel elementer dalam Model Standar fisika partikel yang mengalami keempat interaksi mendasar, yang juga dikenal sebagai kekuatan fundamental (elektromagnetis, gravitasi, interaksi kuat, dan interaksi lemah), dan satu-satunya partikel yang diketahui yang muatan listriknya tidak kelipatan bilangan bulat dari muatan dasar.



Gambar 2.3: Perbandingan massa kelompok Quark (<https://www-d0.fnal.gov/Run2Physics/top/public/winter05/singletop>, 2017)

Saat ini, telah ditemukan enam rasa (*flavors*) quark melalui berbagai eksperimen energi tinggi, yaitu: *up* (u), *down* (d), *charm* (c), *strange* (s), *top* (t) dan *bottom* (b). *up* dan *down* membentuk keluarga (generasi) pertama, *charm* dan *strange* generasi kedua, dan *top* dan *bottom* generasi ketiga. *Up* dan *down* memiliki massa terendah dari semua quark. Quark yang lebih berat dengan cepat berubah menjadi quark *up* dan *down* mengikuti proses peluruhan partikel (transformasi dari keadaan massa yang lebih tinggi ke keadaan massa yang lebih rendah). Karena itu, quark *up* dan *down* umumnya stabil dan paling umum di alam semesta, sedangkan

charm, *strange*, *top* dan *bottom* hanya dapat diproduksi dalam tumbukan energi tinggi (seperti yang melibatkan sinar kosmik dan akselerator partikel). Untuk setiap rasa quark ada jenis antipartikel yang sesuai, yang dikenal sebagai antiquark, yang berbeda dari quark hanya karena beberapa sifatnya memiliki ukuran yang sama namun muatan yang berlawanan.

Tabel 2.1: Fundamental fermion dalam standard model (Griffiths, 2008)

Generasi	Quark	Muatan	Lepton	Muatan
1	u (<i>up</i>)	2/3	ν_e	0
	d (<i>down</i>)	-1/3	e^-	-1
2	c (<i>charm</i>)	2/3	ν_μ	0
	s (<i>strange</i>)	-1/3	μ^-	-1
3	t (<i>top</i>)	2/3	ν_τ	0
	b (<i>bottom</i>)	-1/3	τ^-	-1

Quark memiliki spin 1/2 partikel, menyatakan bahwa quark merupakan fermion sesuai dengan teorema spin-statistik. quark memenuhi prinsip larangan Pauli, yang menyatakan bahwa tidak ada dua fermion identik yang dapat secara bersamaan menempati keadaan kuantum yang sama. Hal ini berbeda dengan boson (partikel dengan putaran bilangan bulat), yang jumlahnya bisa berada dalam keadaan yang sama. Quark yang menentukan jumlah kuantum dari hadron disebut quark valensi. Terlepas dari ini, hadron apapun memungkinkan mengandung quark, antiquarks, dan gluon, yang tidak mempengaruhi bilangan kuantumnya.

Ada dua famili hadron yaitu baryon, dengan tiga kuota valensi, dan meson dengan sebuah quark dan sebuah antiquark valensi. Sebagian besar hadron diketahui kebanyakan dibedakan berdasarkan kandungan quark dan sifat quark konstituennya. Adanya hadron "eksotis" dengan quark valensi lebih banyak, seperti tetraquarks $qq\bar{q}\bar{q}$ dan pentaquarks $qqqq\bar{q}$, telah diprediksi namun tidak terbukti. Namun, pada tanggal 13 Juli 2015, kolaborasi LHCb di CERN melaporkan hasil yang konsisten dengan keadaan pentaquark.

Quark memiliki tiga keadaan warna, yang diberi label sebagai $i = 1, 2, 3$,

atau merah, hijau, dan biru sesuai tiga warna dasar. Tiga keadaan warna membentuk dasar dalam 3 dimensi ruang vektor kompleks. Keadaan warna bisa diputar oleh 3×3 matriks unitary. Semua transformasi satu-kesatuan tersebut dengan satuan determinan membentuk kelompok Lie $SU(3)$. Ruang warna 3-dimensi merupakan representasi fundamental $SU(3)$. Aturan menggunakan warna bersama-sama mengikuti ruang dari grup $SU(3)$, sama halnya menambahkan momentum sudut di mekanika kuantum.

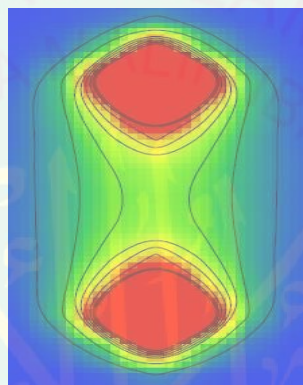
2.4 Quantum Chromodynamics

Quantum chromodynamics (QCD) merupakan teori interaksi kuat. Hal ini dirumuskan dalam medan dasar (quark dan gluon), yang berinteraksi mematuhi prinsip-prinsip dari teori medan kuantum relativistik, dengan non-abelian invarian $SU(3)$. Munculnya QCD sebagai teori interaksi kuat berdasarkan ulasan historis, menganalisis berbagai data eksperimental dan ide-ide teoritis yang tersedia di tahun 1960-1973.

QCD menjelaskan dua sifat utama, yaitu:

1. Pengurungan warna (*color confinement*), fenomena bahwa partikel bermuatan warna seperti quark dan gluon tidak dapat diisolasi dan hanya ada di hadron atau plasma dengan suhu tinggi. Ini adalah konsekuensi dari kekuatan konstan antara dua muatan warna saat dipisahkan (untuk meningkatkan pemisahan antara dua quark dalam hadron, jumlah energi yang terus meningkat dibutuhkan). Akhirnya energi ini menghasilkan pasangan quark-antiquark, mengubah hadron awal menjadi sepasang hadron dan bukannya menghasilkan muatan warna yang terisolasi. Meskipun tidak terbukti secara analitis, pengurungan warna sudah mapan dari perhitungan QCD kisi dan eksperimen selama berpuluh-puluh tahun.

2. Kebebasan asimtotik (*asymptotic freedom*), penurunan dalam kekuatan interaksi antara quark dan gluon saat skala energi dari interaksi tersebut meningkat (dan sebaliknya untuk skala energi menurun). Kebebasan asimtotik QCD ditemukan pada tahun 1973 oleh David Gross dan Frank Wilczek, dan secara independen oleh David Politzer di tahun yang sama. Untuk karya ini ketiganya mendapatkan hadiah Nobel Fisika tahun 2004.



Gambar 2.4: Sebuah quark dan antiquark (warna merah) dengan medan gluon (warna hijau) membentuk meson (Cardoso, 2010)

Berdasarkan *quantum chromodynamics* (QCD), quark memiliki properti yang disebut muatan warna (*color*). Setiap quark membawa warna, sementara setiap antiquark membawa antiwarna. Sistem tarik-menarik dan tolakan antara quark yang dikenakan dengan kombinasi tiga warna yang berbeda disebut interaksi kuat, yang dimediasi oleh partikel pembawa yang dikenal sebagai gluon. Quark yang memiliki muatan warna tunggal dapat membentuk sistem terikat dengan antiquark yang membawa antiwarna yang sesuai. Hasil dari dua quark (quark dan antiquark) yang tarik-menarik akan menjadi warna netralitas (quark dengan muatan warna x dengan antiquark dengan muatan warna $-x$ akan menghasilkan muatan warna 0 (atau warna "putih") seperti pembentukan meson). Demikian pula, kombinasi dari tiga quark masing-masing dengan muatan warna yang berbeda, atau tiga antiquark masing-masing dengan muatan antiwarna, akan menghasilkan muatan warna

”putih” yang sama seperti pembentukan baryon atau antibaryon.

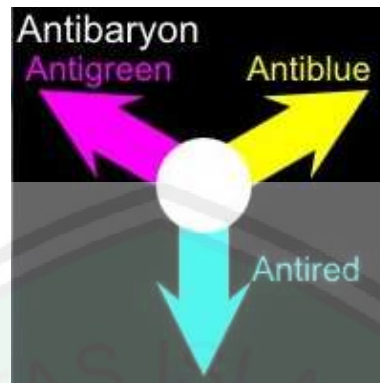


Gambar 2.5: Contoh muatan warna Meson
(<https://en.wikipedia.org/wiki/File:Hadron-colors.svg>, 2017)



Gambar 2.6: Contoh muatan warna Baryon
(<https://en.wikipedia.org/wiki/File:Hadron-colors.svg>, 2017)

Warna $SU(3)$ (umumnya disingkat $SU(3)_c$) adalah simetri pengukur yang menghubungkan muatan warna pada quark dan merupakan simetri yang menentukan untuk *quantum chromodynamics*. Sama seperti hukum fisika yang bebas dari arah mana yang berada dalam ruang yang ditunjuk x , y , dan z , dan tetap tidak berubah jika sumbu koordinat diputar ke orientasi baru, fisika *quantum chromodynamics* tidak bergantung pada arah mana dalam tiga dimensi. Ruang warna diidentifikasi sebagai *red*, *green*, *blue*.



Gambar 2.7: Contoh muatan warna Anti-Baryon
(<https://en.wikipedia.org/wiki/File:Hadron-colors.svg>, 2017)

2.5 Meson Dalam Al-Quran

Banyak orang berbicara tentang suatu materi yang sangat kecil, sesuatu yang tidak dapat dibelah, maupun dipecah lagi. Banyak yang menafsirkan bahwa atom dahulu adalah materi dasar. Dalam kitab suci al-Quran urgensi terkait materi kecil telah dicantumkan sejak dulu, Allah berfirman dalam Surat saba (34): 3;

وَقَالَ الَّذِينَ كَفَرُوا لَا تَأْتِينَا السَّاعَةُ ۗ قُلْ بَلَىٰ وَرَبِّي لَتَأْتِيَنَّكُمْ عِلْمُ الْغَيْبِ لَا
يَعْزُبُ عَنْهُ مِثْقَالُ ذَرَّةٍ فِي السَّمَوَاتِ وَلَا فِي الْأَرْضِ وَلَا أَصْغَرُ مِنْ ذَلِكَ وَلَا
أَكْبَرُ إِلَّا فِي كِتَابٍ مُّبِينٍ ﴿٣﴾

”Dan orang-orang yang kafir berkata: ”Hari berbangkit itu tidak akan datang kepada kami.” Katakanlah: ”Pasti datang, demi Tuhanku Yang Mengetahui yang ghaib, sesungguhnya kiamat itu pasti akan datang kepadamu. Tidak ada tersembunyi daripada-Nya sebesar zarah pun yang ada di langit dan yang ada di bumi dan tidak ada (pula) yang lebih kecil dari itu dan yang lebih besar, melainkan tersebut dalam Kitab yang nyata (Lauh Mahfuzh)”.” (Q.S. Saba’ (34): 3).

Makna *zarah* sebagaimana juga yang dijelaskan dalam (QS. an-Nisaa (4): 40) secara lazimnya, *zarah* adalah partikel debu yang kecil. Dalam kamus Fisika

menyatakan bahwa kata *zarrah* adalah istilah untuk materi yang halus, berupa partikel. Sedangkan dalam fisika nuklir, *zarrah* digunakan untuk menunjukkan pengertian atom, misalnya struktur *zarrah* yang diakibatkan oleh gerak spin partikel elektron. Oleh karena itu, *zarrah* ditafsirkan sebagai nama lain dari partikel elementer.

Atom diambil dari bahasa Yunani yaitu *atomos*, yang berarti tidak dapat di-belah. Dahulu Demokritus dan Leocipus mengira bahwa atom adalah benda yang terkecil yang ada di jagat raya. Akan tetapi pendapat ini sudah tidak relevan lagi. Ilmuwan-ilmuwan modern menunjukkan bahwa atom masih bisa dipecah lagi. Hal ini dibuktikan secara eksperimen bahwa atom tersusun oleh proton dan neutron serta dikelilingi oleh elektron-elektron (yang mengitarinya). Penemuan empiris lebih lanjut juga telah menemukan bahwa proton dan neutron tersusun oleh quark-quark yang saling terikat dengan sangat kuat. Pada tahun 1973 partikel ini telah ditemukan oleh David J.Gross, Frank Wilczek dan H. David Polidzer. Dengan kata lain mereka berpendapat bahwa partikel quark dianggap sebagai materi yang tidak dapat dipecah lagi sampai tingkat yang lebih kecil lagi.

Terpisah dari pembahasan tentang *zarrah*, telah diketahui bahwa di dunia ini banyak yang berpasangan-pasangan, suami-istri, pria-wanita, jantan-betina, atau tertuju pada keadaan-keadaan terang-gelap, siang-malam, cinta-benci, baik-buruk atau positif-negatif. Akan tetapi, apakah pasangan-pasangan tersebut sudah mewakili semuanya, sebagaimana firman Allah dalam Surat adz-Dzariyaat (51): 49;

وَمِنْ كُلِّ شَيْءٍ خَلَقْنَا زَوْجَيْنِ لَعَلَّكُمْ تَذَكَّرُونَ ﴿٤٩﴾

"dan segala sesuatu Kami ciptakan berpasang-pasangan supaya kamu mengingat kebesaran Allah" (Q.S. adz-Dzaariyaat (51): 49).

Kata *zaujaini* adalah bentuk jamak dua dari kata *zaujun*. Hal ini menurut Muhammad Abduh, karena tentang penciptaan *zauj* (pasangan) setelah keterangan

tentang penciptaan manusia tidak menunjukkan selang waktu, dan kata sambung *wawu* tidak menunjukkan arti berurutan, tetapi merupakan *tafshiil* (perincian) dari *ijmaal* (global) (Nurjannah, 2003).

Allah SWT menciptakan segala macam sesuatu maupun kejadian dalam bentuk yang berlainan dan dengan sifat yang bertentangan pula. Setiap sesuatu maupun kejadian itu merupakan lawan atau pasangan bagi yang lain. Seperti dijadikan-Nya kebahagiaan dan kesengsaraan, petunjuk dan kesesatan, malam dan siang, hitam dan putih, gelap dan terang, hidup dan mati, surga dan neraka, dan sebagainya. Semuanya itu dimaksudkan agar manusia ingat dan sadar serta mengambil pelajaran dari semuanya itu, sehingga mengetahui bahwa hanya Allah SWT Tuhan yang Maha Esa yang berhak disembah dan tidak ada sekutu bagi-Nya. Allah SWT yang Maha kuasa menciptakan segala sesuatu berpasang-pasang, bermacam-macam jenis dan bentuk, sedangkan selain Allah adalah makhluk-Nya yang tidak berdaya yang semestinya mereka menyadari itu (Bustami, 1991).

Ayat di atas belum sepenuhnya menjelaskan pasangan-pasangan yang bisa diketahui oleh manusia sampai saat ini. Apalagi jika dikaitkan dengan pasangan yang lainnya (sulit diketahui) sebagaimana dijelaskan dalam Surat Yaasinn (36): 36;

سُبْحٰنَ الَّذِيْ خَلَقَ الْاَزْوَاجَ كُلَّهَا مِمَّا تُنْبِتُ الْاَرْضُ وَمِنْ اَنْفُسِهِمْ وَمِمَّا لَا يَعْلَمُوْنَ ﴿٣٦﴾

”Maha Suci Tuhan yang telah menciptakan pasangan-pasangan semuanya, baik dari apa yang ditumbuhkan oleh bumi dan dari diri mereka maupun dari apa yang tidak mereka ketahui” (Q.S. Yaasiin (36): 36).

Dalam bahasa Indonesia diterjemahkan *azwaj* adalah istri-istri, bentuk plural (jamak) dari kata *zauj*. Dalam ensiklopedi bahasa karya Raghib al-Isfahani, kata *zauj* artinya pasangan yang bisa digunakan untuk benda seperti sepasang sepatu, untuk hewan seperti sepasang ayam (jantan dan betina), dan untuk manusia seperti

suami dan istri (Zadah, 2005). Sementara *Wa mimmaa laa ya'lamuun* ditafsirkan sebagai sesuatu dari apa yang tidak mereka ketahui diantara makhluk-makhluk unik dan asing (Muhammad, 2004).

Jadi, setiap makhluk tidak dapat berdiri sendiri kecuali dengan rangkaian dua materi atau lebih. Tidak ada sama sekali makhluk yang berdiri dari satu materi saja. Oleh karena itu, segala sesuatu baik dari apa yang ditumbuhkan oleh bumi, dari bani adam (manusia), dari binatang-binatang ternak, maupun dari apa yang tidak kita ketahui, hal ini sesuai dengan penggalan ayat berikut

وَمِنْ كُلِّ شَيْءٍ خَلَقْنَا زَوْجَيْنِ

”Dan segala sesuatu Kami ciptakan berpasang-pasangan”
(Q.S. *adz-Dzaariyaat* (51): 49).

Jadi, setiap makhluk pasti memiliki keragaman, sedangkan *al-Khalid* (Maha pencipta) disucikan dari keragaman. Sebagaimana firman Allah SWT: *subkhaanal-ladzii kholaqol azwaaja kullaha* (Maha Suci Tuhan yang telah menciptakan pasangan-pasangan semuanya) dimana Allah tidak mengatakan: *alkhamdulillahilladzi kholaqol azwaaja* (Segala puji bagi Allah yang menciptakan pasangan-pasangan semuanya), melainkan mengatakan: *subkhaana* (Maha Suci). Karena segala sesuatu membutuhkan pasangan menunjukkan akan kesempurnaan dzat yang Maha Esa yang tidak dapat dipermisalkan oleh sesuatupun dari makhluk-makhluk-Nya, baik dari dzat-Nya maupun dari sifat-sifat-Nya.

Dari ayat-ayat al-Qur'an di atas, jelas bahwa Allah SWT benar-benar menciptakan makhluk-Nya memiliki pasangan. Akan tetapi, ada sesuatu yang belum kita ketahui dari Surat Yaasinn (36): 36 jika dicermati lebih dalam, yaitu arti penggalan ayat yang berbunyi ”*maupun dari apa yang tidak mereka ketahui*”. Dari sini, bahwa Allah juga menciptakan sesuatu yang berpasangan namun sulit diketahui

oleh manusia.

Salah satu pasangan yang telah disebutkan ayat di atas adalah pasangan materi dan anti-materi jika dilihat dari sudut pandang fisika partikel (Purwanto, 2008). Anti-materi merupakan lawan dari materi, yang mana mempunyai kesamaan massa dan spin, namun memiliki muatan yang berlawanan tanda dengan keadaan materinya. Jika materi bertemu dengan anti-materinya, keduanya akan saling memusnahkan (*pair annihilation*) dan berubah menjadi gelombang radiasi. Sebaliknya, materi dan anti-materi dapat muncul dari gelombang radiasi, yang sering dikenal sebagai (*pair production*). Al-Qur'an sudah menjelaskan proses ini sebagaimana dalam Surat al-'Aadiyaat (100): 1-3;

وَالْعَدِيَّتِ صَبْحًا ﴿١﴾ فَالْمُورِيَّتِ قَدْحًا ﴿٢﴾ فَالْغَيْرَاتِ صُبْحًا ﴿٣﴾

”(1) Demi kuda perang yang berlari kencang dengan terengah-engah, (2) dan kuda yang mencetuskan api dengan pukulan (kuku kakinya), (3) dan kuda yang menyerang dengan tiba-tiba di waktu pagi” (Q.S. al-'Aadiyaat (100): 1-3).

Pada ayat-ayat Surat al-'Aadiyaat di atas, Allah bukan membicarakan tentang kuda, melainkan mengartikan masalah penciptaan atas suatu hal. Ketika ilmu pengetahuan modern belum berkembang, benda yang paling mudah dikenali sebagai sesuatu yang melesat cepat (*dhabhan*) adalah kuda, sehingga 'adiyat sering ditafsirkan kuda, meskipun orang Arab tidak pernah menyebutkan hewan itu dengan istilah adiyat. Akan tetapi, saat ini sesuatu yang diketahui orang sebagai benda yang bergerak cepat adalah partikel. Sehingga kata kuda pada ayat di atas ditafsirkan sebagai manifestasi dari suatu partikel (Purwanto, 2008).

Setiap partikel selalu mempunyai pasangannya, partikel dan anti-partikel. Partikel-partikel al-'Aadiyaat inilah yang saling berbenturan dengan kecepatan melesat (*dhabhan*), sehingga bunga-bunga api (*al-muriyat*) yaitu panas dan cahaya terpancar (*qad-han*). Maka terjadilah (*shubhan*) partikel-partikel baru (*al-mughirat*)

(dari kata *ghayara* (berubah) atau *ghair* (lain)), seperti partikel meson yang terbentuk dari quark dan anti-quark.

Dalam peristiwa pemusnahan maupun pembentukan partikel tidak lepas kaitannya dengan energi, dengan mematuhi prinsip-prinsip kekekalan energi. Energi telah dijelaskan dalam al-Qur'an, sebagaimana yang difirmankan Allah dalam Surat asy-Syam (91): 1;

وَالشَّمْسُ وَضُحَاهَا

"Demi matahari dan cahayanya di pagi hari" (Q.S. asy-Syam (91): 1).

Surat asy-Syam (91): 1 sudah sangat jelas dan eksklusif menjelaskan bahwa matahari memiliki cahaya, dan cahayanya dapat bersinar di pagi hari. Dalam fisika moderen cahaya dapat dikatakan sebagai partikel karena memenuhi sifat-sifat sebagai partikel dan juga diketahui bahwa matahari memiliki energi cahaya maupun energi panas. Matahari merupakan sumber energi panas dan cahaya terbesar di muka bumi. Karena itulah kita patut bersyukur kepada Sang Pencipta matahari itu sendiri, Dia lah Allah SWT.

BAB III

REPRESENTASI FEYNMAN-SCHWINGER DALAM QCD

3.1 Bentuk Umum Representasi Feynman-Schwinger

Representasi Feynman-Schwinger merupakan suatu metode praktis integral lintas untuk mengevaluasi propator partikel dalam teori medan. Ide dalam kasus ini menggunakan Lagrangian Euclidean skalar yang dinyatakan dalam bentuk

$$L_\varphi = \frac{1}{2}|D_\mu\varphi|^2 + \frac{1}{2}m^2|\varphi|^2 \equiv \frac{1}{2}|(\partial_\mu - igA_\mu)\varphi|^2 + \frac{1}{2}m^2|\varphi|^2 \quad (3.1)$$

dimana A merupakan representasi medan gauge, φ merupakan medan muatan dari massa m , sedangkan g merupakan parameter bebas. Dengan memperkenalkan turunan kovarian gauge sebagai

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu \quad (3.2)$$

Kalkulasi integral lintas dalam kasus ini mengikuti bentuk Lagrangian persamaan (3.1) yang dapat ditulis

$$\begin{aligned} L_\varphi &= \frac{1}{2} [m^2\varphi^2 + (\partial\varphi)^2 + g^2\varphi^2 A^2 - igA(\varphi^*\partial\varphi - \varphi\partial\varphi^*)] \\ &= \frac{1}{2}\varphi^* [m^2 - \partial^2 - 2igA\partial - ig\partial A + g^2 A^2] \varphi \end{aligned} \quad (3.3)$$

Selanjutnya diperkenalkan propagator interaksi yang didefinisikan

$$G(x, y) \equiv \left\langle x \left| \frac{1}{m^2 - \partial^2 - 2igA\partial - ig\partial A + g^2 A^2} \right| y \right\rangle \quad (3.4)$$

Fungsi Green's didefinisikan sebagai propagator transisi dari keadaan awal x ke keadaan akhir y yang mengikuti representasi Feynman

$$G(x, y) \equiv \left\langle x \left| \int_0^\infty ds \exp \left\{ -s \left(m^2 - \partial^2 - 2igA\partial - ig\partial A + g^2 A^2 \right) \right\} \right| y \right\rangle \quad (3.5)$$

yang merupakan fungsi Green's dari suatu partikel skalar dalam ruang waktu Euclidean, dimana s merupakan parameter sumbu imajiner. Representasi persamaan (3.5) menunjukkan adanya ketergantungan parameter s , sehingga perlu mendefinisikan suatu fungsi $U(x, y, s)$

$$U(x, y, s) \equiv \left\langle x \left| \exp \left\{ -s \left(-\partial^2 - 2igA\partial - ig\partial A + g^2 A^2 \right) \right\} \right| y \right\rangle \quad (3.6)$$

dimana $U(x, y, s)$ dapat menggambarkan evolusi

$$\frac{\partial}{\partial s} U(x, y, s) = \left(\partial^2 + 2igA\partial + ig\partial A - g^2 A^2 \right) U(x, y, s) \quad (3.7)$$

Persamaan (3.7) ekuivalen dengan persamaan Schroedinger untuk waktu imajiner $t = is$.

$$\frac{i\partial}{\partial t} \psi = H\psi \quad (3.8)$$

Dengan membandingkan Persamaan (3.7) dan (3.8) diperoleh pendekatan Hamiltonian dan Lagrangian (Tjon,1999):

$$H(p, z) = (p + igA(z))^2 \quad (3.9)$$

$$L(z, \dot{z}) = \frac{\dot{z}^2}{4} - ig\dot{z}A(z) \quad (3.10)$$

Propagator interaksi dapat direpresentasikan dalam bentuk integral lintas seperti halnya dalam mekanika kuantum. Sebelum merepresentasikan propagator

interaksi dalam bentuk integral lintas, persamaan (3.9) dan (3.10) terlebih dahulu perlu dinyatakan dalam bentuk integral lintas

$$\langle x | \exp \{-iH(z, p)t\} | y \rangle = \int Dz \exp \left\{ -i \int_0^\infty L(z(t), \dot{z}(t)) dt \right\} \quad (3.11)$$

dengan mengkonstruksi propagator interaksi dalam representasi integral lintas berdasarkan persamaan (3.5), (3.6), dan (3.11) didapatkan

$$\begin{aligned} G(x, y) &= \int_0^\infty ds \int (Dz)_{xy} \exp \left\{ -m^2 s - \frac{1}{4} \int_0^s \dot{z}^2 d\tau - ig \int_x^y A \dot{z} d\tau \right\} \\ &= \int_0^\infty ds \int (Dz)_{xy} \exp \left\{ -m^2 s - \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz}{d\tau} \right)^2 d\tau - ig \int_x^y A \frac{dz}{d\tau} d\tau \right\} \\ &= \int_0^\infty ds \int (Dz)_{xy} \exp \left\{ -m^2 s - \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz_\mu}{d\tau} \right)^2 d\tau \right\} \\ &\quad \times P \exp \left\{ ig \int_y^x A_\mu dz_\mu \right\} \\ &= \int_0^\infty ds (Dz)_{xy} \exp \{-K\} P \exp \left\{ ig \int_y^x A_\mu dz_\mu \right\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

dengan K merupakan energi kinetik yang dinyatakan sebagai

$$K = m^2 s + \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz_\mu}{d\tau} \right)^2 d\tau \quad (3.13)$$

Bentuk integral lintas persamaan (3.12) similar dengan kasus *QED*, dimana operator P memberikan maksud untuk integral dari matriks antikomut A_{μ_1} , A_{μ_2} dan seterusnya. Persamaan (3.12) merupakan amplitudo transisi vakum dengan kehadiran medan vektor non-abelian.

Gauge invarian *2-body* keadaan ψ didefinisikan sebagai

$$\psi(x, \bar{x}) = \varphi^*(x) \phi(x, \bar{x}) \varphi(\bar{x}) \quad (3.14)$$

Untuk mengkonstruksi suatu fungsi Green's yang invarian gauge, perlu didefinisikan suatu gauge *link* $\phi(x, y)$ yang telah diperkenalkan pada persamaan (3.14) dan dapat digunakan seperti halnya kontur $C(x, y)$ dalam *QED*

$$\phi(x, y) \equiv P \exp \left\{ ig \int_y^x A_\mu dz_\mu \right\} \quad (3.15)$$

Misalkan bentuk sederhana dalam suatu lokal transformasi gauge

$$\varphi(x) \longrightarrow \exp \{ igA(x) \} \varphi(x) \quad (3.16)$$

$$A_\mu(x) \longrightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu A(x) \quad (3.17)$$

Sehingga diperoleh $\psi(x, \bar{x})$ invarian gauge

$$\begin{aligned} \psi'(x, \bar{x}) &= \underbrace{\exp \left\{ -igA(x) + igA(\bar{x}) - ig \int_x^{\bar{x}} dz_\mu \partial_\mu A \right\}}_{=1} \varphi^*(x) \phi(x, \bar{x}) \varphi(\bar{x}) \\ &= \psi(x, \bar{x}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Sehingga persamaan (3.12) dapat ditulis

$$G(x, y) = \int_0^\infty ds \int (Dz)_{xy} \exp \{ -K \} \phi(x, y) \quad (3.19)$$

Fungsi Green's dengan keadaan $tr [\varphi^\dagger(x)\varphi(x)]$ atau dalam keadaan non lokal $tr [\varphi^\dagger(x)\phi(x, y)\varphi(y)]$ dalam bentuk yang lebih kompleks (*standart rules*) dapat ditulis

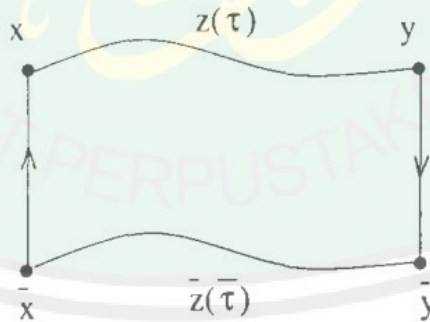
$$\begin{aligned} G_\varphi(x, y) &= \langle G_\varphi(x, x) G_\varphi(y, y) \rangle \\ &= \left\langle tr [\varphi^\dagger(x)\varphi(x)] tr [\varphi^\dagger(y)\varphi(y)] \right\rangle_A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 (Dz)_{xy} (Dz)'_{xy} \exp \{-K - K'\} \langle \text{tr } \phi_c(x, y) \rangle_A \\
 &= \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 (Dz)_{xy} (Dz)'_{xy} \exp \{-K - K'\} \\
 &\quad \times \left\langle \text{tr } P_c \exp \left\{ ig \int_c A_\mu dz_\mu \right\} \right\rangle_A \\
 &= \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 (Dz)_{xy} (Dz)'_{xy} \exp \{-K - K'\} \langle W \rangle_A \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

dimana

$$\langle W \rangle_A = \left\langle \text{tr } P_c \exp \left\{ ig \int_c A_\mu dz_\mu \right\} \right\rangle_A \quad (3.21)$$

Disini kita pisahkan perkalian bentuk $\langle G_\varphi(x, x) G_\varphi(y, y) \rangle_A$ dimana operator medan konjugat φ^\dagger sebanding dengan $\phi^\dagger(x, y) = \phi(y, x)$. Selanjutnya medan gauge A_μ dalam G_φ dinyatakan dalam bentuk rata-rata Wilson loop, dimana P_c merupakan parameter loop tertutup dari titik x dan y dan menghasilkan lintasan rata-rata yang terhubung, dengan lintasan searah jarum jam $x \rightarrow y \rightarrow \bar{y} \rightarrow \bar{x} \rightarrow x$.



Gambar 3.1: Ilustrasi lintasan Wilson loop

Representasi Feynman-Schwinger dapat digunakan untuk mendeskripsikan propagasi quark dan gluon. Untuk mendeskripsikan propagasi quark dan gluon,

perlu didefinisikan medan gluonik (Simonov, 2002)

$$G_q(x, y) \equiv (m_q + D)_{xy}^{-1} \quad (3.22)$$

Fungsi Green's fermion (quark) dapat dinyatakan dalam Euclidean medan gluonik

$$\begin{aligned} G_q(x, y) &= \langle x | (m_q + D)^{-1} | y \rangle \\ &= \left\langle x \left| \frac{(m_q - D)}{(m_q - D)(m_q + D)} \right| y \right\rangle \\ &= \left\langle x \left| \frac{(m_q - D)}{(m_q^2 - D^2)} \right| y \right\rangle \\ &= \langle x | (m_q - D)(m_q^2 - D^2)^{-1} | y \rangle \\ &= \langle x | (m_q - D)G(x, y) | y \rangle \end{aligned} \quad (3.23)$$

dengan substitusi persamaan (3.19) dan persamaan (3.23), persamaan (3.22) dapat ditulis

$$G_q(x, y) = (m_q - D) \int_0^\infty ds \int (Dz)_{xy} \exp \{-K\} \phi_\sigma(x, y) \quad (3.24)$$

Dengan memperkenalkan gauge *link* medan eksternal

$$\phi_\sigma(x, y) \equiv P_A \exp \left\{ ig \int_y^x A_\mu dz_\mu \right\} P_F \exp \left\{ g \int_0^s d\tau \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right\} \quad (3.25)$$

dengan

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4i} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu) \quad (3.26)$$

P_A merupakan operator terhadap matriks A_μ dan P_F merupakan operator terhadap matriks $\sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$.

Selanjutnya persamaan (3.24) dengan kehadiran medan eksternal dikenal sebagai fungsi Green's quark dalam Euclidean medan gluonik eksternal.

3.2 Gangguan Dalam Kerangka Representasi Feynman-Schwinger

Dalam pembahasan selanjutnya akan dibahas dengan menggunakan gangguan kecil seperti medan eksternal (medan elektromagnetik) yang dapat menyebabkan sedikit perubahan pada energi maupun fungsi eigennya. Untuk persoalan seperti ini maka harus digunakan teori gangguan (pertubasi). Teori pertubasi dapat menentukan seberapa besar akibat dari kehadiran gangguan terhadap tingkat-tingkat energi dan fungsi eigen.

Dengan memperkenalkan bentuk identitas

$$(Dz)_{xy} = (Dz)_{xu(\tau_1)} d^4 u(\tau_1) (Dz)_{u(\tau_1)v(\tau_2)} d^4 v(\tau_2) (Dz)_{v(\tau_2)y} \quad (3.27)$$

dan

$$\int_0^\infty ds \int_0^s d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 f(s, \tau_1, \tau_2) = \int_0^\infty ds \int_0^\infty d\tau_1 \int_0^\infty d\tau_2 \times f(s + \tau_1 + \tau_2, \tau_1 + \tau_2, \tau_2) \quad (3.28)$$

Memfaatkan persamaan (3.27) dan persamaan (3.28), fungsi Green's quark persamaan (3.24) dalam ekspansi gangguan dapat ditulis sebagai

$$G_q(x, y) = (m_q - D) \int_0^\infty ds \int_0^\infty d\tau_1 \int_0^\infty d\tau_2 \exp\{-K\} (Dz)_{xu} d^4 u (Dz)_{uv} \times d^4 v (Dz)_{vy} \{igA_\mu(u) \dot{u}_\mu + g\sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu}(u)\} \{igA_\nu(v) \dot{v}_\nu + g\sigma_{\lambda\sigma} F_{\lambda\sigma}(v)\} \quad (3.29)$$

Persamaan (3.29) berlaku ketika interaksi spin bergantung waktu (*spin dependent*) diberikan suatu medan gangguan, seperti kasus pada meson dimana interaksi spin sangat penting dan hubungannya dengan gerak dinamis.

Sehingga diperoleh bentuk kedua (*second order*) dalam korelator (σF).

$$G_q^{(2)}(x, y) = (m_q - D) \int_0^\infty ds \int_0^\infty d\tau_1 \int_0^\infty d\tau_2 e^{-m_q^2(s+\tau_1+\tau_2)-K_0-K_1-K_2} \\ \times (Dz)_{xu} \phi(x, u) g(\sigma F(u)) d^4u (Dz)_{uv} \phi(u, v) g(\sigma F(v)) d^4v (Dz)_{vy} \quad (3.30)$$

dimana

$$K_0 = \frac{1}{4} \int_0^\infty \left(\frac{dz_\mu}{d\tau_0} \right)^2 d\tau_0 \quad (3.31)$$

$$K_1 = \frac{1}{4} \int_0^\infty \left(\frac{dz_\mu}{d\tau_1} \right)^2 d\tau_1 \quad (3.32)$$

$$K_2 = \frac{1}{4} \int_0^\infty \left(\frac{dz_\mu}{d\tau_2} \right)^2 d\tau_2 \quad (3.33)$$

Bentuk lain persamaan (3.30) dapat ditulis

$$G_q^{(2)}(x, y) = (m_q - D)(m_q^2 - D_\mu^2)_{xu}^{-1} d^4u g(\sigma F(u))(m_q^2 - D_\mu^2)_{uv}^{-1} \\ \times d^4v g(\sigma F(v))(m_q^2 - D_\mu^2)_{vy}^{-1} \quad (3.34)$$

Dimana $(m_q^2 - D_\mu^2)^{-1}$ merupakan fungsi Green's quark skalar dalam medan gluonik eksternal A_μ .

Namun, dalam menetapkan hubungan umum antara ekspansi gangguan pada fungsi Green's dalam representasi Feynman-Schwinger dan ekspansi eksponensial

persamaan (3.25) dibutuhkan teknik yang cukup rumit. Sehingga perlu mengkom-
binasikan kedua ekspansi tersebut kedalam suatu bentuk besaran operator.

Selanjutnya bentuk $(m - D)$ pada persamaan (3.34) dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned}
 (m - D) &= \frac{(m^2 - D^2)}{(m + D)} \\
 \frac{1}{(m^2 - D^2)} &= \frac{(m + D)^{-1}}{(m - D)} \\
 (m + D)^{-1} &= \frac{(m - D)}{(m^2 - D^2)} \\
 (m + D)^{-1} &= (m - D)(m^2 - D^2)^{-1}
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Ekspansi dari masing-masing bentuk pada persamaan (3.35) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
 (m + D)^{-1} &= (m + \partial - igA)^{-1} \\
 &= (m + \partial)^{-1} + (m + \partial)^{-1}igA(m + \partial)^{-1} \\
 &\quad + (m + \partial)^{-1}igA(m + \partial)^{-1}igA(m + \partial)^{-1} \\
 &\quad + (m + \partial)^{-1}igA(m + \partial)^{-1}igA(m + \partial)^{-1}igA(m + \partial)^{-1} \\
 &\quad + \dots
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
 (m - D)^{-1} &= (m - \partial - igA)^{-1} \\
 &= (m - \partial)^{-1} + (m - \partial)^{-1}igA(m - \partial)^{-1} \\
 &\quad + (m - \partial)^{-1}igA(m - \partial)^{-1}igA(m - \partial)^{-1} \\
 &\quad + (m - \partial)^{-1}igA(m - \partial)^{-1}igA(m - \partial)^{-1}igA(m - \partial)^{-1} \\
 &\quad + \dots
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

$$(m^2 - D^2)^{-1} = (m^2 - (\partial - igA)(\partial - igA))^{-1}$$

$$\begin{aligned}
&= (m^2 - \{\partial^2 - \partial(igA) - igA\partial + (igA)^2\})^{-1} \\
&= (m^2 - \{\partial^2 - ig\partial A - igA\partial - g^2A^2\})^{-1} \\
&= (m^2 - \{\partial^2 - ig(\partial A + A\partial) - g^2A^2\})^{-1} \\
&= (m^2 - \partial^2 - \delta)^{-1} \\
&= (m^2 - \partial^2)^{-1} + (m^2 - \partial^2)^{-1}\delta(m^2 - \partial^2)^{-1} \\
&\quad + (m^2 - \partial^2)^{-1}\delta(m^2 - \partial^2)^{-1}\delta(m^2 - \partial^2)^{-1} \\
&\quad + (m^2 - \partial^2)^{-1}\delta(m^2 - \partial^2)^{-1}\delta(m^2 - \partial^2)^{-1}\delta(m^2 - \partial^2)^{-1} \\
&\quad + \dots \\
(m^2 - D^2)^{-1} &= (m^2 - \partial^2)^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} (\delta(m^2 - \partial^2)^{-1})^n \tag{3.38}
\end{aligned}$$

dengan memperkenalkan bentuk

$$\delta = -ig(\partial A + A\partial) - g^2A^2 \equiv D^2 - \partial^2 \tag{3.39}$$

Sehingga dalam representasi Feynman-Schwinger persamaan (3.35) dapat ditulis

$$(m + D)^{-1} = (m - D)(m^2 - \partial^2)^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} (\delta(m^2 - \partial^2)^{-1})^n \tag{3.40}$$

Untuk melihat bagaimana ekspansi persamaan (3.40) bekerja, gunakan $D = \partial - 1gA$. Persamaan (3.40) dapat ditulis

$$(m + D)^{-1} = [(m + \partial)^{-1} + igA(m^2 - \partial^2)^{-1}] \sum_{n=0}^{\infty} [\delta(m^2 - \partial^2)^{-1}]^n \tag{3.41}$$

separasi bentuk pertama dapat ditulis

$$\begin{aligned}
(m + D)^{-1} &= (m + \partial)^{-1} + (m + \partial)^{-1}igA(m - D)(m^2 - \partial^2)^{-1} \\
&\quad \times \sum_{n=0}^{\infty} (\delta(m^2 - \partial^2)^{-1})^n \tag{3.42}
\end{aligned}$$

Tiga suku terakhir persamaan (3.42) sama dengan persamaan (3.40). Sebagai konsekuensi ekspansi dari persamaan fungsi Green's pada persamaan (3.36), hasil menunjukkan kesesuaian dari kedua ekspansi.

Selanjutnya menetapkan relasi antara ekspansi persamaan (3.40), (3.42), dan ekspansi dari eksponensial persamaan (3.25) dalam propagator quark persamaan (3.24). Dari persamaan (3.24) integral fungsional dapat ditulis sebagai

$$(Dz)_{xy} \simeq \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{n=1}^N \int \frac{d^4 z(n)}{(4\pi\varepsilon)^2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \exp \left\{ ip \left(\sum_{n=1}^N z(n) - (x - y) \right) \right\} \quad (3.43)$$

dengan $N\varepsilon = s$. Bentuk pertama dengan hubungan linear dalam \bar{A} dapat ditulis

$$G_q^{(1)} = ig \int G_q^{(0)}(x, z(\tau_1)) d^4 z \frac{\xi(n)}{\varepsilon} \bar{A}_\mu(\tau_1) G_q^{(0)}(z(\tau_1), y) \quad (3.44)$$

dengan $\xi(n) = z(n) - z(n-1)$ dan $\bar{A}_\mu(n) = \frac{1}{2}[A_\mu(z(n)) + A_\mu(z(n-1))]$.

Representasi umum dari propagator quark dapat dinyatakan dengan

$$G_q(x, y) = \int_0^\infty ds \exp \left\{ -sm_q^2 \right\} \prod_{n=1}^N \frac{d^4 \xi(n)}{(4\pi\varepsilon)^2} \exp \left[- \sum_{n=1}^N \frac{\xi^2(n)}{4\varepsilon} \right] \phi_\sigma(\bar{A}, \xi) \quad (3.45)$$

dengan

$$\phi_\sigma(\bar{A}, \xi) = P \exp \left\{ ig \sum_{n=1}^N \bar{A}_\mu(n) \xi_\mu(n) + g \sum_{n=1}^N \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu}(z(n)) \varepsilon \right\} \quad (3.46)$$

$\xi(n)$ dalam persamaan (3.44) mewakili sebagai $\frac{1}{2}[\xi_\mu(L) + \xi_\mu(R)]$, dimana $\xi_\mu(L)$ merujuk pada integral $G_q^{(0)}$ disebelah kiri ξ_μ dan $\xi_\mu(R)$ merujuk pada integral $G_q^{(0)}$ disebelah kanan ξ_μ . Sehingga didapatkan

$$\int \xi_\mu(n) \frac{d^4 \xi(n)}{(4\pi\varepsilon)^2} \exp \left\{ ip\xi - \frac{\xi^2}{4\varepsilon} \right\} = -i \frac{\partial}{\partial p_\mu} \exp \left\{ -ip^2 \varepsilon \right\} = 2ip_\mu \varepsilon \exp \left\{ -ip^2 \varepsilon \right\} \quad (3.47)$$

Persamaan (3.44) dalam ruang momentum dapat ditulis

$$G_q^{(1)} = -gG_q^{(0)}(q)\langle q|p_\mu A_\mu + A_\mu p_\mu|q'\rangle G_q^{(0)}(q') \quad (3.48)$$

Dengan cara yang similar, bentuk kedua dengan sedikit perbedaan dapat ditulis

$$G_q^{(2)} = -g^2 \int G_q^{(0)}(x, z) A_\mu^2(z) d^4 z G_q^{(0)}(z, y) \quad (3.49)$$

Maka kemudian bentuk $\sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ pada persamaan (3.25) dapat dikombinasikan dengan δ sebagai medan eksternal. Persamaan (3.39) dapat ditulis sebagai

$$\delta = -ig(\partial_\mu A_\mu + A_\mu \partial_\mu) - g^2 A_\mu^2 + g\sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (3.50)$$

Sehingga bentuk kedua dari ekspansi persamaan (3.40) dapat ditulis

$$\begin{aligned} (m + D)^{-1} &= (m - D)(m^2 - \partial^2)^{-1} \\ &+ (m - D)(m^2 - \partial^2)^{-1} \delta (m^2 - \partial^2)^{-1} \\ &+ (m - D)(m^2 - \partial^2)^{-1} \delta (m^2 - \partial^2)^{-1} \delta (m^2 - \partial^2)^{-1} \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (3.51)$$

Sesuai yang dihasilkan oleh ekspansi representasi Feynman-Schwinger, dimana eksponensial pertama ϕ_σ memenuhi bentuk pertama dan kedua $O(gA_\mu)$ dan $O((gA_\mu)^2)$. Sementara eksponensial kedua hanya memenuhi bentuk pertama $O(g\sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu})$.

Sedangkan berdasarkan persamaan (3.51) dapat diketahui suku koreksi pada masing-masing suku, yang direpresentasikan dengan $(m^2 - \partial^2)^{-1}$.

BAB IV

HAMILTONIAN QUARK-ANTIQUARK (MESON)

4.1 Integral Lintas Fungsi Green's $q\bar{q}$ Dalam Medan Magnet

Quark dengan muatan e_i dalam suatu medan gluonik A_μ dan vektor potensial elektromagnetik $A_\mu^{(e)}$ dapat disamakan dengan medan magnet B_i konstan. Propagator quark dalam ruang waktu Euclidean didefinisikan sebagai (Simonov, 2013)

$$S_i(x, y) = \left(m_i + \hat{\partial} - ig\hat{A} - ie_i\hat{A}^{(e)} \right)_{xy}^{-1} \quad (4.1)$$

Turunan kovarian gauge persamaan (3.2) dengan kehadiran medan magnet dapat ditulis sebagai

$$\hat{D} \equiv \hat{\partial} - ig\hat{A} - ie_i\hat{A}^{(e)} \quad (4.2)$$

Sehingga persamaan (4.1) dapat ditulis

$$\begin{aligned} S_i(x, y) &= \left(m_i + \hat{D}^{(i)} \right)_{xy}^{-1} \\ &= \left(m_i - \hat{D}^{(i)} \right) \left(m_i^2 - (\hat{D}^{(i)})^2 \right)_{xy}^{-1} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Persamaan (4.3) dalam representasi integral lintas mengikuti persamaan (3.24) dapat ditulis

$$\begin{aligned} S_i(x, y) &= \left(m_i - \hat{D}^{(i)} \right) \int_0^\infty ds_i (Dz)_{xy} \exp \left\{ -m_i^2 s_i - \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz_\mu^{(i)}}{d\tau_i} \right)^2 d\tau_i \right\} \\ &\quad \times P_A \exp \left\{ ig \int_y^x A_\mu dz_\mu^{(i)} \right\} \exp \left\{ ie_i \int_y^x A_\mu^{(e)} dz_\mu^{(i)} \right\} \\ &\quad \times P_F \exp \left\{ g \int_0^s d\tau_i \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right\} \exp \left\{ e_i \int_0^s d\tau_i \sigma_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \right\} \\ &= \left(m_i - \hat{D}^{(i)} \right) \int_0^\infty ds_i (Dz)_{xy} \exp \left\{ -m_i^2 s_i - \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz_\mu^{(i)}}{d\tau_i} \right)^2 d\tau_i \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times P_A \exp \left\{ ig \int_y^x A_\mu dz_\mu^{(i)} + ie_i \int_y^x A_\mu^{(e)} dz_\mu^{(i)} \right\} \\
& \times P_F \exp \left\{ \int_0^s d\tau_i \sigma_{\mu\nu} (gF_{\mu\nu} + e_i B_{\mu\nu}) \right\} \\
& = (m_i - \hat{D}^{(i)}) \int_0^\infty ds_i (Dz)_{xy} \exp \{-K_i\} \phi_\sigma^{(i)}(x, y) \\
& = (m_i - \hat{D}^{(i)}) G_i(x, y)
\end{aligned} \tag{4.4}$$

dimana

$$G_i(x, y) = \int_0^\infty ds_i (Dz)_{xy} \exp \{-K_i\} \phi_\sigma^{(i)}(x, y) \tag{4.5}$$

$$K_i = m_i^2 s_i + \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz_\mu^{(i)}}{d\tau_i} \right)^2 d\tau_i \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
\phi_\sigma^{(i)}(x, y) & = P_A P_F \exp \left\{ ig \int_y^x A_\mu dz_\mu^{(i)} + ie_i \int_y^x A_\mu^{(e)} dz_\mu^{(i)} \right\} \\
& \times \exp \left\{ \int_0^s d\tau_i \sigma_{\mu\nu} (gF_{\mu\nu} + e_i B_{\mu\nu}) \right\}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Disini $F_{\mu\nu}$ dan $B_{\mu\nu}$ adalah koresponden gluon dan tensor medan magnet yang secara eksplisit dapat ditulis sebagai

$$\sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \sigma \mathbf{H} & \sigma \mathbf{E} \\ \sigma \mathbf{E} & \sigma \mathbf{H} \end{pmatrix}, \quad \sigma_{\mu\nu} B_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \sigma \mathbf{B} & 0 \\ 0 & \sigma \mathbf{B} \end{pmatrix}, \tag{4.8}$$

Fungsi Green's quark berdasarkan persamaan (4.4) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
G_q(x, y) & = (m_q - \hat{D}) \int_0^\infty ds (Dz)_{xy} \exp \left\{ -m_q^2 s - \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz_\mu}{d\tau} \right)^2 d\tau \right\} \\
& \times P_A \exp \left\{ ig \int_y^x A_\mu dz_\mu + ie \int_y^x A_\mu^{(e)} dz_\mu \right\} \\
& \times P_F \exp \left\{ \int_0^s d\tau \sigma_{\mu\nu} (gF_{\mu\nu} + eB_{\mu\nu}) \right\}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Sedangkan fungsi Green's anti-quark merupakan kebalikan dari quark, dengan mengubah nilai e dan g menjadi negatif (-) yang dapat ditulis

$$\begin{aligned}
G_{\bar{q}}(x, y) &= (m_{\bar{q}} - \hat{D}) \int_0^\infty ds (Dz)_{xy} \exp \left\{ -m_{\bar{q}}^2 s - \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz_\mu}{d\tau} \right)^2 d\tau \right\} \\
&\times P_A \exp \left\{ ig \int_y^x A_\mu dz_\mu - ie \int_y^x A_\mu^{(e)} dz_\mu \right\} \\
&\times P_F \exp \left\{ \int_0^s d\tau \sigma_{\mu\nu} (-gF_{\mu\nu} - eB_{\mu\nu}) \right\} \quad (4.10)
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4.9) dan (4.10) fungsi Green's $q\bar{q}$ dapat dinyatakan sebagai perkalian langsung antara fungsi Green's quark dan fungsi Green's anti-quark

$$\begin{aligned}
G_{q_1\bar{q}_2}(x, y) &= \langle \text{tr} \Gamma_1 G_q(x, y) \Gamma_2 G_{\bar{q}}(x, y) \rangle \\
&= \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 (Dz^{(1)})_{xy} (Dz^{(2)})_{xy} \langle \text{tr} \left[\Gamma_1 (m_1 - \hat{D}_1) \right. \\
&\quad \times \Gamma_2 (m_2 - \hat{D}_2) \left. \right] \exp \{ -K_1 - K_2 \} P \exp \left\{ ig \oint_C A_\mu dz_\mu \right. \\
&\quad \left. + g \int_0^{s_1} d\tau_1 \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - g \int_0^{s_2} d\tau_2 \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right\} \\
&\quad \times \left\langle \exp \left\{ ie_1 \int_y^x A_\mu^{(e)} dz_\mu^{(1)} - ie_2 \int_y^x A_\mu^{(e)} dz_\mu^{(2)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + e_1 \int_0^{s_1} d\tau_1 \sigma_{\mu\nu} B_{\mu\nu} - e_2 \int_0^{s_2} d\tau_2 \sigma_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \right\} \right\rangle \\
&= \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 (Dz^{(1)})_{xy} (Dz^{(2)})_{xy} \langle \hat{T} W_\sigma(A) \rangle \langle W_\sigma(A)^{(e)} \rangle \quad (4.11)
\end{aligned}$$

dimana

$$\hat{T} = \text{tr} \left[\Gamma_1 (m_1 - \hat{D}_1) \Gamma_2 (m_2 - \hat{D}_2) \right] \exp \{ -K_1 - K_2 \} \quad (4.12)$$

$$W_\sigma(A) = \exp \left\{ ig \oint_C A_\mu dz_\mu + g \int_0^{s_1} d\tau_1 \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - g \int_0^{s_2} d\tau_2 \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right\} \quad (4.13)$$

$$W_{\sigma}(A)^{(e)} = \exp \left\{ ie_1 \int_y^x A_{\mu}^{(e)} dz_{\mu}^{(1)} - ie_2 \int_y^x A_{\mu}^{(e)} dz_{\mu}^{(2)} + e_1 \int_0^{s_1} d\tau_1 \sigma_{\mu\nu} B_{\mu\nu} - e_2 \int_0^{s_2} d\tau_2 \sigma_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \right\} \quad (4.14)$$

simbol "tr" merupakan trace Dirac dan menyatakan indeks warna dan simbol Γ mendeskripsikan interaksi antara pasangan quark-antiquark dalam membentuk meson.

Selanjutnya diperkenalkan variabel baru sebagai energi efektif yaitu ω_i , didefinisikan melalui penghubung antara waktu τ_i dan waktu Euclidean $\tau_i^E = z_4(\tau_i)$ dan mengintegrasikan dengan waktu fluktuasi menggunakan definisi berikut

$$s_i \equiv \frac{T}{2\omega_i} \quad (4.15)$$

dimana

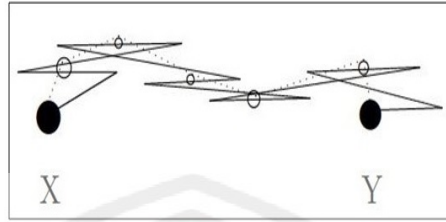
$$T = |x_4 - y_4| \quad (4.16)$$

$$d\tau_i \equiv \frac{dt_i^E}{2\omega_i} \quad (4.17)$$

dengan mendifferensialkan s_i terhadap ω_i didapatkan

$$\begin{aligned} \frac{ds_i}{d\omega_i} &= \frac{d}{d\omega_i} \left(\frac{T\omega_i^{-1}}{2} \right) \\ &= -\frac{T\omega_i^{-2}}{2} \\ &= -\frac{T}{2\omega_i^2} \\ ds_i &= -\frac{Td\omega_i}{2\omega_i^2} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Selanjutnya diperkenalkan bentuk rata-rata waktu fluktuasi $\langle \dots \rangle_{\Delta z_4}$, dimana



Gambar 4.1: Gambaran lintasan waktu fluktuasi (z_1, z_4): titik (z_1, t_E) ditandai oleh lingkaran dan dihubungkan dengan lintasan rata-rata (garis titik-titik)

dapat ditulis dalam bentuk rata-rata garis Wilson (Simonov, 2013)

$$\langle \phi_\sigma(x, y) \rangle_{\Delta z_4} = \sqrt{\frac{\omega_i}{2\pi T}} \phi_\sigma(x, y) \quad (4.19)$$

dengan mengoperasikan pada bentuk seperti pada persamaan (4.5) dapat ditulis

$$\int_0^\infty ds_i (D^4 z^{(i)}) \exp \{-K_i\} \phi_\sigma(x, y) = - \int_0^\infty \frac{T d\omega_i}{2\omega_i^2} (D^3 z^{(i)})_{\mathbf{xy}} \exp \{-K(\omega_i)\} \times \langle \phi_\sigma(x, y) \rangle_{\Delta z_4} \quad (4.20)$$

Berdasarkan persamaan (4.6) untuk kasus suatu quark ($i = 1$), $K(\omega)$ dapat ditulis

$$\begin{aligned} K &= m^2 s + \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz_\mu}{d\tau} \right)^2 d\tau \\ &= m^2 s + \frac{1}{4} \int_0^s d\tau \left(\frac{dz}{d\tau} \right)^2 + \frac{1}{4} \int_0^s d\tau \left(\frac{dt_E}{d\tau} \right)^2 \\ K(\omega) &= \frac{m^2 T}{2\omega} + \frac{1}{4} \int_0^T \frac{t_E}{2\omega} \left(\frac{dz}{dt_E} \right)^2 4\omega^2 + \frac{1}{4} \int_0^T \frac{t_E}{2\omega} \left(\frac{dt_E}{dt_E} \right)^2 4\omega^2 \\ &= \int_0^T \frac{m^2}{2\omega} dt_E + \int_0^T \frac{\omega}{2} dt_E + \int_0^T \frac{\omega}{2} \left(\frac{dz}{dt_E} \right)^2 \\ &= \int_0^T dt_E \left(\frac{\omega}{2} + \frac{m^2}{2\omega} + \frac{\omega}{2} \left(\frac{dz}{dt_E} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (4.21)$$

metode integral dalam persamaan (4.20), $ds_i D^4 z^{(i)}$ dapat digantikan dengan

$d\omega_i(D^3 z^{(i)})$. Sehingga fungsi Green's $q\bar{q}$ persamaan (4.11) dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned}
G_{q_1\bar{q}_2}(x, y) &= \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 (Dz^{(1)})_{xy} (Dz^{(2)})_{xy} \langle \hat{T}W_\sigma(A) \rangle \langle W_\sigma(A)^{(e)} \rangle \\
&= \int_0^\infty \frac{Td\omega_1}{2\omega_1^2} \sqrt{\frac{\omega_1}{2\pi T}} \int_0^\infty \frac{Td\omega_2}{2\omega_2^2} \sqrt{\frac{\omega_2}{2\pi T}} (D^3 z^{(1)} D^3 z^{(2)})_{\mathbf{xy}} \\
&\quad \times \langle \bar{T}W_\sigma(A) \rangle \langle W_\sigma(A)^{(e)} \rangle \\
&= \int_0^\infty \frac{\omega_1^{1/2}}{\sqrt{2\pi T^{1/2}}} \frac{Td\omega_1}{2\omega_1^2} \int_0^\infty \frac{\omega_2^{1/2}}{\sqrt{2\pi T^{1/2}}} \frac{Td\omega_2}{2\omega_2^2} (D^3 z^{(1)} D^3 z^{(2)})_{\mathbf{xy}} \\
&\quad \times \langle \bar{T}W_\sigma(A) \rangle \langle W_\sigma(A)^{(e)} \rangle \\
&= \int_0^\infty \frac{T^{1/2}}{\sqrt{2\pi}} \frac{d\omega_1}{2\omega_1^{3/2}} \int_0^\infty \frac{T^{1/2}}{\sqrt{2\pi}} \frac{d\omega_2}{2\omega_2^{3/2}} (D^3 z^{(1)} D^3 z^{(2)})_{\mathbf{xy}} \\
&\quad \times \langle \bar{T}W_\sigma(A) \rangle \langle W_\sigma(A)^{(e)} \rangle \\
&= \frac{T}{8\pi} \int_0^\infty \frac{d\omega_1}{\omega_1^{3/2}} \int_0^\infty \frac{d\omega_2}{\omega_2^{3/2}} (D^3 z^{(1)} D^3 z^{(2)})_{\mathbf{xy}} \\
&\quad \times \langle \bar{T}W_\sigma(A) W_\sigma(A)^{(e)} \rangle
\end{aligned} \tag{4.22}$$

dimana

$$\bar{T} = tr \left[\Gamma_1 (m_1 - \hat{D}_1) \Gamma_2 (m_2 - \hat{D}_2) \right] \exp \{ -K(\omega_1) - K(\omega_2) \} \tag{4.23}$$

Dengan menggunakan teorema ekspansi kluster dan teorema Stokes non-abelian (lampiran C dan D), W_σ persamaan (4.13) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
\langle W(C) \rangle &= \left\langle Tr \exp \left\{ ig \int d\pi_{\mu\nu}(z) F_{\mu\nu}(z) \right\} \right\rangle \\
&= \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ig)^n}{n!} \int d\pi(1) \cdots \int d\pi(n) \langle \langle F(1) \cdots F(n) \rangle \rangle \right\}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

dengan mendefinisikan

$$d\pi_{\mu\nu} \equiv ds_{\mu\nu} + \sigma_{\mu\nu}^{(1)} d\tau_1 - \sigma_{\mu\nu}^{(2)} d\tau_2 \tag{4.25}$$

dimana $ds_{\mu\nu}$ didefinisikan sebagai suatu elemen area dari permukaan minimum yang mana dapat terkontruksi menjadi garis (lintasan) yang sebenarnya serta menghubungkan titik $z_{\mu}^{(1)}(t)$ dan $z_{\mu}^{(2)}(t)$ pada lintasan q_1 dan \bar{q}_2 pada waktu t yang sama, yaitu $z_{\mu}^{(1)}(t) = z_{\mu}^{(2)}(t) = t$.

Untuk korelator bilokal ($n = 2$) quark anti-quark persamaan (4.24) dapat ditulis

$$\begin{aligned} \langle Tr W(C) \rangle &\approx \exp \left\{ -\frac{g^2}{2} \int_S d\pi_{\mu\nu}(x) d\pi_{\lambda\rho}(x') \langle \langle F_{\mu\nu} \phi(x, x') F_{\lambda\rho} \phi(x', x) \rangle \rangle \right\} \\ &\approx \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_S d\pi_{\mu\nu}(x) d\pi_{\lambda\rho}(x') D_{\mu\nu\lambda\rho}(x - x') \right\} \end{aligned} \quad (4.26)$$

dengan mendefinisikan

$$D_{\mu\nu\lambda\rho}(x - x') \equiv g^2 \langle \langle F_{\mu\nu} \phi(x, x') F_{\lambda\rho} \phi(x', x) \rangle \rangle \quad (4.27)$$

Dalam metode medan korelator mengikuti parameter korelator bilokal faktor skalar bentuk D dan D_1 yang dinyatakan (Kusmenko, 2000)

$$\begin{aligned} D_{\mu\nu\lambda\rho}(x - x') &\equiv g^2 \langle \langle F_{\mu\nu} \phi(x, x') F_{\lambda\rho} \phi(x', x) \rangle \rangle \\ &\equiv (\delta_{\mu\lambda} \delta_{\nu\rho} - \delta_{\nu\lambda} \delta_{\mu\rho}) \left(D \left((x - x')^2 \right) + D_1 \left((x - x')^2 \right) \right) \\ &\quad + [(x - x')_{\mu} (x - x')_{\lambda} \delta_{\nu\rho} - (x - x')_{\mu} (x - x')_{\rho} \delta_{\nu\lambda} \\ &\quad - (x - x')_{\nu} (x - x')_{\lambda} \delta_{\mu\rho} + (x - x')_{\nu} (x - x')_{\rho} \delta_{\mu\lambda}] \\ &\quad \times \frac{\partial D_1 \left((x - x')^2 \right)}{\partial (x - x')^2} \end{aligned} \quad (4.28)$$

4.2 Potensial Spin Bergantung Waktu (*Spin Dependent*)

Interaksi yang terjadi antara quark-antiquark dapat dideskripsikan dengan interaksi yang terjadi pada kondisi jarak panjang dan jarak pendek. Parameter-

parameter yang terlibat dalam interaksi ini dinyatakan sebagai besaran potensial spin bergantung waktu. Untuk menjelaskan interaksi ini perlu didefinisikan suatu besaran yang dapat memuat korelator terhubung, yaitu *string tention* (seperti halnya tegangan tali yang menjelaskan adanya gaya-gaya yang bekerja pada dua benda atau lebih yang terhubung dengan tali) yang didefinisikan berdasarkan persamaan (4.26) dalam bentuk integral lipat (Badalian, 2008)

$$\sigma \equiv 2 \int_0^\infty d\lambda \int_0^\infty d\nu D(\lambda, \nu) \quad (4.29)$$

Dalam keadaan dasar, momentum sudut dapat dianggap sama dengan nol. Dalam kasus ini momentum sudut sama dengan nol dapat diintegrasikan sebagai area permukaan minimum dengan medan elektrik dan magnetik sama dengan nol ($\sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \equiv 0$). Interaksi pada jarak panjang dideskripsikan sebagai potensial kurungan (*confinement*) yang menjelaskan interaksi diri gluon, sedangkan interaksi pada jarak pendek dideskripsikan sebagai potensial pertukaran gluon (*one gluon exchange* (OGE)) yang menjelaskan aksi dalam khromodinamik antar muatan warna (seperti potensial Coulomb). Sehingga besarnya potensial spin pada interaksi $q\bar{q}$ didefinisikan sebagai (Simonov, 2013)

$$V_0(r) = V_{confinement}(r) + V_{OGE}(r) \quad (4.30)$$

dengan mendefinisikan

$$V_{conf}(r) = 2r \int_0^r d\lambda \int_0^\infty d\nu D(\lambda, \nu) = \sigma r \quad (4.31)$$

$$V_{OGE}(r) = \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(\lambda, \nu) = -\frac{4\alpha_s}{3r} \quad (4.32)$$

dimana berdasarkan (Simonov, 2013) gangguan terkecil $D_1^{pert}(\lambda, \nu)$ dinyatakan dengan

$$D_1^{pert}(\lambda, \nu) = \frac{16\alpha_s}{3\pi(\lambda^2 + \nu^2)^2} \quad (4.33)$$

dengan α_s merupakan kopling kuat dan λ merupakan korelator panjang (sangat kecil), berdasarkan data kisi (*lattice*) dan analitik panjang $\lambda \sim 0.1 fm$.

Persamaan (4.30) dapat ditulis

$$V_0(r) = \sigma r - \frac{4\alpha_s}{3r} \quad (4.34)$$

Dari persamaan (4.31) diketahui bahwa potensial kurungan bernilai positif (+), nilai positif ini menunjukkan bahwa potensial kurungan merupakan potensial repulsif. Artinya pada kondisi jarak panjang terjadi interaksi tolak-menolak antara $q\bar{q}$. Sedangkan dari persamaan (4.32) diketahui bahwa potensial pertukaran gluon bernilai negatif (-), nilai negatif ini menunjukkan bahwa potensial pertukaran gluon merupakan potensial atraktif. Artinya pada kondisi jarak pendek terjadi interaksi tarik-menarik antara $q\bar{q}$. Mengikuti analogi dalam kuantum elektrodinamik (potensial Coulomb), gambaran potensial interaksi $q\bar{q}$ dinyatakan dengan (Griffiths, 2008)

$$V_{q\bar{q}}(r) = -C \frac{\alpha_s}{r} \quad (4.35)$$

dimana C merupakan faktor warna. Hasil kalkulasi persamaan (4.32) menunjukkan bahwa nilai C adalah $4/3$, sementara hipotesis kurungan warna menyatakan bahwa hanya keadaan warna tunggal yang dapat eksis sebagai partikel bebas. Oleh karena itu, perlu menyelidiki nilai konstanta untuk keadaan warna tunggal pada persamaan (4.35). Hasil perhitungan faktor warna dalam keadaan warna tunggal adalah $4/3$ (lihat lampiran B), sehingga potensial pertukaran gluon disebut juga sebagai poten-

sial warna.

Seperti pertukaran foton yang menghasilkan gaya tolak antar muatan sejenis dan gaya tarik antar muatan berbeda jenis, pertukaran gluon menghasilkan gaya tarik dalam keadaan warna tunggal. Pertukaran gluon membuktikan bahwa terjadi ikatan antar quark dalam meson maupun dalam hadron.

Bentuk spin bergantung waktu dalam interaksi interquark dapat dihasilkan dari kombinasi $\sigma_{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ pada persamaan (4.8), maka diperlukan korelator warna elektrik dan medan warna magnetik dalam bentuk satu kesatuan yang terpisah. Dengan melakukan separasi mengikuti bentuk umum persamaan (4.28) didapat

$$\begin{aligned} g^2 \langle \langle Tr E_i(x) \Phi E_j(y) \Phi^\dagger \rangle \rangle &= \delta_{ij} \left(D^E(u) + D_1^E(u) + u_4^2 \frac{\partial D_1^E}{\partial u^2} \right) + u_i u_j \frac{\partial D_1^E}{\partial u^2} \\ g^2 \langle \langle Tr H_i(x) \Phi H_j(y) \Phi^\dagger \rangle \rangle &= \delta_{ij} \left(D^H(u) + D_1^H(u) + \mathbf{u}^2 \frac{\partial D_1^H}{\partial \mathbf{u}^2} \right) - u_i u_j \frac{\partial D_1^H}{\partial u^2} \\ g^2 \langle \langle Tr H_i(x) \Phi E_j(y) \Phi^\dagger \rangle \rangle &= \varepsilon_{ijk} u_4 u_k \frac{\partial D_1^{EH}}{\partial u^2} \end{aligned} \quad (4.36)$$

dimana $u_\mu = x_\mu - y_\mu$ dan $u^2 = u_\mu u_\mu$. Notasi E dan H pada persamaan (4.36) untuk membedakan bagian korelator elektrik dan magnetik sehingga memungkinkan pengukuran untuk temperatur tinggi. pada $T = 0$ berlaku $D^E = D^H$ dan $D_1^E = D_1^H$, sedangkan pada temperatur tinggi dapat berbeda.

Sementara untuk keadaan angular momentum tidak sama dengan nol dapat digunakan standard definisi oleh Eichten, Feinberg, dan Gromes (EFG) untuk potensial spin bergantung waktu quark-antiquark yang dinyatakan dengan (Eichten dan Feinberg, 1981), (Gromes, 1984)

$$\begin{aligned} V_{SD}(r) &= \left(\frac{\sigma_1 \mathbf{L}}{4m_1^2 r} - \frac{\sigma_2 \mathbf{L}}{4m_2^2 r} \right) [V_0'(r) + 2V_1'(r)] \\ &+ \frac{(\sigma_1 + \sigma_2) \mathbf{L}}{2m_1 m_2 r} V_2'(r) \\ &+ \frac{(3\sigma_1 \mathbf{r} \sigma_2 \mathbf{r} - \sigma_1 \sigma_2 r^2)}{12m_1 m_2 r^2} V_3(r) \end{aligned}$$

$$+\frac{\sigma_1\sigma_2}{12m_1m_2}V_4(r) \quad (4.37)$$

dimana \mathbf{L} merupakan total angular momentum, r merupakan koordinat posisi, m_1 dan m_2 merupakan massa quark dan anti-quark, dan σ merupakan matriks Pauli yang merepresentasikan interaksi spin yang hanya bekerja dalam ruang spin. Sedangkan $V_0'(r)$, $V_1'(r)$, $V_2'(r)$, $V_3(r)$, dan $V_4(r)$ merupakan fungsi radial potensial bergantung waktu.

Berdasarkan (Simonov, 2005), potensial fungsi radial dinyatakan dengan

$$V_0'(r) = 2 \int_0^\infty d\nu \int_0^r d\lambda D(\lambda, \nu) + r \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(r, \nu) \quad (4.38)$$

$$V_1'(r) = -2 \int_0^\infty d\nu \int_0^r d\lambda \left(1 - \frac{\lambda}{r}\right) D(\lambda, \nu) \quad (4.39)$$

$$V_2'(r) = \frac{2}{r} \int_0^\infty d\nu \int_0^r \lambda d\lambda D(\lambda, \nu) + r \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(r, \nu) \quad (4.40)$$

$$V_3(r) = - \int_{-\infty}^\infty d\nu r^2 \frac{\partial D_1^{pert}(r, \nu)}{\partial r^2} \quad (4.41)$$

$$V_4(r) = \int_{-\infty}^\infty d\nu \left(3D(r, \nu) + 3D_1^{pert}(r, \nu) + 2r^2 \frac{\partial D_1^{pert}(r, \nu)}{\partial r^2} \right) \quad (4.42)$$

Relasi Gromes menyatakan

$$V_0'(r) + V_1'(r) - V_2'(r) = 0 \quad (4.43)$$

Hasil perhitungan (lampiran A) didapat

$$V_0'(r) = \sigma + \frac{4\alpha_s}{3r^2} \quad (4.44)$$

$$V_1'(r) = -\sigma \quad (4.45)$$

$$V_2'(r) = \frac{4\alpha_s}{3r^2} \quad (4.46)$$

$$V_3(r) = \frac{4\alpha_s}{r^3} \quad (4.47)$$

$$V_4(r) = \frac{8\alpha_s}{r^3} \quad (4.48)$$

Akan tetapi, dalam keadaan dasar persamaan (4.37) juga bekerja di dalamnya, namun yang bekerja adalah potensial spin-spin yang didefinisikan dari persamaan (4.37)

$$V_{ss}(r) = \frac{(3\sigma_1 \mathbf{r} \sigma_2 \mathbf{r} - \sigma_1 \sigma_2 r^2)}{12m_1 m_2 r^2} V_3(r) + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} V_4(r) \quad (4.49)$$

Persamaan (4.49) merupakan potensial spin-spin yang hanya bekerja dalam ruang spin, interaksi spin-spin ini direpresentasikan oleh matriks Pauli σ . Potensial spin-spin di atas dikombinasikan dengan potensial fungsi radial yang memuat besaran kopling kuat α_s yang merupakan representasi dari interaksi kuat dengan kehadiran medan magnet.

4.3 Hamiltonian Interaksi $q\bar{q}$ Dalam Medan Magnet

Setelah menghitung propagator interaksi quark-antiquark dan potensial interaksi quark-antiquark pada subbab sebelumnya, selanjutnya akan ditentukan aksi Euclidean $S_{q_1\bar{q}_2}^E$ pada sistem $q\bar{q}$ pada $t_1^E = t_2^E = t^E$. Lagrangian Euclidean didefinisikan dari semua bentuk eksponensial persamaan propagator interaksi quark-antiquark dan potensial interaksi quark-antiquark yang dapat ditulis

$$\exp \left\{ - \int L_{q_1\bar{q}_2}^E dt^E \right\} \quad (4.50)$$

Bentuk-bentuk eksponensial pada persamaan propagator interaksi quark-antiquark (4.22) dapat ditulis

$$\begin{aligned} \exp\{-K_1 - K_2\} &= \exp \left\{ - \int_0^T \left(\frac{\omega_1}{2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_1}{2} \left(\frac{dz}{dt_E} \right)^2 \right) dt_E \right\} \\ &\times \exp \left\{ - \int_0^T \left(\frac{\omega_2}{2} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} + \frac{\omega_2}{2} \left(\frac{dz}{dt_E} \right)^2 \right) dt_E \right\} \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$W_\sigma(A) = \exp \left\{ ig \int A_\mu \frac{dz_\mu}{dt_E} dt_E \right\} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} W_\sigma(A)^{(e)} &= \exp \left\{ ie_1 \int_y^x A_\mu^{(e)} \frac{dz_\mu^{(1)}}{dt_E} dt_E + ie_2 \int_x^y A_\mu^{(e)} \frac{dz_\mu^{(2)}}{dt_E} dt_E \right\} \\ &\times \exp \left\{ - \int_{s_1}^0 e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} dt_E - \int_0^{s_2} e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} dt_E \right\} \end{aligned} \quad (4.53)$$

Sehingga Lagrangian $L_{q_1\bar{q}_2}^E$ berdasarkan persamaan (4.51), (4.52), (4.53) dan potensial interaksi quark-antiquark persamaan (4.34) dan potensial spin-spin persamaan

(4.49) arah sumbu z dapat ditulis

$$\begin{aligned}
L_{q_1 \bar{q}_2}^E &= \frac{\omega_1}{2} + \frac{\omega_2}{2} + \sum_i \left(\frac{\omega_i}{2} (\dot{z}_k^{(i)})^2 \right) - ie_i A_k^{(e)} \dot{z}_k^{(i)} \\
&+ \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} + e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} + e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} \\
&+ \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} \\
&+ \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&+ \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3}
\end{aligned} \tag{4.54}$$

dimana $A_k^{(e)}$ merupakan komponen vektor potensial ke- k (1, 2, 3).

Bentuk umum aksi

$$S_{q_1 \bar{q}_2}^E = \int_0^{T_E} dt^E L_{q_1 \bar{q}_2}^E \tag{4.55}$$

Sehingga bentuk aksinya dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned}
S_{q_1 \bar{q}_2}^E &= \int_0^{T_E} dt^E \left[\frac{\omega_1}{2} + \frac{\omega_2}{2} + \sum_i \left(\frac{\omega_i}{2} (\dot{z}_k^{(i)})^2 \right) - ie_i A_k^{(e)} \dot{z}_k^{(i)} \right. \\
&+ \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} + e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} + e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} \\
&+ \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} \\
&+ \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&\left. + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \right]
\end{aligned} \tag{4.56}$$

Selanjutnya mengkonstruksi Hamiltonian dari Lagrangian Minkowski. Oleh karena itu perlu mengubah $t_E \rightarrow it_M$, dapat ditulis

$$\exp \left\{ - \int L^E dt_E \right\} \longrightarrow \exp \left\{ i \int L^M dt_M \right\} \tag{4.57}$$

dan pendekatan Hamiltonian

$$H_{q_1 \bar{q}_2} = \sum_i \dot{z}_k^{(i)} \frac{\partial L^M}{\partial \dot{z}_k^{(i)}} - L^M \quad (4.58)$$

dengan mendefinisikan

$$\begin{aligned} P_k^{(i)} &= \frac{\partial L^M}{\partial \dot{z}_k^{(i)}} \\ &= \omega_i \dot{z}_k^{(i)} + e_i A_k^{(e)} \end{aligned} \quad (4.59)$$

dimana

$$\dot{z}_k^{(i)} = \frac{P_k^{(i)} - e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} \quad (4.60)$$

dengan menerapkan London gauge $A = \frac{1}{2}(\mathbf{B} \times \mathbf{z})$ maka didapatkan

$$\begin{aligned} H_{q_1 \bar{q}_2} &= \sum_i \dot{z}_k^{(i)} P_k^{(i)} - L^M \\ &= \sum_i \dot{z}_k^{(i)} P_k^{(i)} - \sum_i \frac{\omega_i}{2} (\dot{z}_k^{(i)})^2 - e_i A_k^{(e)} \dot{z}_k^{(i)} \\ &\quad + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| \\ &\quad - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} - \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\ &\quad + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\ &= P_k^{(i)} \left(\frac{P_k^{(i)} - e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} \right) - \frac{\omega_i}{2} \left(\frac{P_k^{(i)} - e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} \right)^2 - e_i A_k^{(e)} \left(\frac{P_k^{(i)} - e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} \right) \\ &\quad + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| \\ &\quad - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} - \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\ &\quad + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(\mathbf{P}^{(i)})^2}{\omega_i} - \frac{\mathbf{P}^{(i)} e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} - \frac{\omega_i}{2} \left(\frac{(\mathbf{P}^{(i)})^2 - 2\mathbf{P}^{(i)} e_i A_k^{(e)} + e_i^2 (A_k^{(e)})^2}{\omega_i^2} \right) \\
&\quad - \frac{\mathbf{P}^{(i)} e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} + \frac{e_i^2 (A_k^{(e)})^2}{\omega_i} \\
&\quad + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| \\
&\quad - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&\quad + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&= \frac{(\mathbf{P}^{(i)})^2}{\omega_i} - \frac{\mathbf{P}^{(i)} e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} - \frac{(\mathbf{P}^{(i)})^2 \omega_i}{2\omega_i^2} + \frac{2\omega_i \mathbf{P}^{(i)} e_i A_k^{(e)}}{2\omega_i^2} - \frac{\omega_i e_i^2 (A_k^{(e)})^2}{2\omega_i^2} \\
&\quad - \frac{\mathbf{P}^{(i)} e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} + \frac{e_i^2 (A_k^{(e)})^2}{\omega_i} \\
&\quad + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| \\
&\quad - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&\quad + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&= \frac{2(\mathbf{P}^{(i)})^2 - (\mathbf{P}^{(i)})^2}{2\omega_i} - \frac{2\mathbf{P}^{(i)} e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} + \frac{\mathbf{P}^{(i)} e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} - \frac{e_i^2 (A_k^{(e)})^2}{2\omega_i} + \frac{e_i^2 (A_k^{(e)})^2}{\omega_i} \\
&\quad + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| \\
&\quad - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&\quad + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&= \frac{(\mathbf{P}^{(i)})^2}{2\omega_i} - \frac{\mathbf{P}^{(i)} e_i A_k^{(e)}}{\omega_i} + \frac{e_i^2 (A_k^{(e)})^2}{2\omega_i} \\
&\quad + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| \\
&\quad - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&\quad + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
&= \frac{(\mathbf{P}^{(i)})^2}{2\omega_i} - \frac{\mathbf{P}^{(i)} e_i (\mathbf{B} \times \mathbf{z}^i)}{2\omega_i} + \frac{e_i^2 \frac{1}{4} (\mathbf{B} \times \mathbf{z}^i)^2}{2\omega_i}
\end{aligned}$$

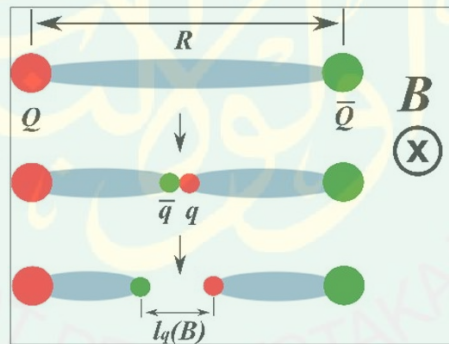
$$\begin{aligned}
& + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| \\
& - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
& + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
= & \frac{(\mathbf{P}^{(i)} - \frac{e_i}{2}(\mathbf{B} \times \mathbf{z}^i))^2}{2\omega_i} \\
& + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| \\
& - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
& + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
= & \frac{(\mathbf{P}^1 - \frac{e_1}{2}(\mathbf{B} \times \mathbf{z}^1))^2}{2\omega_1} + \frac{(\mathbf{P}^2 - \frac{e_2}{2}(\mathbf{B} \times \mathbf{z}^2))^2}{2\omega_2} \\
& + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| \\
& - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
& + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
= & \sum_{i=1}^2 \frac{(\mathbf{P}^{(i)} - \frac{e_i}{2}(\mathbf{B} \times \mathbf{z}^i))^2 + m_i^2 + \omega_i^2}{2\omega_i} - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} \\
& + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} \\
& + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
& + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3}
\end{aligned} \tag{4.61}$$

dengan menganggap

$$H_0 = \sum_{i=1}^2 \frac{(\mathbf{P}^{(i)} - \frac{e_i}{2}(\mathbf{B} \times \mathbf{z}^i))^2 + m_i^2 + \omega_i^2}{2\omega_i} \tag{4.62}$$

$$H_\sigma = -e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} \quad (4.63)$$

Untuk mengetahui bagaimana medan magnet dapat mempengaruhi interaksi quark-antiquark perhatikan gambar (4.2). Gambar tersebut menjelaskan pasangan quark-antiquark berat ($Q\bar{Q}$) dan adanya pasangan quark-antiquark ringan ($q\bar{q}$). Umumnya proses yang terjadi kemudian adalah terjadi tarik menarik antara quark berat (Q) dengan antiquark ringan (\bar{q}) dan tarik menarik antara antiquark berat (\bar{Q}) dengan quark ringan (q), sehingga terbentuk meson berat-ringan ($Q\bar{q}$ dan $\bar{Q}q$). Namun karena adanya pengaruh medan magnet eksternal, pasangan quark-antiquark ringan tidak dapat merusak interaksi quark-antiquark berat karena quark-antiquark ringan dibatasi oleh medan magnet satu sama lain dengan medan magnet tegak lurus bidang.



Gambar 4.2: Gambaran interaksi quark-antiquark dalam pengaruh medan magnet B

4.4 Hamiltonian Interaksi $q\bar{q}$ Tanpa Medan Magnet

Jika tidak ada medan magnet, Hamiltonian $q\bar{q}$ H_0 dapat direpresentasikan sebagai

$$H_0 = \frac{(\mathbf{P}^1)^2}{2\omega_1} + \frac{(\mathbf{P}^2)^2}{2\omega_2} + \frac{\omega_1^2}{2\omega_1} + \frac{\omega_2^2}{2\omega_2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} + V_{static}(r)$$

$$= \frac{(\mathbf{P}^1)^2}{2\omega_1} + \frac{(\mathbf{P}^2)^2}{2\omega_2} + \frac{\omega_1}{2} + \frac{\omega_2}{2} + \frac{m_1^2}{2\omega_1} + \frac{m_2^2}{2\omega_2} + V_{static}(r) \quad (4.64)$$

dalam interaksi statis, $V_{static}(r) = V_{conf} + V_{GE}$, dimana

$$\begin{aligned} V_{static}(r) &= V_{conf}(r) + V_{GE}(r) \\ &= \sigma r - \frac{4\alpha_B}{3r} \end{aligned} \quad (4.65)$$

dimana vektor koupling kuat disimbolkan α_B . Sehingga persamaan (4.64) dapat ditulis

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{\mathbf{P}^2(\omega_1 + \omega_2)}{2\omega_1\omega_2} + \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} + \frac{m_i^2(\omega_1 + \omega_2)}{2\omega_1\omega_2} + \sigma r - \frac{4\alpha_B}{3r} \\ &= \frac{\mathbf{P}^2}{2\frac{\omega_1\omega_2}{(\omega_1 + \omega_2)}} + \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} + \frac{m_i^2}{2\frac{\omega_1\omega_2}{(\omega_1 + \omega_2)}} + \sigma r - \frac{4\alpha_B}{3r} \\ &= \frac{\mathbf{P}^2}{2\tilde{\omega}} + \bar{\omega} + \frac{m_i^2}{2\tilde{\omega}} + \sigma r - \frac{4\alpha_B}{3r} \\ &= \frac{\mathbf{P}^2 + m_i^2}{2\tilde{\omega}} + \bar{\omega} + \sigma r - \frac{4\alpha_B}{3r} \end{aligned} \quad (4.66)$$

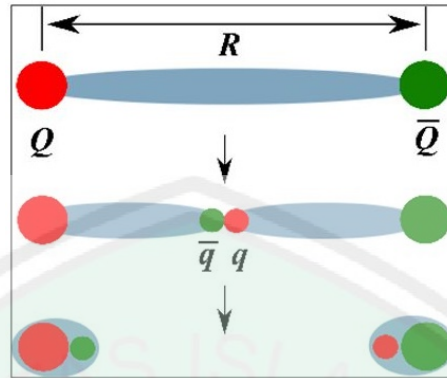
dimana

$$\tilde{\omega} = \frac{\omega_1\omega_2}{(\omega_1 + \omega_2)} \quad (4.67)$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (4.68)$$

Hamiltonian interaksi tanpa pengaruh medan magnet dapat diinterpretasikan sebagaimana persamaan (4.66). Dalam Hamiltonian tersebut terlihat adanya besaran yang mendeskripsikan adanya pengurangan energi efektif ($\tilde{\omega}$).

Gambar (4.3) menjelaskan proses sebenarnya yang terjadi dalam interaksi quark-antiquark berat ($Q\bar{Q}$). Dengan adanya pasangan quark-antiquark ringan ($q\bar{q}$), umumnya proses yang terjadi kemudian adalah terjadi tarik menarik antara quark



Gambar 4.3: Gambaran interaksi quark-antiquark tanpa pengaruh medan magnet

berat (Q) dengan antiquark ringan (\bar{q}) dan tarik menarik antara antiquark berat (\bar{Q}) dengan quark ringan (q), sehingga terbentuk meson berat-ringan ($Q\bar{q}$ dan $\bar{Q}q$). Proses yang terjadi adalah $Q\bar{Q} \rightarrow Q\bar{Q} + q\bar{q} \rightarrow Q\bar{q} + q\bar{Q}$, dengan energi $2m_Q = 2m_{Q\bar{q}}$.

4.5 Nilai Eigen Sistem $q\bar{q}$

Pembahasan yang menarik selanjutnya tentang spektrum sistem $q\bar{q}$ dalam medan magnet maupun tanpa medan magnet.

$$H\psi = E\psi \quad (4.69)$$

dengan

$$H = \sum_{i=1}^2 \frac{\left(\mathbf{P}^{(i)} - \frac{e_i}{2}(\mathbf{B} \times \mathbf{z}^i)\right)^2 + m_i^2 + \omega_i^2 - e_i\sigma_i\mathbf{B}}{2\omega_i} + U \quad (4.70)$$

dimana

$$U = V_0(r) + V_{ss} \quad (4.71)$$

Menggunakan separasi total pusat massa (Grotsch, 1971), koordinat relatif, dan momenta relatif

$$\mathbf{R} = \frac{\omega_1 \mathbf{z}^{(1)} + \omega_2 \mathbf{z}^{(2)}}{\omega_1 + \omega_2}, \quad \eta = \mathbf{z}^{(1)} - \mathbf{z}^{(2)}, \quad \pi = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad (4.72)$$

Hamiltonian persamaan (4.70) dalam bentuk separasi total dan momenta relatif dapat ditulis

$$\begin{aligned} H_{q_1 q_2} &= \frac{1}{2\omega_1} \left[\frac{\tilde{\omega}}{\omega_2} \mathbf{P} + \pi - \frac{e_1}{2} \mathbf{B} \times \left(\mathbf{R} + \frac{\tilde{\omega}}{\omega_1} \eta \right) \right]^2 \\ &+ \frac{1}{2\omega_2} \left[\frac{\tilde{\omega}}{\omega_1} \mathbf{P} - \pi - \frac{e_2}{2} \mathbf{B} \times \left(\mathbf{R} - \frac{\tilde{\omega}}{\omega_2} \eta \right) \right]^2 \\ &+ \sum_{i=1}^2 \frac{m_i^2 + \omega_i^2 - e_i \sigma^{(i)} \mathbf{B}}{2\omega_i} + U \end{aligned} \quad (4.73)$$

dengan menganggap

$$\begin{aligned} H_B &= \frac{1}{2\omega_1} \left[\frac{\tilde{\omega}}{\omega_2} \mathbf{P} + \pi - \frac{e_1}{2} \mathbf{B} \times \left(\mathbf{R} + \frac{\tilde{\omega}}{\omega_1} \eta \right) \right]^2 \\ &+ \frac{1}{2\omega_2} \left[\frac{\tilde{\omega}}{\omega_1} \mathbf{P} - \pi - \frac{e_2}{2} \mathbf{B} \times \left(\mathbf{R} - \frac{\tilde{\omega}}{\omega_2} \eta \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (4.74)$$

$$H_\sigma = \sum_{i=1}^2 \frac{m_i^2 + \omega_i^2 - e_i \sigma^{(i)} \mathbf{B}}{2\omega_i} \quad (4.75)$$

Untuk kasus umum pada sistem $q_1 \bar{q}_2$ ($e_1 = -e_2 = e$) dalam medan magnet dapat dilakukan mengikuti pendekatan dua materi (*two-body*) seperti interaksi dalam kasus atom hidrogen dalam medan magnet, seperti dalam jurnal (Avron, 1978). Maka untuk fungsi keadaan dalam kasus ini dapat diasumsikan similar dengan pendekatan fungsi keadaan yang dihasilkan pada pendekatan nukleus relativistik atom hidrogen dalam medan magnet.

Selanjutnya untuk kasus dua materi ($e_1 = -e_2 = e$) dalam medan magnet,

maka persamaan (4.74) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
 H_B &= \frac{1}{2\omega_1} \left[\frac{\tilde{\omega}}{\omega_2} \mathbf{P} + \pi - \frac{e}{2} \mathbf{B} \times \left(\mathbf{R} + \frac{\tilde{\omega}}{\omega_1} \eta \right) \right]^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2\omega_2} \left[\frac{\tilde{\omega}}{\omega_1} \mathbf{P} - \pi + \frac{e}{2} \mathbf{B} \times \left(\mathbf{R} - \frac{\tilde{\omega}}{\omega_2} \eta \right) \right]^2 \\
 &= \frac{1}{2\tilde{\omega}} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{e^2}{4} (\mathbf{B} \times \eta)^2 \right)
 \end{aligned} \tag{4.76}$$

Solusi untuk kasus dua materi ($e_1 = -e_2$) dalam medan magnet menghasilkan fungsi keadaan (Gor'kov, 1968)

$$\Psi(\mathbf{R}, \eta) = \psi(\eta) \exp \left\{ i\mathbf{P}\mathbf{R} - \frac{ie}{2} (\mathbf{B} \times \eta)\mathbf{R} \right\} \tag{4.77}$$

dimana $\psi(\eta)$ merupakan fungsi yang bergantung η . Fungsi $\psi(\eta)$ diperoleh dari persamaan

$$(H_B + H_\sigma + U)\psi(\eta) = E\psi(\eta) \tag{4.78}$$

dengan H_B merupakan persamaan (4.76). Selanjutnya untuk kasus sederhana dimisalkan $U = V_{conf} = \sigma\eta$, untuk membuat sederhana potensial kurungan dapat dinyatakan kedalam bentuk potensial osilator.

$$V_{conf} = \sigma\eta \rightarrow V_{conf} \equiv \frac{\sigma}{2} \left(\frac{\eta^2}{\gamma} + \gamma \right) \tag{4.79}$$

Nilai eigen keadaan dasar (*lowest eigen value*) \bar{E} dari Hamiltonian $H = H_B + H_\sigma + V_{conf}$ yang bekerja pada fungsi keadaan pada persamaan (4.78) dengan menggunakan transformasi dari persamaan fungsi keadaan (4.77) dapat diperoleh jika memenuhi kondisi titik stasioner $\frac{\partial E}{\partial \gamma} |_{\gamma=\gamma_0} = 0$. Maka Nilai eigen keadaan dasar

(lowest eigen value) dapat ditulis

$$\begin{aligned} \bar{E}(\omega_1, \omega_2, \gamma) = & \frac{1}{2\tilde{\omega}} \left[\sqrt{e^2 B^2 + \frac{4\sigma\tilde{\omega}}{\gamma} (2n_{\perp} + 1)} + \sqrt{\frac{4\sigma\tilde{\omega}}{\gamma} \left(n_z + \frac{1}{2} \right)} \right] \\ & + \frac{\gamma\sigma}{2} + \sum_{i=1}^2 \frac{m_i^2 + \omega_i^2 - e_i\sigma^{(i)}\mathbf{B}}{2\omega_i} \end{aligned} \quad (4.80)$$

dimana indeks n merupakan level Landau ke- n , \perp menunjukkan bagian saling tegak (transversal).



BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

1. Interaksi pada jarak panjang dideskripsikan sebagai potensial kurungan (*confinement*) yang menjelaskan interaksi diri gluon. Diketahui bahwa potensial kurungan bernilai positif (+), nilai positif ini menunjukkan bahwa potensial kurungan merupakan potensial repulsif. Artinya pada kondisi jarak panjang terjadi interaksi tolak-menolak antara $q\bar{q}$.
2. Interaksi pada jarak pendek dideskripsikan sebagai potensial pertukaran gluon (*one gluon exchange (OGE)*) yang menjelaskan aksi dalam khromodinamik antar muatan warna (seperti potensial Coulomb). Diketahui bahwa potensial pertukaran gluon bernilai negatif (-), nilai negatif ini menunjukkan bahwa potensial pertukaran gluon merupakan potensial atraktif. Artinya pada kondisi jarak pendek terjadi interaksi tarik-menarik antara $q\bar{q}$. Potensial pertukaran gluon eksis dalam keadaan warna tunggal.
3. Hamiltonian interaksi quark-antiquark dapat dibentuk dari propagator interaksi quark-antiquark dan potensial-potensial interaksi yang dinyatakan dengan

$$\begin{aligned}
 H_{q_1\bar{q}_2} &= H_0 + H_\sigma + V_{conf} + V_{OGE} + V_{ss} \\
 &= \sum_{i=1}^2 \frac{\left(\mathbf{P}^{(i)} - \frac{e_i}{2}(\mathbf{B} \times \mathbf{z}^i)\right)^2 + m_i^2 + \omega_i^2}{2\omega_i} \\
 &\quad - e_1 \frac{\sigma_1 \mathbf{B}}{2\omega_1} - e_2 \frac{\sigma_2 \mathbf{B}}{2\omega_2} + \sigma |z^{(1)} - z^{(2)}| - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|} \\
 &\quad + \frac{3(\sigma_1 \mathbf{z})(\sigma_2 \mathbf{z}) - \sigma_1 \sigma_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2}{12m_1 m_2 |z^{(1)} - z^{(2)}|^2} \frac{4\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \\
 &\quad + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{12m_1 m_2} \frac{8\alpha_s}{|z^{(1)} - z^{(2)}|^3} \tag{5.1}
 \end{aligned}$$

5.2 Saran

Penelitian ini merupakan awal atau pondasi dasar untuk melakukan penelitian selanjutnya sampai tahap pengembangan terutama dalam bidang *hight energy physics* partikel-partikel hadron (khususnya meson).



DAFTAR PUSTAKA

- [1] Andreichikov, M.A. 2012. *Quark-Antiquark System in Ultra-Intense Magnetic Field*. arXiv: 1210.0227v2 [hep-ph].
- [2] Avron, J.E, dkk. 1977. *Separaltion of Center of Mass in Homogeneous Magnetic Fields*. Ann. Phys. (NY) 114.
- [3] Badalian, A.M. dkk. 2007. *The Chiral Transitions in Heavy-Light Mesons*. arXiv: 0712.3943v1 [hep-ph].
- [4] Badalian A.M. dkk. 2008. *Gluonic Correlation Length From Spin-Dependent Potentials*. arXiv: 0807.3320v2 [hep-ph].
- [5] Badalian, A.M. dkk. 2008. *Spin-Dependent Interactions in Quarkonia*. arXiv: 0811.2599v1 [hep-ph].
- [6] Badalian, A.M. dan Yu.A.Simonov. 2013. *Magnetic Moments of Mesons*. arXiv: 1211.4349v2 [hep-ph].
- [7] Beiser, Arthur. 1999. *Konsep Fisika Modern*. Jakarta: Erlangga.
- [8] Broda, Bogus law. 2002. *Non-Abelian Stokes Theorem in Action*. arXiv: math-ph/0012035v3
- [9] Bustami, A.G. dkk. 1991. *Al-Quran Dan Tafsirnya*. Yogyakarta: PT. Dana Bhakti Wakaf.
- [10] Cardoso, M, dkk. 2010. *Lattice QCD Computation of the Colour Fields for the Static Hybrid QuarkGluonAntiquark System, and Microscopic Study of The Casimir Scaling*. Phys. Rev. D 81.
- [11] Chernodub, M. N. 2014. *QCD String Breaking in Strong Magnetic Field*. Mod. Phys. A 29.
- [12] Das, Ashok. 2005. *Field Theory a Path Integral Approach*. University of Rochester in USA: World Scientific Publishing.
- [13] Eichten, E dan F. Feinberg. 1981. *Spin-Dependent Forces in Quantum Chromodynamics*. Phys. Rev. D 23.
- [14] Giacomo, A.Di. dkk. 2008. *Field Correlators in QCD, Theory and Applications*. arXiv: hep-ph/0007223v2.

- [15] Gilberto, Colangelo. Dkk. 2005. *Finite Volume Effects for Meson Masses and Decay Constants*. arXiv: hep-lat/0503014v2.
- [16] Gor'kov, L. P. dan I. E. Dzyaloshinskii. 1968. *Contribution to the Theory of the Mott Exciton in a Strong Magnetic Field*. Sov. Phys. JETP, 26
- [17] Greiner, W. dan Muller, B. 2009. *Gauge Theory of Weak Interactions (4th Edition)*. Jerman: Springer.
- [18] Griffiths, David. 2008. *Introduction to Elementary Particles*. United State: John Wiley Sonc, Inc.
- [19] Gromes, Dieter. 1984. *Spin-Dependent Potentials in QCD and the Correct Long-Range Spin Orbit Term*. Z. Phys. C 26.
- [20] Grotch, H dan R.A. Hegstrom. 1971. *Hydrogenic Atoms in a Magnetic Field*. Phys. Rev. A 4, 59.
- [21] J.J. Sakurai. 1994. *Modern Quantum Mechanics, Revised Edition*. USA: Addison Wesley Publishing Company.
- [22] Kuzmenko, D.S dan Yu.A.Simonov. 2000. *QCD String in Mesons and Baryons*. arXiv: hep-ph/0010114v1.
- [23] Muhammad, Bin Shalih al-Utsaimin. 2004. *Tafsir Surat Yasin: menyelami lebih dalam kandungan dan faedah surat Yasin (terjemahan)*. Bogor: Darul Ilmi Publishing.
- [24] Nurjannah, Ismail. 2003. *Perempuan dalam Pasungan Bias Laki-laki dalam Penafsiran*. Yogyakarta: LkiS.
- [25] Purwanto, Agus. 2005. *Seri LafTiFA Teori Medan Gauge. Catatan Kuliah (Tidak Diterbitkan)*. Surabaya: Jurusan FMIPA ITS.
- [26] Purwanto, Agus. 2008. *Ayat-Ayat Semesta Sisi-Sisi Al-Quran Yang Terlupakan*. Bandung: Mizan.
- [27] Ryder, Lewis H. 2001. *Quantum Field Theory (Second Edition)*. New York: Cambridge University Press.
- [28] Simonov, Yu.A. 2002. *Spin-Dependent Forces of Quarks in Baryon*. arXiv: hep-ph/0203059v1.

- [29] Simonov, Yu.A dan J.A. Tjon. 2002. *The Feynman-Schwinger (World-Line) Representation in Perturbative QCD*. arXiv: hep-ph/0201005v1.
- [30] Simonov, Yu.A. 2005. *Spin-Dependent Interaction In the Deconfined Phase of QCD*. arXiv: hep-ph/0512242v1.
- [31] Simonov, Yu.A. 2013. *Relativistic Path Integral and Relativistic Hamiltonians in QCD and QED*. arXiv: 1303.4952v2 [hep-ph].
- [32] Simonov, Yu.A. 2013. *Spin Interactions in Mesons in Strong Magnetic Field*. arXiv: 1304.0365v2 [hep-ph].
- [33] Thomas, DeGrand dan Carleton DeTar. 2006. *Lattice Methods for Quantum Chromodynamics*. New Jersey: World Scientific.
- [34] Tjon, J.A. dkk. 1999. *Feynman-Schwinger Representation Approach To Non-perturbative Physics*. arXiv.
- [35] Tommy, Burch. Dkk. 2006. *Excited Hadrons on The Lattice: Mesons*. arXiv: hep-lat/0601026v3.
- [36] Wiyatmo, Yusman. 2006. *Fisika Nuklir dalam Telaah Semi-Klasik dan Kuantum*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- [37] Yan, Yupeng.—. *Applied Group Theory in Physics, Lecture Note*. Thailand: Suranaree University of Technology.
- [38] Yan, Yupeng.—. *Quantum Theory I, Lecture Note*. Thailand: Suranaree University of Technology.
- [39] Yoshimasa, Hidaka and Arata Yamamoto. 2013. *Charged Vector Mesons in A Strong Magnetic Field*. arXiv: 1209.0007v2 [hep-ph].
- [40] Zadah, Khamami. 2005. *Tafsir Surat Yasiin*. Yogyakarta: Pustaka Pesantren (LKiS).

LAMPIRAN A
PEMBUKTIAN PERSAMAAN

Persamaan 4.32

$$V_{OGE}(r) = \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(\lambda, \nu) \quad (0.2)$$

dengan

$$D_1^{pert}(\lambda, \nu) = \frac{16\alpha_s}{3\pi(\lambda^2 + \nu^2)^2} \quad (0.3)$$

Selanjutnya digunakan solusi bentuk aljabar berikut

$$\int \frac{du}{(a^2 \pm u^2)^n} = \frac{1}{2a^2(n-1)} \left(\frac{u}{(a^2 \pm u^2)^{n-1}} + (2n-3) \int \frac{du}{(a^2 \pm u^2)^{n-1}} \right) \quad (0.4)$$

jika $n \neq 1$. Suku kedua V_{OGE} dapat ditulis

$$\begin{aligned} \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(\lambda, \nu) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty d\nu \frac{16\alpha_s}{3\pi(\lambda^2 + \nu^2)^2} \\ &= \frac{8\alpha_s}{3\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{d\nu}{(\lambda^2 + \nu^2)^2} \\ &= \frac{8\alpha_s}{3\pi} \left\{ \frac{1}{2\lambda^2} \left(\underbrace{\frac{\nu}{(\lambda^2 + \nu^2)^1}}_{0}(-\infty, \infty) + \int_{-\infty}^\infty \frac{d\nu}{(\lambda^2 + \nu^2)} \right) \right\} \\ &= \frac{8\alpha_s}{3\pi} \left\{ \frac{1}{2\lambda^2} \left(\int_{-\infty}^\infty \frac{d\nu}{(\lambda^2 + \nu^2)} \right) \right\} \quad (0.5) \end{aligned}$$

Selanjutnya digunakan solusi bentuk aljabar berikut

$$\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} \quad (0.6)$$

dimana bentuk

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(\lambda^2 + \nu^2)} &= \frac{1}{\lambda} \tan^{-1} \frac{\nu}{\lambda} (-\infty, \infty) \\ &= \frac{\pi}{2\lambda} - \left(-\frac{\pi}{2\lambda}\right) \\ &= \frac{\pi}{\lambda}\end{aligned}\quad (0.7)$$

maka persamaan (5) dapat ditulis

$$\begin{aligned}\int_0^{\infty} d\nu D_1^{pert}(\lambda, \nu) &= \frac{8\alpha_s}{3\pi} \left\{ \frac{1}{2\lambda^2} \left(\frac{\pi}{\lambda}\right) \right\} \\ &= \frac{8\alpha_s}{3\pi} \frac{\pi}{2\lambda^3} \\ &= \frac{4\alpha_s}{3\lambda^3}\end{aligned}\quad (0.8)$$

Sehingga persamaan (2) dapat ditulis

$$\begin{aligned}V_{OGE}(r) &= \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^{\infty} d\nu D_1^{pert}(\lambda, \nu) \\ &= \int_0^r \frac{4\alpha_s}{3\lambda^3} \lambda d\lambda \\ &= \frac{4\alpha_s}{3} \int_0^r \frac{1}{\lambda^2} d\lambda \\ &= -\frac{4\alpha_s}{3} \frac{1}{\lambda} (0, r) \\ &= -\frac{4\alpha_s}{3} \frac{1}{r}\end{aligned}\quad (0.9)$$

Persamaan 4.42

$$\begin{aligned}V_0'(r) + V_1'(r) - V_2'(r) &= 2 \int_0^{\infty} d\nu \int_0^r d\lambda D(\lambda, \nu) + r \int_0^{\infty} d\nu D_1^{pert}(r, \nu) \\ &+ \left(-2 \int_0^{\infty} d\nu \int_0^r d\lambda \left(1 - \frac{\lambda}{r}\right) D(\lambda, \nu) \right) \\ &- \left(\frac{2}{r} \int_0^{\infty} d\nu \int_0^r \lambda d\lambda D(\lambda, \nu) + r \int_0^{\infty} d\nu D_1^{pert}(r, \nu) \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \int_0^\infty d\nu \int_0^r d\lambda D(\lambda, \nu) \\
&\quad + r \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(r, \nu) \\
&\quad - 2 \int_0^\infty d\nu \int_0^r d\lambda D(\lambda, \nu) \\
&\quad + \frac{2}{r} \int_0^\infty d\nu \int_0^r \lambda d\lambda D(\lambda, \nu) \\
&\quad - \frac{2}{r} \int_0^\infty d\nu \int_0^r \lambda d\lambda D(\lambda, \nu) \\
&\quad - r \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(r, \nu) \\
&= 0
\end{aligned} \tag{0.10}$$

Persamaan 4.43

$$V'_0(r) = 2 \int_0^\infty d\nu \int_0^r d\lambda D(\lambda, \nu) + r \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(r, \nu) \tag{0.11}$$

suku kedua persamaan diatas identik dengan persamaan (8), sehingga dapat ditulis

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(r, \nu) &= \frac{8\alpha_s}{3\pi} \left\{ \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\pi}{r} \right) \right\} \\
&= \frac{8\alpha_s}{3\pi} \frac{\pi}{2r^3} \\
&= \frac{4\alpha_s}{3r^3}
\end{aligned} \tag{0.12}$$

dengan menggunakan definisi persamaan (4.27) maka persamaan (11) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
V'_0(r) &= \sigma + r \left(\frac{4\alpha_s}{3r^3} \right) \\
&= \sigma + \frac{4\alpha_s}{3r^2}
\end{aligned} \tag{0.13}$$

Persamaan 4.44 dan 4.45

$$\begin{aligned}
V_1'(r) &= -2 \int_0^\infty d\nu \int_0^r d\lambda \left(1 - \frac{\lambda}{r}\right) D(\lambda, \nu) \\
&= -2 \int_0^\infty d\nu \int_0^r d\lambda D(\lambda, \nu) + \frac{2}{r} \int_0^\infty d\nu \int_0^r \lambda d\lambda D(\lambda, \nu) \\
V_2'(r) &= \frac{2}{r} \int_0^\infty d\nu \int_0^r \lambda d\lambda D(\lambda, \nu) + r \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(r, \nu) \\
V_1'(r) - V_2'(r) &= -2 \int_0^\infty d\nu \int_0^r d\lambda D(\lambda, \nu) - r \int_0^\infty d\nu D_1^{pert}(r, \nu) \\
V_1'(r) - V_2'(r) &= -\sigma - \frac{4\alpha_s}{3r^2} \tag{0.14}
\end{aligned}$$

dengan menerapkan relasi Gromes persamaan (4.40) dapat dinyatakan

$$V_1'(r) = -\sigma \tag{0.15}$$

$$V_2'(r) = \frac{4\alpha_s}{3r^2} \tag{0.16}$$

Persamaan 4.46

$$V_3(r) = - \int_{-\infty}^\infty d\nu r^2 \frac{\partial D_1^{pert}(r, \nu)}{\partial r^2} \tag{0.17}$$

dimana bentuk

$$\begin{aligned}
\frac{D_1^{pert}(r, \nu)}{\partial r^2} &= \frac{\partial}{\partial r^2} \frac{16\alpha_s}{3\pi} (r^2 + \nu^2)^{-2} \\
&= \frac{16\alpha_s}{3\pi} (-2(r^2 + \nu^2)^{-3}) \\
&= -\frac{32\alpha_s}{3\pi(r^2 + \nu^2)^3} \tag{0.18}
\end{aligned}$$

Sehingga persamaan (17) dapat ditulis

$$\begin{aligned} V_3(r) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\nu r^2 \frac{32\alpha_s}{3\pi(r^2 + \nu^2)^3} \\ &= \frac{32r^2\alpha_s}{3\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)^3} \end{aligned} \quad (0.19)$$

dimana bentuk

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)^3} &= \frac{1}{4r^2} \left(\underbrace{\frac{\nu}{(r^2 + \nu^2)^2}(-\infty, \infty)}_0 + 3 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)^2} \right) \\ &= \frac{1}{4r^2} \left(3 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)^2} \right) \end{aligned} \quad (0.20)$$

dan bentuk

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)^2} &= \frac{1}{2r^2} \left(\underbrace{\frac{\nu}{(r^2 + \nu^2)}(-\infty, \infty)}_0 + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)} \right) \\ &= \frac{1}{2r^2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)} \right) \end{aligned} \quad (0.21)$$

maka persamaan (20) dapat ditulis

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)^3} = \frac{1}{4r^2} \left(\frac{3}{2r^2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)} \right) \right) \quad (0.22)$$

sementara bentuk

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(r^2 + \nu^2)} &= \frac{1}{r} \tan^{-1} \frac{\nu}{r}(-\infty, \infty) \\ &= \frac{\pi}{2r} - \left(-\frac{\pi}{2r} \right) \\ &= \frac{\pi}{r} \end{aligned} \quad (0.23)$$

Sehingga persamaan (19) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
 V_3(r) &= \frac{32r^2\alpha_s}{3\pi} \left\{ \frac{1}{4r^2} \left(\frac{3}{2r^2} \right) \left(\frac{\pi}{r} \right) \right\} \\
 &= \frac{32r^2\alpha_s}{3\pi} \frac{3\pi}{8r^5} \\
 &= \frac{4\alpha_s}{r^3}
 \end{aligned} \tag{0.24}$$

Persamaan 4.47

$$V_4(r) = \int_{-\infty}^{\infty} d\nu \left(3D(r, \nu) + 3D_1^{pert}(r, \nu) + 2r^2 \frac{\partial D_1^{pert}(r, \nu)}{\partial r^2} \right) \tag{0.25}$$

dengan mengasumsikan semua faktor merupakan pertubatif, maka dapat kita tulis

$$\begin{aligned}
 V_4(r) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\nu \left(6D_1^{pert}(r, \nu) + 2r^2 \frac{\partial D_1^{pert}(r, \nu)}{\partial r^2} \right) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\nu 6D_1^{pert}(r, \nu) + \int_{-\infty}^{\infty} d\nu 2r^2 \frac{\partial D_1^{pert}(r, \nu)}{\partial r^2} \\
 &= 6 \int_{-\infty}^{\infty} d\nu D_1^{pert}(r, \nu) + 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\nu r^2 \frac{\partial D_1^{pert}(r, \nu)}{\partial r^2}
 \end{aligned} \tag{0.26}$$

gunakan persamaan (12) dan (17)

$$\begin{aligned}
 V_4(r) &= 6 \left(2 \frac{4\alpha_s}{3r^3} \right) + 2(-V_3) \\
 &= 6 \left(2 \frac{4\alpha_s}{3r^3} \right) - 2 \left(\frac{4\alpha_s}{r^3} \right) \\
 &= \frac{16\alpha_s}{r^3} - \frac{8\alpha_s}{r^3} \\
 &= \frac{8\alpha_s}{r^3}
 \end{aligned} \tag{0.27}$$

LAMPIRAN B
FAKTOR WARNA DALAM QCD
(PEMBUKTIAN PERSAMAAN (4.35))

Representasi matriks warna (*color*) dapat ditulis

$$color\ red, R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad anti - color\ red, \bar{R} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (0.28)$$

$$color\ blue, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad anti - color\ blue, \bar{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (0.29)$$

$$color\ green, G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad anti - color\ green, \bar{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (0.30)$$

dan representasi Gell-mann matriks dapat ditulis

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (0.31)$$

$$\lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (0.32)$$

$$\lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (0.33)$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad (0.34)$$

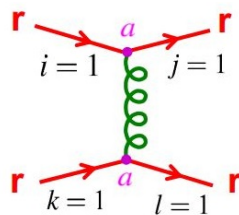
Quark Warna Tunggal

Hanya hasil matriks yang tidak nol yang terhitung seperti pada kondisi (11)

$$\begin{aligned} C(rr \rightarrow rr) &= \frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 \lambda_{11}^a \lambda_{11}^a \\ &= \frac{1}{4} (\lambda_{11}^3 \lambda_{11}^3 + \lambda_{11}^8 \lambda_{11}^8) \\ &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (0.35)$$

bentuk serupa didapat

$$C(rr \rightarrow rr) = C(gg \rightarrow gg) = C(bb \rightarrow bb) = \frac{1}{3} \quad (0.36)$$



Gambar 0.1: Gambaran quark single warna

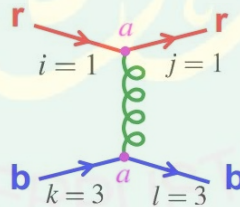
Quark Tidak Berubah Warna

Hanya hasil matriks yang tidak nol yang terhitung seperti pada kondisi (11) dan (33)

$$\begin{aligned}
 C(rb \rightarrow rb) &= \frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 \lambda_{11}^a \lambda_{33}^a \\
 &= \frac{1}{4} (\lambda_{11}^8 \lambda_{33}^8) \\
 &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{-2}{\sqrt{3}} \right) = -\frac{1}{6}
 \end{aligned}
 \tag{0.37}$$

bentuk serupa didapat

$$\begin{aligned}
 C(rb \rightarrow rb) &= C(rg \rightarrow rg) = C(gr \rightarrow gr) = C(gb \rightarrow gb) \\
 &= C(br \rightarrow br) = C(bg \rightarrow bg) = -\frac{1}{6}
 \end{aligned}
 \tag{0.38}$$



Gambar 0.2: Gambaran quark tidak berubah warna

Quark Bertukar Warna

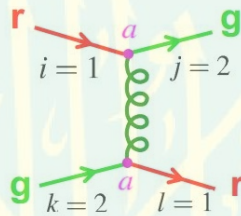
Hanya hasil matriks yang tidak nol yang terhitung seperti pada kondisi (12) dan (21)

$$C(rg \rightarrow gr) = \frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 \lambda_{21}^a \lambda_{12}^a$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4}(\lambda_{21}^1 \lambda_{12}^1) + \lambda_{21}^2 \lambda_{12}^2 \\
 &= \frac{1}{4}(i(-i) + 1) = \frac{1}{2}
 \end{aligned}
 \tag{0.39}$$

bentuk serupa didapat

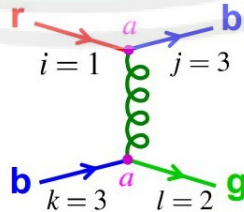
$$\begin{aligned}
 C(rg \rightarrow gr) &= C(rb \rightarrow br) = C(gr \rightarrow rg) = C(gb \rightarrow bg) \\
 &= C(br \rightarrow rb) = C(bg \rightarrow gb) = \frac{1}{2}
 \end{aligned}
 \tag{0.40}$$



Gambar 0.3: Gambaran quark bertukar warna

Quark Menyertakan 3 Warna

Hanya hasil matriks yang tidak nol yang terhitung seperti pada kondisi (13) dan (32), namun dari matriks λ diperoleh hasil sama dengan nol.



Gambar 0.4: Gambaran quark menyertakan 3 color

Selanjutnya akan ditentukan nilai faktor warna C untuk kasus color singlet pada quark-antiquark.

Color singlet state untuk $q\bar{q}$ dapat dinyatakan dengan

$$\psi^c = \frac{1}{\sqrt{3}} (R\bar{R} + B\bar{B} + G\bar{G}) \quad (0.41)$$

Sehingga

$$\begin{aligned} \langle V_{q\bar{q}} \rangle &= \langle \psi^c | V_{QCD} | \psi^c \rangle \\ &= \frac{1}{3} \left(\langle R\bar{R} | V_{QCD} | R\bar{R} \rangle + \dots + \langle R\bar{R} | V_{QCD} | B\bar{B} \rangle + \dots \right) \end{aligned} \quad (0.42)$$

dimana

$$\langle R\bar{R} | V_{QCD} | R\bar{R} \rangle = -C(R\bar{R} \rightarrow R\bar{R}) \frac{\alpha_s}{r} \quad (0.43)$$

Sehingga didapat 3 hubungan seperti $R\bar{R} \rightarrow R\bar{R}$, $B\bar{B} \rightarrow B\bar{B}$,... dan 6 hubungan seperti $R\bar{R} \rightarrow G\bar{G}$, $R\bar{R} \rightarrow B\bar{B}$,... sehingga persamaan (42) dapat ditulis

$$\begin{aligned} \langle V_{q\bar{q}} \rangle &= -\frac{1}{3} \frac{\alpha_s}{r} \left\{ 3(R\bar{R} \rightarrow R\bar{R}) + 6 \times C(R\bar{R} \rightarrow G\bar{G}) \right\} \\ &= -\frac{1}{3} \frac{\alpha_s}{r} \left\{ 3 \times \frac{1}{3} + 6 \times \frac{1}{2} \right\} \\ &= -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} \end{aligned} \quad (0.44)$$

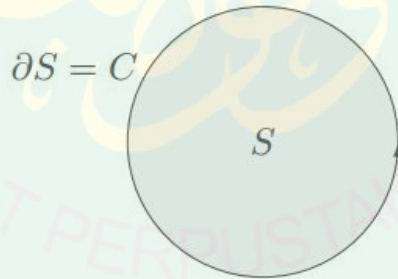
dengan demikian didapat nilai faktor warna $C = 4/3$

LAMPIRAN C
TEOREMA STOKES NON-ABELIAN

Potensial gauge $A_\mu(z)$ yang berhubungan dengan $F_{\mu\nu}(z)$, dinyatakan dengan (Shcevchenko, 1998)

$$\begin{aligned} A_\mu(z(s, t)) &= \int_0^1 ds \frac{\partial z_\nu(s, x(t))}{\partial s} \frac{\partial z_\rho(s, x(t))}{\partial x_\mu} F_{\nu\rho}(z(s, t)) \\ &= \int_0^1 d\sigma_{\nu\rho}(z(s, x(t))) F_{\nu\rho}(z(s, t)) \end{aligned} \quad (0.45)$$

Persamaan di atas tidak lain merupakan teorema Stokes dalam bentuk infinitesimal (differensial/integral), yang menyatakan keadaan non-abelian. Hal ini menyatakan bahwa generalisasi pendekatan contour tidak sederhana dalam keadaan non-abelian. Dalam partikular, integral $\int_S F_{\mu\nu} d\sigma_{\mu\nu}$ bergantung pada permukaan dengan contour $C = \partial S$ permukaan tertutup.



Gambar 0.5: Integrasi area untuk lowest-dimensional (non-trivial)

Kandidat pertama dalam kasus non-abelian stokes theorem dinyatakan dengan Wilson loop

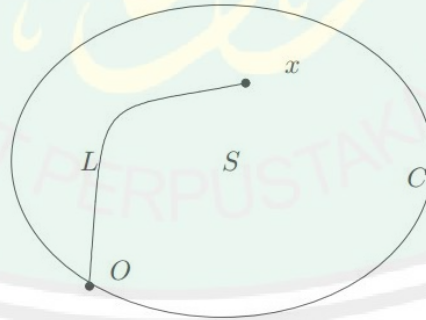
$$P \exp \left\{ ig \int_C A_\mu(x) dx_\mu \right\} \quad (0.46)$$

dengan mengekspansikan bentuk eksponensial dan mensubstitusi persamaan (45) ke dalam persamaan (46) didapatkan

$$\begin{aligned}
 P \exp \left\{ ig \int_C A_\mu(x) dx_\mu \right\} &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (ig)^n \int \cdots \int d\sigma_{\mu\nu} \left(z^{(1)}(s_1, t_1) \right) \\
 &\quad \cdots d\sigma_{\rho\phi} \left(z^{(n)}(s_n, t_n) \right) F_{\mu\nu} \left(z^{(1)}(s_1, t_1) \right) \\
 &\quad \cdots F_{\rho\phi} \left(z^{(n)}(s_n, t_n) \right)
 \end{aligned} \tag{0.47}$$

Agar persamaan (47) menjadi bentuk kovarian gauge, diperkenalkan faktor fase sepanjang arah s pada permukaan, dengan mengganti

$$\begin{aligned}
 F_{\mu\nu}(z(s, t)) \longrightarrow G_{\mu\nu}(z(s, t)) &= U(x_0, z(s, t)) F_{\mu\nu}(z(s, t)) U(z(s, t), x_0) \\
 &= U^\dagger F_{\mu\nu} U
 \end{aligned} \tag{0.48}$$



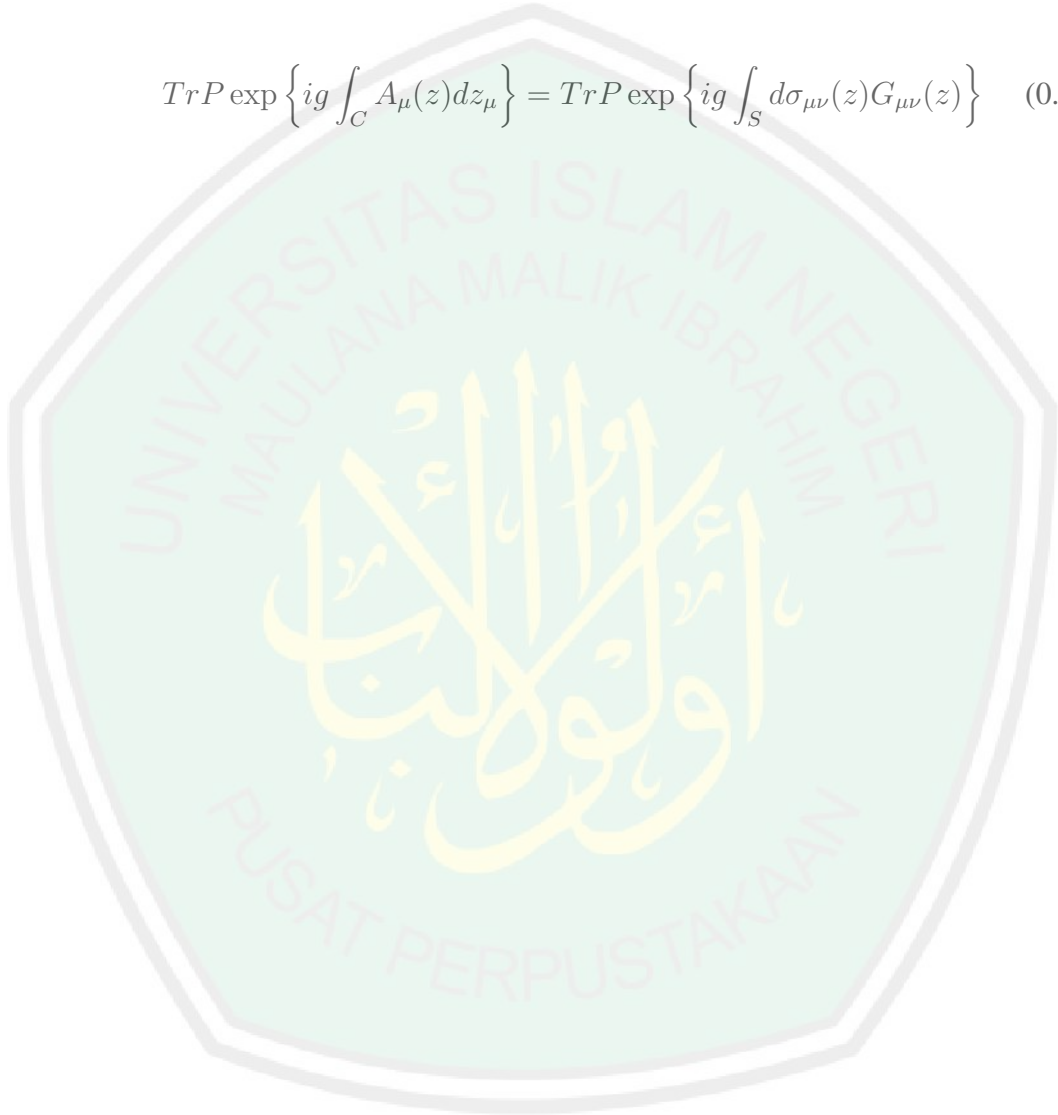
Gambar 0.6: Operator parallel-transport sepanjang lintasan L dalam permukaan S

Sehingga persamaan (46) dalam arah z dapat diulis

$$P \exp \left\{ ig \int_C A_\mu(z) dz_\mu \right\} = U(x', x_0) P \exp \left\{ ig \int_S d\sigma_{\mu\nu}(z) G_{\mu\nu}(z) \right\} U(x_0, x') \tag{0.49}$$

dimana maksud dari simbol ordering P seperti dijelaskan pada persamaan (47). Dalam banyak kasus, sering kali digunakan dalam bentuk invarian gauge, bentuk invarian gauge persamaan (49) dapat ditulis

$$\text{Tr}P \exp \left\{ ig \int_C A_\mu(z) dz_\mu \right\} = \text{Tr}P \exp \left\{ ig \int_S d\sigma_{\mu\nu}(z) G_{\mu\nu}(z) \right\} \quad (0.50)$$



LAMPIRAN D

TEOREMA EKSPANSI KLUSTER

Non-abelian Stokes theorem dan cluster expansion theorem dapat diaplikasikan pada medan W-loop, dapat ditulis

$$\begin{aligned}
 \langle W(C) \rangle &= \frac{1}{N_c} \left\langle \text{Tr} P \exp \left\{ i \oint_C A_\mu(x) dx_\mu \right\} \right\rangle \\
 &= \frac{1}{N_c} \left\langle \text{Tr} P \exp \left\{ i \oint_S G_{\mu\nu}(u, x_0)(x) d\sigma_{\mu\nu}(u) \right\} \right\rangle \\
 &= \frac{1}{N_c} \text{Tr} \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int \langle \langle G(1) \cdots G(n) \rangle \rangle d\sigma(1) \cdots d\sigma(n) \right\}
 \end{aligned} \tag{0.51}$$

Korelator irreducible $\langle \langle \cdots \rangle \rangle$ merupakan bentuk yang membedakan pada order yang sama dalam G

Untuk korelator bilokal ($n = 2$), didefinisikan sebagai

$$\begin{aligned}
 \langle G_{\mu_1\nu_1}(x_1) G_{\mu_2\nu_2}(x_2) \rangle &= \langle \langle G_{\mu_1\nu_1}(x_1) G_{\mu_2\nu_2}(x_2) \rangle \rangle \\
 &\quad + \langle G_{\mu_1\nu_1}(x_1) \rangle \langle G_{\mu_2\nu_2}(x_2) \rangle
 \end{aligned} \tag{0.52}$$

Persamaan (51) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
 \langle W(C) \rangle &= \frac{1}{N_c} \text{Tr} \exp \left(-\frac{1}{2} \int_S \int_S d\sigma_{\mu\nu}(u) d\sigma_{\rho\sigma}(\nu) \langle \langle G_{\mu\nu}(u, x_0) G_{\rho\sigma}(\nu, x_0) \rangle \rangle \right) \\
 &\quad + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int d\sigma(3) \cdots d\sigma(n) \langle \langle G_{\mu\nu}(u, x_0) G_{\rho\sigma}(\nu, x_0) G(3) \cdots G(n) \rangle \rangle
 \end{aligned} \tag{0.53}$$

dengan $G(u, x_0) = G(1)$ dan $G(\nu, x_0) = G(2)$.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341) 551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Komaruddin
NIM : 13640022
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Fisika
Judul Skripsi : Studi Interaksi Quark-Antiquark (Meson) Dengan Pendekatan Integral Lintas Feynman-Schwinger
Pembimbing I : Erika Rani, M.Si
Pembimbing II : Umayyatus Syarifah, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	3 Maret 2017	Konsultasi Bab I	
2	10 Maret 2017	ACC Bab I	
3	16 Maret 2017	Konsultasi Bab II	
4	22 Maret 2017	Konsultasi Kajian Agama	
5	30 Maret 2017	ACC Bab II	
6	26 April 2017	Konsultasi Bab III	
7	8 Mei 2017	Revisi Bab III	
8	15 Mei 2017	ACC Bab III	
9	3 Juli 2017	Konsultasi Bab IV	
10	20 Juli 2017	Revisi Bab IV	
11	22 Agustus 2017	Konsultasi Bab IV	
12	12 September 2017	Revisi Bab IV	
13	4 Oktober 2017	Konsultasi Kajian Agama	

14	9 Oktober 2017	ACC Kajian Agama	
15	17 Oktober 2017	Konsultasi Bab IV	
16	24 Oktober 2017	Revisi Bab IV	
17	30 Oktober 2017	ACC Bab IV	
18	9 November	ACC Keseluruhan	

Malang, 9 Desember 2017

Mengetahui,

Ketua Jurusan Fisika,



Drs. Abdul Basid, M.Si

NIP. 19650504 199003 1 003