GRAF KOSET DARI SUBGRUP NORMAL DI GRUP SIMETRI

SKRIPSI

OLEH
VIVI ALIFIA KANISA
NIM. 13610093

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2017

GRAF KOSET DARI SUBGRUP NORMAL DI GRUP SIMETRI

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untukMemenuhi Salah SatuPersyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Vivi Alifia Kanisa
NIM. 13610093

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2017

GRAF KOSET DARI SUBGRUP NORMAL DI GRUP SIMETRI

SKRIPSI

Oleh
Vivi Alifia Kanisa
NIM. 13610093

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 25 Agustus 2017

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19630502 198703 1 005	NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

GRAF KOSET DARI SUBGRUP NORMAL DI GRUP SIMETRI

SKRIPSI

Oleh
Vivi Alifia Kanisa
NIM. 13610093

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 15 September 2017

Penguji Utama	: Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Ketua Penguji	: Evawati Alisah, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	: Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	....
Anggota Penguji	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Vivi Alifia Kanisa

NIM : 13610093

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Graf Koset dari Subgrup Normal di Grup Simetri.

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pemikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang,
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
TGL. 20
C5468AEF210474875
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Vivi Alifia Kanisa
NIM. 13610093

MOTO

Janganlah takut untuk melangkah, karena jarak 1000 mil dimulai dengan langkah pertama.

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tersayang

Ayahanda Budi Tirtana dan ibunda Etik Zuyina
atas limpahan kasih sayang, do'a, dan tetesan keringat dalam merawat dan membimbing penulis selama ini demi keberhasilan penulis

Adik terkasih

Rinda Yulia Isma dan Muhammad Agam Firmansyah yang selalu memberikan semangat dan dukungan

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Puji syukur ke hadirat Allah Swt. sehingga dengan rahmat, taufik serta hidayah-Nya skripsi dengan judul "Graf Koset dari Subgrup Normal di Grup Simteri" dapat diselesaikan. Shalawat dan salam semoga tetap tercurahkan kepada nabi Muhammad Saw, yang telah membimbing manusia menuju jalan yang lurus.

Dalam penyelesaian skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan, arahan, dan sumbangan pemikiran dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis menyampaikan banyak terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Abdul Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan bimbingan dalam penyusunan skripsi.
5. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan dalam penyusunan skripsi.
6. Kedua orang tua dan seluruh keluarga yang telah mendukung dan memberikan motivasi kepada saya baik secara moral maupun spiritual sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.

7. Teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2013, teman-teman “Asrama Ibu Suri”,dan teman-teman “Wisma Seruni” yang selalu ada dikala senang dan sedih dalam rangka proses penyelesaian penelitian ini.
8. Ahmad Muhammad Muftirridha, S.Si yang banyak membantu dalam penyelesaian penyusunan skripsi ini.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membacanya.

Wassalamu’alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Malang, Agustus 2017

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Kanisa, Vivi Alifia. 2017. **Graf Koset dari Subgrup Normal di Grup Simetri.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I)Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Kata Kunci: Grup Simetri, Subgrup Normal, Koset,Graf Koset

Salah satu bahasan tentang keterkaitan antara teori graf dan struktur aljabar adalah graf koset. Misal G adalah suatu grup, H adalah suatu subgrup dari G, dan S adalah suatu subhimpunan dari G. Graf koset dari G terhadap H dan S merupakan graf berarah dengan himpunan titik $[G: H]$ untuk setiap $Hx, Hy \in V$, Hx terhubung ke Hy jika dan hanya jika $yx^{-1} \in HSH$, dan dinotasikan dengan$\Gamma(G, H, HSH)$.Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan pola komponen graf koset dari subgrup normal di grup simetri. Adapun metode penelitian yang digunakan adalah metode kepustakaan dengan langkah awal menentukan koset di grup simetri, menentukan subgrup normal, menggambarkan grafnya, membuat teorema tentang pola komponen graf koset tersebutserta membuktikannya.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukanpada graf koset dari subgrup normal di grup simetri-n, dapat disimpulkan bahwa graf koset dari subgrup normal yang tak sejati dengan subhimpunan yang memiliki panjang sikel-n membentuk digraf nol dengan satu titik (N_1). Untuk graf koset dari subgrup normal yang trivial dengan subhimpunan yang memiliki panjang sikel-n akan membentuk graf dengan komponen sebanyak $(n-1)!$ berbentukC_n.

Bagi penelitian selanjutnya diharapkan dapat menentukan graf koset dari subgrup normal di grup simetri-n dengan subhimpunan tunggal selain unsur yang memiliki panjang sikel-n atau subhimpunan yang tidak tunggal.

ABSTRACT

Kanisa, Vivi Alifia. 2017. **Coset Graph of Normal Subgroup in Symmetry Group**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Keywords: Symmetry Group, Normal Subgroup, Coset, Coset Graph

One of the discussion about the relation of graph theory and algebraic structure is coset graph. Let G be a group, H a subgroup of G, and S a subset of G. Coset graph from G respect to H and S is the directed graph with vertex set $[G: H]$ and such that, for any $H_x, H_y \in V$, H_x is connected to H_y if and only if $yx^1 \in HSH$. And denote by $\Gamma(G, H, HSH)$. The purpose of the reseach is to determine the model of the component of coset graph of normal subgroup in symmetry group.This research used library research method, the stepsare determine the coset in symmetry group, determine the normal subgroup, draw the coset graph, make the theorem about model of the component of coset graph, and then prove that theorem.

Based on the research that has been done in coset graph of normal subgroup in n-symmetry group, coset graph ofnon proper normal subgroup with subset which has n cycle make empty digraphwith one vetex(N_1). For coset graph of trivial normal subgrup with subset which has n-cycle will make a graph which$(n-1)!$componentswhich has a formC_n.

For the further research, theauthor suggests to research about determining coset graph of normal subgroup of n-symmetry group with unique subset except the element that has n-cycle or non unique subset.

ملخص

كانيسا، فيفي اليفيا. **مخطط كوسيت من زمرة جزئ عادي عن زمرة تناظر**. بحث جامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الحكومية الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالنج. المشرف: (١) الدكتور الحاج إمام سوجاروا الماجستير. (٢) الحاج وحي هنكي إراوان الماجستير.

الكالمات الرئسية: زمرة تناظر، زمرة جزئ عادي، كوسيت، مخطط كوسيت.

احد الدراسة حول العلاقة بين نظرية المخطط و هيكل الجبري هو مخطط كوسيت. مثال G هو زمرة، H هو زمرة جزئ من G، و S هو زمرة من G. مخطط كوسيت من G إلي H و S هو المخطط الموجه بتجمع الرؤوس $[G:H]$ لكل $Hx, Hy \in V, Hy$، يتصل إلي Hy إذا و فقط إذا $yx^{-1} \in HSH$، و تدوين في المخطط ب $\Gamma(G, H, HSH)$. الغرض من هذاالبحث هو تحديد نمط المكون المخطط كوسيت من زمرة جزئ عادي عن زمرة تناظر. طريقة البحث المستخدمة هي الطريقة المكتبية بتثبيت كوسيت عن زمرة تناظر، وتحديد زمرة جزئ عادي، وتصوير المخطط، وتكون التخمين عن ذالك النمط وتثبيتها.

استنادا عن هذا البحث الذي القيام به علي المخطط كوسيت من زمرة جزئ عادي عن زمرة تناظر n، ويمكن استنتاج ذالك أن المخطط كوسيت من زمرة جزئ عادي غير صحيح بزمرة الذي ليس لها n-cycle لتشكيل المخطط الصفر برؤوس واحد (N_1). للمخطط كوسيت من زمرة جزئ عادي مسلي بزمرة الذي لها n-cycle أن تكون مخطط بعنصر $(n-1)!$ على C_n cycle.

الرجاء للبحث المستقبل أن تحديد المخطط كوسيت من زمرة جزئ عادي عن زمرة تناظر n بزمرة واحد الا لعنصر n-cycle أو زمرة غير واحد.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Al-Quran merupakan petunjuk untuk menunjukkan kebenaran dan dasar dari sumber pengetahuan bagi umat manusia. Sebagaimana yang telah dijelaskan oleh Anonim (2005:xi) bahwa al-Quran merupakan wahyu Allah yang dijadikan sebagai sumber dan rujukan utama ilmu pengetahuan di semesta raya. Ilmu pengetahuan dapat berjalan seimbang jika didasari dengan al-Quran. Hal tersebut sesuai dengan yang telah dikatakan oleh Albert Einstein yaitu, "*science without religion is blind, and religion without science is lame*" (ilmu tanpa agama adalah buta, dan agama tanpa ilmu adalah lumpuh). Ilmu disini bermakna semua cabang pengetahuan tanpa mengecualikan salah satu diantaranya, termasuk ilmu-ilmu pengetahuan modern. Salah satu ilmu pengetahuan modern adalah matematika. Hal tersebut sesuai dengan firman Allah Swt pada surat al-Qamar ayat 49 yang berbunyi:

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

"Sesungguhnya kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran".

Ayat tersebut menjelaskan bahwa alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdussakir, 2007:79-80). Hal tersebut sesuai dengan konsep matematika.

Matematika adalah salah satu ilmu pasti yang mengkaji abstraksi ruang, waktu, dan angka. Matematika juga mendeskripsikan realitas alam semesta dalam bahasa lambang, sehingga suatu permasalahan dalam realitas alam akan lebih mudah dipahami (Aziz dan Abdussakir, 2006:v). Saat ini cabang matematika semakin banyak dan berkembang seiring dengan bertambahnya waktu, salah satunya adalah pengaplikasian teori graf dalam struktur aljabar.

Teori graf merupakan salah satu cabang matematika yang sebenarnya sudah ada sejak dulu, dimulai oleh Euler yag dikembangkan sejak tahun 1960. Teori graf merupakan kajian dari matematika yang mempelajari tentang himpunan titik dan himpunan sisi. Seperti yang telah disebutkan oleh Abdussakir, dkk (2009:4), bahwa Graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dari objek-objek yang disebut*titik*, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik yang berbeda di $V(G)$ yang disebut *sisi*.Selanjutnya kajian mengenai graf terus dikembangkan melalui riset-riset yang ada kemudian memunculkan suatu penelitian baru. Pada penelitian ini, penulis akan mengkajisuatu graf yang dibentuk dari koset-koset suatu grup atas subgrup-subgrup normal.

Koset merupakan hasil operasi antara seluruh elemen pada subgrup dengan seluruh elemen pada grup. Misal H adalah subgrup dari grup G yang operasinya dinotasikan dengan perkalian dan misal a adalah sebarang elemen di G. Himpunan $Ha = \{ha: h \in H\}$ dan $aH = \{ah: h \in H\}$ berturut-turut disebut koset kanan dan koset kiri dari H di Gyang dibangkitkan oleh a (Raisinghania dan Aggarwal, 1980:181). Salah satu pengaplikasian koset adalah dengan dibuat graf koset dari subgrub-subgrupnya, yangsetiap titik pada graf merupakan koset dari suatu subgrup H di G dan untuk dua buah koset Hx dan Hy akan terhubung oleh sisi berarah dari Hx ke Hy jika dan hanya jika $yx^{-1} \in HSH$ dengan$S$ adalah suatu subhimpunan dari G (Schneider, 2001:25).

Di dalam al-Quran juga terdapat kajian tentang keterhubungan graf koset, seperti dalam firman Allah pada Surat al-Isra ayat 7 yang berbunyi:

إِنْ أَحْسَنتُمْ أَحْسَنتُمْ لِأَنفُسِكُمْ ۖ وَإِنْ أَسَأْتُمْ فَلَهَا ۚ فَإِذَا جَآءَ وَعْدُ ٱلْءَاخِرَةِ لِيَسُـۥٓـُٔوا۟ وُجُوهَكُمْ وَلِيَدْخُلُوا۟ ٱلْمَسْجِدَ كَمَا دَخَلُوهُ أَوَّلَ مَرَّةٍ وَلِيُتَبِّرُوا۟ مَا عَلَوْا۟ تَتْبِيرًا ﴿٧﴾

"Jika kamu berbuat baik (berarti) kamu berbuat baik bagi dirimu sendiri dan jika kamu berbuat jahat, maka (kejahatan) itu bagi dirimu sendiri, dan apabila datang saat hukuman bagi (kejahatan) yang kedua, (Kami datangkan orang-orang lain) untuk menyuramkan muka-muka kamu dan mereka masuk ke dalam mesjid, sebagaimana musuh-musuhmu memasukinya pada kali pertama dan untuk membinasakan sehabis-habisnya apa saja yang mereka kuasai"

Ayat tersebut menjelaskan tentang keterhubungan antar sesama makhluk (*hablumminannas*). Seseorang apabila berbuat suatu kebaikan kepada orang lain apapun bentuknya baik harta, tenaga, maupun ilmu, maka mereka sama saja dengan menghargai atau berbuat baik bagi dirinya sendiri, begitu pula sebaliknya. Karena sesungguhnya perbuatan baik atau buruknya seseorang itu merupakan suatu perwujudan bagaimana seseorang itu dapat menghargai dirinya sendiri. Hal tersebut sesuai dengan keterhubungan suatu graf akibat adanya suatu perlakuan pada grup yang terdapat dalam struktur aljabar.

Struktur aljabar juga merupakan salah satu cabang matematika yang mempelajari tentang himpunan tak kosong dengan dilengkapi satu atau lebih operasi biner yang berlaku pada himpunan tersebut. Materi dasar dalam struktur aljabar adalah grup. Grup $(G,*)$ merupakan suatu himpunan tak kosong G dengan operasi biner $*$ yang memenuhi tiga aksioma yaitu, operasi $*$ bersifat assosiatif di G, G mempunyai unsur identitas terhadap operasi $*$, dan setiap unsur di G mempunyai invers terhadap operasi $*$(Dummit dan Foote, 2004:17).

Salah satu grup yang terdapat pada sruktur aljabar adalah grup simetri. Grup simetri adalah himpunan semua fungsi bijektif dari suatu himpunan ke dirinya sendiri yang dituliskan dalam bentuk simetri dengan operasi komposisi yang memenuhi 4 aksioma grup.

Penelitian sebelumnya oleh Ahmad Muhammad Muftirridha (2016) telah diuraikan tentang pola banyaknya faktor yang dapat dibentuk dari suatu graf koset Schreier dari subgrup sejati di grup dihedral-$2n$. Selain itu, pada penelitian oleh Irnawati (2016) telah diuraikan tentang karakteristik graf konjugasi dari subgrup di grup simetri. Dari uraian tersebut peneliti akan mengembangkan graf koset yang diterapkan ke dalam struktur aljabar, yaitu graf koset dari subgrup-subgrup normal pada grup simetri. Sehingga berdasarkan uraian tersebut, penulis merumuskan judul "*Graf Koset dari Subgrup Normal di Grup Simetri*".

1.2 RumusanMasalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan pada bagian sebelumnya, maka rumusan masalah penelitian ini yaitu "Bagaimana polakomponen graf koset dari subgrup normal di grup simetri?".

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah yang telah dipaparkan, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui pola komponen graf koset dari subgrup normal di grup simetri".

1.4 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian, maka manfaat dari penelitian ini adalah dapat memperbanyak informasi mengenai teori graf tentang graf koset dari subgrup normal di grup simetri yang nantinya juga dapat dijadikan sebagai bahan rujukan untuk penelitian selanjutnya.

1.6 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini penulis menggunakan pendekatan penelitian kualitatif, dengan metode penelitian kepustakaan (*library research*) yaitu menggunakan literatur, baik berupa buku, catatan, maupun laporan hasil penelitian dari peneliti terdahulu (Hasan, 2002:11).Data yang digunakan oleh penulis berupa data primer dan data sekunder. Data primer pada penelitian ini didapatkan dari hasil pengamatan penulis berupa unsur-unsur dari subgrup pada grup simetri-3 sampai dengan grup simetri-5. Sedangkan data sekunder yang digunakan oleh penulis berupa definisi, teorema dan sifat-sifat yang berkaitan dengan pengambilan kesimpulan pada penelitian ini. Langkah-langkah yang dilakukan oleh penulis untuk menentukan graf koset dari subgrup-subgrup normalpada grup simetri adalah sebagai berikut:

1. Menentukan unsur-unsur di grup simetri-3, simetri-4 dan simetri-5.
2. Menentukan subgrup di grup simetri-3, simetri-4 dan simetri-5.
3. Menentukan subgrupnormal di grup simetri-3, simetri-4 dan simetri-5.
4. Menggambarkan graf koset dari subgrup normal di grup simetri-3, simetri-4 dan simetri-5.
5. Menentukan pola komponen graf koset dari subgrup normal di grup simetri-3, simetri-4 dan simetri-5.
6. Membuat teorema tentang polakomponen graf koset dari subgrup normal di grup simetri-3, simetri-4 dan simetri-5.
7. Membuktikan teorema.
8. Membuat kesimpulan tentang pola komponengraf koset dari subgrup normal di grup simetri.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini dimaksudkan untuk mempermudah pemahaman inti dari penelitian ini yang dibagi menjadi empat bab antara lain:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini penulis menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan penelitian ini.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini penulis menjelaskan teori yang mendasari penulisan skripsi ini. Dasar teori yang digunakan meliputi definisi, teorema, sifat-sifat serta contoh yang berhubungan dengan graf, graf berarah, graf nol, derajat titik pada graf berarah, koset, graf koset, grup, grup simetri, subgrup, subgrup normal, dan kajian agama.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini menguraikan tentang langkah-langkah penentuan subgrup normal, menggambarkan graf koset,membuat teorematentang pola komponengraf koset dari subgrup normal di grup simetri dan membuktikannya.

Bab IV Penutup

Pada bab ini menjelaskan tentang kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan dan saran yang dapat dijadikan acuan bagi peneliti selanjutnya.

BAB II

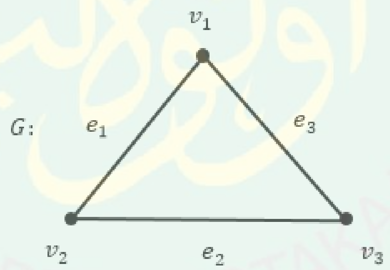
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

2.1.1 Definisi Graf

Graf Gadalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dari objek-objek yang disebut*titik*, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik yang berbeda di $V(G)$ yang disebut *sisi*.Banyaknya unsur di$V(G)$ disebut *order* dari$G$ dan dilambangkan dengan $p(G)$, dan banyaknya unsur di G disebut *ukuran* dari G dan dilambangkan dengan$q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G maka order dan ukuran dari G masing-masing cukup ditulis p dan q(Abdussakir, dkk: 2009:4).

Contoh graf:



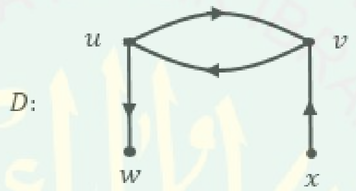
Gambar 2.1 Graf G dengan *Order* 3 dan *Size* 3

Pada Gambar 2.1 graf G dapat dinyatakan $G(V(G), E(G))$ dengan $V(G) = \{v_1, v_2, v_3\}$ dan $E(G) = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_2, v_3)\}$, dapat pula dituliskan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3\}$ dengan $e_1 = (v_1, v_2), e_2 = (v_2, v_3)$, $e_3 = (v_1, v_3)$. Graf G mempunyai 3 titik, maka *order* dari graf G adalah 3 dan mempunyai 3 sisi sehingga *size* graf G adalah 3.

2.1.2 Definisi Graf Berarah

Graf berarah D adalah suatu himpunan berhingga tak kosong dari objek-objek yang disebut titik bersama dengan suatu himpunan (mungkin kosong) pasangan berurutan dari titik-titik yang berbeda di D disebut busur atau sisi berarah. Seperti graf, himpunan titik di Ddinotasikan dengan $V(D)$ dan himpunan busur (atau himpunan sisi berarah) di Ddinotasikan dengan $E(D)$ (Chartrand, dkk, 2016:47).

Contoh:



Gambar 2.2 Graf Berarah D

Pada Gambar 2.2 suatu digraf$D$ dengan himpunan titik $V = \{u, v, w, x\}$ dan himpunan busur$E = \{(u, v), (v, u), (u, w), (x, v)\}$.

2.1.3 Definisi Graf Nol

Graf nol atau graf kosong adalah graf yang tidak memiliki sisi. Graf nol dengan n titik dilambangkan dengan N_n (Budayasa, 2007:3).

Contoh:

Gambar 2.3 Graf Nol dengan 4 titik

Pada Gambar 2.3 graf N_4 merupakan graf nol yang memiliki 4 titik.

2.1.4 Derajat Titik pada Graf Berarah

Misalkan Dgraf berarah dan $v \in V(D)$. Derajat keluar titik v, dilambangkan $od(v)$, adalah banyaknya busur pada graf berarah D yang keluar dari titik v. Sedangkan derajat masuk titik v, dilambangkan $id(v)$, adalah banyaknya busur D yang menuju ke titik v(Budayasa, 2007:216).

Contoh:

Dari graf berarah D pada gambar 2.2 diperoleh $id(u) = 1$, $id(v) = 2$, $id(w) = 1$, $id(x) = 0$, $od(u) = 2$, $od(v) = 1$, $od(w) = 0$, $od(x) = 1$.

2.2 Grup

2.2.1 Definisi Operasi Biner

Definisi operasi biner adalah sebagai berikut:

a. Suatu operasi biner $*$ pada himpunan G merupakan suatu fungsi $*: G \times G \rightarrow G. \forall a, b \in G$ yang dituliskan dengan $a * b$ untuk $*\ (a, b)$.

b. Suatu operasi biner $*$ pada himpunan Gmerupakan assosiatif jika untuk semua $a, b, c \in G$ maka berlaku $a * (b * c) = (a * b) * c$.

c. Jika $*$merupakan operasi biner pada himpunan G maka unsur-unsur$a$ dan b dari G komutatif jika $a * b = b * a$(Dummit dan Foote, 2004:16).

2.2.2 Definisi Grup

Suatu grup adalah pasangan berurutan $(G,*)$ yang$G$merupakan himpunan tak kosong dan $*$merupakan operasi biner di G yang memenuhi aksioma-aksioma berikut:

a. $(a * b) * c = a * (b * c)$, untuk semua $a, b, c \in G$, operasi $*$ bersifat assosiatif di G.

b. Terdapat unsur$e$ di G yang disebut sebagaiunsur identitas dari G sedemikian sehingga untuk semua$a \in G$ maka berlaku $a * e = e * a = a$ (terdapat identitas e dari G terhadap operasi $*$).

c. Untuk setiap $a \in G$, terdapat suatu unsura^{-1} di G yang disebut invers dari a sedemikian sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ (terdapat invers dalam G terhadap operasi $*$).

Grup $(G,*)$ disebut abelian atau komutatif jika $a * b = b * a, \forall a, b \in G$ (Dummit dan Foote, 2004:17).

Contoh:

Misal $\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat. $\mathbb{Z}$ terhadap operasi biner $+$ (penjumlahan) adalah grup karena memenuhi aksioma grup, yaitu:

1. Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$ maka $a + (b + c) = (a + b) + c$. Sehingga $\mathbb{Z}$ dengan operasi $+$ (penjumlahan) memenuhi sifat assosiatif.
2. Terdapat unsur identitas yaitu $0 \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $a + 0 = 0 + a = a$, untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$.
3. Untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$ terdapat $(-a) \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

   Unsur $(-a)$ adalah invers dari a.

2.2.3 Subgrup

Misal G adalah grup adalah yang memenuhi operasi biner $*$. Suatu subhimpunan H dai G disebut subgrup dari G jika H membentuk grup yang memenuhi operasi biner $*$ yang terdefinisi di G(Gilbert dan Gilbert, 2009:152).

Setiap grup pasti memiliki dua subgrup, yaitu himpunan G sendiri dan himpunan yang hanya memuat unsur identitas $\{e\}$, yang dinamakan subgrup trivial. Sedangkan subgrup lain disebut subgrup sejati (Hungerford, 2012:203).

Contoh:

Diberikan $\{M_6, +\}$ adalah grup, denganM_6 adalah himpunan modulo-6 dan $+$ merupakan operasi penjumlahan pada modulo.

Unsur yang terdapat di M_6 adalah $\{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$.

Misal $S_1 = \{\bar{0}, \bar{3}\}$, karena setiap unsur di S_1 juga merupakan unsur di M_6 atau $x \in S_1$ maka $x \in M_6$, sehingga$S_1 \subseteq M_6$. Selanjutnya setiap unsur di S_1 dioperasikan dengan unsur lainnya yang disajikan dalam bentuk tabel berikut.

Tabel 2.1 Tabel *Cayley* dariS_1

$+$	$\bar{\mathbf{0}}$	$\bar{\mathbf{3}}$
$\bar{\mathbf{0}}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$
$\bar{\mathbf{3}}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$

Tabel 2.1 menunjukkan bahwa S_1 bersifat tertutup terhadap operasi $+$ atau operasi $+$ merupakan operasi biner pada S_1.

a. Operasi $+$ pada modulo bersifat assosiatif di S_1

   Karena $\{M_6, +\}$ adalah grup, maka operasi $+$ bersifat assosiatif M_6, sehingga S_1 juga bersifat assosiatif.

b. Terdapat unsur identitas di S_1

   $\bar{0}$ merupakan identitas di S_1 karena $\bar{0} + \bar{3} = \bar{3} + \bar{0} = \bar{3}$

c. Setiap unsur di S_1 memiliki invers

   Invers dari $\bar{3}$ adalah dirinya sendiri, karena $\bar{3} + \bar{3} = \bar{0}$

   Invers dari $\bar{0}$ adalah dirinya sendiri, karena $\bar{0} + \bar{0} = \bar{0}$

Berdasarkan uraian di atas, dapat diketahui bahwa $S_1 \subseteq M_6$ dan S_1 memenuhi semua aksioma grup, sehingga S_1 adalah subgrup dari M_6.

2.3 Koset

Misal H adalah subgrup dari grup G dimana operasinya dinotasikan dengan perkalian dan misal a adalah sebarang elemen di G. Himpunan $Ha = \{ha: h \in H\}$ dan $aH = \{ah: h \in H\}$ berturut-turut disebut koset kanan dan koset kiri dari H di G dibangkitkan oleh a (Raisinghania dan Aggarwal, 1980:181).

Contoh:

Misal $G = \{1, -1, i, -i\}$ adalah grup terhadap perkalian.

Misal $H = \{-1,1\}$ adalah subhimpunan dari G. Maka jelas bahwa H adalah subgrup dari G. Jadi koset kanan dari H di G adalah H dan $\{i, -i\}$, begitu pula koset kirinya sama dengan koset kanan.

2.4 Subgrup Normal

Diketahui H suatu subgrup dari G. Maka H disebut suatu subgrup normal atau invarian dari G jika $xH = Hx$ untuk setiap $x \in G$ (Gilbert dan Gilbert, 2009:223).

Contoh:

MisalkanS_3 adalah grup dan $H = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$ adalah suatu subgrup dari S_3, maka koset kanan dari H di S_3 adalah

$$H(1) = H(1\ 2\ 3) = H(1\ 3\ 2) = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\} = H$$

$$H(1\ 2) = H(1\ 3) = H(2\ 3) = \{(1\ 2), (1\ 3), (2\ 3)\}$$

Sedangkan koset kiri dari H di S_3 adalah

$$(1)H = (1\ 2\ 3)H = (1\ 3\ 2)H = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\} = H$$

$$(1\ 2)H = (1\ 3)H = (2\ 3)H = \{(1\ 2), (1\ 3), (2\ 3)\}$$

Karena $xH = Hx$, sehingga H adalah suatu subgrup normal dari S_3.

2.5Graf Koset

Misal G adalah suatu grup, H adalah suatu subgrup dari G, dan S adalah suatu subhimpunan dari G. Graf koset dari G terhadap H dan S merupakan graf berarah dengan himpunan titik $[G: H]$ untuk setiap $Hx, Hy \in V$, Hx terhubung ke Hy jika dan hanya jika $yx^{-1} \in HSH$, dan dinotasikan dengan$\Gamma(G, H, HSH)$ (Schneider, 2001:25).

Contoh:

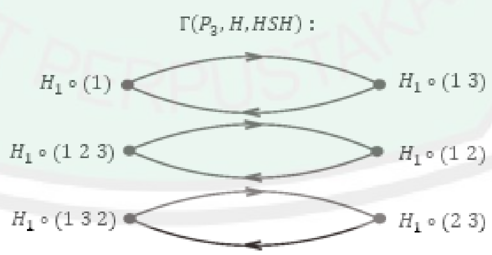
S_3 adalah suatu grup. Misal $H = \{(1)\}$ dan $S = \{(1\ 3)\}$ maka

$$HSH = \{\{(1)\} \circ \{(1\ 3)\} \circ \{(1)\}\}$$

$$= \{\{(1\ 3)\} \circ \{(1)\}\}$$

$$= \{(1\ 3)\}$$

Graf koset dari S_3 terhadap H dan S adalah sebagai berikut:



Gambar 2.4 Graf Koset

2.5 Grup Simetri

Misal Ω adalah sebarang himpunan tak kosong dan misal S_Ω adalah himpunan yang memuat semua fungsi-fungsi bijektif dari Ω ke dirinya sendiri (atau himpunan yang memuat semua simetri dari Ω). Himpunan S_Ω merupakan suatu grup dengan operasi komposisi " $\circ$ ". Operasi komposisi " $\circ$ " merupakan suatu operasi biner pada S_Ω karena jika $\sigma: \Omega \to \Omega$ dan $\tau: \Omega \to \Omega$ adalah fungsi-fungsi bijektif, maka $\sigma \circ \tau$ juga merupakan suatu fungsi bijektif dari Ω ke Ω. Selanjutnya operasi " $\circ$ " adalah komposisi fungsi yang bersifat assosiatif. Identitas dari S_Ω merupakan simetri 1 yang didefinisikan dengan $1(a) = a, \forall a \in \Omega$. Untuk setiap simetri$\sigma: \Omega \to \Omega$ terdapat fungsi invers $\sigma^{-1}: \Omega \to \Omega$ yang memenuhi $\sigma \circ \sigma^{-1} = \sigma^{-1} \circ \sigma = 1$. Semua aksioma grup terpenuhi untuk$(S_\Omega, \circ)$. Grup $(S_\Omega, \circ)$ disebut sebagai grup simetri pada himpunan Ω.Unsur-unsur dari S_Ω adalah simetri-simetri dari Ω. Pada kasus yang lebih khusus ketika $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, grup simetri pada Ω dinotasikan S_n, grup simetri berderajat n. Order dari S_n adalah $n!$ (Dummit dan Foote, 2004:29-30).

Contoh:

Misal diberikan himpunan tak kosong G, dengan$G = \{1, 2, 3\}$. Apabila G dikenai fungsi bijektif dari G ke G, maka dapat dituliskan fungsi bijektif tersebut dalam bentuk sikel berikut:

$(1 \quad 2 \quad 3)$	$(2 \quad 3)$
$(1 \quad 3 \quad 2)$	$(1 \quad 3)$
(1)	$(1 \quad 2)$

Misal$S_3 = \{(1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (1), (2\ 3), (1\ 3), (1\ 2)\}$. Apabila dikenai operasi komposisi "$\circ$" pada S_3, maka struktur $(S_3, \circ)$membentuk grup simetri-3 yang dapat dilihat padaTabel Cayley seperti yang dipaparkan pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Komposisi dari S_3

$\circ$	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	(1)	$(2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2)$
$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	(1)	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 2)$	$(2\ 3)$	$(1\ 3)$
$(1\ 3\ 2)$	(1)	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2)$	$(2\ 3)$
(1)	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	(1)	$(2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2)$
$(2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2)$	$(2\ 3)$	(1)	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$
$(1\ 3)$	$(1\ 2)$	$(2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	(1)	$(1\ 2\ 3)$
$(1\ 2)$	$(2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2)$	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	(1)

2.6 Teorema Lagrange

Jika G adalah suatu grup hingga dan H adalah suatu grup dari G, maka order dari H membagi order dari $G\big(|H|\big||G|\big)$ dan banyak koset kiri dari H di G sama dengan $\frac{|G|}{|H|}$(Dummit dan Foote, 2004:89-90).

Bukti:

Diketahui $|H| = n$ dan banyak koset kiri dari H di G sama dengan k. Himpunan koset dari kiri H di G partisi G. Oleh definisi suatu koset kiri, pemetaan:

$$H \longrightarrow gH \text{ didefinisikan oleh } h \longmapsto gh$$

adalah suatu surjeksi dari H ke koset kiri gH. Kanselasi kiri mengakibatkan pemetaan tersebut injektif karena $gh_1 = gh_2$ maka $h_1 = h_2$. Hal ini membuktikan bahwa H dan gH memiliki order yang sama:

$$|gH| = |H| = n.$$

Karena G dipartisi kedalam k subhimpunan tak beririsan setiap partisinya sebanyak n, $|G| = kn$. Maka $k = \frac{|G|}{n} = \frac{|G|}{|H|}$, terbukti.

2.7 Kajian Agama

Akhlak dalam ajaran Islam mencakup beberapa aspek, dimulai akhlak terhadap Allah, hingga kepada sesama makhluk. Ajaran Islam mencakup dua buah prinsip yang sangat penting yaitu hubungan dengan Allah (*hablumminallah*) dan hubungan dengan sesama manusia (*hablumminannas*).*Hablumminallah*dan*hablumminannas* adalah dua aspek yang tidak dapat dipisahkan. Kedua aspek tersebut sangat penting dan harus berjalan seimbang.Hal tersebut sesuai dengan firman Allah dalam surat al-Imran ayat 112 yang berbunyi:

ضُرِبَتْ عَلَيْهِمُ ٱلذِّلَّةُ أَيْنَ مَا ثُقِفُوٓا۟ إِلَّا بِحَبْلٍ مِّنَ ٱللَّهِ وَحَبْلٍ مِّنَ ٱلنَّاسِ وَبَآءُو بِغَضَبٍ
مِّنَ ٱللَّهِ وَضُرِبَتْ عَلَيْهِمُ ٱلْمَسْكَنَةُ ۚ ذَٰلِكَ بِأَنَّهُمْ كَانُوا۟ يَكْفُرُونَ بِـَٔايَٰتِ ٱللَّهِ
وَيَقْتُلُونَ ٱلْأَنۢبِيَآءَ بِغَيْرِ حَقٍّ ۚ ذَٰلِكَ بِمَا عَصَوا۟ وَّكَانُوا۟ يَعْتَدُونَ ﴿١١٢﴾

"Mereka diliputi kehinaan di mana saja mereka berada, kecuali jika mereka berpegang kepada tali (agama) Allah dan tali (perjanjian) dengan manusia, dan mereka kembali mendapat kemurkaan dari Allah dan mereka diliputi kerendahan. Yang demikian itu karena mereka kafir kepada ayat-ayat Allah dan membunuh Para Nabi tanpa alasan yang benar. Yang demikian itu disebabkan mereka durhaka dan melampaui batas".

Hablumminallah ialah hubungan kepada Allah Swt dengan melakukan amalan-amalan ibadah seperti berdzikir kepada Allah Swt, yaitu mengingat Allah Swt dalam berbagai situasi dan kondisi, baik diucapkan dengan mulut maupun dengan hati; dan berdoa kepada Allah Swt, yaitu memohon apa saja kepada Allah Swt.

Untuk memelihara hubungan dengan Allah Swt tersebut, dapat dilakukan hal-hal berikut: (1) beriman kepada Allah Swt menurut cara-cara yang diajarkan-Nya melalui wahyu yang diturunkan sebagai petunjuk dan pedoman hidup manusia; (2) beribadah kepada-Nya dengan jalan melaksanakan shalat lima waktu, menunaikan zakat, berpuasa, dan melaksanakan ibadah haji; (3)

mensyukuri nikmat Allah Swt; (4) bersabar menerima cobaan dari Allah Swt; dan (5) memohon ampunan atas segala dosa dan bertaubat (Ali, 2006:368).

Selain hubungan kepada Allah Swt, terdapat pula hubungan kepada sesama manusia (*habumminannas*). *Hablumminannas* ialah hubungan kepada sesama manusiadengan mengembangkan cara dan gaya hidup yang selaras dengan nilai dan norma yang disepakati bersama dalam masyarakat dan negara yang sesuai dengan nilai dan aturan agama. Aturan yang berasal dari Allah Swt bersifat wajib sehingga tidak ada alasan apapun bagi seseorang untuk melanggar perintah-Nya. Selain aturan dari Allah Swt, seseorang juga harus mentaati peraturan yang ada di kehidupan bermasyarakat. Hidup bermasyarakat merupakan hal yang tidak dapat dihindarkan sebagaimana sudah diketahui bahwa seorang muslim tidak mungkin hidup sendiri dan menjauh dari jamaah. Dalam hal shalat pun, Allah Swt menyuruh kita untuk melaksanakannya secara berjamaah bukan sendiri-sendiri. Hubungan sesama manusia dalam Islam adalah hubungan sebagai saudara sebagaimana firman Allah Swt surat al-Hujurat ayat 10, yaitu:

إِنَّمَا ٱلۡمُؤۡمِنُونَ إِخۡوَةٞ فَأَصۡلِحُواْ بَيۡنَ أَخَوَيۡكُمۡۚ وَٱتَّقُواْ ٱللَّهَ لَعَلَّكُمۡ تُرۡحَمُونَ ١٠

"Orang-orang beriman itu Sesungguhnya bersaudara. Sebab itu damaikanlah (perbaikilah hubungan) antara kedua saudaramu itu dan takutlah terhadap Allah, supaya kamu mendapat rahmat".

Nilai-nilai akhlak terhadap sesama manusia yang patut dipertimbangkan, antara lain:

1. Silaturahim, yaitu pertalian rasa cinta kasih antara sesama manusia.
2. Persaudaraan (*ukhuwah*), yaitu semangat persaudaraan, lebih-lebih antara sesama kaum beriman.

3. Persamaan (*al-musawah*), yaitu pandangan bahwa semua manusia sama harkat dan martabatnya.
4. Adil, yaitu wawasan yang seimbang dalam memandang, menilai atau menyikapi sesuatu atau seseorang.
5. Baik sangka (*husnuzh-zhan*), yaitu sikap penuh baik sangka kepada sesama manusia.
6. Rendah hati (*tawadhu'*), yaitu sikap yang tumbuh karena keinsafan bahwa segala kemuliaan hanya milik Allah.
7. Lapang dada (*insyiraf*), yaitu sikap penuh kesediaan menghargai pendapat dan pandangan orang lain.
8. Perwira (*'iffah* atau *ta'affuf*), yaitu sikap penuh harga diri namun tidak sombong.
9. Hemat (*qawamiah*), yaitu sikap tidka boros dan tidak pula kikir dalam menggunakan harta.
10. Dermawan (*al-munfiqun*), yaitu sikap untuk menolong sesama manusia (Alim, 2006:155-157).

BAB III

PEMBAHASAN

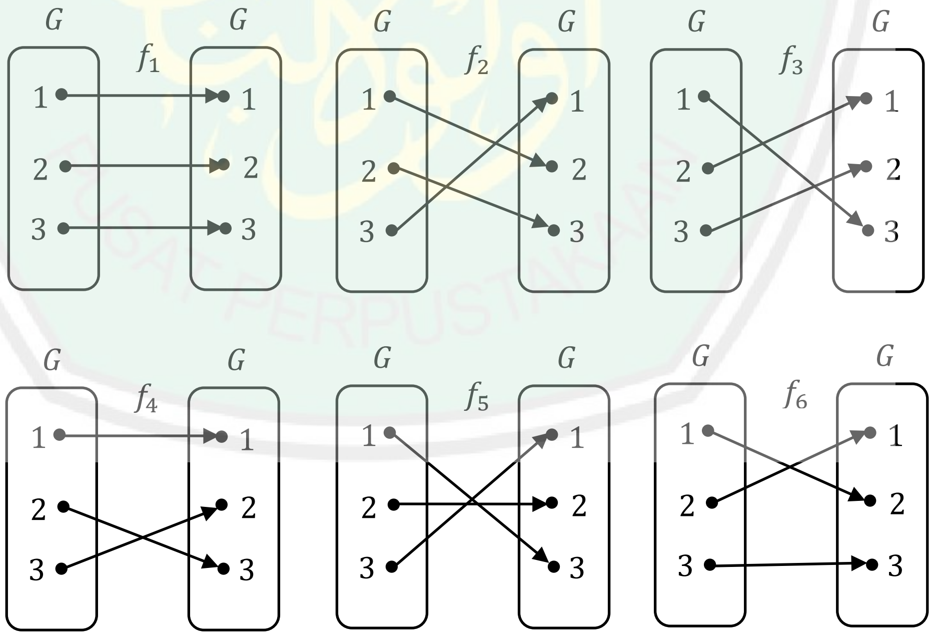
3.1 Pola Komponen Graf Koset pada Subgrup Normal di Grup Simetri-n

Pada pembahasan ini, penulis akan menguraikan unsur-unsur yang terdapat pada grup simetri-n beserta subgrup normalnya. Selanjutnya menentukan koset dari subgrup normal di grup simetri-n. Setelah itu, menggambar graf koset dan menentukan pola komponennya.

3.1.1 Subgrupdi Grup Simetri-n

3.1.1.1 Subgrup di Grup Simetri-3

Diberikan suatu himpunan tak kosong G, dengan $G = \{1,2,3\}$. Jika ditentukan fungsi bijektif dari G ke G, maka semua fungsi-fungsi bijektif tersebut dapat dituliskan dalam diagram panah sebagai berikut:



Gambar 3.1 Diagram Panah dari Fungsi Bijektif dari $G = \{1, 2, 3\}$ke Dirinya Sendiri

Berdasarkan fungsi-fungsi bijektif pada Gambar 3.1 maka didapatkan unsur-unsur grup simetri-3 adalah sebagai berikut:

$$(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (2\ 3), (1\ 3), (1\ 2)$$

Dari unsur-unsur grup simetri-3 tersebut didapatkan subgrup-subgrupnya sebagai berikut:

$H_1 = \{(1)\}$

$H_2 = \{(1), (1\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 2)\}.$

$H_3 = \{(1), (2\ 3)\}.$

$H_4 = \{(1), (1\ 3)\}.$

$H_5 = \{(1), (1\ 2)\}.$

$H_6 = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (2\ 3), (1\ 3), (1\ 2)\}$

dengan H_1 adalah subgrup trivial, H_2, H_3, H_4 dan H_5 adalah subgrup sejati, dan H_6 adalah subgrup tak sejati.

3.1.1.2 Subgrup di Grup Simetri-4

Diberikan suatu himpunan tak kosong M, dengan $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Jika ditentukan fungsi bijektif dari M ke M,maka didapatkan unsur-unsur dari grup simetri-4 adalah sebagai berikut:

$$(1),\ (1\ \ 2),\ (1\ \ 3),\ (1\ \ 4),\ (3\ \ 4),\ (2\ \ 4),\ (2\ \ 3),\ (2\ \ 3\ \ 4),$$
$$(2\ \ 4\ \ 3),\ (1\ \ 3\ \ 4),\ (1\ \ 4\ \ 3),\ (1\ \ 2\ \ 4),\ (1\ \ 4\ \ 2),\ (1\ \ 2\ \ 3),$$
$$(1\ \ 3\ \ 2),\ (1\ \ 2)(3\ \ 4), (1\ \ 3)(2\ \ 4),\ (1\ \ 4)(2\ \ 3),\ (1\ \ 2\ \ 3\ \ 4),$$
$$(1\ \ 3\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 4\ \ 3\ \ 2), (1\ \ 3\ \ 4\ \ 2)$$

Dari unsur-unsur grup simetri-4 tersebut, dengan menggunakan bantuan Matlab didapatkan subgrup-subgrupnya sebagai berikut:

$K_1 = \{(1)\}$

$K_2 = \{(1), (1\ \ 2)\}$

$K_3 = \{(1), (1\ \ 3)\}$

$K_4 = \{(1), (1\ \ 4)\}$

$K_5 = \{(1), (3\ \ 4)\}$

$K_6 = \{(1), (2\ \ 4)\}$

$K_7 = \{(1), (2\ \ 3)\}$

$K_8 = \{(1), (1\ \ 2)(3\ \ 4)\}$

$K_9 = \{(1), (1\ \ 3)(2\ \ 4)\}$

$K_{10} = \{(1), (1\ \ 4)(2\ \ 3)\}$

$K_{11} = \{(1), (1\ \ 3\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 3)\}$

$K_{12} = \{(1), (2\ \ 3\ \ 4), (2\ \ 4\ \ 3)\}$

$K_{13} = \{(1), (1\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2)\}$

$K_{14} = \{(1), (1\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 2)\}$

$K_{15} = \{(1), (1\ \ 2)(1\ \ 3), (1\ \ 3)(2\ \ 4), (1\ \ 4)(2\ \ 3)\}$

$K_{16} = \{(1), (1\ \ 2)(3\ \ 4), (1\ \ 3\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2\ \ 3)\}$

$K_{17} = \{(1), (1\ \ 3)(2\ \ 4), (1\ \ 2\ \ 3\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 3\ \ 2)\}$

$K_{18} = \{(1), (1\ \ 4)(2\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 4\ \ 2)\}$

$K_{19} = \{(1), (1\ \ 3), (3)(2\ \ 4), (1\ \ 3)(2\ \ 4)\}$

$K_{20} = \{(1), (3\ \ 4), (1\ \ 2), (1\ \ 2)(3\ \ 4)\}$

$K_{21} = \{(1), (2\ \ 3), (1\ \ 4), (1\ \ 4)(2\ \ 3)\}$

$K_{22} = \{(1), (1\ \ 3), (1\ \ 4), (3\ \ 4), (1\ \ 3\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 3)\}$

$K_{23} = \{(1), (3\ \ 4), (2\ \ 4), (2\ \ 3), (2\ \ 3\ \ 4), (2\ \ 4\ 3)\}.$

$K_{24} = \{(1), (1\ \ 2), (1\ \ 4), (2\ \ 4), (1\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2)\}.$

$K_{25} = \{(1), (1\ \ 2), (1\ \ 3), (2\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 2)\}.$

$K_{26} = \{(1), (1\ \ 3), (2\ \ 4), (1\ \ 2\ \ 3\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 3\ \ 2), (1\ \ 2)(3\ \ 4),$

$(1\ \ 3)(2\ \ 4), (1\ \ 4)(2\ \ 3)\}$

$K_{27} = \{(1), (1\ \ 2), (3\ \ 4), (1\ \ 3\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 2)(3\ \ 4),$

$(1\ \ 3)(2\ \ 4), (1\ \ 4)(2\ \ 3)\}$

$K_{28} = \{(1), (1\ \ 4), (2\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 4\ \ 2), (1\ \ 2)(3\ \ 4),$

$(1\ \ 3)(2\ \ 4), (1\ \ 4)(2\ \ 3)\}$

$K_{29} = \{(1), (2\ \ 3\ \ 4), (2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2),$

$(1\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 2), (1\ \ 2)(3\ \ 4), (1\ \ 3)(2\ \ 4), (1\ \ 4)(2\ \ 3)\}$

K_{30}

$= \{(1), (1\ \ 2), (1\ \ 3), (1\ \ 4), (3\ \ 4), (2\ \ 4), (2\ \ 3), (2\ \ 3\ \ 4), (2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 3)$

3.1.1.3 Subgrup pada Grup Simetri-5

Diberikan suatu himpunan tak kosong L, dengan $L = \{1,2,3,4,5\}$. Jika ditentukan fungsi bijektif dari L ke L,maka didapatkan unsur-unsur dari grup simetri-5 sebagai berikut:

$(1),\ (1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5),\ (1\ \ 2\ \ 3\ \ 5\ \ 4),\ (1\ \ 2\ \ 4\ \ 3\ \ 5), (1\ \ 2\ \ 4\ \ 5\ \ 3),$

$(1\ \ 2\ \ 5\ \ 3\ \ 4),\ \ (1\ \ 2\ \ 5\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 2\ \ 4\ \ 5), (1\ \ 3\ \ 2\ \ 5\ \ 4),$

$(1\ \ 3\ \ 4\ \ 2\ \ 5),\ \ (1\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 2),\ \ (1\ \ 3\ \ 5\ \ 2\ \ 4),\ \ (1\ \ 3\ \ 5\ \ 4\ \ 2),$

$(1\ \ 4\ \ 2\ \ 3\ \ 5),\ \ (1\ \ 4\ \ 2\ \ 5\ \ 3),\ \ (1\ \ 4\ \ 3\ \ 2\ \ 5),\ \ (1\ \ 4\ \ 3\ \ 5\ \ 2),$

$(1\ \ 4\ \ 5\ \ 2\ \ 3),\ \ (1\ \ 4\ \ 5\ \ 3\ \ 2),\ \ (1\ \ 5\ \ 2\ \ 3\ \ 4),\ \ (1\ \ 5\ \ 2\ \ 4\ \ 3),$

$(1\ \ 5\ \ 3\ \ 2\ \ 4),\ \ (1\ \ 5\ \ 3\ \ 4\ \ 2),\ \ (1\ \ 5\ \ 4\ \ 2\ \ 3),\ \ (1\ \ 5\ \ 4\ \ 3\ \ 2),$

$(2\ \ 3\ \ 4\ \ 5),\ (2\ \ 3\ \ 5\ \ 4),\ (2\ \ 4\ \ 3\ \ 5),\ (2\ \ 4\ \ 5\ \ 3),\ (2\ \ 5\ \ 3\ \ 4),$

$(2\ \ 5\ \ 4\ \ 3),\ (1\ \ 3\ \ 4\ \ 5),\ (1\ \ 3\ \ 5\ \ 4),\ (1\ \ 4\ \ 3\ \ 5),\ (1\ \ 4\ \ 5\ \ 3),$

$(1\ \ 5\ \ 3\ \ 4),\ (1\ \ 5\ \ 4\ \ 3),\ (1\ \ 2\ \ 4\ \ 5),\ (1\ \ 2\ \ 5\ \ 4),\ (1\ \ 4\ \ 2\ \ 5),$

$(1\ \ 4\ \ 5\ \ 2),\ (1\ \ 5\ \ 2\ \ 4),\ (1\ \ 5\ \ 4\ \ 2),\ (1\ \ 2\ \ 3\ \ 5),\ (1\ \ 2\ \ 5\ \ 3),$

$(1\ 3\ 2\ 5)$, $(1\ 3\ 5\ 2)$, $(1\ 5\ 2\ 3)$, $(1\ 5\ 3\ 2)$, $(1\ 2\ 3\ 4)$, $(1\ 2\ 4\ 3)$, $(1\ 3\ 2\ 4)$, $(1\ 3\ 4\ 2)$, $(1\ 4\ 2\ 3)$, $(1\ 4\ 3\ 2)$, $(3\ 4\ 5)$, $(3\ 5\ 4)$, $(2\ 4\ 5)$, $(2\ 5\ 4)$, $(2\ 3\ 5)$, $(2\ 5\ 3)$, $(2\ 3\ 4)$, $(2\ 4\ 3)$, $(1\ 4\ 5)$, $(1\ 5\ 4)$, $(1\ 3\ 5)$, $(1\ 5\ 3)$, $(1\ 3\ 4)$, $(1\ 4\ 3)$, $(1\ 2\ 5)$, $(1\ 5\ 2)$, $(1\ 2\ 4)$, $(1\ 4\ 2)$, $(1\ 2\ 3)$, $(1\ 3\ 2)$, $(4\ 5)$, $(3\ 5)$, $(3\ 4)$, $(2\ 5)$, $(2\ 4)$, $(2\ 3)$, $(1\ 5)$, $(1\ 4)$, $(1\ 3)$, $(1\ 2)$, $(1\ 2)(3\ 4\ 5)$, $(1\ 2)(3\ 5\ 4)$, $(1\ 3)(2\ 4\ 5)$, $(1\ 3)(2\ 5\ 4)$, $(1\ 4)(2\ 3\ 5)$, $(1\ 4)(2\ 5\ 3)$, $(1\ 5)(2\ 3\ 4)$, $(1\ 5)(2\ 4\ 3)$, $(2\ 3)(1\ 4\ 5)$, $(2\ 3)(1\ 5\ 4)$, $(2\ 4)(1\ 3\ 5)$,$(2\ 4)(1\ 5\ 3)$, $(2\ 5)(1\ 3\ 4)$, $(2\ 5)(1\ 4\ 3)$, $(3\ 4)(1\ 2\ 5)$, $(3\ 4)(1\ 5\ 2)$, $(3\ 5)(1\ 2\ 4)$, $(3\ 5)(1\ 4\ 2)$, $(4\ 5)(1\ 2\ 3)$, $(4\ 5)(1\ 3\ 2)$, $(2\ 3)(4\ 5)$, $(2\ 4)(3\ 5)$, $(2\ 5)(3\ 4)$, $(1\ 3)(4\ 5)$, $(1\ 4)(3\ 5)$, $(1\ 5)(3\ 4)$, $(1\ 2)(4\ 5)$, $(1\ 4)(2\ 5)$, $(1\ 5)(2\ 4)$, $(1\ 2)(3\ 5)$, $(1\ 3)(2\ 5)$,$(1\ 5)(2\ 3)$, $(1\ 2)(3\ 4)$, $(1\ 3)(2\ 4)$, $(1\ 4)(2\ 3)$

Dari unsur-unsur grup simetri-5 tersebut, dengan menggunakan bantuan Matlab didapatkan subgrup-subgrupnya sebagai berikut:

1. $P_1 = \{(1)\}$
2. $P_2 = \{(1), (1\ 4), (2\ 3)\}$
3. $P_3 = \{(1), (1\ 5), (2\ 3)\}$
4. $P_4 = \{(1), (1\ 2), (4\ 5)\}$
5. $P_5 = \{(1), (1\ 5), (3\ 4)\}$
6. $P_6 = \{(1), (2\ 5), (3\ 4)\}$

7. $P_7 = \{(1), (2\ 4), (3\ 5)\}$

8. $P_8 = \{(1), (1\ 2), (3\ 5)\}$

9. $P_9 = \{(1), (1\ 4), (2\ 5)\}$

10. $P_{10} = \{(1), (1\ 5), (2\ 4)\}$

11. $P_{11} = \{(1), (1\ 2), (3\ 4)\}$

12. $P_{12} = \{(1), (1\ 4), (3\ 5)\}$

13. $P_{13} = \{(1), (1\ 3), (2\ 4)\}$

14. $P_{14} = \{(1), (1\ 3), (2\ 5)\}$

15. $P_{15} = \{(1), (1\ 3), (4\ 5)\}$

16. $P_{16} = \{(1), (2\ 3), (4\ 5)\}$

17. $P_{17} = \{(1), (1\ 4)\}$

18. $P_{18} = \{(1), (3\ 4)\}$

19. $P_{19} = \{(1), (2\ 5)\}$

20. $P_{20} = \{(1), (2\ 3)\}$

21. $P_{21} = \{(1), (1\ 2)\}$

22. $P_{22} = \{(1), (4\ 5)\}$

23. $P_{23} = \{(1), (1\ 5)\}$

24. $P_{24} = \{(1), (1\ 3)\}$

25. $P_{25} = \{(1), (3\ 5)\}$

26. $P_{26} = \{(1), (2\ 4)\}$

27. $P_{27} = \{(1), (1\ 3\ 4), (1\ 4\ 3)\}$

28. $P_{28} = \{(1), (1\ 2\ 5), (1\ 5\ 2)\}$

29. $P_{29} = \{(1), (2\ 3\ 5), (2\ 5\ 3)\}$

30. $P_{30} = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$

31. $P_{31} = \{(1), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 4)\}$

32. $P_{32} = \{(1), (3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4)\}$

33. $P_{33} = \{(1), (2\ 4\ 5), (2\ 5\ 4)\}$

34. $P_{34} = \{(1), (2\ 3\ 4), (2\ 4\ 3)\}$

35. $P_{35} = \{(1), (1\ 2\ 4), (1\ 4\ 2)\}$

36. $P_{36} = \{(1), (1\ 3\ 5), (1\ 5\ 3)\}$

37. $P_{37} = \{(1), (1\ 2\ 4\ 3\ 5), (1\ 3\ 2\ 5\ 4), (1\ 4\ 5\ 2\ 3), (1\ 5\ 3\ 4\ 2)\}$

38. $P_{38} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 2\ 5), (1\ 4\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 2\ 4\ 3)\}$

39. $P_{39} = \{(1), (1\ 2\ 5\ 4\ 3), (1\ 3\ 4\ 5\ 2), (1\ 4\ 2\ 3\ 5), (1\ 5\ 3\ 2\ 4)\}$

40. $P_{40} = \{(1), (1\ 2\ 4\ 5\ 3), (1\ 3\ 5\ 4\ 2), (1\ 4\ 3\ 2\ 5), (1\ 5\ 2\ 3\ 4)\}$

41. $P_{41} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (1\ 3\ 5\ 2\ 4), (1\ 4\ 2\ 5\ 3), (1\ 5\ 4\ 3\ 2)\}$

42. $P_{42} = \{(1), (1\ 2\ 5\ 3\ 4), (1\ 3\ 2\ 4\ 5), (1\ 4\ 3\ 5\ 2), (1\ 5\ 4\ 2\ 3)\}$

43. $P_{43} = \{(1), (1\ 4), (2\ 3), (1\ 4)(2\ 3)\}$

44. $P_{44} = \{(1), (1\ 5), (2\ 3), (1\ 5)(2\ 3)\}$

45. $P_{45} = \{(1), (1\ 2), (4\ 5), (1\ 2)(4\ 5)\}$

46. $P_{46} = \{(1), (1\ 5), (3\ 4), (1\ 5)(3\ 4)\}$

47. $P_{47} = \{(1), (2\ 5), (3\ 4), (2\ 5)(3\ 4)\}$

48. $P_{48} = \{(1), (2\ 4), (3\ 5), (2\ 4)(3\ 5)\}$

49. $P_{49} = \{(1), (1\ 2), (3\ 5), (1\ 2)(3\ 5)\}$

50. $P_5 = \{(1), (1\ 4), (2\ 5), (1\ 4)(2\ 5)\}$

51. $P_{51} = \{(1), (1\ 5), (2\ 4), (1\ 5)(2\ 4)\}$

52. $P_{52} = \{(1), (1\ 2), (3\ 4), (1\ 2)(3\ 4)\}$

53. $P_{53} = \{(1), (1\ 4), (3\ 5), (1\ 4)(3\ 5)\}$

54. $P_{54} = \{(1), (1\ 3), (2\ 4), (1\ 3)(2\ 4)\}$

55. $P_{55} = \{(1), (1\ 3), (2\ 5), (1\ 3)(2\ 5)\}$

56. $P_{56} = \{(1), (1\ 3), (4\ 5), (1\ 3)(4\ 5)\}$

57. $P_{57} = \{(1), (2\ 3), (4\ 5), (2\ 3)(4\ 5)\}$

58. $P_{58} = \{(1), (1\ 2\ 4\ 3), (1\ 3\ 4\ 2), (1\ 4)(2\ 3)\}$

59. $P_{59} = \{(1), (1\ 2\ 5\ 3), (1\ 3\ 5\ 2), (1\ 5)(2\ 3)\}$

60. $P_{60} = \{(1), (1\ 4\ 2\ 5), (1\ 5\ 2\ 4), (1\ 2)(4\ 5)\}$

61. $P_{61} = \{(1), (1\ 3\ 5\ 4), (1\ 4\ 5\ 3), (1\ 5)(3\ 4)\}$

62. $P_{62} = \{(1), (2\ 3\ 5\ 4), (2\ 4\ 5\ 3), (2\ 5)(3\ 4)\}$

63. $P_{63} = \{(1), (2\ 3\ 4\ 5), (2\ 5\ 4\ 3), (2\ 4)(3\ 5)\}$

64. $P_{4} = \{(1), (1\ 3\ 2\ 5), (1\ 5\ 2\ 3), (1\ 2)(3\ 5)\}$

65. $P_{65} = \{(1), (1\ 2\ 4\ 5), (1\ 5\ 4\ 2), (1\ 4)(2\ 5)\}$

66. $P_{66} = \{(1), (1\ 2\ 5\ 4), (1\ 4\ 5\ 2), (1\ 5)(2\ 4)\}$

67. $P_{67} = \{(1), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 4\ 2\ 3), (1\ 2)(3\ 4)\}$

68. $P_{68} = \{(1), (1\ 3\ 4\ 5), (1\ 5\ 4\ 3), (1\ 4)(3\ 5)\}$

69. $P_{69} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 4\ 3\ 2), (1\ 3)(2\ 4)\}$

70. $P_{70} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 5), (1\ 5\ 3\ 2), (1\ 3)(2\ 5)\}$

71. $P_{71} = \{(1), (1\ 4\ 3\ 5), (1\ 5\ 3\ 4), (1\ 3)(4\ 5)\}$

72. $P_{72} = \{(1), (2\ 4\ 3\ 5), (2\ 5\ 3\ 4), (2\ 3)(4\ 5)\}$

73. $P_{73} = \{(1), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$

74. $P_{74} = \{(1), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 3)\}$

75. $P_{75} = \{(1), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 4)\}$

76. $P_{76} = \{(1), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(3\ 4)\}$

77. $P_{77} = \{(1), (2\ 3)(4\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\}$

78. $P_{78} = \{(1), (1\ 3), (1\ 4), (3\ 4), (1\ 3\ 4), (1\ 4\ 3)\}$

79. $P_{79} = \{(1), (1\ 2), (1\ 4), (2\ 4), (1\ 2\ 4), (1\ 4\ 2)\}$

80. $P_{80} = \{(1), (1\ 4), (1\ 5), (4\ 5), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 4)\}$

81. $P_{81} = \{(1), (2\ 3), (2\ 4), (3\ 4), (2\ 3\ 4), (2\ 4\ 3)\}$

82. $P_{82} = \{(1), (3\ 4), (3\ 5), (4\ 5), (3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4)\}$

83. $P_{83} = \{(1), (2\ 3), (2\ 5), (3\ 5), (2\ 3\ 5), (2\ 5\ 3)\}$

84. $P_{84} = \{(1), (1\ 2), (1\ 5), (2\ 5), (1\ 2\ 5), (1\ 5\ 2)\}$

85. $P_{85} = \{(1), (2\ 4), (2\ 5), (4\ 5), (2\ 4\ 5), (2\ 5\ 4)\}$

86. $P_{86} = \{(1), (1\ 2), (1\ 3), (2\ 3), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$

87. $P_{87} = \{(1), (1\ 3), (1\ 5), (3\ 5), (1\ 3\ 5), (1\ 5\ 3)\}$

88. $P_{88} = \{(1), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 4), (1\ 4)(2\ 3), (1\ 5)(2\ 3), (2\ 3)(4\ 5)\}$

89. $P_{89} = \{(1), (2\ 3\ 5), (2\ 5\ 3), (1\ 4)(2\ 3), (1\ 4)(2\ 5), (1\ 4)(3\ 5)\}$

90. $P_{90} = \{(1), (2\ 3\ 4), (2\ 4\ 3), (1\ 5)(2\ 3), (1\ 5)(2\ 4), (1\ 5)(3\ 4)\}$

91. $P_{91} = \{(1), (3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 2)(4\ 5)\}$

92. $P_{92} = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (2\ 3)(4\ 5)\}$

93. $P_{93} = \{(1), (1\ 2\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 5)(3\ 4), (2\ 5)(3\ 4)\}$

94. $P_{94} = \{(1), (1\ 3\ 4), (1\ 4\ 3), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 4)(2\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\}$

95. $P_{95} = \{(1), (1\ 2\ 4), (1\ 4\ 2), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (2\ 4)(3\ 5)\}$

96. $P_{96} = \{(1), (1\ 3\ 5), (1\ 5\ 3), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 5)(2\ 4), (2\ 4)(3\ 5)\}$

97. $P_{97} = \{(1), (2\ 4\ 5), (2\ 5\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 3)(4\ 5)\}$

98. $P_{98} = \{(1), (1\ 4), (2\ 3\ 5), (2\ 5\ 3), (1\ 4)(2\ 3\ 5), (1\ 4)(2\ 5\ 3)\}$

99. $P_{99} = \{(1), (3\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 2\ 5)(3\ 4), (1\ 5\ 2)(3\ 4)\}$

100. $P_{100} = \{(1), (2\ 5), (1\ 3\ 4), (1\ 4\ 3), (1\ 3\ 4)(2\ 5), (1\ 4\ 3)(2\ 5)\}$

101. $P_{101} = \{(1), (2\ 3), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 4), (1\ 4\ 5)(2\ 3), (1\ 5\ 4)(2\ 3)\}$

102. $P_{102} = \{(1), (1\ 2), (3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4), (1\ 2)(3\ 4\ 5), (1\ 2)(3\ 5\ 4)\}$

103. $P_{103} = \{(1), (4\ 5), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (1\ 2\ 3)(4\ 5), (1\ 3\ 2)(4\ 5)\}$

104. $P_{104} = \{(1), (1\ 5), (2\ 3\ 4), (2\ 4\ 3), (1\ 5)(2\ 3\ 4), (1\ 5)(2\ 4\ 3)\}$

105. $P_{105} = \{(1), (1\ 3), (2\ 4\ 5), (2\ 5\ 4), (1\ 3)(2\ 4\ 5), (1\ 3)(2\ 5\ 4)\}$

106. $P_{106} = \{(1), (3\ 5), (1\ 2\ 4), (1\ 4\ 2), (1\ 2\ 4)(3\ 5), (1\ 4\ 2)(3\ 5)\}$

107. $P_{107} = \{(1), (2\ 4), (1\ 3\ 5), (1\ 5\ 3), (1\ 3\ 5)(2\ 4), (1\ 5\ 3)(2\ 4)\}$

108. $P_{108} = \{(1), (1\ 2\ 5\ 3\ 4), (1\ 3\ 2\ 4\ 5), (1\ 4\ 3\ 5\ 2), (1\ 5\ 4\ 2\ 3), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 4)(2\ 3), (1\ 5)(3\ 4), (2\ 4)(3\ 5)\}$

109. $P_{109} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (1\ 3\ 5\ 2\ 4), (1\ 4\ 2\ 5\ 3), (1\ 5\ 4\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 3), (1\ 5)(2\ 4), (2\ 5)(3\ 4)\}$

110. $P_{110} = \{(1), (1\ 2\ 4\ 3\ 5), (1\ 3\ 2\ 5\ 4), (1\ 4\ 5\ 2\ 3), (1\ 5\ 3\ 4\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(2\ 3), (2\ 5)(3\ 4)\}$

111. $P_{111} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 2\ 5), (1\ 4\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 2\ 4\ 3), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 3), (2\ 4)(3\ 5)\}$

112. $P_{112} = \{(1), (1\ 2\ 5\ 4\ 3), (1\ 3\ 4\ 5\ 2), (1\ 4\ 2\ 3\ 5), (1\ 5\ 3\ 2\ 4), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 5), (1\ 5)(3\ 4), (2\ 3)(4\ 5)\}$

113. $P_{113} = \{(1), (1\ 2\ 4\ 5\ 3), (1\ 3\ 5\ 4\ 2), (1\ 4\ 3\ 2\ 5), (1\ 5\ 2\ 3\ 4), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(2\ 4), (2\ 3)(4\ 5)\}$

114. $P_{114} = \{(1), (1\ 4), (2\ 3), (1\ 2\ 4\ 3), (1\ 3\ 4\ 2), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$

115. $P_{115} = \{(1), (1\ 2), (3\ 4), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 4\ 2\ 3), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$

116. $P_{116} = \{(1), (1\ 3), (2\ 4), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 4\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$

117. $P_{117} = \{(1), (1\ 3), (2\ 5), (1\ 2\ 3\ 5), (1\ 5\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(2\ 5),$

$(1\ 5)(2\ 3)\}$

118. $P_{118} = \{(1), (1\ 5), (2\ 3), (1\ 2\ 5\ 3), (1\ 3\ 5\ 2), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 3)\}$

119. $P_{119} = \{(1), (1\ 2), (3\ 5), (1\ 3\ 2\ 5), (1\ 5\ 2\ 3), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 3)\}$

120. $P_{120} = \{(1), (1\ 4), (2\ 5), (1\ 2\ 4\ 5), (1\ 5\ 4\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 4)\}$

121. $P_{121} = \{(1), (1\ 2), (4\ 5), (1\ 4\ 2\ 5), (1\ 5\ 2\ 4), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 4)\}$

122. $P_{122} = \{(1), (1\ 5), (2\ 4), (1\ 2\ 5\ 4), (1\ 4\ 5\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 4)\}$

123. $P_{123} = \{(1), (1\ 4), (3\ 5), (1\ 3\ 4\ 5), (1\ 5\ 4\ 3), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(3\ 4)\}$

124. $P_{124} = \{(1), (1\ 5), (3\ 4), (1\ 3\ 5\ 4), (1\ 4\ 5\ 3), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(3\ 4)\}$

125. $P_{125} = \{(1), (1\ 3), (4\ 5), (1\ 4\ 3\ 5), (1\ 5\ 3\ 4), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(3\ 4)\}$

126. $P_{126} = \{(1), (2\ 5), (3\ 4), (2\ 3\ 5\ 4), (2\ 4\ 5\ 3), (2\ 3)(4\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\}$

127. $P_{127} = \{(1), (2\ 3), (4\ 5), (2\ 4\ 3\ 5), (2\ 5\ 3\ 4), (2\ 3)(4\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\}$

128. $P_{128} = \{(1), (2\ 4), (3\ 5), (2\ 3\ 4\ 5), (2\ 5\ 4\ 3), (2\ 3)(4\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\}$

129. $P_{129} = \{(1), (1\ 4), (1\ 5), (2\ 3), (4\ 5), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 4), (1\ 4)(2\ 3),$

$(1\ 5)(2\ 3), (2\ 3)(4\ 5), (1\ 4\ 5)(2\ 3), (1\ 5\ 4)(2\ 3)\}$

130. $P_{130} = \{(1), (1\ 4), (2\ 3), (2\ 5), (3\ 5), (2\ 3\ 5), (2\ 5\ 3), (1\ 4)(2\ 3),$
$(1\ 4)(2\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 4)(2\ 3\ 5), (1\ 4)(2\ 5\ 3)\}$

131. $P_{131} = \{(1), (1\ 5), (2\ 3), (2\ 4), (3\ 4), (2\ 3\ 4), (2\ 4\ 3), (1\ 5)(2\ 3),$
$(1\ 5)(2\ 4), (1\ 5)(3\ 4), (1\ 5)(2\ 3\ 4), (1\ 5)(2\ 4\ 3)\}$

132. $P_{132} = \{(1), (1\ 2), (3\ 4), (3\ 5), (4\ 5), (3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4), (1\ 2)(3\ 4),$
$(1\ 2)(3\ 5), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 2)(3\ 4\ 5), (1\ 2)(3\ 5\ 4)\}$

133. $P_{133} = \{(1), (1\ 2), (1\ 3), (2\ 3), (4\ 5), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (1\ 2)(4\ 5),$
$(1\ 3)(4\ 5), (2\ 3)(4\ 5), (1\ 2\ 3)(4\ 5), (1\ 3\ 2)(4\ 5)\}$

134. $P_{134} = \{(1), (1\ 2), (1\ 5), (2\ 5), (3\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 2)(3\ 4),$
$(1\ 5)(3\ 4), (2\ 5)(3\ 4), (1\ 2\ 5)(3\ 4), (1\ 5\ 2)(3\ 4)\}$

135. $P_{135} = \{(1), (1\ 3), (1\ 4), (2\ 5), (3\ 4), (1\ 3\ 4), (1\ 4\ 3), (1\ 3)(2\ 5),$
$(1\ 4)(2\ 5), (2\ 5)(3\ 4), (1\ 3\ 4)(2\ 5), (1\ 4\ 3)(2\ 5)\}$

136. $P_{136} = \{(1), (1\ 2), (1\ 4), (2\ 4), (3\ 5), (1\ 2\ 4), (1\ 4\ 2), (1\ 2)(3\ 5),$
$(1\ 4)(3\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (1\ 2\ 4)(3\ 5), (1\ 4\ 2)(3\ 5)\}$

137. $P_{137} = \{(1), (1\ 3), (1\ 5), (2\ 4), (3\ 5), (1\ 3\ 5), (1\ 5\ 3), (1\ 3)(2\ 4),$
$(1\ 5)(2\ 4), (2\ 4)(3\ 5), (1\ 3\ 5)(2\ 4), (1\ 5\ 3)(2\ 4)\}$

138. $P_{138} = \{(1), (1\ 3), (2\ 4), (2\ 5), (4\ 5), (2\ 4\ 5), (2\ 5\ 4), (1\ 3)(2\ 4),$
$(1\ 3)(2\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 3)(2\ 4\ 5), (1\ 3)(2\ 5\ 4)\}$

139. $P_{139} = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 2\ 4), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 4), (1\ 4\ 2), (1\ 4\ 3), (2\ 3\ 4),$
$(2\ 4\ 3), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$

140. $P_{140} = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 2\ 5), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 3), (2\ 3\ 5),$
$(2\ 5\ 3), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 3)\}$

141. $P_{141} = \{(1), (1\ 2\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 4\ 2), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 4), (2\ 4\ 5),$

$(2\ 5\ 4), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 4)\}$

142. $P_{142} = \{(1), (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 5), (1\ 4\ 3), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 3), (1\ 5\ 4), (3\ 4\ 5),$
$(3\ 5\ 4), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(3\ 4)\}$

143. $P_{143} = \{(1), (2\ 3\ 4), (2\ 3\ 5), (2\ 4\ 3), (2\ 4\ 5), (2\ 5\ 3), (2\ 5\ 4), (3\ 4\ 5),$
$(3\ 5\ 4), (2\ 3)(4\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\}$

144. $P_{144} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 5), (1\ 2\ 4\ 3), (1\ 3\ 4\ 2), (1\ 3\ 5\ 4), (1\ 4\ 2\ 5), (1\ 4\ 5\ 3),$
$(1\ 5\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 2), (2\ 3\ 4\ 5), (2\ 5\ 4\ 3), (1\ 2\ 5\ 3\ 4), (1\ 3\ 2\ 4\ 5),$
$(1\ 4\ 3\ 5\ 2), (1\ 5\ 4\ 2\ 3), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 4)(2\ 3),$
$(1\ 5)(3\ 4), (2\ 4)(3\ 5)\}$

145. $P_{145} = \{(1), (1\ 2\ 4\ 3), (1\ 2\ 5\ 4), (1\ 3\ 2\ 5), (1\ 3\ 4\ 2), (1\ 4\ 3\ 5), (1\ 4\ 5\ 2),$
$(1\ 5\ 2\ 3), (1\ 5\ 3\ 4), (2\ 3\ 5\ 4), (2\ 4\ 5\ 3), (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (1\ 3\ 5\ 2\ 4),$
$(1\ 4\ 2\ 5\ 3), (1\ 5\ 4\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 3),$
$(1\ 5)(2\ 4), (2\ 5)(3\ 4)\}$

146. $P_{146} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 2\ 5\ 3), (1\ 3\ 4\ 5), (1\ 3\ 5\ 2), (1\ 4\ 2\ 5), (1\ 4\ 3\ 2),$
$(1\ 5\ 2\ 4), (1\ 5\ 4\ 3), (2\ 3\ 5\ 4), (2\ 4\ 5\ 3), (1\ 2\ 4\ 3\ 5), (1\ 3\ 2\ 5\ 4),$
$(1\ 4\ 5\ 2\ 3), (1\ 5\ 3\ 4\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(3\ 5),$
$(1\ 5)(2\ 3), (2\ 5)(3\ 4)\}$

147. $P_{147} = \{(1), (1\ 2\ 4\ 5), (1\ 2\ 5\ 3), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 5\ 2), (1\ 4\ 2\ 3), (1\ 4\ 3\ 5),$
$(1\ 5\ 3\ 4), (1\ 5\ 4\ 2), (2\ 3\ 4\ 5), (2\ 5\ 4\ 3), (1\ 2\ 3\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 2\ 5),$
$(1\ 4\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 2\ 4\ 3), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 5),$
$(1\ 5)(2\ 3), (2\ 4)(3\ 5)\}$

148. $P_{148} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 2\ 4\ 5), (1\ 3\ 2\ 5), (1\ 3\ 5\ 4), (1\ 4\ 3\ 2), (1\ 4\ 5\ 3),$
$(1\ 5\ 2\ 3), (1\ 5\ 4\ 2), (2\ 4\ 3\ 5), (2\ 5\ 3\ 4), (1\ 2\ 5\ 4\ 3), (1\ 3\ 4\ 5\ 2),$
$(1\ 4\ 2\ 3\ 5), (1\ 5\ 3\ 2\ 4), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 5),$

$(1\ 5)(3\ 4), (2\ 3)(4\ 5)\}$

149. $P_{149} = \{(1), (1\ 2\ 3\ 5), (1\ 2\ 5\ 4), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 4\ 5), (1\ 4\ 2\ 3), (1\ 4\ 5\ 2), (1\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 4\ 3), (2\ 4\ 3\ 5), (2\ 5\ 3\ 4), (1\ 2\ 4\ 5\ 3), (1\ 3\ 5\ 4\ 2), (1\ 4\ 3\ 2\ 5), (1\ 5\ 2\ 3\ 4), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(2\ 4), (2\ 3)(4\ 5)\}$

150. $P_{150} = \{(1), (1\ 2\ ), (1\ 3), (1\ 4), (2\ 3), (2\ 4), (3\ 4), (1\ 2\ 3), (1\ 2\ 4), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 4), (1\ 4\ 2), (1\ 4\ 3), (2\ 3\ 4), (2\ 4\ 3), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 2\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 4\ 2), (1\ 4\ 2\ 3), (1\ 4\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$

151. $P_{151} = \{(1), (1\ 2\ ), (1\ 3), (1\ 5), (2\ 3), (2\ 5), (3\ 5), (1\ 2\ 3), (1\ 2\ 5), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 3), (2\ 3\ 5), (2\ 5\ 3), (1\ 2\ 3\ 5), (1\ 2\ 5\ 3), (1\ 3\ 2\ 5), (1\ 3\ 5\ 2), (1\ 5\ 2\ 3), (1\ 5\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 3)\}$

152. $P_{152} = \{(1), (1\ 2\ ), (1\ 4), (1\ 5), (2\ 4), (2\ 5), (4\ 5), (1\ 2\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 4\ 2), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 4), (2\ 4\ 5), (2\ 5\ 4), (1\ 2\ 4\ 5), (1\ 2\ 5\ 4), (1\ 4\ 2\ 5), (1\ 4\ 5\ 2), (1\ 5\ 2\ 4), (1\ 5\ 4\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 5), (1\ 5)(2\ 4)\}$

153. $P_{153} = \{(1), (1\ 3\ ), (1\ 4), (1\ 5), (3\ 4), (3\ 5), (4\ 5), (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 5), (1\ 4\ 3), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 3), (1\ 5\ 4), (3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 5), (1\ 3\ 5\ 4), (1\ 4\ 3\ 5), (1\ 4\ 5\ 3), (1\ 5\ 3\ 4), (1\ 5\ 4\ 3), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(3\ 4)\}$

154. $P_{154} = \{(1), (2\ 3\ ), (2\ 4), (2\ 5), (3\ 4), (3\ 5), (4\ 5), (2\ 3\ 4), (2\ 3\ 5), (2\ 4\ 3), (2\ 4\ 5), (2\ 5\ 3), (2\ 5\ 4), (3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4), (2\ 3\ 4\ 5), (2\ 3\ 5\ 4), (2\ 4\ 3\ 5), (2\ 4\ 5\ 3), (2\ 5\ 3\ 4), (2\ 5\ 4\ 3), (2\ 3)(4\ 5),$

$(2\ 4)(3\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\}$

155. $P_{155} = \{(1), (1\ 2\ 3\ ), (1\ 2\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 5), (1\ 4\ 2),$

$(1\ 4\ 3), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 3)(1\ 5\ 4), (2\ 3\ 4), (2\ 3\ 5), (2\ 4\ 3),$

$(2\ 4\ 5), (2\ 5\ 3), (2\ 5\ 4), (3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4), (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (1\ 2\ 3\ 5\ 4),$

$(1\ 2\ 4\ 3\ 5), (1\ 2\ 4\ 5\ 3), (1\ 2\ 5\ 3\ 4), (1\ 2\ 5\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4\ 5),$

$(1\ 3\ 2\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 2\ 5), (1\ 3\ 4\ 5\ 2), (1\ 3\ 5\ 2\ 4), (1\ 3\ 5\ 4\ 2),$

$(1\ 4\ 2\ 3\ 5), (1\ 4\ 2\ 5\ 3), (1\ 4\ 3\ 2\ 5), (1\ 4\ 3\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 2\ 3),$

$(1\ 4\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 2\ 3\ 4), (1\ 5\ 2\ 4\ 3), (1\ 5\ 3\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4\ 2),$

$(1\ 5\ 4\ 2\ 3), (1\ 5\ 4\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 2)(4\ 5),$

$(1\ 3)(2\ 4), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 3), (1\ 4)(2\ 5),$

$(1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(2\ 3), (1\ 5)(2\ 4), (1\ 5)(3\ 4), (2\ 3)(4\ 5),$

$(2\ 4)(3\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\}$

156. $P_{156} = S_5$

3.1.2 Subgrup Normal di Grup Simetri-n

3.1.2.1 Subgrup Normal di Grup Simetri-3

Subgrup normal di grup simetri-3 diperoleh jika koset kiri dan koset kanan dari subgrup-subgrup tersebut adalah sama.

a. Himpunan koset kiri dari $H_1 = \{(1)\}$ di S_3 adalah

$$\{\{(1) \circ \{(1)\}\}, \{(1\ 2\ 3) \circ \{(1)\}\}, \{(1\ 3\ 2) \circ \{(1)\}\}, \{(2\ 3) \circ \{(1)\}\}, \{(1\ 3) \circ \{(1)\}\}, \{(1\ 2) \circ \{(1)\}\}\}$$

$$= \{\{(1)\}, \{(1\ 2\ 3)\}, \{(1\ 3\ 2)\}, \{(2\ 3)\}, \{(1\ 3)\}, \{(1\ 2)\}\}.$$

Himpunan koset kanan dari $H_1 = \{(1)\}$ di S_3 adalah

$$\Big\{\{\{(1)\}\circ(1)\},\{\{(1)\}\circ(1\ 2\ 3)\},\{\{(1)\}\circ(1\ 3\ 2)\},\{\{(1)\}\circ(2\ 3)\},\{\{(1)\}\circ(1\ 3)\},\{\{(1)\}\circ(1\ 2)\}\Big\}$$

$$=\{\{(1)\},\{(1\ 2\ 3)\},\{(1\ 3\ 2)\},\{(2\ 3)\},\{(1\ 3)\},\{(1\ 2)\}\}$$

Jadi, $H_1 = \{(1)\}$ adalah subgrup normal karena koset kiri sama dengan koset kanan.

b. Himpunan koset kiri dari $H_2 = \{(1), (1\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 2)\}$ di S_3 adalah

$$\Big\{\{(1)\circ\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\},\{(1\ 2\ 3)\circ\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\},\{(1\ 3\ 2)\circ\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\},\{(2\ 3)\circ\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\},\{(1\ 3)\circ\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\},\{(1\ 2)\circ\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\}\Big\}$$

$$=\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2)\},\{(1\ 2),(1\ 3),(2\ 3)\}\}.$$

Himpunan koset kanan dari $H_2 = \{(1), (1\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 2)\}$ di S_3 adalah

$$\Big\{\{\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\circ(1)\},\{\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\circ(1\ 2\ 3)\},\{\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\circ(1\ 3\ 2)\},\{\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\circ(2\ 3)\},\{\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\circ(1\ 3)\},\{\{(1),(1\ \ 2\ \ 3),(1\ \ 3\ \ 2)\}\circ(1\ 2)\}\Big\}$$

$$=\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2)\},\{(1\ 2),(1\ 3),(2\ 3)\}\}.$$

Jadi, $H_2 = \{(1), (1\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 2)\}$ adalah subgrup normal karena koset kiri sama dengan koset kanan.

c. Himpunan koset kiri dari $H_3 = \{(1), (2\ 3)\}$ di S_3 adalah

$$\{\{(1) \circ \{(1),(2\ 3)\}\}, \{(1\ 2\ 3) \circ \{(1),(2\ 3)\}\}, \{(1\ 3\ 2) \circ \{(1),(2\ 3)\}\}, \{(2\ 3) \circ \{(1),(2\ 3)\}\}, \{(1\ 3) \circ \{(1),(2\ 3)\}\}, \{(1\ 2) \circ \{(1),(2\ 3)\}\}\}$$

$= \{\{(1\ 2\ 3),(1\ 2)\}, \{(1\ 3\ 2),(1\ 3)\}, \{(1),(2\ 3)\}\}.$

Himpunan koset kanan dari $H_3 = \{(1),(2\ 3)\}$ di S_3 adalah

$$\{\{\{(1),(2\ 3)\} \circ (1)\}, \{\{(1),(2\ 3)\} \circ (1\ 2\ 3)\}, \{\{(1),(2\ 3)\} \circ (1\ 3\ 2)\}, \{\{(1),(2\ 3)\} \circ (2\ 3)\}, \{\{(1),(2\ 3)\} \circ (1\ 3)\}, \{\{(1),(2\ 3)\} \circ (1\ 2)\}\}$$

$= \{\{(1),(2\ 3)\}, \{(1\ 2\ 3),(1\ 3)\}, \{(1\ 3\ 2),(1\ 2)\}\}.$

Jadi, $H_3 = \{(1),(2\ 3)\}$ bukan subgrup normal karena koset kiri tidak sama dengan koset kanan.

d. Himpunan koset kiri dari$H_4 = \{(1),(1\ 3)\}$ di S_3 adalah

$$\{\{(1) \circ \{(1),(1\ 3)\}\}, \{(1\ 2\ 3) \circ \{(1),(1\ 3)\}\}, \{(1\ 3\ 2) \circ \{(1),(1\ 3)\}\}, \{(2\ 3) \circ \{(1),(1\ 3)\}\}, \{(1\ 3) \circ \{(1),(1\ 3)\}\}, \{(1\ 2) \circ \{(1),(1\ 3)\}\}\}$$

$= \{\{(1),(1\ 3)\}, \{(2\ 3),(1\ 2\ 3)\}, \{(1\ 2),(1\ 3\ 2)\}\}.$

Himpunan koset kanan dari $H_4 = \{(1),(1\ 3)\}$ di S_3 adalah

$\{\{\{(1),(1\ 3)\} \circ (1)\}, \{\{(1),(1\ 3)\} \circ (1\ 2\ 3)\}, \{\{(1),(1\ 3)\} \circ (1\ 3\ 2)\}, \{\{(1),(1\ 3)\} \circ (2\ 3)\}, \{\{(1),(1\ 3)\} \circ (1\ 3)\}, \{\{(1),(1\ 3)\} \circ (1\ 2)\}\} = \{\{(1),(1\ 3)\}, \{(1\ 2),(1\ 2\ 3)\}, \{(2\ 3),(1\ 3\ 2)\}\}.$

Jadi, $H_4 = \{(1),(1\ 3)\}$ bukan subgrup normal karena koset kiri tidak sama dengan koset kanan.

e. Himpunan koset kiri dari $H_5 = \{(1),(1\ 2)\}$ di S_3 adalah

$$\{\{(1) \circ \{(1),(1\ 2)\}\},\{(1\ 2\ 3) \circ \{(1),(1\ 2)\}\},\{(1\ 3\ 2) \circ \{(1),(1\ 2)\}\},\{(2\ 3) \circ \{(1),(1\ 2)\}\},\{(1\ 3) \circ \{(1),(1\ 2)\}\},\{(1\ 2) \circ \{(1),(1\ 2)\}\}\}$$

$= \{\{(1),(1\ 2)\},\{(1\ 3),(1\ 3\ 2)\},\{(2\ 3),(1\ 2\ 3)\}\}$.

Himpunan koset kanan dari $H_5 = \{(1),(1\ 2)\}$ di S_3 adalah

$$\{\{\{(1),(1\ 2)\} \circ (1)\},\{\{(1),(1\ 2)\} \circ (1\ 2\ 3)\},\{\{(1),(1\ 2)\} \circ (1\ 3\ 2)\},\{\{(1),(1\ 2)\} \circ (2\ 3)\},\{\{(1),(1\ 2)\} \circ (1\ 3)\},\{\{(1),(1\ 2)\} \circ (1\ 2)\}\}$$

$= \{\{(1),(1\ 2)\},\{(2\ 3),(1\ 3\ 2)\},\{(1\ 3),(1\ 2\ 3)\}\}$.

Jadi, $H_5 = \{(1),(1\ 2)\}$ bukan subgrup normal karena koset kiri tidak sama dengan koset kanan.

f. Himpunan koset kiri dari $H_6 = \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}$ di S_3 adalah

$$\{\{(1) \circ \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}\},\{(1\ 2\ 3) \circ \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}\},\{(1\ 3\ 2) \circ \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}\},\{(2\ 3) \circ \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}\},\{(1\ 3) \circ \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}\},\{(1\ 2) \circ \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}\}\}$$

$= \{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}\}$.

Himpunan koset kanan dari $H_6 = \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}$ di S_3 adalah

$$\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\} \circ (1)\},\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\} \circ (1\ 2\ 3)\},\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\} \circ (1\ 3\ 2)\},\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\} \circ (2\ 3)\},\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\} \circ (1\ 3)\},\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\} \circ (1\ 2)\}\}$$

$$= \{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}\}.$$

Jadi, $H_6 = \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}$ adalah subgrup normal karena koset kiri sama dengan koset kanan.

Sehingga subgrup-subgrup normal dari grup simetri-3 antara lain:

1. $H_1 = \{(1)\}$ dengan himpunan kosetnya adalah

$$\{\{(1)\},\{(1\ 2\ 3)\},\{(1\ 3\ 2)\},\{(2\ 3)\},\{(1\ 3)\},\{(1\ 2)\}\}$$

2. $H_2 = \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2)\}$ dengan himpunan kosetnya adalah

$$\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2)\},\{(1\ 2),(1\ 3),(2\ 3)\}\}$$

3. $H_6 = \{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2)\},\{(1\ 2),(1\ 3),(2\ 3)\}$ dengan himpunan kosetnya adalah

$$\{\{(1),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(2\ 3),(1\ 3),(1\ 2)\}\}$$

3.1.2.2 Subgrup Normal di Grup Simetri-4

Subgrup normal di grup simetri-4 diperoleh dengan menggunakan bantuan Matlab, sehingga didapatkan subgrup-subgrup normal di grup simetri-4 adalah sebagai berikut:

1. $K_1 = \{(1)\}$, koset kiri sama dengan koset kanan. Himpunan koset dari K_1 di S_4 adalah:

$\{\{(1)\},\{(1\ \ 2)\},\{(1\ \ 3)\},\{(1\ \ 4)\},\{(3\ \ 4)\},\{(2\ \ 4)\},\{(2\ \ 3)\},$

$\{(2\ \ 3\ \ 4)\},\{(2\ \ 4\ \ 3)\},\{(1\ \ 3\ \ 4)\},\{(1\ \ 4\ \ 3)\},\{(1\ \ 2\ \ 4)\},$

$\{(1\ \ 4\ \ 2)\},\{(1\ \ 2\ \ 3)\},\{(1\ \ 3\ \ 2)\},\{(1\ \ 2)(3\ \ 4)\},\{(1\ \ 3)(2\ \ 4)\},$

$\{(1\ \ 4)(2\ \ 3)\},\{(1\ \ 2\ \ 3\ \ 4)\},\{(1\ \ 3\ \ 2\ \ 4)\},\{(1\ \ 4\ \ 2\ \ 3)\},$

$\{(1\ \ 2\ \ 4\ \ 3)\},\{(1\ \ 4\ \ 3\ \ 2)\},\{(1\ \ 3\ \ 4\ \ 2)\}\}$

2. $K_{15} = \{(1), (1\,2)(3\,4), (1\,3)(2\,4), (1\,4)(2\,3)\}$, koset kiri sama dengan koset kanan. Himpunan koset dari K_{15} di S_4 adalah:

$\{\{(1), (1\,2)(3\,4), (1\,3)(2\,4), (1\,4)(2\,3)\},$

$\{(1\,2), (3\,4), (1\,3\,2\,4), (1\,4\,2\,3)\},$

$\{(1\,3), (2\,4), (1\,2\,3\,4), (1\,4\,3\,2)\},$

$\{(1\,4), (2\,3), (1\,2\,4\,3), (1\,3\,4\,2)\},$

$\{(2\,3\,4), (1\,3\,2), (1\,4\,3), (1\,2\,4)\},$

$\{(1\,2\,3), (1\,3\,4), (2\,4\,3), (1\,4\,2)\}\}$

3. $K_{30} =$

$\{(1), (1\ \ 2), (1\ \ 3), (1\ \ 4), (3\ \ 4), (2\ \ 4), (2\ \ 3), (2\ \ 3\ \ 4), (2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 4), (1$

$\}$, koset kiri sama dengan koset kanan. Himpunan koset dari K_{30} di S_4 adalah:

$\{(1), (1\ \ 2), (1\ \ 3), (1\ \ 4), (3\ \ 4), (2\ \ 4), (2\ \ 3), (2\ \ 3\ \ 4),$

$(2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2), (1\ \ 2\ \ 3),$

$(1\ \ 3\ \ 2), (1\ \ 2)(3\ \ 4), (1\ \ 3)(2\ \ 4), (1\ \ 4)(2\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 3\ \ 4),$

$(1\ \ 3\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 4\ \ 3\ \ 2), (1\ \ 3\ \ 4\ \ 2)\}$

3.1.2.3 Subgrup Normal di Grup Simetri-5

Subgrup normal di grup simetri-5 diperoleh dengan menggunakan bantuan Matlab, sehingga didapatkan subgrup-subgrup normal di grup simetri-5 adalah sebagai berikut:

1. $P_1 = \{(1)\}$, koset kiri sama dengan koset kanan. Himpunan koset dari P_1 di S_5 adalah:

$$\{\{(1)\}, \{(1\ 2\ 3\ )\}, \{(1\ 2\ 4)\}, \{(1\ 2\ 5)\}, \{(1\ 3\ 2)\}, \{(1\ 3\ 4)\}, \{(1\ 3\ 5)\},$$
$$\{(1\ 4\ 2)\}, \{(1\ 4\ 3)\}, \{(1\ 4\ 5)\}, \{(1\ 5\ 2)\}, \{(1\ 5\ 3)\}, \{(1\ 5\ 4)\}, \{(1\ 4)\},$$
$$\{(2\ 3\ 4)\}, \{(2\ 3\ 5)\}, \{(2\ 4\ 3)\}, \{(2\ 4\ 5)\}, \{(2\ 5\ 3)\}, \{(2\ 5\ 4)\}, \{(2\ 4)\},$$
$$\{(3\ 4\ 5)\}, \{(3\ 5\ 4)\}, \{(1\ 4\ 2\ 5)\}, \{(1\ 4\ 3\ 5)\}, \{(2\ 5\ 3\ 4)\},\{(2\ 4\ 3\ 5)\},$$
$$\{(1\ 2\ 3\ 4\ 5)\}, \{(1\ 2\ 3\ 5\ 4)\}, \{(1\ 2\ 4\ 3\ 5)\}, \{(1\ 2\ 4\ 5\ 3)\}, \{(1\ 2\ 5\ 3\ 4)\},$$
$$\{(1\ 2\ 5\ 4\ 3)\}, \{(1\ 3\ 2\ 4\ 5)\}, \{(1\ 3\ 2\ 5\ 4)\}, \{(1\ 3\ 4\ 2\ 5)\}, \{(1\ 3\ 4\ 5\ 2)\},$$
$$\{(1\ 3\ 5\ 2\ 4)\}, \{(1\ 3\ 5\ 4\ 2)\}, \{(1\ 4\ 2\ 3\ 5)\}, \{(1\ 4\ 2\ 5\ 3)\}, \{(1\ 4\ 3\ 2\ 5)\},$$
$$\{(1\ 4\ 3\ 5\ 2)\}, \{(1\ 4\ 5\ 2\ 3)\}, \{(1\ 4\ 5\ 3\ 2)\}, \{(1\ 5\ 2\ 3\ 4)\}, \{(1\ 5\ 2\ 4\ 3)\},$$
$$\{(1\ 5\ 3\ 2\ 4)\}, \{(1\ 5\ 3\ 4\ 2)\}, \{(1\ 5\ 4\ 2\ 3)\}, \{(1\ 5\ 4\ 3\ 2)\}, \{(1\ 2)(3\ 4)\},$$
$$\{(1\ 2)(3\ 5)\}, \{(1\ 2)(4\ 5)\}, \{(1\ 3)(2\ 4)\}, \{(1\ 3)(2\ 5)\}, \{(1\ 3)(4\ 5)\},$$
$$\{(1\ 4)(2\ 3)\}, \{(1\ 4)(2\ 5)\}, \{(1\ 4)(3\ 5)\}, \{(1\ 5)(2\ 3)\}, \{(1\ 5)(2\ 4)\},$$
$$\{(1\ 5)(3\ 4)\}, \{(2\ 3)(4\ 5)\}, \{(2\ 4)(3\ 5)\}, \{(2\ 5)(3\ 4)\}, \{(1\ 2\ 3)(4\ 5)\},$$
$$\{(4\ 5)\}, \{(1\ 2\ 5\ 4)\}, \{(1\ 2\ 4\ 5)\}, \{(1\ 3\ 2)(4\ 5)\}, \{(1\ 3\ 5\ 4)\}, \{(1\ 3)\},$$
$$\{(1\ 3\ 4\ 5)\}, \{(1\ 5\ 4\ 2)\}\{(1\ 5\ 4\ 3)\}, \{(1\ 5)\}, \{(1\ 4\ 5\ 2)\}, \{(1\ 4\ 5\ 3)\},$$
$$\{(1\ 4)(2\ 3\ 5)\}, \{(1\ 4\ 3)(2\ 5)\}, \{(1\ 4)(2\ 5\ 3)\}, \{(1\ 4\ 2)(3\ 5)\}, \{(2\ 3)\},$$
$$\{(1\ 3\ 5)(2\ 4)\}, \{(1\ 3\ 5\ 2)\}, \{(1\ 3\ 4)(2\ 5)\}, \{(1\ 3\ 4\ 2)\}, \{(1\ 5)(2\ 3\ 4)\},$$
$$\{(1\ 5\ 3)(2\ 4)\}\{(1\ 5)(2\ 4\ 3)\}, \{(1\ 5\ 2)(3\ 4)\}, \{(1\ 5\ 2\ 3)\}, \{(1\ 5\ 3\ 2)\},$$
$$\{(2\ 3\ 5\ 4)\}, \{(2\ 3\ 4\ 5)\}, \{(2\ 5\ 4\ 3)\}, \{(2\ 5)\}, \{(1\ 4\ 2\ 3)\}, \{(2\ 4\ 5\ 3)\},$$
$$\{(3\ 5)\}, \{(3\ 4)\}, \{(1\ 2\ 3\ 5)\}, \{(1\ 2\ 3\ 4)\}, \{(1\ 2\ 5)(3\ 4)\}, \{(1\ 5\ 3\ 4)\},$$

$\{(1\ 4\ 3\ 2)\}, \{(1\ 2)(3\ 5\ 4)\}, \{(1\ 2)(3\ 4\ 5)\}, \{(1\ 2)\}, \{(1\ 3)(2\ 5\ 4)\},$

$\{(1\ 2\ 5\ 3)\}, \{(1\ 2\ 4)(3\ 5)\}, \{(1\ 2\ 4\ 3)\}, \{(1\ 3\ 2\ 5)\}, \{(1\ 3\ 2\ 4)\},$

$\{(1\ 3)(2\ 4\ 5)\}, \{(1\ 5\ 4)(2\ 3)\}, \{(1\ 5\ 2\ 4)\}, \{(1\ 4\ 5)(2\ 3)\}\}$

2. $P_{155} = \{(1), (1\ 2\ 3\ ), (1\ 2\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 5), (1\ 4\ 2),$
$(1\ 4\ 3), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 3)(1\ 5\ 4), (2\ 3\ 4), (2\ 3\ 5), (2\ 4\ 3), (2\ 4\ 5),$
$(1\ 2\ 4\ 3\ 5), (1\ 2\ 4\ 5\ 3), (1\ 2\ 5\ 3\ 4), (1\ 2\ 5\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4\ 5), (1\ 5\ 4\ 3\ 2),$
$(1\ 3\ 2\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 2\ 5), (1\ 3\ 4\ 5\ 2), (1\ 3\ 5\ 2\ 4), (1\ 3\ 5\ 4\ 2), (1\ 2)(3\ 4),$
$(1\ 4\ 2\ 3\ 5), (1\ 4\ 2\ 5\ 3), (1\ 4\ 3\ 2\ 5), (1\ 4\ 3\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 2\ 3), (1\ 2)(3\ 5),$
$(1\ 4\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 2\ 3\ 4), (1\ 5\ 2\ 4\ 3), (1\ 5\ 3\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4\ 2), (1\ 2)(4\ 5),$
$(2\ 5\ 3), (2\ 5\ 4), (3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4), (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (1\ 2\ 3\ 5\ 4), (1\ 5\ 4\ 2\ 3),$
$(1\ 3)(2\ 4), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 3), (1\ 4)(2\ 5), (2\ 4)(3\ 5),$
$(1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(2\ 3), (1\ 5)(2\ 4), (1\ 5)(3\ 4), (2\ 3)(4\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\},$
koset kiri sama dengan koset kanan. Himpunan koset dari P_{155} di S_5 adalah:

$\{\{(1), (1\ 2\ 3\ ), (1\ 2\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 5), (1\ 4\ 2),$

$(1\ 4\ 3), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 3)(1\ 5\ 4), (2\ 3\ 4), (2\ 3\ 5), (2\ 4\ 3),$

$(2\ 4\ 5), (1\ 2\ 4\ 3\ 5), (1\ 2\ 4\ 5\ 3), (1\ 2\ 5\ 3\ 4), (1\ 2\ 5\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4\ 5),$

$(1\ 5\ 4\ 3\ 2), (1\ 3\ 2\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 2\ 5), (1\ 3\ 4\ 5\ 2), (1\ 3\ 5\ 2\ 4), (2\ 5\ 3),$

$(1\ 3\ 5\ 4\ 2), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 4\ 2\ 3\ 5), (1\ 4\ 2\ 5\ 3), (1\ 4\ 3\ 2\ 5), (2\ 5\ 4),$

$(1\ 4\ 3\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 2\ 3), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 4\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 2\ 3\ 4), (3\ 4\ 5),$

$(1\ 5\ 2\ 4\ 3), (1\ 5\ 3\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4),$

$(1\ 2\ 3\ 5\ 4), (1\ 5\ 4\ 2\ 3), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 3),$

$(1\ 4)(2\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(2\ 3), (1\ 5)(2\ 4), (1\ 5)(3\ 4),$

$(2\ 3)(4\ 5), (2\ 5)(3\ 4)\}, \{(1\ 2\ 3)(4\ 5), (1\ 2\ 5\ 4), (1\ 2\ 4\ 5), (1\ 3\ 5\ 4),$

$(1\ 3\ 4\ 5), (1\ 5\ 4\ 2)(1\ 5\ 4\ 3), (1\ 5), (1\ 4\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 3), (1\ 4), (3\ 4),$

$(2\ 3\ 5\ 4), (2\ 3\ 4\ 5), (2\ 5\ 4\ 3), (2\ 5), (2\ 4\ 5\ 3)(2\ 4), (3\ 5), (1\ 5\ 2\ 3),$

$(1\ 2\ 3\ 5), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 2\ 5)(3\ 4), (1\ 2\ 5\ 3), (1\ 2\ 4)(3\ 5), (1\ 2\ 4\ 3),$

$(1\ 3\ 2\ 5), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 5)(2\ 4), (1\ 3\ 5\ 2), (1\ 3\ 4)(2\ 5), (1\ 3\ 4\ 2),$

$(1\ 5)(2\ 3\ 4), (1\ 5\ 3)(2\ 4)(1\ 5)(2\ 4\ 3), (1\ 5\ 2)(3\ 4), (1\ 4\ 2)(3\ 5),$

$(1\ 4\ 2\ 3), (1\ 4\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 5\ 4), (1\ 2)(3\ 4\ 5), (1\ 2), (1\ 3)(2\ 5\ 4),$

$(1\ 3)(2\ 4\ 5)(1\ 3), (1\ 5\ 4)(2\ 3), (1\ 5\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4), (1\ 4\ 5)(2\ 3),$

$(1\ 3\ 2)(4\ 5), (4\ 5), (1\ 4\ 2\ 5), (1\ 4\ 3\ 5), (2\ 3), (2\ 5\ 3\ 4)(2\ 4\ 3\ 5)$

$(1\ 5\ 3\ 2), (1\ 4)(2\ 3\ 5), (1\ 4\ 3)(2\ 5), (1\ 4)(2\ 5\ 3)\}\}$

3. $P_{156} = S_5$, koset kiri sama dengan koset kanan. Himpunan koset dari P_{156} di S_5 adalah:

$\{\{(1), (1\ 2\ 3\ ), (1\ 2\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 5), (1\ 4\ 2),$

$(1\ 4\ 3), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 3)(1\ 5\ 4), (2\ 3\ 4), (2\ 3\ 5), (2\ 4\ 3),$

$(2\ 4\ 5), (1\ 2\ 4\ 3\ 5), (1\ 2\ 4\ 5\ 3), (1\ 2\ 5\ 3\ 4), (1\ 2\ 5\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4\ 5),$

$(1\ 5\ 4\ 3\ 2), (1\ 3\ 2\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 2\ 5), (1\ 3\ 4\ 5\ 2), (1\ 3\ 5\ 2\ 4), (2\ 5\ 3),$

$(1\ 3\ 5\ 4\ 2), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 4\ 2\ 3\ 5), (1\ 4\ 2\ 5\ 3), (1\ 4\ 3\ 2\ 5), (2\ 5\ 4),$

$(1\ 4\ 3\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 2\ 3), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 4\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 2\ 3\ 4), (3\ 4\ 5),$

$(1\ 5\ 2\ 4\ 3), (1\ 5\ 3\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4),$

$(1\ 2\ 3\ 5\ 4), (1\ 5\ 4\ 2\ 3), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 3),$

$(1\ 4)(2\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(2\ 3), (1\ 5)(2\ 4), (1\ 5)(3\ 4),$

$(2\ 3)(4\ 5), (2\ 5)(3\ 4), (1\ 2\ 3)(4\ 5), (1\ 2\ 5\ 4), (1\ 2\ 4\ 5), (1\ 3\ 5\ 4),$

$(1\ 3\ 4\ 5), (1\ 5\ 4\ 2)(1\ 5\ 4\ 3), (1\ 5), (1\ 4\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 3), (1\ 4), (3\ 4),$

$(2\ 3\ 5\ 4), (2\ 3\ 4\ 5), (2\ 5\ 4\ 3), (2\ 5), (2\ 4\ 5\ 3)(2\ 4), (3\ 5), (1\ 5\ 2\ 3),$

$(1\ 2\ 3\ 5), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 2\ 5)(3\ 4), (1\ 2\ 5\ 3), (1\ 2\ 4)(3\ 5), (1\ 2\ 4\ 3),$

$(1\ 3\ 2\ 5), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 5)(2\ 4), (1\ 3\ 5\ 2), (1\ 3\ 4)(2\ 5), (1\ 3\ 4\ 2),$

$(1\ 5)(2\ 3\ 4), (1\ 5\ 3)(2\ 4)(1\ 5)(2\ 4\ 3), (1\ 5\ 2)(3\ 4), (1\ 4\ 2)(3\ 5),$

$(1\ 4\ 2\ 3), (1\ 4\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 5\ 4), (1\ 2)(3\ 4\ 5), (1\ 2), (1\ 3)(2\ 5\ 4),$

$(1\ 3)(2\ 4\ 5)(1\ 3), (1\ 5\ 4)(2\ 3), (1\ 5\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4), (1\ 4\ 5)(2\ 3),$

$(1\ 3\ 2)(4\ 5), (4\ 5), (1\ 4\ 2\ 5), (1\ 4\ 3\ 5), (2\ 3), (2\ 5\ 3\ 4)(2\ 4\ 3\ 5)$

$(1\ 5\ 3\ 2), (1\ 4)(2\ 3\ 5), (1\ 4\ 3)(2\ 5), (1\ 4)(2\ 5\ 3)\}\}$

3.1.3 Graf Koset dari Subgrup Normal di Grup Simetri-n

Menentukan graf koset dari subgrup normal diS_n dengan menggunakan definisi dari graf koset yaitu jika S_n adalah suatu grup, H adalah subgrup normal pada S_n, dan Ssubhimpunan tak kosong dari S_n maka graf koset dari S_n terhadap$H$ dan Smerupakan graf berarah dengan himpunan titik$V = [S_n: H]$;untuk setiap$Hx, Hy \in V. Hx$ terhubung ke Hy jika dan hanya jika $yx^{-1} \in HSH$. Graf koset merupakan digraf dan dinotasikan $\Gamma(S_n, H, HSH)$.

3.1.3.1 Graf Koset di Grup Simetri-3 dengan Subhimpunan yang Memiliki Panjang Sikel-3

3.1.3.1.1 Graf Koset dari $H_1 = \{(1)\}$ dengan $S = \{(1\ 2\ 3)\}$

Pada bagian 3.1.2 telah diketahui bahwa $H_1 = \{(1)\}$ adalah normal dengan himpunan kosetnya yaitu$\{H \circ (1), H \circ (1\ 2\ 3), H \circ (1\ 3\ 2), H \circ (2\ 3), H \circ (1\ 3), H \circ (1\ 2)\}$.

Untuk $S = \{(1\ 2\ 3)\}$, maka nilai HSH adalah

$$HSH = \{\{(1)\} \circ \{(1\ 2\ 3)\} \circ \{(1)\}\}$$
$$= \{\{(1\ 2\ 3)\} \circ \{(1)\}\}$$
$$= \{(1\ 2\ 3)\}$$

Kemudian operasikan yx^{-1} dengan$x \in \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (2\ 3), (1\ 3), (1\ 2)\}$ dan $y \in \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (2\ 3), (1\ 3), (1\ 2)\}$. Hasil operasi unsur x dan $y$di S_3dapat dilihat dalam tabel berikut:

Tabel 2.3 Hasil Operasi Unsur x dan y di S_3

y \ x	(1)	(1 2 3)	(1 3 2)	(2 3)	(1 3)	(1 2)
(1)	(1)	(1 2 3)	(1 3 2)	(2 3)	(1 3)	(1 2)
(1 2 3)	(1 2 3)	(1 3 2)	(1)	(1 2)	(2 3)	(1 3)
(1 3 2)	(1 3 2)	(1)	(1 2 3)	(1 3)	(1 2)	(2 3)
(2 3)	(2 3)	(1 3)	(1 2)	(1)	(1 2 3)	(1 3 2)
(1 3)	(1 3)	(1 2)	(2 3)	(1 3 2)	(1)	(1 2 3)
(1 2)	(1 2)	(2 3)	(1 3)	(1 2 3)	(1 3 2)	(1)

Ambil titik $H \circ (1)$ dan $H \circ (1\ 2\ 3)$ dengan $x = (1)$ dan $y = (1\ 2\ 3)$

Sehingga$y \circ x^{-1} = (1\ 2\ 3) \circ (1)^{-1}$

$= (1\ 2\ 3) \circ (1)$

$= (1\ 2\ 3) \in HSH$

Jadi ada sisi berarah dari $H \circ (1)$ ke $H \circ (1\ 2\ 3)$.

Sebaliknya untuk keterhubungan $H \circ (1\ 2\ 3)$ dan $H \circ (1)$ dengan dengan $x = (1\ 2\ 3)$ dan $y = (1)$

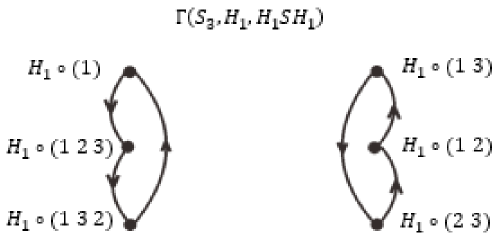
Sehingga $y \circ x^{-1} = (1) \circ (1\ 2\ 3)^{-1}$

$= (1) \circ (1\ 3\ 2)$

$= (1\ 3\ 2) \notin HSH$

Sehingga tidak ada sisi berarah dari $H \circ (1\ 2\ 3)$ ke $H \circ (1)$.

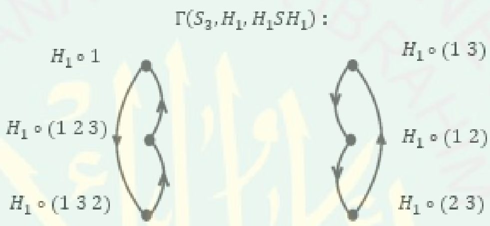
Dengan cara yang sama, untuk keterhubungan titik-titik lainnya, sehingga diperoleh graf koset dari $H_1 = \{(1)\}$ dengan $S = \{(1\ 2\ 3)\}$ di S_3 adalah sebagai berikut:



Gambar 3.2 Graf Koset $\Gamma(S_3, H_1, H_1(1\ 2\ 3)H_1)$

3.1.3.1.2 Graf Koset dari $H_1 = \{(1)\}$ dengan $S = \{(1\ 3\ 2)\}$

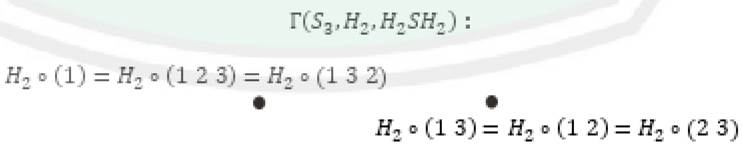
Telah diketahui bahwa $H_1 = \{(1)\}$ adalah normal. Dengan menggunakan cara yang sama pada pada bagian 3.1.3.1.1 untuk menentukan sisi berarah, dan dengan melihat Tabel 2.3 sehingga diperoleh graf koset sebagai berikut:



Gambar 3.3 Graf Koset $\Gamma(S_3, H_1, H_1(1\ 3\ 2)H_1)$

3.1.3.1.3 Graf Koset dari H_2 dengan $S = \{(1\ 2\ 3)\}$

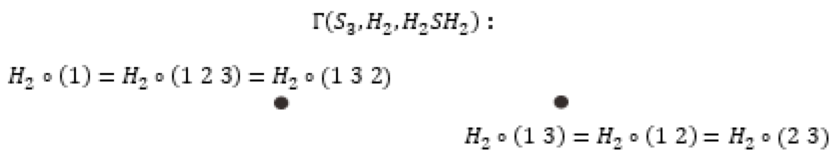
Telah diketahui bahwa $H_2 = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$ adalah normal. Dengan menggunakan cara yang sama pada bagian 3.1.3.1.1 untuk menentukan sisi berarah, dan dengan melihat Tabel 2.3 sehingga diperoleh graf koset sebagai berikut:



Gambar 3.4 Graf Koset $\Gamma(S_3, H_2, H_2(1\ 2\ 3)H_2)$

3.1.3.1.4 Graf koset dari H_2 dengan $S = \{(1\ 3\ 2)\}$

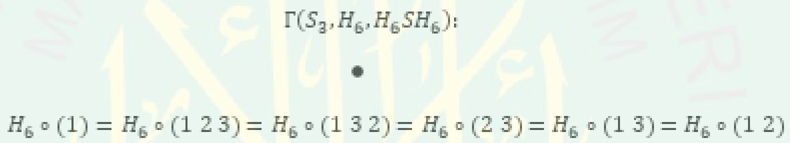
Telah diketahui bahwa $H_2 = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$ adalah normal. Dengan menggunakan cara yang sama pada bagian 3.1.3.1.1 untuk menentukan sisi berarah, dan dengan melihat Tabel 2.3 sehingga diperoleh graf koset sebagai berikut:



Gambar 3.5 Graf Koset $\Gamma(S_3, H_2, H_2(1\ 3\ 2)H_2)$

3.1.3.1.5 Graf koset dari H_6 dengan $S = \{(1\ 2\ 3)\}$

Telah diketahui bahwa $H_6 = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (1\ 3), (1\ 2), (2\ 3)\}$ adalah normal. Dengan menggunakan cara yang sama pada bagian 3.1.3.1.1 untuk menentukan sisi berarah, dan dengan melihat Tabel 2.3 sehingga diperoleh graf koset sebagai berikut:



Gambar 3.6 Graf Koset $\Gamma(S_3, H_6, H_6(1\ 2\ 3)H_6)$

3.1.3.2 Graf Koset di Grup Simetri-4 dengan Subhimpunan yang Memiliki Panjang Sikel-4

3.1.3.2.1 Graf Koset dari K_1 dengan $S = \{(1\ 2\ 3\ 4)\}$

Pada bagian 3.1.2 telah diketahui bahwa $K_1 = \{(1)\}$ adalah normal. Untuk $S = \{(1\ 2\ 3\ 4)\}$, maka nilai KSK adalah

$$KSK = \{\{(1)\} \circ \{(1\ 2\ 3\ 4)\} \circ \{(1)\}\}$$
$$= \{\{(1\ 2\ 3\ 4)\} \circ \{(1)\}\}$$
$$= \{(1\ 2\ 3\ 4)\}$$

Kemudian operasikan yx^{-1} dengan$x \in$

$\{(1),(1\ 2),(1\ 3),(1\ 4),(3\ 4),(2\ 4),(2\ 3),(2\ 3\ 4),(2\ 4\ 3),(1\ 3\ 4),(1\ 4\ 3),(1\ 2\ 4),(1\ 4\ 2$

$(1\ 2\ 4\ 3),(1\ 4\ 3\ 2),(1\ 3\ 4\ 2)\}$ dan

$y \in \{(1),(1\ 2),(1\ 3),(1\ 4),(3\ 4),(2\ 4),(2\ 3),(2\ 3\ 4),(2\ 4\ 3),(1\ 3\ 4),$

$(1\ 4\ 3),(1\ 2\ 4),(1\ 4\ 2),(1\ 2\ 3),(1\ 3\ 2),(1\ 2)(3\ 4),(1\ 3)(2\ 4),$

$(1\ 4)(2\ 3),(1\ 2\ 3\ 4),(1\ 3\ 2\ 4),(1\ 4\ 2\ 3),(1\ 2\ 4\ 3),(1\ 4\ 3\ 2),(1\ 3\ 4\ 2)\}$

Untuk hasil operasi unsur x dan y diS_4 dapat dilihat pada Lampiran 1.

Ambil titik $K \circ (1)$ dan $K \circ (1\,2\,3\,4)$ dengan $x = (1)$ dan $y = (1\,2\,3\,4)$

Sehingga $y \circ x^{-1} = (1\,2\,3\,4) \circ (1)^{-1}$

$= (1\,2\,3\,4) \circ (1)$

$= (1\,2\,3\,4) \in HSH$

Jadi ada sisi berarah dari $H \circ (1)$ ke $H \circ (1\,2\,3\,4)$.

Sebaliknya untuk keterhubungan $H \circ (1\,2\,3\,4)$ dan $H \circ (1)$ dengan dengan $x = (1\,2\,3\,4)$ dan $y = (1)$

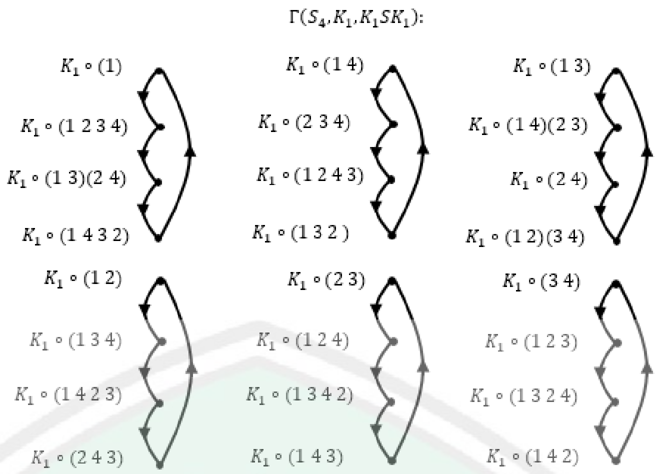
Sehingga $y \circ x^{-1} = (1) \circ (1\,2\,3\,4)^{-1}$

$= (1) \circ (1\,4\,3\,2)$

$= (1\,4\,3\,2) \notin HSH$

Sehingga tidak ada sisi berarah dari $H \circ (1\,2\,3\,4)$ ke $H \circ (1)$.

Dengan cara yang sama, untuk keterhubungan titik-titik lainnya, sehingga diperoleh graf koset dari $K_1 = \{(1)\}$ dengan $S = \{(1\,2\,3\,4)\}$ di S_4 adalah sebagai berikut:

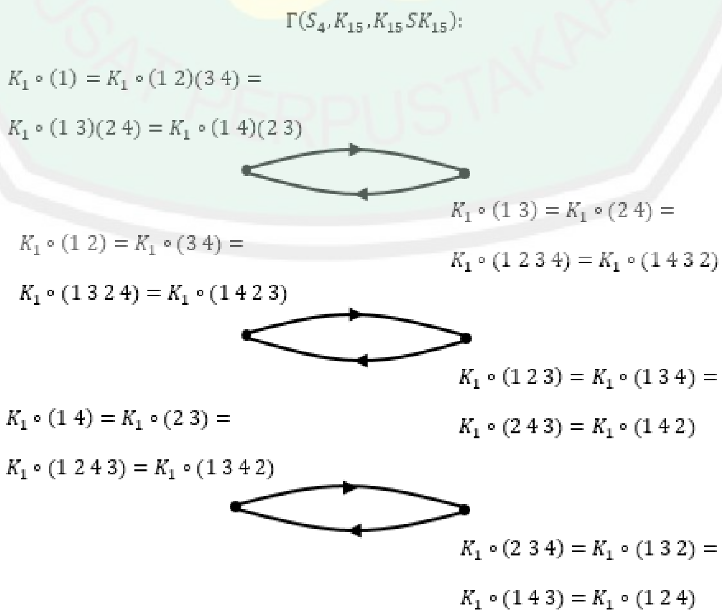


Gambar 3.7 Graf Koset $\Gamma(S_4, K_1, K_1(1\ 2\ 3\ 4)K_1)$

Untuk graf koset dari K_1 dengan $S = (1\ 2\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 4\ 2), (1\ 4\ 2\ 3)$ dan $(1\ 4\ 3\ 2)$ diperoleh graf yang sama seperti pada $S = (1\ 2\ 3\ 4)$.

3.1.3.2.2 Graf Koset dari K_{15} dengan $S = (1\ 2\ 3\ 4)$

Dari subgrup $K_{15} = \{(1), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$, dengan menggunakan cara yang sama seperti pada bagian 3.1.3.2.1 untuk menentukan sisi berarah, dan dengan melihat Lampiran 1 sehingga diperoleh graf koset sebagai berikut:

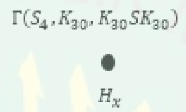


Gambar 3.8 Graf Koset $\Gamma(S_4, K_{15}, K_{15}(1\ 2\ 3\ 4)K_{15})$

Graf koset dari K_{15} dengan $S = (1\ 2\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 4\ 2), (1\ 4\ 2\ 3)$ dan $(1\ 4\ 3\ 2)$, dengan menggunakan cara seperti sebelumnya sehingga diperoleh graf yang sama seperti pada $S = (1\ 2\ 3\ 4)$.

3.1.3.2.3 Graf Koset dari K_{30} dengan $S = \{(\mathbf{1\ 2\ 3\ 4})\}$

Dari subgrup K_{30}, dengan menggunakan cara yang sama padabagian 3.1.3.2.1 untuk menentukan sisi berarah, dan dengan melihat Lampiran 1 sehingga diperoleh graf koset sebagai berikut:



Gambar 3.9 Graf Koset $\Gamma(S_4, K_{30}, K_{30}(1\ 2\ 3\ 4)K_{30})$

H_x adalah koset dengan pembangkit x, dengan x adalah unsur di S_4,

$$x \in (1), (1\ \ 2), (1\ \ 3), (1\ \ 4), (3\ \ 4), (2\ \ 4), (2\ \ 3), (2\ \ 3\ \ 4),$$
$$(2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2), (1\ \ 2\ \ 3),$$
$$(1\ \ 3\ \ 2), (1\ \ 2)(3\ \ 4), (1\ \ 3)(2\ \ 4), (1\ \ 4)(2\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 3\ \ 4),$$
$$(1\ \ 3\ \ 2\ \ 4), (1\ \ 4\ \ 2\ \ 3), (1\ \ 2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 4\ \ 3\ \ 2), (1\ \ 3\ \ 4\ \ 2)$$

Graf koset dari K_{30} dengan $S = (1\ 2\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 4\ 2), (1\ 4\ 2\ 3)$ dan $(1\ 4\ 3\ 2)$, dengan menggunakan cara seperti sebelumnya sehingga diperoleh graf yang sama seperti pada $S = (1\ 2\ 3\ 4)$.

3.1.3.3 Graf Koset di Grup Simetri-5 dengan Subhimpunan yang Memiliki Panjang Sikel-5

3.1.3.3.1 Graf Koset dari $\mathrm{P_1}$ dengan $S = (\mathbf{1\ 2\ 3\ 4\ 5})$

Pada bagian 3.1.2 telah diketahui bahwa $P_1 = \{(1)\}$ adalah normal.

Untuk $S = \{(1\ 2\ 3\ 4\ 5)\}$, maka nilai PSP adalah

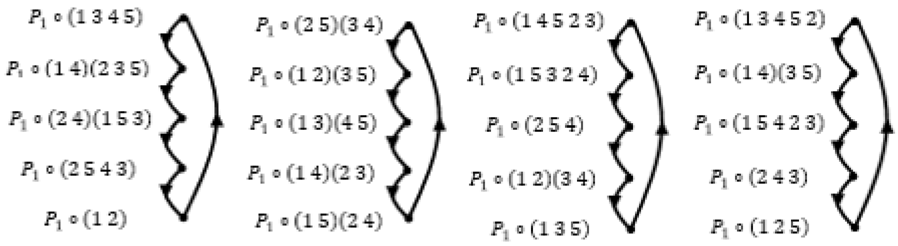
$$PSP = \{\{(1)\} \circ \{(1\ 2\ 3\ 4\ 5)\} \circ \{(1)\}\}$$

$$= \{\{(1\ 2\ 3\ 4\ 5)\} \circ \{(1)\}\}$$

$$= \{(1\ 2\ 3\ 4\ 5)\}$$

dengan menggunakan cara yang sama seperti pada bagian 3.1.3.2.1 untuk menentukan sisi berarah, sehingga diperoleh graf koset sebagai berikut:

$\Gamma(S_5, P_1, P_1SP_1)$:



Gambar 3.10 Graf Koset $\Gamma(S_5, P_1, P_1(1\ 2\ 3\ 4\ 5)P_1)$

Dengan menggunakan cara yang sama seperti pada subhimpunan $S = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)$, maka untuk graf koset dari P_1 dengan subhimpunan S lainnya yang memiliki panjang sikel-5 menghasilkan graf yang sama.

3.1.3.3.2 Graf Koset dari P_{155} dengan $S = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)$

Untuk memperoleh graf koset dari subgrup P_{155}, dengan menggunakan cara yang sama seperti seperti pada bagian 3.1.3.2.1 untuk menentukan sisi berarah, sehingga diperoleh graf koset sebagai berikut:

Gambar 3.11 Graf Koset $\Gamma(S_{15}, P_{155}, P_{155}(1\ 2\ 3\ 4\ 5)P_{155})$

H_x adalah koset dengan pembangkit x, dengan x adalah unsur di S_5,

$x \in (1), (1\ 2\ 3\ ), (1\ 2\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 5), (1\ 4\ 2),$
$(1\ 4\ 3), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 3)(1\ 5\ 4), (2\ 3\ 4), (2\ 3\ 5), (2\ 4\ 3),$
$(2\ 4\ 5), (1\ 2\ 4\ 3\ 5), (1\ 2\ 4\ 5\ 3), (1\ 2\ 5\ 3\ 4), (1\ 2\ 5\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4\ 5),$
$(1\ 5\ 4\ 3\ 2), (1\ 3\ 2\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 2\ 5), (1\ 3\ 4\ 5\ 2), (1\ 3\ 5\ 2\ 4), (2\ 5\ 3),$
$(1\ 3\ 5\ 4\ 2), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 4\ 2\ 3\ 5), (1\ 4\ 2\ 5\ 3), (1\ 4\ 3\ 2\ 5), (2\ 5\ 4),$
$(1\ 4\ 3\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 2\ 3), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 4\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 2\ 3\ 4), (3\ 4\ 5),$
$(1\ 5\ 2\ 4\ 3), (1\ 5\ 3\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4),$
$(1\ 2\ 3\ 5\ 4), (1\ 5\ 4\ 2\ 3), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 3),$
$(1\ 4)(2\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(2\ 3), (1\ 5)(2\ 4), (1\ 5)(3\ 4),$

$(2\ 3)(4\ 5), (2\ 5)(3\ 4)$

dan H_y adalah koset dengan pembangkit y, dengan y adalah unsur di S_5,

$y \in (1\ 2\ 3)(4\ 5), (1\ 2\ 5\ 4), (1\ 2\ 4\ 5), (1\ 3\ 4\ 5), (1\ 3\ 5\ 4),$
$(1\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 4\ 2)(1\ 5\ 4\ 3), (1\ 5), (1\ 4\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 3), (1\ 4), (3\ 4),$
$(2\ 3\ 5\ 4), (2\ 3\ 4\ 5), (2\ 5\ 4\ 3), (2\ 5), (2\ 4\ 5\ 3)(2\ 4), (3\ 5), (1\ 5\ 2\ 3),$
$(1\ 2\ 3\ 5), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 2\ 5)(3\ 4), (1\ 2\ 5\ 3), (1\ 2\ 4)(3\ 5), (1\ 2\ 4\ 3),$
$(1\ 3\ 2\ 5), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 5)(2\ 4), (1\ 3\ 5\ 2), (1\ 3\ 4)(2\ 5), (1\ 3\ 4\ 2),$
$(1\ 5)(2\ 3\ 4), (1\ 5\ 3)(2\ 4)(1\ 5)(2\ 4\ 3), (1\ 5\ 2)(3\ 4), (1\ 4\ 2)(3\ 5),$
$(1\ 4\ 2\ 3), (1\ 4\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 5\ 4), (1\ 2)(3\ 4\ 5), (1\ 2), (1\ 3)(2\ 5\ 4),$
$(1\ 3)(2\ 4\ 5)(1\ 3), (1\ 5\ 4)(2\ 3), (1\ 5\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4), (1\ 4\ 5)(2\ 3),$
$(1\ 3\ 2)(4\ 5), (4\ 5), (1\ 4\ 2\ 5), (1\ 4\ 3\ 5), (2\ 3), (2\ 5\ 3\ 4)(2\ 4\ 3\ 5)$
$(1\ 4)(2\ 3\ 5), (1\ 4\ 3)(2\ 5), (1\ 4)(2\ 5\ 3).$

Dengan menggunakan cara yang sama seperti pada subhimpunan $S = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)$, maka untuk graf koset dari P_{155} dengan subhimpunan S lainnya yang memiliki panjang sikel-5 menghasilkan graf yang sama.

3.1.3.3.3 Graf Koset dari P_{156} dengan $S = \{(1\ 2\ 3\ 4\ 5)\}$

Untuk memperoleh graf koset dari subgrup P_{156}, dengan menggunakan cara yang sama seperti pada bagian 3.1.3.2.1 untuk menentukan sisi berarah,sehingga diperoleh graf koset sebagai berikut:

$\Gamma(S_5, P_{156}, P_{156}SP_{156})$:

Gambar 3.12 Graf Koset $\Gamma(S_5, P_{156}, P_{156}(1\ 2\ 3\ 4\ 5)P_{156})$

H_x adalah koset dengan pembangkit x, dengan x adalah unsur di S_5,

$x \in (1), (1\ 2\ 3\ ), (1\ 2\ 4), (1\ 2\ 5), (1\ 3\ 2), (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 5), (1\ 4\ 2),$

$(1\ 4\ 3), (1\ 4\ 5), (1\ 5\ 2), (1\ 5\ 3)(1\ 5\ 4), (2\ 3\ 4), (2\ 3\ 5), (2\ 4\ 3),$

$(2\ 4\ 5), (1\ 2\ 4\ 3\ 5), (1\ 2\ 4\ 5\ 3), (1\ 2\ 5\ 3\ 4), (1\ 2\ 5\ 4\ 3), (1\ 3\ 2\ 4\ 5),$

$(1\ 5\ 4\ 3\ 2), (1\ 3\ 2\ 5\ 4), (1\ 3\ 4\ 2\ 5), (1\ 3\ 4\ 5\ 2), (1\ 3\ 5\ 2\ 4), (2\ 5\ 3),$

$(1\ 3\ 5\ 4\ 2), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 4\ 2\ 3\ 5), (1\ 4\ 2\ 5\ 3), (1\ 4\ 3\ 2\ 5), (2\ 5\ 4),$

$(1\ 4\ 3\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 2\ 3), (1\ 2)(3\ 5), (1\ 4\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 2\ 3\ 4), (3\ 4\ 5),$

$(1\ 5\ 2\ 4\ 3), (1\ 5\ 3\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4\ 2), (1\ 2)(4\ 5), (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (3\ 5\ 4),$

$(1\ 2\ 3\ 5\ 4), (1\ 5\ 4\ 2\ 3), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 3)(2\ 5), (1\ 3)(4\ 5), (1\ 4)(2\ 3),$

$(1\ 4)(2\ 5), (2\ 4)(3\ 5), (1\ 4)(3\ 5), (1\ 5)(2\ 3), (1\ 5)(2\ 4), (1\ 5)(3\ 4),$

$(2\ 5)(3\ 4)(1\ 2\ 3)(4\ 5), (1\ 2\ 5\ 4), (1\ 2\ 4\ 5), (1\ 3\ 4\ 5), (1\ 3\ 5\ 4),$

$(1\ 5\ 3\ 2), (1\ 5\ 4\ 2)(1\ 5\ 4\ 3), (1\ 5), (1\ 4\ 5\ 2), (1\ 4\ 5\ 3), (1\ 4), (3\ 4),$

$(2\ 3\ 5\ 4), (2\ 3\ 4\ 5), (2\ 5\ 4\ 3), (2\ 5), (2\ 4\ 5\ 3)(2\ 4), (3\ 5), (1\ 5\ 2\ 3),$

$(1\ 2\ 3\ 5), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 2\ 5)(3\ 4), (1\ 2\ 5\ 3), (1\ 2\ 4)(3\ 5), (1\ 2\ 4\ 3),$

$(1\ 3\ 2\ 5), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 3\ 5)(2\ 4), (1\ 3\ 5\ 2), (1\ 3\ 4)(2\ 5), (1\ 3\ 4\ 2),$

$(1\ 5)(2\ 3\ 4), (1\ 5\ 3)(2\ 4)(1\ 5)(2\ 4\ 3), (1\ 5\ 2)(3\ 4), (1\ 4\ 2)(3\ 5),$

$(1\ 4\ 2\ 3), (1\ 4\ 3\ 2), (1\ 2)(3\ 5\ 4), (1\ 2)(3\ 4\ 5), (1\ 2), (1\ 3)(2\ 5\ 4),$

$(1\ 3)(2\ 4\ 5)(1\ 3), (1\ 5\ 4)(2\ 3), (1\ 5\ 2\ 4), (1\ 5\ 3\ 4), (1\ 4\ 5)(2\ 3),$

$(1\ 3\ 2)(4\ 5), (4\ 5), (1\ 4\ 2\ 5), (1\ 4\ 3\ 5), (2\ 3), (2\ 5\ 3\ 4)(2\ 4\ 3\ 5)$

$(1\ 4)(2\ 3\ 5), (1\ 4\ 3)(2\ 5), (1\ 4)(2\ 5\ 3)(2\ 3)(4\ 5).$

Dengan menggunakan cara yang sama seperti pada subhimpunan $S = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)$, maka untuk graf koset dari P_{156} dengan subhimpunan S lainnya yang memiliki panjang sikel-5 menghasilkan graf yang sama.

3.1.4 Pola Komponen Graf Koset dari Subgrup Normal di Grup Simetri-n

Tabel 2.4 Tabel Pola Komponen Graf Koset dari Subgrup Normal di Grup Simetri-n

S_n	$H \trianglelefteq S_n$	Banyak Anggota Koset	$S \subseteq S_n$	Graf Dasar	Keterhubungan Titik
S_3	Subgrup trivial $\{(1)\}$	6	$\{(1\ 2$ $\{(1\ 3$	$2C$	$od(u) = id($ $= 1,$ $\forall u$ $\in V(G$
	Subgrup sejati $\{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$	2	$\{(1\ 2$ $\{(1\ 3$	N_2	
	Subgrup tak sejati $\{S_3\}$	1	$\{(1\ 2$ $\{(1\ 3$	N_1	
S_4	Subgrup trivial $\{(1)\}$	24	$\{(1\ 2$ $\{(1\ 2$ $\{(1\ 3$ $\{(1\ 3$ $\{(1\ 4$ $\{(1\ 4$	$6C$	$od(u) = id($ $= 1,$ $\forall u$ $\in V(G$
	Subgrup sejati $\{(1), (1\ \ 2), (1\ \ 3), (1\ \ 4), (3\ \ 4), (2\ \ 4), (2\ \ 3), (2\ \ 3\ \ 4), (2\ \ 4\ \ 3), (1\ \ 3\ \ 4$ $\}$	6	$\{(1\ 2$ $\{(1\ 2$ $\{(1\ 3$ $\{(1\ 3$ $\{(1\ 4$ $\{(1\ 4$	$3C$	
	Subgrup tak sejati $\{S_4\}$	1	$\{(1\ 2$ $\{(1\ 2$ $\{(1\ 3$ $\{(1\ 3$ $\{(1\ 4$ $\{(1\ 4$	N_1	

S_5	Subgrup trivial	12 0	{(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 3 {(1 3 {(1 3 {(1 3 {(1 3 {(1 3 {(1 4 {(1 4 {(1 4 {(1 4 {(1 4 {(1 4 {(1 5 {(1 5 {(1 5 {(1 5 {(1 5 {(1 5	24(	$od(u)$ $= id($ $= 1,$ $\forall u$ $\in V(G$
	Subgrup sejati	2	{(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 3 {(1 3 {(1 3 {(1 3 {(1 3 {(1 3 {(1 4 {(1 4 {(1 4 {(1 4 {(1 4 {(1 4 {(1 5 {(1 5 {(1 5 {(1 5 {(1 5 {(1 5	N_2	
	Subgrup tak sejati	1	{(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 2 {(1 2	N_1	

			{(1 3		
			{(1 3		
			{(1 3		
			{(1 3		
			{(1 3		
			{(1 3		
			{(1 4		
			{(1 4		
			{(1 4		
			{(1 4		
			{(1 4		
			{(1 4		
			{(1 5		
			{(1 5		
			{(1 5		
			{(1 5		
			{(1 5		
			{(1 5		

Teorema 1

Graf koset dari subgrup tidak sejati di grup S_n dengan $S \subseteq S_n$ yang memiliki panjang sikel-n membentuk digraf nol(N_1).

Bukti:

Diketahui S_n adalah grup dengan $n \geq 3$. H adalah subgrup tak sejati dari $S_n$yaituS_n itu sendiri, $H = S_n$.

Koset kanan dari S_n adalah S_n itu sendiri

$$Hx = xH = S_n, \forall x \in S_n$$

Dari teorema Lagrange, banyaknya koset dari subgrup H adalah

$$|S_n : H| = \frac{|S_n|}{|H|}$$

$$|S_n : H| = \frac{n!}{n!}$$

$$|S_n : H| = 1$$

Karena koset dari H hanya memiliki 1 anggota, maka titik tersebut tidak terhubung ke titik manapun (titik terasing), atau dengan kata lain graf koset dari subgrup tidak sejati di grup S_n dengan subhimpunan $S \subseteq S_n$ yang memiliki panjang sikel-n membentukN_1.

Teorema 2

Graf koset dari subgrup normal trivial di grup S_n dengan $S \subseteq S_n$ memiliki $od(u) = id(u) = 1, \forall u \in V(G)$,

Bukti:

Diketahui S_n adalah grup dengan $n \geq 3$.

H adalah subgrup normal yang trivial, $H = \{(1)\}$

S adalah subhimpunan dari S_n yang memiliki panjang sikel-n, misal $s = (a_1 a_2 \dots a_n) \in S$, sehingga

$$HSH = \{(1)\} \circ \{(a_1 a_2 \dots a_n)\} \circ \{(1)\}$$
$$= \{(a_1 a_2 \dots a_n)\}$$

Ambil 3 koset kanan Hw, Hx dan Hy

Akan dibuktikan bahwa $Hx \longrightarrow Hy$ dan $Hx \longleftarrow Hw$ dengan $x \neq y \neq w$

- $Hx \longrightarrow Hy$

  Hx dikatakan terhubung dengan Hy jika

$$y \circ x^{-1} \in HSH$$
$$y \circ x^{-1} = s, s \in S$$
$$y = s \circ x$$

  Ambil sebarang x di S_n, sehingga nilai y yang memenuhi HSH adalah sebarang x di S_n yang dioperasikan dengan $s = (a_1 a_2 \dots a_n)$.

  Karena S_n adalah grup, maka hanya ada 1 unsur yang memenuhi x dan y sehingga hanya ada 1 sisi berarah dan 1 derajat keluar dari Hx ke Hy.

- $Hx \longleftarrow Hw$

Hw dikatakan terhubung ke Hx jika

$$x \circ w^{-1} \in HSH$$

$$x \circ w^{-1} = s, s \in S$$

$$x = s \circ w$$

$$w = s^{-1} \circ x$$

Ambil sebarang x di S_n, sehingga nilai w yang memenuhi HSH adalah sebarang x di S_n yang dioperasikan dengan $s^{-1} = (a_1 a_2 \dots a_n)^{-1}$.

Karena S_n adalah grup, maka hanya ada 1 unsur yang memenuhi x dan w sehingga hanya ada 1 sisi berarah dan 1 derajat keluar dari Hw ke Hx.

Teorema 3

Graf koset dari subgrup normal trivial di grup S_n dengan $S \subseteq S_n$ membentuk digraf yang memiliki $(n-1)!$ komponen yang berbentuk C_n.

Bukti:

Diketahui S_n adalah grup dengan $n \geq 3$.

H adalah subgrup normal trivial, $H = \{(1)\}$

S adalah subhimpunan dari S_n yang memiliki panjang sikel-n, misal $S = (a_1 a_2 \dots a_n)$, sehingga

$$HSH = \{(1)\} \circ \{(a_1 a_2 \dots a_n)\} \circ \{(1)\}$$
$$= \{(a_1 a_2 \dots a_n)\}$$

Banyaknya koset dari S_n adalah

$$|S_n : H| = \frac{|S_n|}{|H|} = \frac{n!}{1} = n!$$

Menurut Gilbert dan Gilbert (2009:167), jika $o(a)$ adalah berhingga, maka $m = o(a)$ adalah bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga $a^m = e$.

Sehingga order elemen dari S yang memiliki panjang sikel-n adalah n. Sehingga pada graf koset ini, setiap unsur jika dioperasikan dengan dirinya sendiri sebanyak n kali akan kembali ke dirinya sendiri, dengan maksud lain akan membentuk graf sikel dengan n titik.

Jadi terbukti bahwa graf koset dari subgrup normal trivial di grup S_n dengan $S \subseteq S_n$ membentuk digraf yang memiliki $\frac{n!}{n}$ komponen yang berbentuk C_n, atau dapat ditulis dengan digraf yang memiliki $(n-1)!$ komponen yang berbentuk C_n.

3.2 Kajian Agama

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan pada graf koset pada subgrup normal didapatkan bahwa jika suatutitik yang terhubung ke titik lain maka keterhubungan tersebut akan kembali ke titik semula, dan jika suatu titik tidak terhubung dengan titik lain maka tidak ada pula keterhubungan ke titik semula. Keterhubungan graf koset tersebut direpresentasikan sebagai akhlak terhadap Allah Swt dan akhlak terhadap sesama manusia.

Akhlak terhadap sesama manusia (*hablumminannas*) salah satunya adalah *ukhuwah* (persaudaraan). *Ukhuwah* (persaudaraan) adalah keterikatan hati dan jiwa satu sama lain dengan ikatan aqidah. Seperti yang telah disebutkan dalam al Hujurat ayat 10, yaitu:

إِنَّمَا ٱلْمُؤْمِنُونَ إِخْوَةٌ فَأَصْلِحُوا۟ بَيْنَ أَخَوَيْكُمْ ۚ وَٱتَّقُوا۟ ٱللَّهَ لَعَلَّكُمْ تُرْحَمُونَ ﴿١٠﴾

"Orang-orang beriman itu Sesungguhnya bersaudara. sebab itu damaikanlah (perbaikilah hubungan) antara kedua saudaramu itu dan takutlah terhadap Allah, supaya kamu mendapat rahmat".

Ayat diatas menjelaskan bahwa setiap mukmin adalah saudara. Setiap mukmin haruslah menjaga *ukhuwah* (persaudaraan) dengan mukmin lainnya. Ayat ini menghendaki *ukhuwah* kaum mukmin harus benar-benar kuat, lebih kuat daripada persaudaraan karena nasab. Sesungguhnya Allah Swt merahmati setiap mukmin yang menjaga *ukhuwah* dengan mukmin lainnya.

Salah satu *ukhuwah* adalah silaturahim. Selain ibadah yang wajib, Islam menyuruh umatnya untuk memperbanyak silaturahim dengan siapapun dan dimanapun. Silaturahim merupakan ibadah yang mulia, mudah dan membawa berkah. Jika seorang muslim menyambung tali silaturahim ke sesama muslim maka hubungan kedua muslim tersebut akan semakin erat, sedangkan jika salah satu muslim tidak menjaga tali silaturahim maka dapat saja hubungan keduanya akan terputus. Seperti yang telah di firmankan oleh Allah Swt dalam surat an-Nisaa' ayat 1 yang berbunyi:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ ٱتَّقُوا۟ رَبَّكُمُ ٱلَّذِى خَلَقَكُم مِّن نَّفْسٍ وَٰحِدَةٍ وَخَلَقَ مِنْهَا زَوْجَهَا وَبَثَّ
مِنْهُمَا رِجَالًا كَثِيرًا وَنِسَآءً ۚ وَٱتَّقُوا۟ ٱللَّهَ ٱلَّذِى تَسَآءَلُونَ بِهِۦ وَٱلْأَرْحَامَ ۚ إِنَّ ٱللَّهَ كَانَ
عَلَيْكُمْ رَقِيبًا ﴿١﴾

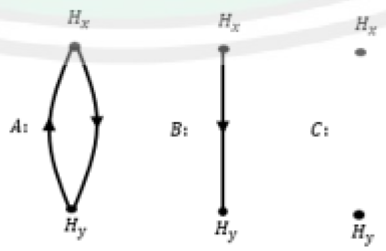
"Hai sekalian manusia, bertakwalah kepada Tuhan-mu yang telah menciptakan kamu dari seorang diri, dan dari padanya Allah menciptakan isterinya; dan dari pada keduanya Allah memperkembang biakkan laki-laki dan perempuan yang banyak. Dan bertakwalah kepada Allah yang dengan (mempergunakan) nama-Nya kamu saling meminta satu sama lain, dan (peliharalah) hubungan silaturrahim. Sesungguhnya Allah selalu menjaga dan mengawasi kamu".

Ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah Swt memerintahkan kepada makhluk-Nya agar bertakwa kepada-Nya, yaitu menyembah kepada-Nya dan tidak membuat sekutu bagi-Nya. Juga mengingatkan kepada makhluk-Nya yang telah menciptakan mereka dari seorang diri berkat kekuasaannya tersebut yaitu Adam a.s. kemudian diciptakan istri Adam a.s. yaitu Siti Hawa a.s. dari tulang rusuk sebelah kiri bagian belakang Adam a.s. Allah Swt mengembangbiakkan banyak laki-laki dan perempuan dari Adam a.s. dan Hawa a.s. lalu menyebarkan mereka ke seluruh dunia. Oleh kebesaran-Nya itulah makhluk-Nya akan meminta satu sama lain dengan menyebut nama-Nya dan menjanga hubungan silaturahim. Nabi Muhammad Saw bersabda:

لَيْسَ الْوَاصِلُ بِالْمُكَافِئِ وَلَكِنْ الْوَاصِلُ الَّذِي إِذَا قُطِعَتْ رَحِمُهُ وَصَلَهَا

"Orang yang menyambung silaturahim itu, bukanlah yang menyambung hubungan yang sudah terjalin, akan tetapi orang yang menyambung silaturahim ialah orang yang menjalin kembali hubungan kekerabatan yang sudah terputus". [Muttafaqun 'alaihi].

Begitulah ayat tersebut menjelaskan bahwa harus senantiasa menjaga tali silaturahim karena dengan menjaga itulah hubungan manusia dengan sesama makhluk Allah Swtdapat terus terjalin, apabila salah satu diantara kedua makhluk itu ada yang memutuskan tali silaturahim tetapi makhluk yang lainnya masih terus menjaga silaturahimnya maka hubungan mereka masih terjalin meskipun lemah, tetapi apabila kedua makhluk Allah Swt itu sama-sama memutuskan tali silaturahim maka tidak ada hubungan yang terjalin antara mereka. Jika dimisalkan secara berturut-turut H_x dan $H_y$adalah makhluk ciptaan Allah Swt, berikut ini adalah gambar yang merepresentasikannya:



Gambar 3.13 Representasi Graf Koset dengan Silaturahim

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan pada bab sebelumnya, diperoleh beberapa pola komponen graf koset dari subgrup normal di grup simetri-n yaitu:

a. Graf koset dari subgrup normal yang tak sejati dengan subhimpunan yang memiliki panjang sikel-n hanya memiliki satu komponen yang membentuk digraf nol dengan satu titik (N_1).

b. Graf koset dari subgrup normal yang trivial dengan subhimpunan yang memiliki panjang sikel-n akan membentuk digraf yang memiliki $(n-1)!$ komponen yang berbentuk C_n.

4.2 Saran

Penelitian ini membahas tentang pola komponen graf koset dari subgrup normal di grup simetri-n dengan subhimpunan tunggal yang memiliki panjang sikel-n. Pada penelitian selanjutnya penulis memberikan saran untuk menentukan graf koset dari subgrup normal di grup simetri-n dengan subhimpunan tunggal selain unsur yang memiliki panjang sikel-n atau subhimpunan yang tidak tunggal.

DAFTAR RUJUKAN

Abdussakir, Azizah, N.N., dan Nofandika, F.F. 2009. *Teori Graf.* Malang: UIN-Malang Press.

Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Malang Press.

Ali, M.D. 2006. *Pendidikan Agama Islam*. Jakarta: T Rajagrafindo Persada.

Alim, M. 2006. *Pendidikan Agama Islam*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Aminuddin. 2002. *Pendidikan Agama Islam*. Bogor: PT Ghalia.

Anonim. 2015. *Eksistensi Kehidupan di Alam Semesta dalam Prespektif Al-Qur'an dan Sains*. Jakarta: Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an.

Aziz, A. dan Abdussakir. 2006. *Analisis Matematis Terhadap Filsafat Al-Qur'an*. Malang: UIN Malang Press.

Budayasa,I.K.2007.*Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya: Unesa University Press.

Chatrand, G., Lesniak, L., dan Zhang, P. 2016. *Graphs and Digraphs Sixth Edition*. London: CRC Press.

Dummit, D.S., dan Foote, R. 2004. *Abstract Algebra Third Edition.* New York: John Wiley and Sons, Inc.

Gilbert, L., dan Gilbert, J. 2009. *Elements of Modern Algebra.*Canada: Nelson Education, Ltd.

Hasan, M.I. 2002. *Pokok-pokok Metodologi Penelitian dan Aplikasinya*. Bogor: Ghalia Indonesia.

Hungerford, T.W. 2012. *Abstract Algebra: An Introduction Third Edition.* Boston: Brooks Cole.

Raisinghania, M.D. dan Aggarwal, R.S. 1980. *Modern Algebra*. New Delhi: S. Chand & Company LTD.

Schneider, C. 2001. *Groups and Graphs*. Perth: Publ. Math.

LAMPIRAN 1

y \ x	(1)	(1 2)	(1 3)	(1 4)	(3 4)
(1)	(1)	(1 2)	(1 3)	(1 4)	(3 4)
(1 2)	(1 2)	(1)	(1 3 4)	(1 4 2)	(1 2)(3 4)
(1 3)	(1 3)	(1 2 3)	(1)	(1 4 3)	(1 3 4)
(1 4)	(1 4)	(1 2 4)	(1 3 4)	(1)	(1 4 3)
(3 4)	(3 4)	(1 2)(3 4)	(1 4 3)	(1 3 4)	(1)
(2 4)	(2 4)	(1 4 2)	(1 3)(2 4)	(1 2 4)	(2 4 3)
(2 3)	(2 3)	(1 3 2)	(1 2 3)	(1 4)(2 3)	(2 3 4)
(2 3 4))	(2 3 4))	(1 3 4 2)	(1 4 2 3)	(1 2 3 4)	(2 3)
(2 4 3)	(2 4 3)	(1 4 3 2)	(1 2 4 3)	(1 3 2 4)	(2 4)
(1 3 4)	(1 3 4)	(1 2 3 4)	(1 4)	(3 4)	(1 3)
(1 4 3)	(1 4 3)	(1 2 4 3)	(3 4)	(1 3)	(14)
(1 2 4)	(1 2 4)	(1 4)	(1 3 2 4)	(2 4)	(1 2 4 3)
(1 4 2)	(1 4 2)	(2 4)	(1 3 4 2)	(1 2)	(1 4 3 2)
(1 2 3)	(1 2 3)	(1 3)	(2 3)	(1 4 2 3)	(1 2 3 4)
(1 3 2)	(1 3 2)	(2 3)	(1 2)	(1 4 3 2)	(1 3 4 2)
(1 2)(3 4)	(1 2)(3 4)	(3 4)	(1 4 3 2)	(1 3 4 2)	(1 2)
(1 3)(2 4)	(1 3)(2 4)	(1 4 2 3)	(2 4)	(1 2 4 3)	(1 3 2 4)
(1 4)(2 3)	(1 4)(2 3)	(1 3 2 4)	(1 2 3 4)	(2 3)	(1 4 2 3)
(1 2 3 4)	(1 2 3 4)	(1 3 4)	(1 4)(2 3)	(2 3 4)	(1 2 3)
(1 3 2 4)	(1 3 2 4)	(1 4)(2 3)	(1 2 4)	(2 4 3)	(1 3)(2 4)
(1 4 2 3)	(1 4 2 3)	(1 3)(2 4)	(2 3 4)	(1 2 3)	(1 4)(2 3)
(1 2 4 3)	(1 2 4 3)	(1 4 3)	(2 4 3)	(1 3)(2 4)	(1 2 4)
(1 4 3 2)	(1 4 3 2)	(2 4 3)	(1 2)(3 4)	(1 3 2)	(1 4 2)
(1 3 4 2)	(1 3 4 2)	(2 3 4)	(1 4 2)	(1 2)(3 4)	(1 3 2)

y \ x	(2 4)	(2 3)	(2 3 4)	(2 4 3)	(1 3 4)
(1)	(2 4)	(2 3)	(2 3 4)	(2 4 3)	(1 3 4)
(1 2)	(1 2 4)	(1 2 3)	(1 2 3 4)	(1 2 4 3)	(1 3 4 2)
(1 3)	(1 3)(2 4)	(1 3 2)	(1 3 4 2)	(1 3 2 4)	(3 4)
(1 4)	(1 4 2)	(1 4)(2 3)	(1 4 2 3)	(1 4 3 2)	(1 3)
(3 4)	(2 3 4)	(2 4 3)	(2 4)	(2 3)	(1 4)
(2 4)	(1)	(2 3 4)	(2 3)	(3 4)	(1 3 2 4)
(2 3)	(2 4 3)	(1)	(3 4)	(2 4)	(1 2 3 4)
(2 3 4))	(3 4)	(2 4)	(2 4 3)	(1)	(1 4)(2 3)
(2 4 3)	(2 3)	(3 4)	(1)	(2 3 4)	(1 2 4)
(1 3 4)	(1 3 4 2)	(1 3 2 4)	(1 3)(2 4)	(1 3 2)	(1 4 3)
(1 4 3)	(1 4 2 3)	(1 4 3 2)	(1 4 2)	(1 4)(2 3)	(1)
(1 2 4)	(1 2)	(1 2 3 4)	(1 2 3)	(1 2)(3 4)	(1 3)(2 4)
(1 4 2)	(1 4)	(1 4 2 3)	(1 4)(2 3)	(1 4 3)	(1 3 2)
(1 2 3)	(1 2 4 3)	(1 2)	(1 2)(3 4)	(1 2 4)	(2 3 4)
(1 3 2)	(1 3 2 4)	(1 3)	(1 3 4)	(1 3)(2 4)	(1 2)(3 4)
(1 2)(3 4)	(1 2 3 4)	(1 2 4 3)	(1 2 3)	(1 2 3)	(1 4 2)
(1 3)(2 4)	(1 3)	(1 3 4 2)	(1 3 2)	(1 3 4)	(2 4 3)
(1 4)(2 3)	(1 4 3 2)	(1 4)	(1 4 3)	(1 4 2)	(1 2 3)
(1 2 3 4)	(1 2)(3 4)	(1 2 4)	(1 2 4 3)	(1 2)	(1 4 2 3)
(1 3 2 4)	(1 3 2)	(1 3 4)	(1 3)	(1 3 4 2)	(1 2 4 3)
(1 4 2 3)	(1 4 3)	(1 4 2)	(1 4 3 2)	(1 4)	(2 3)
(1 2 4 3)	(1 2 3)	(1 2)(3 4)	(1 2)	(1 2 3 4)	(2 4)
(1 4 3 2)	(1 4)(2 3)	(1 4 3)	(1 4)	(1 4 2 3)	(1 2)
(1 3 4 2)	(1 3 4)	(1 3)(2 4)	(1 3 2 4)	(1 3)	(1 4 3 2)

y \ x	(1 4 3)	(1 2 4)	(1 4 2)	(1 2 3)	(1 3 2)
(1)	(1 4 3)	(1 2 4)	(1 4 2)	(1 2 3)	(1 3 2)
(1 2)	(1 4 3 2)	(2 4)	(1 4)	(2 3)	(1 3)
(1 3)	(1 4)	(1 2 4 3)	(1 4 2 3)	(1 2)	(2 3)
(1 4)	(3 4)	(1 2)	(2 4)	(1 2 3 4)	(1 3 2 4)
(3 4)	(1 3)	(1 2 4 3)	(1 3 4 2)	(1 2 4 3)	(1 4 3 2)
(2 4)	(1 2 4 3)	(1 4)	(1 2)	(1 4 2 3)	(1 3 4 2)
(2 3)	(1 4 2 3)	(1 3 2 4)	(1 4 3 2)	(1 3)	(1 2)
(2 3 4)	(1 2 3)	(1 3 4)	(1 2)(3 4)	(1 3)(2 4)	(1 4 2)
(2 4 3)	(1 3)(2 4)	(1 4)(2 3)	(1 3 2)	(1 4 3)	(1 2)(3 4)
(1 3 4)	(1)	(1 2)(3 4)	(2 3 4)	(1 2 4)	(1 4)(2 3)
(1 4 3)	(1 3 4)	(1 2 3)	(1 3)(2 4)	(1 2)(3 4)	(2 4 3)
(1 2 4)	(2 4 3)	(1 4 2)	(1)	(1 4)(2 3)	(1 3 4)
(1 4 2)	(1 2)(3 4)	(1)	(1 2 4)	(2 3 4)	(1 3)(2 4)
(1 2 3)	(1 4)(2 3)	(1 3)(2 4)	(1 4 3)	(1 3 2)	(1)
(1 3 2)	(1 4 2)	(2 4 3)	(1 4)(2 3)	(1)	(1 2 3)
(1 2)(3 4)	(1 3 2)	(2 3 4)	(1 3 4)	(2 4 3)	(1 4 3)
(1 3)(2 4)	(1 2 4)	(1 4 3)	(1 2 3)	(1 4 2)	(2 3 4)
(1 4)(2 3)	(2 3 4)	(1 3 2)	(2 4 3)	(1 3 4)	(1 2 4)
(1 2 3 4)	(2 3)	(1 3 4 2)	(3 4)	(1 3 2 4)	(1 4)
(1 3 2 4)	(2 4)	(1 4 3 2)	(2 3)	(1 4)	(1 2 3 4)
(1 4 2 3)	(1 2 3 4)	(1 3)	(1 2 4 3)	(1 3 4 2)	(2 4)
(1 2 4 3)	(1 3 2 4)	(1 4 2 3)	(1 3)	(1 4 3 2)	(3 4)
(1 4 3 2)	(1 3 4 2)	(2 3)	(1 3 2 4)	(3 4)	(1 2 4 3)
(1 3 4 2)	(1 2)	(3 4)	(1 2 3 4)	(2 4)	(1 4 2 3)

y \ x	(1 2)(3 4)	(1 3)(2 4)	(1 4)(32)	(1 2 3 4)	(1 3 2 4)
(1)	(1 2)(3 4)	(1 3)(2 4)	(1 4)(32)	(1 2 3 4)	(1 3 2 4)
(1 2)	(3 4)	(1 3 2 4)	(1 4 2 3)	(2 3 4)	(1 3)(2 4)
(1 3)	(1 2 3 4)	(2 4)	(1 4 3 2)	(1 2)(43)	(2 4 3)
(1 4)	(1 2 4 3)	(1 3 4 2)	(2 3)	(1 2 3)	(1 3 2)
(3 4)	(1 2)	(1 4 2 3)	(1 3 2 4)	(1 2 4)	(1 4)(2 3)
(2 4)	(1 4 3 2)	(1 3)	(1 2 3 4)	(1 4)(2 3)	(1 3 4)
(2 3)	(1 3 4 2)	(1 2 4 3)	(1 4)	(1 3 4)	(1 2 4)
(2 3 4))	(1 3 2)	(1 4 3)	(1 2 4)	(1 3 2 4)	(1 4)
(2 4 3)	(1 4 2)	(1 2 3)	(1 3 4)	(1 4)	(1 2 3 4)
(1 3 4)	(1 2 3)	(1 4 2)	(2 4 3)	(1 2 4 3)	(1 4 3 2)
(1 4 3)	(1 2 4)	(2 3 4)	(1 3 2)	(1 2)	(2 3)
(1 2 4)	(1 4 3)	(1 3 2)	(2 3 4)	(1 4 2 3)	(1 3 4 2)
(1 4 2)	(2 4 3)	(1 3 4)	(1 2 3)	(2 3)	(1 3)
(1 2 3)	(1 3 4)	(2 4 3)	(1 4 2)	(1 3 4 2)	(2 4)
(1 3 2)	(2 3 4)	(1 2 4)	(1 4 3)	(3 4)	(1 2 4 3)
(1 2)(3 4)	(1)	(1 4)(2 3)	(1 3)(2 4)	(2 4)	(1 4 2 3)
(1 3)(2 4)	(1 4)(2 3)	(1)	(1 2)(3 4)	(1 4 3 2)	(3 4)
(1 4)(2 3)	(1 3)(2 4)	(1 2)(3 4)	(1)	(1 3)	(1 2)
(1 2 3 4)	(1 3)	(1 4 3 2)	(2 4)	(1 3)(2 4)	(1 4 2)
(1 3 2 4)	(1 4 2 3)	(1 2)	(3 4)	(1 4 3)	(1 2)(3 4)
(1 4 2 3)	(1 3 2 4)	(3 4)	(1 2)	(1 3 2)	(1)
(1 2 4 3)	(1 4)	(2 3)	(1 3 4 2)	(1 4 2)	(2 3 4)
(1 4 3 2)	(2 4)	(1 2 3 4)	(1 3)	(1)	(1 2 3)
(1 3 4 2)	(2 3)	(1 4)	(1 2 4 3)	(2 4 3)	(1 4 3)

y \ x	(1 4 2 3)	(1 2 4 3)	(1 4 3 2)	(1 3 4 2)
(1)	(1 4 2 3)	(1 2 4 3)	(1 4 3 2)	(1 3 4 2)
(1 2)	(1 4)(2 3)	(2 4 3)	(1 4 3)	(1 3 4)
(1 3)	(1 4 2)	(1 2 4)	(1 4)(2 3)	(2 3 4)
(1 4)	(2 3 4)	(1 2)(3 4)	(2 4 3)	(1 3)(2 4)
(3 4)	(1 3)(2 4)	(1 2 3)	(1 3 2)	(1 4 2)
(2 4)	(1 2 3)	(1 4 3)	(1 2)(3 4)	(1 3 2)
(2 3)	(1 4 3)	(1 3)(2 4)	(1 4 2)	(1 2)(3 4)
(2 3 4)	(1 2 4 3)	(1 3)	(1 2)	(1 4 3 2)
(2 4 3)	(1 3)	(1 4 2 3)	(1 3 4 2)	(1 2)
(1 3 4)	(2 4)	(1 2)	(2 3)	(1 4 2 3)
(1 4 3)	(1 3 4 2)	(1 2 3 4)	(1 3 2 4)	(2 4)
(1 2 4)	(2 3)	(1 4 3 2)	(3 4)	(1 3)
(1 4 2)	(1 2 3 4)	(3 4)	(1 2 3 4)	(1 3 2 4)
(1 2 3)	(1 4 3 2)	(1 3 2 4)	(1 4)	(3 4)
(1 3 2)	(1 4)	(2 4)	(1 4 2 3)	(1 2 3 4)
(1 2)(3 4)	(1 3 2 4)	(2 3)	(1 3)	(1 4)
(1 3)(2 4)	(1 2)	(1 4)	(1 2 3 4)	(2 3)
(1 4)(2 3)	(3 4)	(1 3 4 2)	(2 4)	(1 2 4 3)
(1 2 3 4)	(2 4 3)	(1 3 2)	(1)	(1 4 3)
(1 3 2 4)	(1)	(1 4 2)	(2 3 4)	(1 2 3)
(1 4 2 3)	(1 2)(3 4)	(1 3 4)	(1 2 4)	(2 4 3)
(1 2 4 3)	(1 3 2)	(1 4)(2 3)	(1 3 4)	(1)
(1 4 3 2)	(1 3 4)	(2 3 4)	(1 3)(2 4)	(1 2 4)
(1 3 4 2)	(1 2 4)	(1)	(1 2 3)	(1 4)(2 3)

RIWAYAT HIDUP

Vivi Alifia Kanisa, lahir di kota Pasuruan pada tanggal 14 Maret 1995. Ia tinggal di Jalan W.R. Supratman RT 06/ RW 06 Dusun Pateguhan Desa Tawangrejo Kecamatan Pandaan Kabupaten Pasuruan. Anak pertama dari bapak Budi Tirtana dan ibu Etik Zuyina, serta merupakan kakak dari Rinda Yulia Isma dan Muhammad Agam Firmansyah.

Pendidikan dasarnya di tempuh di SDN Tawangrejo 2 dan lulus pada tahun 2007. Pada tahun yang sama dia melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMPN 2 Pandaan dan lulus pada tahun 2010. Kemudian dia melanjutkan pendidikan menengah atas di SMAN 1 Pandaan dan lulus pada tahun 2013. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SBMPTN mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Selama menempuh pendidikan di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, dia aktif dalam kegiatan intra kampus yaitu menjabat di bagian devisi Pengembangan Minat dan Bakat Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) Integral Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang periode 2014-2015 dan menjadi anggota Koperasi Mahasiswa Padang Bulan UIN Maulana Malik Ibrahim Malang periode 2014-2017.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang
Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Vivi Alifia Kanisa
Nim : 13610093
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Graf Koset dari Subgrup Normal di Grup Simetri
Pembimbing I : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
Pembimbing II : H. Wahyu H. Irawan, M.Pd

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	16 Maret 2017	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	28 Maret 2017	Konsultasi Agama Bab I dan Bab II	2.
3.	24 Maret 2017	Revisi Bab I dan Bab II	3.
4.	09 Maret 2017	Revisi Agama Bab I dan Bab II	4.
5.	06 April 2017	ACC Bab I dan Bab II	5.
6.	07 April 2017	ACC Kajian Keagamaan	6.
7.	04 Mei 2017	Konsultasi Bab III dan Bab IV	7.
8.	08 Mei 2017	Konsultasi Agama Bab III	8.
9.	26 Juli 2017	Revisi Bab III dan Bab IV	9.
10.	24 Juli 2017	Revisi Agama Bab III	10.
11.	02 Agustus 2017	ACC Bab III dan IV	11.
12.	04 Agustus 2017	ACC Agama Bab III	12.
13.	16 Agustus 2017	ACC Keseluruhan	13.
14.	07 Agustus 2017	ACC Kajian Keagamaan	14.

Malang, 25 Agustus 2017
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001