SOLUSI NUMERIK MODEL MATEMATIKA GLUKOSA, INSULIN, DAN SEL BETA PADA PENYAKIT DIABETES MELLITUS MENGGUNAKAN METODE NEWTON

SKRIPSI

OLEH
RIKA SAPUTRI
NIM. 13610063

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2017

SOLUSI NUMERIK MODEL MATEMATIKA GLUKOSA, INSULIN, DAN SEL BETA PADA PENYAKIT DIABETES MELLITUS MENGGUNAKAN METODE NEWTON

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Rika Saputri
NIM. 13610063

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2017

SOLUSI NUMERIK MODEL MATEMATIKA GLUKOSA, INSULIN, DAN SEL BETA PADA PENYAKIT DIABETES MELLITUS MENGGUNAKAN METODE NEWTON

SKRIPSI

Oleh
Rika Saputri
NIM. 13610063

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 13 Juni 2017

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Usman Pagalay, M.Si	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19650414 200312 1 001	NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

SOLUSI NUMERIK MODEL MATEMATIKA GLUKOSA, INSULIN, DAN SEL BETA PADA PENYAKIT DIABETES MELLITUS MENGGUNAKAN METODE NEWTON

SKRIPSI

Oleh
Rika Saputri
NIM. 13610063

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 17 Juli 2017

Penguji Utama	: Abdul Aziz, M.Si	....
Ketua Penguji	: Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Anggota Penguji	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Rika Saputri
NIM	: 13610063
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Penelitian	: Solusi Numerik Model Matematika Glukosa, Insulin, dan Sel Beta pada Penyakit Diabetes Mellitus Menggunakan Metode Newton

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 13 Juni 2017
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Rika Saputri
NIM. 13610063

MOTO

Jangan pernah meragukan impian, walau setinggi apapun. Sungguh Allah Maha Mendengar dan Maha Melihat.

PERSEMBAHAN

Penulis persembahkan karya tulis ini kepada:

orang tua tercinta ayahanda Syahrul Azwar dan ibunda Kartina Zahari,

kakanda Fakhrul Razi, Thalal Muntasir, Rifal, adinda tersayang

Eva Oktaviana, dan sahabat yang senantiasa memberikan

dukungan dan doa.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, segala puji dan syukur hanya bagi Allah Swt. atas limpahan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana sains dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan baik yang berjudul "Solusi Numerik Model Matematika Glukosa, Insulin, dan Sel Beta pada Penyakit Diabetes Mellitus Menggunakan Metode Newton".

Shalawat dan salam semoga tetap terlimpahkan kepada nabi Muhammad Saw. yang telah menuntun umatnya dari zaman yang jauh dari ilmu pengetahuan dan ke zaman yang penuh dengan cahaya keilmuan yakni agama Islam.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini dapat diselesaikan dengan bantuan, bimbingan, dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu iringan doa serta ucapan terima kasih sebesar-besarnya dan dengan segenap kerendahan hati penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

4. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah bersedia meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, motivasi, dan berbagai pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan, motivasi, dan berbagai ilmunya kepada penulis.
6. Seluruh sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
7. Keluarga tercinta yang senantiasa memberikan doa, semangat, dan motivasi kepada penulis.
8. Teman-teman mahasiswa di Jurusan Matematika, terima kasih atas motivasi, semangat, dan kenangan indah bersama.
9. Seluruh teman, kakak, dan adik di Asrama Mahasiswi Aceh Cut Meutia Malang.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan wawasan yang lebih luas atau bahkan hikmah bagi penulis, pembaca, dan seluruh mahasiswa.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Juni 2017

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Saputri, Rika. 2017. **Solusi Numerik Model Matematika Glukosa, Insulin, dan Sel Beta pada Penyakit Diabetes Mellitus Menggunakan Metode Newton**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Kata Kunci: model matematika, glukosa, insulin, sel beta, metode Newton, toleransi kesalahan.

Penelitian ini mengkaji model matematika glukosa, insulin, dan sel beta yang berbentuk sistem persamaan diferensial biasa nonlinier tiga variabel. Selanjutnya metode yang digunakan dalam penyelesaian sistem persamaan tersebut adalah metode Newton. Metode Newton merupakan salah satu metode numerik yang menggunakan pendekatan suatu titik yang dijadikan sebagai titik awal. Setelah solusi numerik ditemukan, diperlukan penetapan suatu nilai toleransi kesalahan untuk mengetahui kekonvergenan solusi numerik terhadap nilai eksak atau titik tetapnya. Penelitian ini menggunakan toleransi kesalahan sebesar 10^{-12}. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa solusi numerik yang diperoleh menggunakan metode Newton sangat mendekati titik tetap sistem persamaan dengan nilai toleransi kesalahan yang diperoleh lebih kecil daripada toleransi yang diberikan.

ABSTRACT

Saputri, Rika. 2017. **Numerical Solution of Mathematical Model of Glucose, Insulin, and Beta Cells Against Diabetes Mellitus Disease Using Newton's Method**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University Malang. Advisor: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Keywords: mathematical models, glucose, insulin, beta cells, Newton's method, error tolerance.

This study examined the mathematical model of glucose, insulin, and beta cells in an ordinary nonlinear differential equations system. Furthermore, the method used in solving the equations system is Newton's method. Newton's method is one of the numerical methods that use the approach of a point serves as a starting point. After a numerical solution was found, it is necessary to assign an error value or error tolerance to know the convergence of a numerical solution to its exact value or fixed point. This study used a tolerance of 10^{-12}. The results of this study show that the numerical solution obtained using Newton's method is very close to the fixed point of the equations system with the error value obtained is smaller than the given tolerance.

ملخص

سافوتري، ريكا. ٢٠١٧. **الحلول العددية لنموذج الرياضي للجلوكوز، الأنسولين وخلايا بيتا ضد مرض السكري باستخدام طريقة نيوتن.** بحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعةالإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) الدكتور عثمان باغالاي الماجستير (٢) وحي هانكي إراوان الماجستير.

الكلمات الرئيسية: نماذج رياضية من الجلوكوز، الأنسولين وخلايا بيتا، طريقة نيوتن، التسامح مع الخطأ.

تفحص هذه الدراسة النموذج الرياضي لخلايا الجلوكوز والأنسولين والخلايا البيتا في شكل نظام معادلات تفاضلية عاديةغير خطية مكونة من ثلاثة متغيرات. وعلاوة على ذلك، فإن الطريقة المستخدمة في حل نظام المعادلات هي طريقة نيوتن. طريقة نيوتن هي واحدة من الطرق العددية التي تستخدم نهج نقطة التي تكون بمثابة نقطة الانطلاق. وبمجرد العثور على حل عددي، من الضروري تعيين قيمة خطأ أو التسامح مع $١٠^{-١٢}$ الخطأ لمعرفة التقارب بين الحل العددي لقيمته الحليه أو نقطة ثابتة. استخدمت هذه الدراسة التسامح مع وتشير نتائج هذه الدراسة إلى أن الحل العددي الذي تم الحصول عليه باستخدام طريقة نيوتن قريب جدا من النقطة الثابتة لنظام المعادلات.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Allah Swt. berfirman dalam surat al-Baqarah ayat 26:

إِنَّ اللَّهَ لَا يَسْتَحْيِي أَنْ يَضْرِبَ مَثَلًا مَا بَعُوضَةً فَمَا فَوْقَهَا ۚ فَأَمَّا الَّذِينَ آمَنُوا فَيَعْلَمُونَ أَنَّهُ الْحَقُّ مِنْ
رَبِّهِمْ ۖ وَأَمَّا الَّذِينَ كَفَرُوا فَيَقُولُونَ مَاذَا أَرَادَ اللَّهُ بِهَٰذَا مَثَلًا ۘ يُضِلُّ بِهِ كَثِيرًا وَيَهْدِي بِهِ كَثِيرًا ۚ وَمَا
يُضِلُّ بِهِ إِلَّا الْفَاسِقِينَ

"Sesungguhnya Allah Swt. tidak segan membuat perumpamaan berupa nyamuk atau yang lebih rendah dari itu. Adapun orang-orang yang beriman, maka mereka yakin bahwa perumpamaan itu benar dari Tuhan mereka, tetapi mereka yang kafir mengatakan: "Apakah maksud Allah Swt. menjadikan ini untuk perumpamaan?" Dengan perumpamaan itu banyak orang yang disesatkan Allah Swt. dan dengan perumpamaan itu juga banyak orang yang diberi-Nya petunjuk. Dan tidak ada yang disesatkan Allah Swt. kecuali orang-orang yang fasik" (QS. al-Baqarah/2:26).

Abu Ja'far Ar-Razi meriwayatkan dari Ar-Rabi' Ibnu Anas bahwa perumpamaan pada ayat tersebut adalah gambaran kehidupan di dunia. Nyamuk dapat bertahan hidup meskipun dalam keadaan lapar dan akan mati dalam keadaan kekenyangan. Perumpamaan ini dihubungkan dengan suatu kaum yang diberikan azab oleh Allah Swt. karena kekenyangan dengan limpahan harta duniawi. Orang beriman akan menerima segala bentuk perumpamaan yang Allah Swt. berikan sedangkan orang kafir akan mempertanyakan perumpamaan tersebut (Katsir, 2003).

Surat al-Baqarah ayat 26 menjelaskan bahwa segala sesuatu yang diciptakan Allah Swt. di dunia ini memiliki fungsinya masing-masing meski berukuran kecil sekalipun. Salah satu hal kecil tersebut misalnya sel beta yang terdapat dalam pulau Langerhans pankreas yang mampu mengeluarkan hormon insulin yang dapat mengontrol kadar glukosa dalam darah yang cenderung naik dan turun.

Hubungan glukosa, insulin, dan sel beta dalam tubuh yang tidak seimbang dapat mengganggu metabolisme tubuh sehingga memicu timbulnya penyakit gangguan metabolik seperti diabetes mellitus (Lanywati, 2011). Dinamika perilaku glukosa, insulin, dan sel beta tersebut dimodelkan dalam suatu sistem persamaan. Sistem persamaan glukosa, insulin, dan sel beta ini dapat diselesaikan dengan metode numerik. Hasil dari penyelesaian numerik merupakan nilai pendekatan dari penyelesaian eksak atau analitis (Triatmodjo, 2002).

Metode Newton merupakan salah satu metode numerik yang dapat digunakan dalam penyelesaian sistem persamaaan glukosa, insulin, dan sel beta. Metode Newton ini menggunakan pedekatan satu titik sebagai titik awal (Chapra dan Canale, 2010). Pada penelitian sebelumnya yaitu Wahyuni (2016) menggunakan metode Newton sebagai metode numerik dalam menyelesaikan model matematika interaksi sistem imun dengan *mycobacterium tuberculosis*. Berdasarkan uraian di atas, penulis mengangkat tema tulisan ini dengan judul “Solusi Numerik Model Matematika Glukosa, Insulin, dan Sel Beta pada Penyakit Diabetes Mellitus Menggunakan Metode Newton”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana solusi numerik model matematika glukosa, insulin, dan sel beta pada penyakit diabetes mellitus menggunakan metode Newton?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui solusi numerik model matematika glukosa, insulin, dan sel beta pada penyakit diabetes mellitus menggunakan metode Newton.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk memperdalam pengetahuan penggunaan metode Newton dalam mencari solusi numerik suatu model matematika. Hasil penelitian ini dapat dijadikan wawasan, informasi, referensi, bahan pembelajaran mata kuliah pemodelan matematika, dan tambahan kepustakaan.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Sistem persamaan glukosa, insulin, dan sel beta yang digunakan adalah sistem persamaan diferensial biasa nonlinier.
2. Sistem persamaan glukosa, insulin, dan sel beta yang digunakan adalah

$$\frac{dG(t)}{dt} = a - bG(t) - \frac{cI(t)G(t)}{\alpha G(t) + 1}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \delta\beta\frac{G(t)^2}{e + G(t)^2} - fI(t)$$

$$\frac{d\beta(t)}{dt} = (1-\varepsilon)r\beta(t)\left(1 - \frac{\beta(t)}{K}\right) + \varepsilon(-g + hG(t) - iG(t)^2)\beta(t)$$

dengan nilai awal $(G(0), I(0), \beta(0)) = (82{,}6, 23, 900)$ (Boutayeb, dkk, 2014:331-332).

3. Terdapat tiga kondisi sistem persamaan yang akan diteliti yaitu ketika $\varepsilon = 1$, $\varepsilon = 0$, dan $\varepsilon = 0{,}5$.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian ini mengikuti langkah-langkah berikut:

1. Menjelaskan struktur model.
2. Mencari solusi model matematika glukosa, insulin, dan sel beta secara numerik menggunakan metode Newton, sebagai berikut:
   a. Menentukan nilai parameter dan nilai awal yang digunakan.
   b. Memasukkan nilai awal pada matriks sistem persamaan ($\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$) dan matriks Jacobiannya ($\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$).
   c. Mencari solusi dengan menyelesaikan sistem persamaan linier $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(i)})\boldsymbol{y}^{(i)} = -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(i)})$ dan $\boldsymbol{x}^{(i+1)} = \boldsymbol{x}^{(i)} + \boldsymbol{y}^{(i)}$.
   d. Melanjutkan perulangan ketika nilai $||\boldsymbol{y}||$ lebih besar daripada nilai toleransi 10^{-12} dan menghentikan perulangan ketika nilai $||\boldsymbol{y}||$ lebih kecil daripada nilai toleransi 10^{-12}.
3. Membandingkan solusi numerik dengan solusi eksak.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari empat bab, masing-masing dibagi ke dalam subbab sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Bagian ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bagian ini berisi materi-materi yang menjadi landasan teori yang terkait dengan masalah yang akan dibahas, yaitu persamaan diferensial biasa bergantung waktu, sistem persamaan diferensial biasa bergantung waktu, norma vektor, metode Newton, diabetes mellitus, glukosa, insulin, sel beta, dan kajian agama.

Bab III Pembahasan

Bagian ini berisi penjelasan mengenai solusi numerik model dan pandangan Islam mengenai solusi numerik model matematika menggunakan metode Newton.

Bab IV Penutup

Bagian ini berisi kesimpulan dari hasil penelitian yang telah dilakukan dan saran bagi pembaca untuk melanjutkan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial Biasa Bergantung Waktu

Suatu persamaan yang mengandung turunan biasa dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas disebut persamaan diferensial (Baiduri, 2002). Persamaan diferensial biasa bergantung waktu disebut juga dengan persamaan diferensial biasa *autonomous*. Persamaan diferensial biasa *autonomus* adalah persamaan yang secara tidak eksplisit memuat variabel t. Berikut adalah contoh persamaan diferensial biasa *autonomus*:

$$\frac{dG(t)}{dt} = a - bG(t) \tag{2.1}$$

dengan G merupakan variabel terikat sedangkan t merupakan variabel bebas dan a, b merupakan nilai parameter yang diberikan. Persamaan (2.1) merupakan persamaan diferensial biasa linier. Persamaan (2.1) merupakan persamaan *autonomous* karena pada ruas kanan persamaan tidak secara eksplisit memuat variabel t.

Persamaan diferensial biasa linier memiliki variabel-variabel terikat dan turunannya yang paling tinggi berpangkat satu dan mengandung bentuk perkalian antara suatu variabel terikat dengan variabel terikat lainnya. Sedangkan persamaan diferensial biasa nonlinier merupakan persamaan diferensial biasa yang variabel-variabel terikatnya berbentuk polinom atau terdapat bentuk perkalian (Marwan dan Said, 2009). Berikut adalah contoh persamaan diferensial biasa nonlinier:

$$\frac{d\beta(t)}{dt} = \varepsilon(-g + hG(t) - iG(t)^2)\beta(t) \tag{2.2}$$

dengan $G(t)$ dan $\beta(t)$ merupakan variabel terikat dalam persamaan (2.2) dan ε, g, h, i merupakan konstanta nilai parameter yang diberikan. Persamaan (2.2) dikatakan nonlinier karena terjadinya interaksi antara variabel $G(t)$ dan variabel $\beta(t)$ yang ditandai dengan adanya perkalian antara kedua variabel tersebut.

2.2 Sistem Persamaan Diferensial Biasa Bergantung Waktu

Sistem persamaan diferensial biasa adalah sistem yang memuat dua atau lebih persamaan diferensial biasa (Finizio dan Ladas, 1988). Sistem persamaan diferensial biasa terbagi menjadi dua yaitu sistem persamaan diferensial biasa linier dan nonlinier. Sistem persamaan diferensial biasa nonlinier terdiri dari persamaan-persamaan diferensial biasa yang saling terikat (Aliyah, 2007). Berikut ini contoh sistem persamaan diferensial biasa nonlinier:

$$\begin{aligned}
\frac{dG(t)}{dt} &= a - bG(t) - \frac{cI(t)G(t)}{\alpha G(t) + 1} \\
\frac{dI(t)}{dt} &= \delta\beta \frac{G(t)^2}{e + G(t)^2} - fI(t) \qquad (2.3) \\
\frac{d\beta(t)}{dt} &= (1-\varepsilon)r\beta(t)\left(1 - \frac{\beta(t)}{K}\right) + \varepsilon(-g + hG(t) - iG(t)^2)\beta(t).
\end{aligned}$$

Sistem persamaan (2.3) disebut sistem persamaan diferensial biasa nonlinier karena memuat persamaan-persamaan diferensial biasa nonlinier. Selain itu ketiga persamaan juga saling terhubung, seperti pada persamaan pertama yang terkait dengan persamaan kedua karena adanya interaksi antara variabel $G(t)$ dan variabel $I(t)$ pada persamaan pertama. Begitu juga dengan persamaan ketiga yang terkait dengan persamaan pertama yang ditandai dengan interaksi antara variabel $G(t)$ dan $\beta(t)$ pada persamaan ketiga. Selain itu, setiap persamaan tidak dapat diselesaikan tanpa melibatkan persamaan lain yang ada dalam sistem persamaan tersebut.

2.3 Norma Vektor

Norma vektor pada R^n adalah suatu fungsi, $\|\cdot\|$, dari R^n ke R yang memiliki sifat-sifat berikut:

1. $\|\boldsymbol{x}\| \geq 0$ untuk semua $\boldsymbol{x} \in R^n$
2. $\|\boldsymbol{x}\| = 0$ jika dan hanya jika $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$
3. $\|\alpha\boldsymbol{x}\| = |\alpha|\|\boldsymbol{x}\|$ untuk semua $\alpha \in R$ dan$\boldsymbol{x} \in R^n$
4. $\|\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\| \leq \|\boldsymbol{x}\| + \|\boldsymbol{y}\|$ untuk semua $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in R^n$

Vektor di R^n adalah vektor kolom dan akan lebih mudah untuk menggunakan notasi *transpose*. Sebagai contoh:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

akan ditulis $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ (Burden, 2005:432).

Ada dua jenis norma vektor yaitu norma vektor l_2 dan norma vektor l_∞. Norma vektor l_2 untuk vektor $\boldsymbol{x}$ disebut norma Eucliden karena mewakili panjang vektor yang dilambangkan oleh

$$\|\boldsymbol{x}\| = \|\boldsymbol{x}\|_2 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$$

(Remani, 2013:5).

Contoh: Tentukan norma vektor l_2 pada vektor $\boldsymbol{x} = (-1,1,-2)^T$.

Penyelesaian: vektor $\boldsymbol{x} = (-1,1,-2)^T$ di R^3 memiliki norma

$$\|\boldsymbol{x}\|_2 = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}$$

(Burden, 2005:434).

Sedangkan norma vektor l_∞ merupakan nilai absolut dari komponen terbesar dalam vektor $\boldsymbol{x}$. Norma vektor l_∞ memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\|\boldsymbol{x}\|_\infty = \max_{1\le i\le n} |x_i|.$$

Contoh: Tentukan norma vektor l_∞ pada vektor $\boldsymbol{x} = (-1,1,-2)^T$.

Penyelesaian: vektor $\boldsymbol{x} = (-1,1,-2)^T$ di R^3 memiliki norma

$$\|\boldsymbol{x}\|_\infty = \max_{1\le i\le n} |x_i| \tag{2.4}$$

$$\|\boldsymbol{x}\|_\infty = max\{|-1|, |1|, |-2|\} = 2.$$

Pada kasus yang lain, jika terdapat $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ dan $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$, maka

$$\|\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\|_2 \le \|\boldsymbol{x}\|_2 + \|\boldsymbol{y}\|_2$$

untuk setiap R^n (Burden, 2005:432-434).

2.4 Metode Newton

Metode Newton berasal dari penurunan deret Taylor. Penurunan pertama metode ini adalah $f'(x_i) = \frac{f(x_i)-0}{x_i - x_{i+1}}$ yang diubah menjadi $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$ (Chapra dan Canale, 2010). Pencarian akar suatu fungsi $f(x)$ dengan pendekatan satu titik dan fungsi $f(x)$ mempunyai turunan. Metode ini dianggap lebih mudah daripada metode bagi dua (*bisection method*) karena metode ini menggunakan pendekatan satu titik sebagai titik awal. Semakin dekat titik awal yang dipilih dengan akar sebenarnya, maka semakin cepat konvergen ke akarnya.

Penurunan metode Newton pada sistem persamaan, ambil $\boldsymbol{x}^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right)$ sebagai nilai awal pendekatan untuk penyelesaian dan ekspansi kedua komponen fungsi dalam deret Taylor pada titik tersebut:

$$f_1(x_1, x_2) = f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \left(x_1 - x_1^{(0)}\right)\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \left(x_2 - x_2^{(0)}\right)\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + R_1$$

$$f_2(x_1, x_2) = f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \left(x_1 - x_1^{(0)}\right)\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \left(x_2 - x_2^{(0)}\right)\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + R_2.$$

Diberikan $f_1(x_1, x_2) = f_2(x_1, x_2) = 0$, maka:

$$0 = f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \left(x_1 - x_1^{(0)}\right)\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \left(x_2 - x_2^{(0)}\right)\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right)$$

$$0 = f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \left(x_1 - x_1^{(0)}\right)\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \left(x_2 - x_2^{(0)}\right)\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right).$$

Sehingga persamaan tersebut dapat ditulis dalam suatu persamaan matriks vektor sebagai berikut:

$$0 = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right) + \boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)\left(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^{(0)}\right)$$

dengan

$\boldsymbol{x}^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right)^T$,

$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)^T$, dan

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya untuk menyelesaikan $\boldsymbol{x}$ dapat dilakukan dengan

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^{(0)} - \left(\left(\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)\right)^{-1} \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)\right) \text{ atau}$$

$$\boldsymbol{x}^{(n+1)} = \boldsymbol{x}^{(n)} - \left(\left(\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(n)}\right)\right)^{-1} \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}^{(n)}\right)\right)$$

(Epperson, 2013:469-470).

Langkah-langkah dalam metode Newton adalah sebagai berikut:

Langkah 1 : diberikan $k = 1$.

Langkah 2 : ketika $(k \leq N)$ maka lakukan langkah 3 sampai 7.

Langkah 3 : menghitung $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$ dan $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$, dengan $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})_{i,j} = \left(\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j}\right)$ untuk $1 \leq i, j \leq n$

Langkah 4 : menyelesaikan sistem persamaan linier $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{y} = -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$.

Langkah 5 : diberikan $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}$.

Langkah 6 : jika $\|\boldsymbol{y}\|$ lebih besar daripada toleransi yang ditetapkan maka iterasi dilanjutkan dan jika $\|\boldsymbol{y}\|$ lebih kecil daripada toleransi yang ditetapkan maka iterasi dihentikan.

Langkah 7 : diberikan $k = k + 1$.

Langkah 8 : jika $\|\boldsymbol{y}\|$ lebih kecil daripada toleransi, maka iterasi dihentikan (Burden, 2005:641).

Sebagai contoh diberikan sistem persamaan sebagai berikut:

$$3x_1 - \cos(x_2x_3) - \frac{1}{2} = 0$$

$$x_1^{\;2} - 81(x_2 + 0{,}1)^2 + sin\, x_3 + 1{,}06 = 0 \tag{2.5}$$

$$e^{-x_1x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} = 0.$$

Tentukan solusi numerik (x_1, x_2, x_3) dengan nilai awal $\boldsymbol{x}^{(0)} = (0{,}1, 0{,}1, -0{,}1)^T$.

Penyelesaian: mengikuti langkah di atas maka terlebih dahulu menuliskan sistem persamaan tersebut dalam matriks berikut:

$\boldsymbol{F}(x_1, x_2, x_3) = [f_1(x_1, x_2, x_3), f_2(x_1, x_2, x_3), f_3(x_1, x_2, x_3)]^T$

atau

$$\boldsymbol{F}(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3) \\ f_2(x_1, x_2, x_3) \\ f_3(x_1, x_2, x_3) \end{pmatrix}$$

dengan

$f_1(x_1, x_2, x_3) = 3x_1 - \cos(x_2 x_3) - \frac{1}{2} = 0,$

$f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 81(x_2 + 0{,}1)^2 + \sin x_3 + 1{,}06 = 0,$ dan

$f_3(x_1, x_2, x_3) = e^{-x_1 x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} = 0.$

Matriks Jacobian dari sistem persamaan adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{J}(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{J}(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} 3 & x_3 sinx_2 x_3 & x_2 sinx_2 x_3 \\ 2x_1 & -162(x_2 + 0{,}1) & \cos x_3 \\ -x_2 e^{-x_1 x_2} & -x_1 e^{-x_1 x_2} & 20 \end{pmatrix}.$$

Nilai awal $\boldsymbol{x}^{(0)} = (0{,}1, 0{,}1, -0{,}1)^T$, sehingga

$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)}) = (-0{,}199995,\ -2{,}269833417,\ 8{,}462025346)^T$ dan

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(0)}) = \begin{pmatrix} 3 & 9{,}999833334 \times 10^{-4} & 9{,}999833334 \times 10^{-4} \\ 0{,}2 & -32{,}4 & 0{,}9950041653 \\ -0{,}09900498337 & -0{,}9900498337 & 20 \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya menyelesaikan sistem persamaan linier sebagai berikut:

$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(0)})\boldsymbol{y}^{(0)} = -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)}),$

$$\boldsymbol{y}^{(0)} = \boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1}\left(-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})\right),$$

$$\boldsymbol{y}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0{,}3998696728 \\ -0{,}08053315147 \\ -0{,}4215204718 \end{pmatrix}, \text{ dan}$$

$$\boldsymbol{x}^{(1)} = \boldsymbol{x}^{(0)} + \boldsymbol{y}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0{,}1 \\ 0{,}1 \\ -0{,}1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0{,}3998696728 \\ -0{,}08053315147 \\ -0{,}4215204718 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}4998696728 \\ -0{,}018053315147 \\ -0{,}5215204718 \end{pmatrix}.$$

Kemudian untuk mencari solusi numerik iterasi kedua dan seterusnya $k = 2,3, \ldots$, diperoleh solusi berikut:

$$\begin{pmatrix} x_1{}^{(k)} \\ x_2{}^{(k)} \\ x_3{}^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1{}^{(k-1)} \\ x_2{}^{(k-1)} \\ x_3{}^{(k-1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1{}^{(k-1)} \\ y_2{}^{(k-1)} \\ y_3{}^{(k-1)} \end{pmatrix}$$

dengan

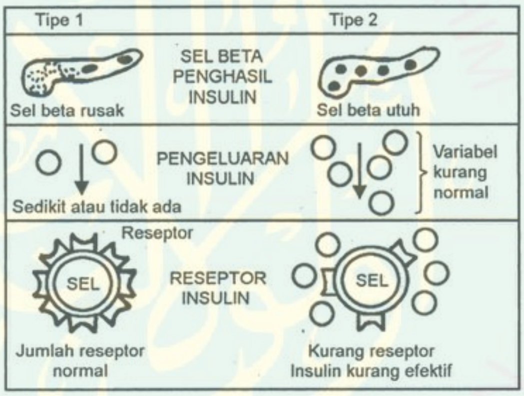
$$\begin{pmatrix} y_1{}^{(k-1)} \\ y_2{}^{(k-1)} \\ y_3{}^{(k-1)} \end{pmatrix} = \boldsymbol{J}\left(x_1{}^{(k-1)}, x_2{}^{(k-1)}, x_3{}^{(k-1)}\right)^{-1}\left(-\boldsymbol{F}(x_1{}^{(k-1)}, x_2{}^{(k-1)}, x_3{}^{(k-1)})\right).$$

2.5 Diabetes Mellitus

Diabetes mellitus, penyakit gula, atau penyakit kencing manis, diketahui sebagai gangguan sistem metabolisme karbohidrat, lemak, dan protein dalam tubuh karena kurangnya produksi hormon insulin. Kondisi tersebut mengakibatkan terjadinya hiperglikemia yang meningkatkan kadar gula dalam darah atau terdapatnya kandungan gula, zat-zat keton, dan asam (ketoasidosis) dalam urin yang berlebihan. Efek dari zat-zat keton dan asam ini menyebabkan rasa haus yang terus menerus, banyak kencing, penurunan berat badan meskipun selera makan tetap baik, dan penurunan daya tahan tubuh (Lanywati, 2011).

Diabetes mellitus merupakan penyakit kronis yang mengganggu metabolisme karbohidrat, protein, dan lemak yang ditandai dengan adanya poliuria (banyaknya ekskresi urin yang tidak normal setiap harinya), glikosuria (terdapat kadar gula dalam urin), dan hiperglikemia (ketika kadar gula darah di atas batas normal atau lebih daripada 120mg/dl). Diabetes diklasifikasikan menjadi dua kategori utama yaitu diabetes mellitus tipe 1 dan diabetes mellitus tipe 2.

Tipe diabetes diklasifikasikan berdasarkan keterlibatan insulin, menurut Baradero, dkk. (2009), tipe 1 adalah diabetes mellitus bergantung insulin dan tipe 2 adalah diabetes mellitus tidak bergantung insulin. Faktor-faktor yang dikaitkan dengan kedua tipe ini adalah genetik, hereditas, autoimunitas, dan lingkungan. Tipe 1 dan tipe 2 insulin digambarkan pada gambar berikut:



Gambar 2.1 Tipe 1 dan Tipe 2 Diabetes Mellitus (Baradero, dkk, 2009)

Pada Gambar 2.1, tipe 1 diabetes mellitus digambarkan dengan terjadinya kerusakan pada fungsi sel beta sehingga insulin yang dihasilkan sedikit dan bahkan hampir tidak ada, meskipun reseptor insulin pada tubuh normal. Berbeda dengan tipe 2 yaitu sel beta yang menghasilkan insulin dalam jumlah normal tetapi reseptor insulin dalam tubuh yang bekerja kurang efektif.

2.6 Glukosa

Glukosa adalah suatu monosakarida yang merupakan salah satu karbohidrat terpenting yang digunakan sebagai sumber tenaga utama dalam tubuh. Glukosa merupakan prekursor untuk sintesis semua karbohidrat lain di dalam tubuh seperti glikogen, *ribose*, *deoxiribose* dalam asam nukleat, galaktosa dalam laktosa susu, glikolipid, glikoprotein, dan proteoglikan (Marks dan Mark, 1996).

Glukosa diubah menjadi glikogen untuk keperluan glukosa di masa mendatang dalam hati dan otot, sehingga menurunkan kadar glukosa dalam darah. banyaknya glukosa darah normal adalah 60-100 mg/dl dan glukosa serum 70-110 mg/dl. Ketika kadar glukosa darah lebih besar daripada 180 mg/dl akan terjadi glukosuria (gula dalam urin). Peningkatan kadar gula darah bertindak sebagai diuretik osmotik yang menyebabkan poliuria. Jika gula darah tetap meninggi (lebih dari 200 mg/dl), maka akan terjadi diabetes mellitus (Kee dan Hayes, 1996:589).

Semua sel mendapatkan glukosa setiap saat, sehingga tubuh dapat mempertahankan kadar glukosa yang konstan yaitu sekitar 80-100 mg/dl, meskipun asupan makanan dan kebutuhan jaringan berbeda-beda waktu tidur, makan, dan bekerja, proses mempertahankan glukosa darah yang konstan pada waktu makan, tidur, atau bekerja disebut homeostasis (Marks dan Mark, 1996). Glukosa dapat merangsang pengeluaran hormon insulin pada sel beta pankreas (Nepton, 2013).

2.7 Insulin

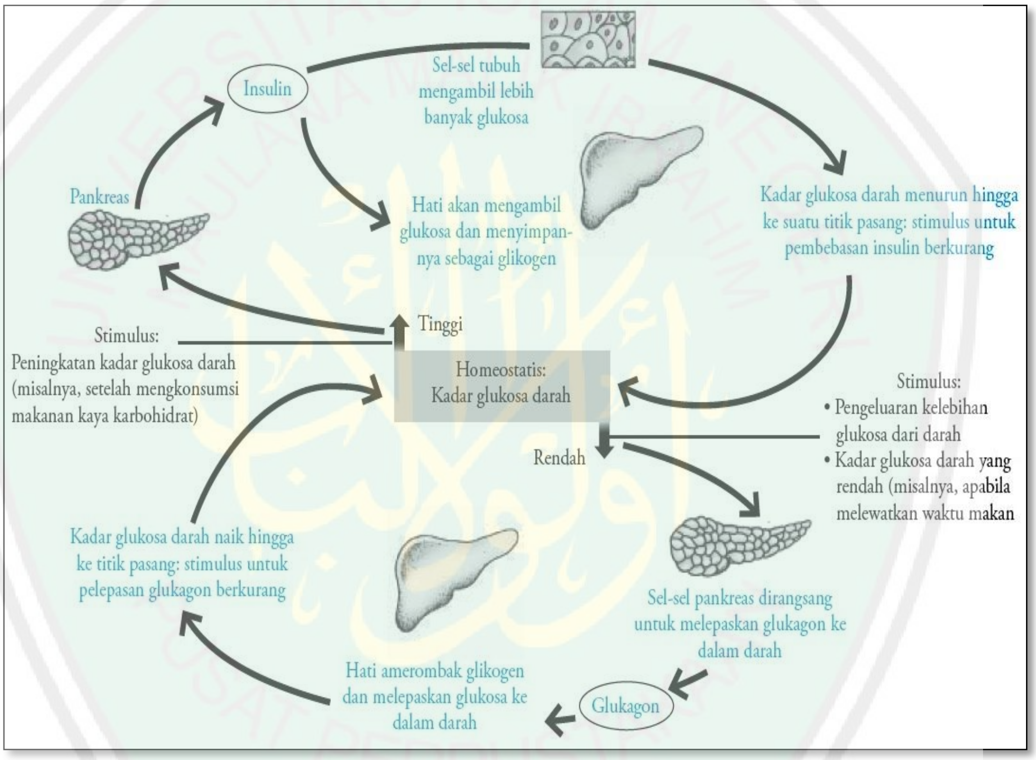
Insulin merupakan hormon yang dilepaskan oleh pankreas yang bertanggung jawab dalam mempertahankan kadar gula darah yang normal. Insulin memasukkan gula kedalam sel sehingga dapat menghasilkan energi atau disimpan sebagai cadangan energi (Maulana, 2009:35). Hormon insulin diproduksi oleh sel beta di dalam pankreas dan digunakan untuk mengontrol kadar glukosa dalam darah. Insulin dilepaskan dari sel-sel beta pulau Langerhans dalam responnya terhadap peningkatan glukosa darah. Pankreas secara normal mensekresikan 20-60 μU/ml insulin setiap harinya (Kee dan Hayes, 1996:589).

Insulin berfungsi meningkatkan penyerapan glukosa, asam amino, dan asam lemak kemudian mengubahnya menjadi bahan-bahan yang disimpan dalam sel-sel tubuh. Masalah yang timbul pada insulin antara lain resistensinya terhadap glukosa, sehingga kadar insulin yang dihasilkan lebih banyak untuk menyeimbangkan kadar glukosa dalam tubuh (Nepton, 2013).

2.8 Sel Beta

Sel beta adalah sel pada pankreas yang berfungsi untuk menghasilkan insulin yang dapat menurunkan kadar gula dalam darah, sehingga tubuh dapat memakai sumber energi dari makanan yang telah dicerna dan menyimpan kelebihan makanan sebagai cadangan. Sekitar 65–80 % dari seluruh sel yang terdapat pada pulau Langerhans pankreas adalah sel beta pankreas. Sel beta menerima rangsangan primer untuk pelepasan hormon insulin agar dapat menanggapi konsentrasi glukosa yang tinggi (Nepton, 2013).

Gambar 2.2 berikut menunjukkan peningkatan glukosa darah di atas titik normal merangsang pankreas untuk mensekresi insulin yang memicu sel-sel targetnya untuk mengambil kelebihan glukosa dari darah. Ketika kelebihan itu telah dikeluarkan atau ketika konsentrasi glukosa darah turun di bawah titik normal, maka pankreas akan merespon dengan cara mensekresikan glukagon yang mempengaruhi hati untuk menaikkan kadar glukosa darah (Campbell, dkk, 2004:142).



Gambar 2.2 Homeostasis Glukosa yang Dipertahankan oleh Insulin dan Glukagon (Campbell, dkk, 2004)

2.9 Kajian Agama

Iman kepada Allah Swt. merupakan rukun iman yang pertama. Rasulullah Muhammad Saw. menyebutkan dalam suatu hadits riwayat Muslim mengenai pengertian islam, iman, dan ihsan.

عَنْ عُمَرَ رَضِيَ اللهُ عَنْهُ أَيْضاً قَالَ : بَيْنَمَا نَحْنُ جُلُوْسٌ عِنْدَ رَسُوْلِ اللهِ صَلَّى اللهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ ذَاتَ يَوْمٍ إِذْ طَلَعَ عَلَيْنَا رَجُلٌ شَدِيْدُ بَيَاضِ الثِّيَابِ شَدِيْدُ سَوَادِ الشَّعْرِ، لاَ يُرَى عَلَيْهِ أَثَرُ السَّفَرِ، وَلاَ يَعْرِفُهُ مِنَّا أَحَدٌ، حَتَّى جَلَسَ إِلَى النَّبِيِّ صلى الله عليه وسلم فَأَسْنَدَ رُكْبَتَيْهِ إِلَى رُكْبَتَيْهِ وَوَضَعَ كَفَّيْهِ عَلَى فَخِذَيْهِ وَقَالَ: يَا مُحَمَّد أَخْبِرْنِي عَنِ اْلإِسْلاَمِ، فَقَالَ رَسُوْلُ اللهِ صلى الله عليه وسلم : اْلإِسْلاَمُ أَنْ تَشْهَدَ أَنْ لاَ إِلَهَ إِلاَّ اللهُ وَأَنَّ مُحَمَّدًا رَسُوْلُ اللهِ وَتُقِيْمَ الصَّلاَةَ وَتُؤْتِيَ الزَّكَاةَ وَتَصُوْمَ رَمَضَانَ وَتَحُجَّ الْبَيْتَ إِنِ اسْتَطَعْتَ إِلَيْهِ سَبِيْلاً قَالَ : صَدَقْتَ، فَعَجِبْنَا لَهُ يَسْأَلُهُ وَيُصَدِّقُهُ، قَالَ: فَأَخْبِرْنِي عَنِ اْلإِيْمَانِ قَالَ : أَنْ تُؤْمِنَ بِاللهِ وَمَلاَئِكَتِهِ وَكُتُبِهِ وَرُسُلِهِ وَالْيَوْمِ الآخِرِ وَتُؤْمِنَ بِالْقَدَرِ خَيْرِهِ وَشَرِّهِ. قَالَ صَدَقْتَ، قَالَ فَأَخْبِرْنِي عَنِ اْلإِحْسَانِ، قَالَ: أَنْ تَعْبُدَ اللهَ كَأَنَّكَ تَرَاهُ فَإِنْ لَمْ تَكُنْ تَرَاهُ فَإِنَّهُ يَرَاكَ . قَالَ: فَأَخْبِرْنِي عَنِ السَّاعَةِ، قَالَ: مَا الْمَسْؤُوْلُ عَنْهَا بِأَعْلَمَ مِنَ السَّائِلِ. قَالَ فَأَخْبِرْنِي عَنْ أَمَارَاتِهَا، قَالَ أَنْ تَلِدَ اْلأَمَةُ رَبَّتَهَا وَأَنْ تَرَى الْحُفَاةَ الْعُرَاةَ الْعَالَةَ رِعَاءَ الشَّاءِ يَتَطَاوَلُوْنَ فِي الْبُنْيَانِ، ثُمَّ انْطَلَقَ فَلَبِثْتُ مَلِيًّا، ثُمَّ قَالَ : يَا عُمَرَ أَتَدْرِي مَنِ السَّائِلِ ؟ قُلْتُ : اللهُ وَرَسُوْلُهُ أَعْلَمَ . قَالَ فَإِنَّهُ جِبْرِيْلُ أَتَــاكُمْ يُعَلِّمُكُمْ دِيْنَكُمْ . (رواه مسلم)

“ Dari Umar bin Khattab ra. berkata: Ketika duduk bersama Rasulullah Saw. Suatu hari, datanglah seorang laki-laki yang mengenakan baju yang sangat putih dan berambut sangat hitam, tidak tampak padanya bekas-bekas perjalanan jauh dan tidak ada seorangpun di antara kami yang mengenalnya. Hingga dia duduk di hadapan Rasulullah lalu menempelkan lututnya kepada lutut Rasulullah Saw. dan berkata,“Ya Muhammad, beritahukan aku tentang Islam”, maka Rasulullah Saw. besabda, “Islam adalah engkau bersaksi bahwa tidak ada tuhan yang disembah selain Allah Swt. dan bahwa nabi Muhammad Saw. adalah utusan Allah Swt, engkau mendirikan shalat, menunaikan zakat, puasa di bulan Ramadhan dan pergi haji jika mampu”, kemudian dia berkata, “ Anda benar”. Kami semua heran, dia yang bertanya dia pula yang membenarkan. Kemudian dia bertanya lagi, “Beritahukan aku tentang Iman”. Lalu beliau bersabda, “Engkau beriman kepada Allah Swt, malaikat-malaikat-Nya, kitab-kitab-Nya, rasul-rasul-Nya, hari akhir, dan engkau beriman kepada qadar yang baik dan buruk”, kemudian dia berkata, “Anda benar”. Kemudian dia berkata lagi, “Beritahukan aku tentang ihsan”. Lalu beliau bersabda, “Ihsan adalah engkau beribadah kepada Allah Swt. seakan-akan engkau melihat-Nya, jika engkau tidak

melihat-Nya maka Dia melihat engkau". Kemudian dia berkata, "Beritahukan aku tentang hari kiamat". Beliau bersabda, "Yang ditanya tidak lebih tahu dari yang bertanya". Dia berkata, "Beritahukan aku tentang tanda-tandanya", beliau bersabda, "Jika seorang hamba melahirkan tuannya, jika engkau melihat seorang bertelanjang kaki dan dada, miskin, dan penggembala domba berlomba-lomba meninggikan bangunannya". Kemudian orang itu pergi dan aku berdiam sebentar. Kemudian Rasulullah Saw. bertanya, "Wahai Umar, tahukah engkau siapa yang bertanya?" aku berkata, "Allah Swt. dan Rasul-Nya lebih mengetahui". Beliau bersabda, "Dia adalah Jibril yang bermaksud mengajarkan agama kalian"(HR. Muslim)

Hadits tersebut menyebutkan bahwa iman adalah yakin dan percaya kepada Allah Swt, malaikat-malaikat-Nya, kitab-kitab-Nya, rasul-rasul-Nya, hari kiamat, serta qadar yang baik dan buruk. Al-Quran merupakan salah satu kitab suci yang Allah Swt. turunkan, sehingga beriman kepada al-Quran menjadi suatu tolak ukur keimanan (Al-Bugha, 2007).

Surat al-Baqarah ayat 26 yang memiliki korespondensi dengan permasalahan yang diteliti, menurut Shihab (2000), Allah Swt. memberikan perumpamaan kepada manusia untuk menjelaskan segala hakikat melalui bermacam makhluk hidup dan benda, baik kecil maupun besar. Orang-orang yang tidak beriman menganggap remeh perumpamaan dengan makhluk-makhluk kecil seperti nyamuk dan laba-laba. Berbeda dengan orang-orang yang tidak beriman, orang beriman dapat mengambil hikmah dari sekecil apapun perumpamaan yang Allah Swt. ciptakan bahkan dengan perumpamaan yang lebih kecil daripada nyamuk sekalipun.

Surat al-Baqarah ayat 26 memiliki struktur berupa adanya solusi dari setiap permasalahan. Ayat al-Quran yang lain menunjukkan secara langsung bahwa ada solusi di setiap permasalahan yaitu surat al-Insyirah ayat 5 dan 6,

فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا(٥) إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا(٦)

"Maka sesungguhnya sesudah kesulitan ada kemudahan (5). Sesungguhnya sesudah kesulitan ada kemudahan (6)" (QS. al-Insyirah/94: 5 dan 6).

Menurut Al-Qarni (2007), ayat tersebut menunjukkan bahwa pada setiap kejadian dan permasalahan yang menimpa manusia di dunia ini, pasti ada kemudahan atau solusi permasalahan. Salah satu contohnya adalah penyakit. Seperti hadits Rasulullah Saw.

وَمَا أَنْزَلَ اللهُ دَاءً إِلَّا أَنْزَلَ لَهُ شِفَاءً

"Tidaklah Allah Swt. turunkan penyakit kecuali Allah Swt. turunkan juga obatnya"(HR. Bukhari).

Selain itu, ada juga hadits yang diriwayatkan oleh Muslim dari Jabir bin Abdillah, Rasulullah Saw. bersabda:

لِكُلِّ دَاءٍ دَوَاءٌ، فَإِذَا أَصَابَ الدَّوَاءُ الدَّاءَ، بَرَأَ بِإِذْنِ اللهِ عَزَّ وَجَلَّ

"*Setiap penyakit pasti memiliki obat. Jika obat tersebut sesuai dengan penyakitnya maka dia akan sembuh dengan seizin Allah Swt." (HR. Muslim).*

Hadits Rasulullah Saw. tersebut juga sesuai dengan surat al-Insyirah ayat 5 dan 6, yaitu mengenai kesulitan atau permasalahan berupa penyakit pasti ada solusi misalnya berupa obat. Banyak hadits shahih lainnya yang menyatakan bahwa setiap penyakit ada obatnya seperti hadits berikut ini:

إِنَّ اللهَ لَمْ يَنْزِلْ دَاءً إِلاَّ أَنْزَلَ لَهُ شِفَاءً، عَلِمَهُ مَنْ عَلِمَهُ وَجَهِلَهُ مَنْ جَهِلَهُ

"Sesungguhnya Allah Swt. tidak menurunkan suatu penyakit melainkan menurunkan juga obatnya. Obat itu diketahui oleh orang yang dapat mengetahuinya dan tidak diketahui oleh orang yang tidak dapat mengetahuinya" (HR. Ahmad, Ibnu Majah, dan Al-Hakim) (Quthb, 2008).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Solusi Numerik Model

Pada bagian ini akan dicari solusi numerik model matematika glukosa, insulin, dan sel beta menggunakan metode Newton. Langkah metode penelitian ini adalah:

1. Menjelaskan struktur model.
2. Mencari solusi model matematika glukosa, insulin, dan sel beta secara numerik menggunakan metode Newton.
3. Membandingkan solusi numerik dengan solusi eksak.

3.1.1 Struktur Model

Sebelum menjelaskan struktur model matematika glukosa, insulin, dan sel beta, terlebih dahulu dijelaskan variabel yang terlibat di dalamnya. Variabel-variabel yang digunakan pada model matematika glukosa, insulin, dan sel beta yaitu sebagai berikut:

$G(t)$: Banyaknya glukosa terhadap waktu t (mg/dl),

$I(t)$: Banyaknya konsentrasi insulin terhadap waktu t (μU/ml), dan

$\beta(t)$: Banyaknya massa sel beta terhadap waktu t (mg).

Parameter-parameter yang digunakan pada pembentukan model matematika disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 3.1 Tabel Nilai Parameter

Parameter	Nilai	Satuan	Keterangan
$\boldsymbol{a}$	864	$\mathrm{mg/dl}$ perhari	Banyaknya produksi glukosa oleh hati saat $G = 0$
$\boldsymbol{b}$	1,44	Perhari	Konstanta laju pelepasan glukosa dari darah, bebas dari insulin
$\boldsymbol{c}$	0,72	$\mathrm{ml/\mu U}$ perhari	Banyaknya pelepasan glukosa, karena insulin
$\boldsymbol{\delta}$	43,2	$\mathrm{\mu U/ml \cdot mg}$ perhari	Jumlah maksimal sekresi insulin oleh sel beta
$\boldsymbol{e}$	20.000	$\mathrm{mg^2/dl^2}$	Infleksi dari fungsi sigmoidal
$\boldsymbol{f}$	432	Perhari	Banyaknya serapan insulin dari darah untuk sel otot, hati, dan ginjal
$\boldsymbol{g}$	0,06	Perhari	Konstanta kematian sel beta
$\boldsymbol{h}$	0,00084	$\mathrm{dl/mg}$ perhari	Konstanta persamaan logistik
$\boldsymbol{i}$	0,0000024	$\mathrm{dl^2/mg^2}$ perhari	Konstanta persamaan logistik
$\boldsymbol{K}$	900	mg	Daya tampung massa sel beta
$\boldsymbol{r}$	0,01	Perhari	Konstanta pertumbuhan sel beta
$\boldsymbol{\alpha}$	0,01	$\mathrm{dl/mg}$	Konstanta setengah saturasi

(Boutayeb, dkk, 2014)

Identifikasi model matematika dimulai dengan menjelaskan pembentukan model pada dinamika glukosa. Glukosa yang terdapat dalam darah berasal dari hati dan ginjal (Topp, dkk, 2000). Konsentrasi glukosa yang dilepaskan dalam darah pada saat $G(t) = 0$ sebesar a dan menurun dengan laju b, sehingga perkembangan model menjadi

$$G_1 = a - bG(t). \tag{3.1}$$

Penurunan glukosa juga dipengaruhi oleh sensitivitas insulin sebesar c, sehingga perkembangan modelnya menjadi

$$G_2 = cI(t)G(t). \tag{3.2}$$

Hubungan glukosa yang menurun karena dipengaruhi oleh sensitivitas insulin diasumsikan sebagai hukum aksi masa. Sehingga digunakan fungsi Michaelis yang mengasumsikan bahwa konsentrasi glukosa dipengaruhi oleh insulin sesuai dengan persamaan berikut:

$$G_3 = -\frac{cI(t)G(t)}{\alpha G(t)+1} \tag{3.3}$$

dengan $1/\alpha$ adalah nilai setengah kejenuhan. Berdasarkan persamaan (3.1) dan persamaan (3.3) maka model dinamika glukosa yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dG(t)}{dt} &= G_1 + G_3 \\ \frac{dG(t)}{dt} &= a - bG(t) - \frac{cI(t)G(t)}{\alpha G(t)+1}. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Dinamika insulin diasumsikan bahwa laju penurunan konsentrasi insulin sebesar f, sehingga dikembangkan persamaan insulin menjadi

$$I_1 = fI(t). \tag{3.5}$$

Kemudian laju peningkatan konsentrasi insulin mengikuti model yang dikembangkan oleh Hernandez, dkk. (2001). Menggunakan fungsi Hill dengan koefisien 2, jangkauan maksimum $G = \sqrt{e}$ yaitu $\frac{G(t)^2}{e+G(t)^2}$, dan dipengaruhi oleh konsentrasi sel-β dengan jumlah maksimalnya sebesar δ, sehingga model menjadi

$$I_2 = \frac{\delta\beta G(t)^2}{e+G(t)^2}. \tag{3.6}$$

Berdasarkan persamaan (3.5) dan persamaan (3.6), model konsentrasi insulin adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dI(t)}{dt} &= I_2 - I_1 \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \delta\beta\frac{G(t)^2}{e+G(t)^2} - fI(t). \end{aligned} \tag{3.7}$$

Konsentrasi sel beta yang dihasilkan oleh pankreas mengikuti persamaan logistik yang dikembangkan oleh Hernandez, dkk. (2001) dengan konstanta pertumbuhan sel beta sebesar r, daya tampung sel beta sebesar K, dan bergantung pada kecenderungan gen sebesar $1-\varepsilon$ seperti pada persamaan (3.8). Diabetes mellitus dengan kecenderungan genetik terjadi ketika $\varepsilon = 1$ dan $\varepsilon = 0{,}5$, sedangkan diabetes mellitus tanpa kecenderungan genetik terjadi ketika $\varepsilon = 0$ (Boutayeb, dkk, 2014)

$$\frac{d\beta(t)}{dt} = (1-\varepsilon)r\beta(t)\left(1-\frac{\beta(t)}{K}\right) + \varepsilon(-g + hG(t) - iG(t)^2)\beta(t). \tag{3.8}$$

Model yang diperoleh dari persamaan (3.4), persamaan (3.7), dan persamaan (3.8) adalah suatu sistem persamaan diferensial biasa nonlinier yang dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dG(t)}{dt} &= a - bG(t) - \frac{cI(t)G(t)}{\alpha G(t)+1} \\
\frac{dI(t)}{dt} &= \delta\beta\frac{G(t)^2}{e+G(t)^2} - fI(t) \\
\frac{d\beta(t)}{dt} &= (1-\varepsilon)r\beta(t)\left(1-\frac{\beta(t)}{K}\right) + \varepsilon(-g + hG(t) - iG(t)^2)\beta(t).
\end{aligned} \tag{3.9}$$

3.1.2 Solusi Numerik Model Matematika menggunakan Metode Newton

Model matematika glukosa, insulin, dan sel beta merupakan sistem persamaan diferensial biasa nonlinier. Maka diasumsikan $dG(t)/dt = 0$, $dI(t)/dt = 0$, dan $d\beta(t)/dt = 0$. Variabel yang digunakan pada model dimisalkan menjadi $G(t) = x_1$, $I(t) = x_2$, dan $\beta(t) = x_3$. Menggunakan parameter yang disajikan pada Tabel 3.1 dan dengan nilai awal pada tabel berikut:

Tabel 3.2 Tabel Nilai Awal

Variabel	Nilai	Satuan
$\boldsymbol{G}(\mathbf{0})$	82,6	mg/dl
$\boldsymbol{I}(\mathbf{0})$	23	µU/ml
$\boldsymbol{\beta}(\mathbf{0})$	900	mg

(Boutayeb, dkk, 2014)

maka sistem persamaan glukosa, insulin, dan sel beta menjadi sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = 864 - 1{,}44x_1 - \frac{0{,}72x_1x_2}{0{,}01x_1 + 1}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 43{,}2x_3\frac{{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2} - 432x_2 \qquad (3.10)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = (1-\varepsilon)rx_3\left(1 - \frac{x_3}{900}\right) + \varepsilon(-0{,}06 + 0{,}00084x_1 - 0{,}0000024{x_1}^2)x_3.$$

3.1.2.1 Kondisi 1 : Ketika $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{1}$

Penyelesaian pertama akan menggunakan $\varepsilon = 1$, yaitu diabetes mellitus dengan kecenderungan genetik (Boutayeb, dkk, 2014). Sehingga persamaan ketiga dari sistem persamaan (3.10) menjadi

$$\frac{dx_3}{dt} = (-0{,}06 + 0{,}00084x_1 - 0{,}0000024{x_1}^2)x_3 \qquad (3.11)$$

dan sistem persamaan glukosa, insulin, dan sel beta menjadi

$$\frac{dx_1}{dt} = 864 - 1{,}44x_1 - \frac{0{,}72x_1x_2}{0{,}01x_1 + 1}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 43{,}2x_3\frac{{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2} - 432x_2 \qquad (3.12)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = (-0{,}06 + 0{,}00084x_1 - 0{,}0000024{x_1}^2)x_3.$$

Sistem persamaan (3.12) dituliskan dalam matriks yang memuat tiga variabel x_1, x_2, dan x_3 sebagai berikut:

$$\boldsymbol{F}(x_1, x_2, x_3) \quad = [f_1(x_1, x_2, x_3), f_2(x_1, x_2, x_3), f_3(x_1, x_2, x_3)]^T$$

$$\boldsymbol{F}(x_1,x_2,x_3) = \begin{pmatrix} f_1(x_1,x_2,x_3) \\ f_2(x_1,x_2,x_3) \\ f_3(x_1,x_2,x_3) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 864 - 1{,}44x_1 - \dfrac{0{,}72x_1x_2}{0{,}01x_1 + 1} \\ 43{,}2x_3 \dfrac{{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2} - 432x_2 \\ (-0{,}06 + 0{,}00084x_1 - 0{,}0000024{x_1}^2)x_3 \end{pmatrix}.$$

Matriks Jacobian dari matriks $\boldsymbol{F}(x_1,x_2,x_3)$ adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{J}(x_1,x_2,x_3) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \dfrac{\partial f_3}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_3}{\partial x_2} & \dfrac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

dengan

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = -1{,}44 - \frac{0{,}72x_2}{0{,}01x_1 + 1} + \frac{0{,}0072x_1x_2}{(0{,}01x_1 + 1)^2}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = -\frac{0{,}72x_1}{0{,}01x_1 + 1}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{86{,}4x_3x_1}{{x_1}^2 + 20000} - \frac{86{,}4x_3{x_1}^3}{({x_1}^2 + 20000)^2}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = -432$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{43{,}2{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = (0{,}0008 - 0{,}0000048x_1)x_3$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = -0{,}06 + 0{,}00084x_1 - 0{,}0000024{x_1}^2$$

dan nilai awal $\boldsymbol{x}^{(0)}\left({x_1}^{(0)}, {x_2}^{(0)}, {x_3}^{(0)}\right) = (82{,}6, 23, 900)^T$, maka

$$\boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right) = \begin{pmatrix} 864 - 1{,}44{x_1}^{(0)} - \dfrac{0{,}72{x_1}^{(0)}{x_2}^{(0)}}{0{,}01{x_1}^{(0)} + 1} \\ 43{,}2{x_3}^{(0)} \dfrac{{{x_1}^{(0)}}^2}{20000 + {{x_1}^{(0)}}^2} - 432{x_2}^{(0)} \\ \left(-0{,}06 + 0{,}00084{x_1}^{(0)} - 0{,}0000024{{x_1}^{(0)}}^2\right){x_3}^{(0)} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 864 - 1{,}44 \times 82{,}6 - \dfrac{0{,}72 \times 82{,}6 \times 23}{0{,}01 \times 82{,}6 + 1} \\ 43{,}2 \times 900 \times \dfrac{82{,}6^2}{20000 + 82{,}6^2} - 432 \times 23 \\ (-0{,}06 + 0{,}00084 \times 82{,}6 - 0{,}0000024 \times 82{,}6^2) \times 900 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4{,}0436714 \\ -46{,}305248 \\ -6{,}2915616 \end{pmatrix}.$$

Nilai awal $\boldsymbol{x}^{(0)}$ juga dimasukkan pada matriks Jacobian

$$\boldsymbol{J}\left({x_1}^{(0)}, {x_2}^{(0)}, {x_3}^{(0)}\right) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_3}^{(0)}} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_3}^{(0)}} \\ \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_3}^{(0)}} \end{pmatrix}$$

dengan

$$\frac{\partial f_1}{\partial {x_1}^{(0)}} = -1{,}44 - \frac{0{,}72{x_2}^{(0)}}{0{,}01{x_1}^{(0)} + 1} + \frac{0{,}0072{x_1}^{(0)}{x_2}^{(0)}}{(0{,}01{x_1}^{(0)} + 1)^2}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial {x_1}^{(0)}} = -1{,}44 - \frac{0{,}72 \times 23}{0{,}01 \times 82{,}6 + 1} + \frac{0{,}0072 \times 82{,}6 \times 23}{(0{,}01 \times 82{,}6 + 1)^2}$$

$$= -6{,}406595451$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial {x_2}^{(0)}} = -\frac{0{,}72{x_1}^{(0)}}{0{,}01{x_1}^{(0)} + 1}$$

$$= -\frac{0{,}72 \times 82{,}6}{0{,}01 \times 82{,}6 + 1}$$

$$= -32{,}56955093$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3{}^{(0)}} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1{}^{(0)}} = \frac{86{,}4 x_3{}^{(0)} x_1{}^{(0)}}{x_1{}^{(0)^2} + 20000} - \frac{86{,}4 x_3{}^{(0)} x_1{}^{(0)^3}}{\left(x_1{}^{(0)^2} + 20000\right)^2}$$

$$= \frac{86{,}4 \times 900 \times 82{,}6}{82{,}6^2 + 20000} - \frac{86{,}4 \times 900 \times 82{,}6^3}{(82{,}6^2 + 20000)^2}$$

$$= 178{,}5497998$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2{}^{(0)}} = -432$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3{}^{(0)}} = \frac{43{,}2 x_1{}^{(0)^2}}{20000 + x_1{}^{(0)^2}}$$

$$= \frac{43{,}2 \times 82{,}6^2}{20000 + 82{,}6^2}$$

$$= 10{,}98854972$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1{}^{(0)}} = (0{,}00084 - 0{,}0000024 x_1{}^{(0)}) x_3{}^{(0)}$$

$$= (0{,}00084 - 0{,}0000024 \times 82{,}6) \times 900$$

$$= 0{,}39916800$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_2{}^{(0)}} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3{}^{(0)}} = -0{,}06 + 0{,}00084 x_1{}^{(0)} - 0{,}0000024 x_1{}^{(0)^2}$$

$$= -0{,}06 + 0{,}0008\,4 \times 82{,}6 - 0{,}0000024 \times 82{,}6^2$$

$$= -0{,}006990624.$$

Hasil perhitungan elemen matriks Jacobian dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)=\begin{pmatrix}-6{,}406595451 & -32{,}56955093 & 0\\ 178{,}5497998 & -432 & 10{,}98854972\\ 0{,}39916800 & 0 & -0{,}006990624\end{pmatrix}$$

dan invers dari matriks Jacobian adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1}=\begin{pmatrix}-0{,}01488692699 & 0{,}001122362330 & 1{,}764239397\\ -0{,}02777519048 & -0{,}0002207743489 & -0{,}3470348155\\ -0{,}8500507068 & 0{,}06408743009 & -42{,}30982642\end{pmatrix}.$$

Setelah diperoleh hasil matriks $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})$ dan matriks Jacobian $\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)$, kemudian akan dicari $\boldsymbol{y}^{(0)}$ dengan menyelesaikan sistem persamaan linier.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)\boldsymbol{y}^{(0)} &= -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})\\
\boldsymbol{y}^{(0)} &= \boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1}\left(-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})\right)\\
\begin{pmatrix}{y_1}^{(0)}\\ {y_2}^{(0)}\\ {y_3}^{(0)}\end{pmatrix} &= -\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})\right)\\
&= -\begin{pmatrix}-6{,}406595451 & -32{,}56955093 & 0\\ 178{,}5497998 & -432 & 10{,}98854972\\ 0{,}39916800 & 0 & -0{,}006990624\end{pmatrix}^{-1}\\
&\quad\times\begin{pmatrix}-4{,}0436714\\ -46{,}305248\\ -6{,}291561600\end{pmatrix}\\
&= -\begin{pmatrix}-0{,}01488692699 & 0{,}001122362330 & 1{,}764239397\\ -0{,}02777519048 & -0{,}0002207743489 & -0{,}3470348155\\ -0{,}8500507068 & 0{,}06408743009 & -42{,}30982642\end{pmatrix}\\
&\quad\times\begin{pmatrix}-4{,}0436714\\ -46{,}305248\\ -6{,}291561600\end{pmatrix}\\
&= \begin{pmatrix}11{,}0915942742430\\ -002{,}3059276729742\\ -266{,}6646206031066\end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh nilai x_1, x_2, dan x_3 sebagai iterasi pertama $k=1$

$$\begin{pmatrix} x_1{}^{(1)} \\ x_2{}^{(1)} \\ x_3{}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1{}^{(0)} \\ x_2{}^{(0)} \\ x_3{}^{(0)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1{}^{(0)} \\ y_2{}^{(0)} \\ y_3{}^{(0)} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 82,6 \\ 23 \\ 900 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 11,0915942742430 \\ -2,3059276729742 \\ -266,6646206031066 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 93,6915942742430 \\ 20,6940723270258 \\ 633,3353793968934 \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya mencari norma vektor maksimum pada iterasi pertama saat $k = 1$, mengikuti persamaan (2.4) diperoleh:

$$^{+1)} - \boldsymbol{x}^{(i)}\|_\infty = \max_{0 \le i \le n} \left|\boldsymbol{x}^{(i+1)} - \boldsymbol{x}^{(i)}\right|$$

$$= max\{|11,091|, |-2,3059|, |-266,6646|\}$$

$$= 266,6646206031066.$$

Karena $\left\|\boldsymbol{x}^{(1)} - \boldsymbol{x}^{(0)}\right\|_\infty = 266,6646206031066$ lebih besar daripada toleransi yang ditetapkan yaitu sebesar 10^{-12} maka iterasi dilanjutkan.

Selanjutnya untuk mencari solusi numerik pada iterasi kedua $k = 2$, dimasukkan $\begin{pmatrix} x_1{}^{(1)} \\ x_2{}^{(1)} \\ x_3{}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 93,6915942742430 \\ 20,6940723270258 \\ 633,3353793968934 \end{pmatrix}$, sehingga

$$\boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{x}^{(1)}\right) = (83,613202, -598,68027, -0,0149801860)^T ,$$

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(1)}\right) = \begin{pmatrix} -5,4115211684878 & -34,8275032488504 & 0 \\ 123,74378590371 & -432 & 13,1771847831 \\ 0,2470474729440 & 0 & -0,0023665380881 \end{pmatrix}, \text{ dan}$$

invers dari matriks Jacobian tersebut adalah:

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -0,00791849 & 0,00063838 & 3,554592652 \\ -0,02748256 & -0,00009919 & -0,55231503 \\ -0,82662593 & 0,06664194 & -51,4873894 \end{pmatrix}.$$

Setelah diperoleh matriks $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(1)})$ dan matriks Jacobian $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(1)})$, kemudian akan dicari $\boldsymbol{y}^{(1)}$ dengan menyelesaikan sistem persamaan linier.

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(1)})\boldsymbol{y}^{(1)} = -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(1)})$$

$$\boldsymbol{y}^{(1)} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(1)})^{-1}(-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(1)}))$$

$$\begin{pmatrix} {y_1}^{(1)} \\ {y_2}^{(1)} \\ {y_3}^{(1)} \end{pmatrix} = -\boldsymbol{J}({x_1}^{(1)}, {x_2}^{(1)}, {x_3}^{(1)})^{-1}(\boldsymbol{F}({x_1}^{(1)}, {x_2}^{(1)}, {x_3}^{(1)}))$$

$$= -\begin{pmatrix} -5,41152117 & -34,827503 & 0 \\ 123,74378590 & -432 & 13,1771847831 \\ 0,247047473 & 0 & -0,0023665380881 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\times \begin{pmatrix} -0,55657 \\ 0,308156 \\ -6,291014556 \end{pmatrix}$$

$$= -\begin{pmatrix} -0,00791849 & 0,00063838 & 3,554592652 \\ -0,02748256 & -0,00009919 & -0,55231503 \\ -0,82662593 & 0,06664194 & -51,4873894 \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} -0,55657 \\ 0,308156 \\ 611,66235 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5,773241702625913 \\ -0,656972142906904 \\ -30,320169714593010 \end{pmatrix}.$$

Sehingga diperoleh nilai x_1, x_2, dan x_3 sebagai iterasi kedua $k = 2$

$$\begin{pmatrix} {x_1}^{(2)} \\ {x_2}^{(2)} \\ {x_3}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {x_1}^{(1)} \\ {x_2}^{(1)} \\ {x_3}^{(1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} {y_1}^{(1)} \\ {y_2}^{(1)} \\ {y_3}^{(1)} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 82,6013704657267 \\ 22,8926650054659 \\ 899,9999991000783 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5,773241702625913 \\ -0,656972142906904 \\ -30,320169714593010 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 99,4648317026259 \\ 20,0370978570931 \\ 602,6798302854070 \end{pmatrix}.$$

Untuk mencari iterasi ketiga dan seterusnya dapat dilakukan dengan bantuan program Matlab yang disajikan pada Lampiran 3. Hasil iterasi yang telah dilakukan sampai iterasi keenam disajikan pada tabel berikut:

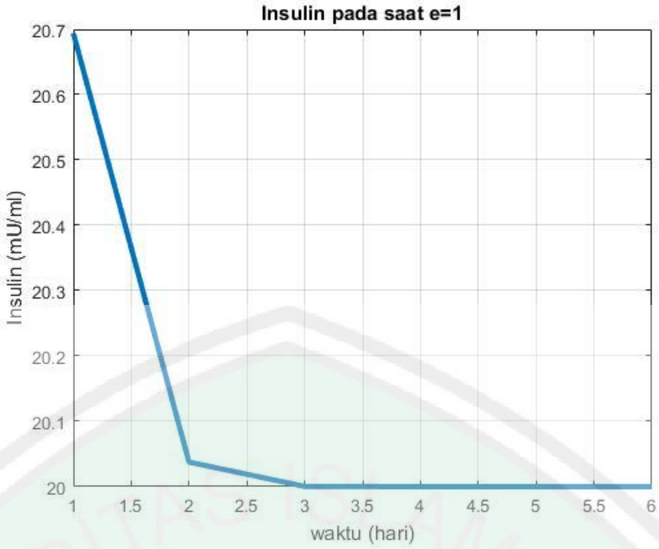
Tabel 3.3 Perhitungan Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton Sampai Iterasi Keenam Ketika $\varepsilon = 1$

k	x_1	x_2	x_3	$\left\lVert x^{(1)} - x^{(0)} \right\rVert_\infty$
0	82,6	23	900	
1	93,691594274242973	20,694072327025818	633,33537939689336	2,3059276729741818
2	99,461905911200176	20,037552439068303	602,69350117747024	0,65651988795751492
3	99,995707048484292	20,000357974328420	600,02229447566560	0,037194464739883415
4	99,999999717649601	20,000000022631987	600,00000141612270	0,00035795169643293434
5	99,999999999999972	20,000000000000004	600,00000000000034	0,000000022631983398468947
6	99,999999999999986	19,999999999999996	599,99999999999989	0,0000000000000071054735760 1002

Tabel 3.3 menunjukkan bahwa iterasi yang dilakukan dengan menggunakan program Matlab berhenti sampai iterasi keenam. Iterasi solusi numerik berhenti ketika nilai kesalahan maksimum sebesar $7{,}105 \times 10^{-15}$ yang lebih kecil daripada toleransi yang ditentukan yaitu 10^{-12}. Sehingga diperoleh titik tetap dengan menggunakan metode Newton yang mendekati nilai solusi eksak.

Berikut adalah grafik iterasi solusi numerik model matematika glukosa, insulin, dan sel beta ketika $\varepsilon = 1$:

Gambar 3.1 Grafik Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton pada Variabel x_1 dengan Nilai Awal 82,6 Ketika $\varepsilon = 1$



Gambar 3.2 Grafik Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton pada Variabel x_2 dengan Nilai Awal 23 Ketika $\varepsilon = 1$

Gambar 3.3 Grafik Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton pada Variabel x_3 dengan Nilai Awal 900 Ketika $\varepsilon = 1$

Gambar 3.1, Gambar 3.2, dan Gambar 3.3 menunjukkan bahwa $G(t)$, $I(t)$, dan $\beta(t)$ stabil mulai hari ke-3. Kondisi glukosa, insulin, dan sel beta pada penderita penyakit diabetes mellitus dengan kecenderungan genetik menjadi stabil ketika $\left(G(t), I(t), \beta(t)\right) = (99{,}99, 19{,}99, 599{,}99)$.

3.1.2.2 Kondisi 2: Ketika $\boldsymbol{\varepsilon = 0}$

Penyelesaian kedua akan menggunakan $\varepsilon = 0$, yaitu diabetes tanpa kecenderungan genetik (Boutayeb, dkk, 2014). Persamaan ketiga dari sistem persamaan (3.10) menjadi

$$\frac{dx_3}{dt} = 0{,}01x_3\left(1 - \frac{x_3}{900}\right) \tag{3.13}$$

dan sistem persamaan glukosa, insulin, dan sel beta menjadi

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= 864 - 1{,}44x_1 - \frac{0{,}72x_1x_2}{0{,}01x_1 + 1} \\ \frac{dx_2}{dt} &= 43{,}2x_3\frac{{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2} - 432x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= 0{,}01x_3\left(1 - \frac{x_3}{900}\right) \end{aligned} \tag{3.14}$$

Sistem persamaan (3.14) dituliskan dalam matriks yang memuat tiga variabel x_1, x_2, dan x_3 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}(x_1, x_2, x_3) &= [f_1(x_1, x_2, x_3), f_2(x_1, x_2, x_3), f_3(x_1, x_2, x_3)]^T \\ \boldsymbol{F}(x_1, x_2, x_3) &= \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3) \\ f_2(x_1, x_2, x_3) \\ f_3(x_1, x_2, x_3) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 864 - 1{,}44x_1 - \dfrac{0{,}72x_1x_2}{0{,}01x_1 + 1} \\ 43{,}2x_3\dfrac{{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2} - 432x_2 \\ 0{,}01x_3\left(1 - \dfrac{x_3}{900}\right) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Matriks Jacobian dari matriks $\boldsymbol{F}(x_1, x_2, x_3)$ adalah sebagai berikut

$$\boldsymbol{J}(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

dengan

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = -1{,}44 - \frac{0{,}72x_2}{0{,}01x_1 + 1} + \frac{0{,}0072x_1x_2}{(0{,}01x_1 + 1)^2}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = -\frac{0{,}72x_1}{0{,}01x_1 + 1}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{86{,}4x_3x_1}{x_1{}^2 + 20000} - \frac{86{,}4x_3x_1{}^3}{(x_1{}^2 + 20000)^2}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = -432$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{43{,}2x_1{}^2}{(20000 + x_1{}^2)}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = 0{,}01 - \frac{x_3}{45000}$$

dan nilai awal $\boldsymbol{x}^{(0)}\left(x_1{}^{(0)}, x_2{}^{(0)}, x_3{}^{(0)}\right) = (82{,}6, 23, 900)^T$, maka

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)}) = \begin{pmatrix} 864 - 1{,}44{x_1}^{(0)} - \dfrac{0{,}72{x_1}^{(0)}{x_2}^{(0)}}{0{,}01{x_1}^{(0)} + 1} \\ 43{,}2{x_3}^{(0)} \dfrac{{{x_1}^{(0)}}^2}{20000 + {{x_1}^{(0)}}^2} - 432{x_2}^{(0)} \\ 0{,}01{x_3}^{(0)} \left(1 - \dfrac{{x_3}^{(0)}}{900}\right) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 864 - 1{,}44 \times 82{,}6 - \dfrac{0{,}72 \times 82{,}6 \times 23}{0{,}01 \times 82{,}6 + 1} \\ 43{,}2 \times (900) \dfrac{82{,}6^2}{20000 + 82{,}6^2} - 432 \times 23 \\ 0{,}01 \times 900 \times \left(1 - \dfrac{900}{900}\right) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4{,}0436714 \\ -46{,}305248 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Nilai awal juga dimasukkan pada matriks Jacobian

$$\boldsymbol{J}\left({x_1}^{(0)}, {x_2}^{(0)}, {x_3}^{(0)}\right) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_3}^{(0)}} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_3}^{(0)}} \\ \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_3}^{(0)}} \end{pmatrix}$$

dengan

$$\frac{\partial f_1}{\partial {x_1}^{(0)}} = -1{,}44 - \frac{0{,}72{x_2}^{(0)}}{0{,}01{x_1}^{(0)} + 1} + \frac{0{,}0072{x_1}^{(0)}{x_2}^{(0)}}{(0{,}01{x_1}^{(0)} + 1)^2}$$

$$= -1{,}44 - \frac{0{,}72 \times 23}{0{,}01 \times 82{,}6 + 1} + \frac{0{,}0072 \times 82{,}6 \times 23}{(0{,}01 \times 82{,}6 + 1)^2}$$

$$= -6{,}406595451$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial {x_2}^{(0)}} = -\frac{0{,}72{x_1}^{(0)}}{0{,}01{x_1}^{(0)} + 1}$$

$$= -\frac{0{,}72 \times 82{,}6}{0{,}01 \times 82{,}6 + 1}$$

$$= -32{,}56955093$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial {x_3}^{(0)}} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial {x_1}^{(0)}} = \frac{86{,}4{x_3}^{(0)}{x_1}^{(0)}}{{x_1}^{(0)^2} + 20000} - \frac{86{,}4{x_3}^{(0)}{x_1}^{(0)^3}}{\left({x_1}^{(0)^2} + 20000\right)^2}$$

$$= \frac{86{,}4 \times 900 \times 82{,}6}{82{,}6^2 + 20000} - \frac{86{,}4 \times 900 \times 82{,}6^3}{(82{,}6^2 + 20000)^2}$$

$$= 178{,}5497998$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial {x_2}^{(0)}} = -432$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial {x_3}^{(0)}} = \frac{43{,}2{x_1}^{(0)^2}}{20000 + {x_1}^{(0)^2}}$$

$$= \frac{43{,}2 \times 82{,}6^2}{20000 + 82{,}6^2}$$

$$= 10{,}98854972$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial {x_1}^{(0)}} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial {x_2}^{(0)}} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial {x_3}^{(0)}} = 0{,}01 - \frac{{x_3}^{(0)}}{45000}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial {x_3}^{(0)}} = 0{,}01 - \frac{900}{45000}$$

$$= -0{,}01.$$

Hasil perhitungan elemen matriks Jacobian dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right) = \begin{pmatrix} -6{,}406595451 & -32{,}56955093 & 0 \\ 178{,}5497997 & -432 & 10{,}98854972 \\ 0 & 0 & -0{,}01 \end{pmatrix}$$

dan invers dari matriks Jacobian tersebut adalah:

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -0{,}05033242686 & 0{,}003794686436 & 4{,}169810057 \\ -0{,}02080288133 & -0{,}0007464340208 & -0{,}8202227350 \\ 0 & 0 & -100 \end{pmatrix}.$$

Setelah diperoleh hasil matriks $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})$ dan matriks Jacobian $\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)$, kemudian akan dicari $\boldsymbol{y}^{(0)}$ dengan menyelesaikan sistem persamaan linier.

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)\boldsymbol{y}^{(0)} = -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})$$

$$\boldsymbol{y}^{(0)} = \boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1}\left(-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})\right)$$

$$\begin{pmatrix} {y_1}^{(0)} \\ {y_2}^{(0)} \\ {y_3}^{(0)} \end{pmatrix} = \boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1}\left(-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})\right)$$

$$= -\begin{pmatrix} -6{,}406595451 & -32.56955093 & 0 \\ 178{,}5497997 & -432 & 10{,}98854972 \\ 0 & 0 & -0{,}01 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\times \begin{pmatrix} -4{,}0436714 \\ -46{,}305248 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= -\begin{pmatrix} -0{,}05033242686 & 0{,}003794686436 & 4{,}169810057 \\ -0{,}02080288133 & -0{,}0007464340208 & -0{,}8202227350 \\ 0 & 0 & -100 \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} -4{,}0436714 \\ -46{,}305248 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0{,}027813896 \\ 0{,}118683823067052 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh nilai x_1, x_2, dan x_3 sebagai iterasi pertama $k = 1$

$$\begin{pmatrix} {x_1}^{(1)} \\ {x_2}^{(1)} \\ {x_3}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {x_1}^{(0)} \\ {x_2}^{(0)} \\ {x_3}^{(0)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} {y_1}^{(0)} \\ {y_2}^{(0)} \\ {y_3}^{(0)} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 82,6 \\ 23 \\ 900 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,027813896 \\ 0,118683823067052 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 82,627813896 \\ 23,118683823067052 \\ 900 \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya mencari norma vektor maksimum pada iterasi pertama saat $k = 1$, mengikuti persamaan (2.4) diperoleh:

$$\left\| \boldsymbol{x}^{(i+1)} - \boldsymbol{x}^{(i)} \right\|_{\infty} = \max_{0 \le i \le n} \left| \boldsymbol{x}^{(i+1)} - \boldsymbol{x}^{(i)} \right|$$

$$= max\{|0,027813896|, |0,118683823067052|, |0|\}$$

$$= 0,118683823067052.$$

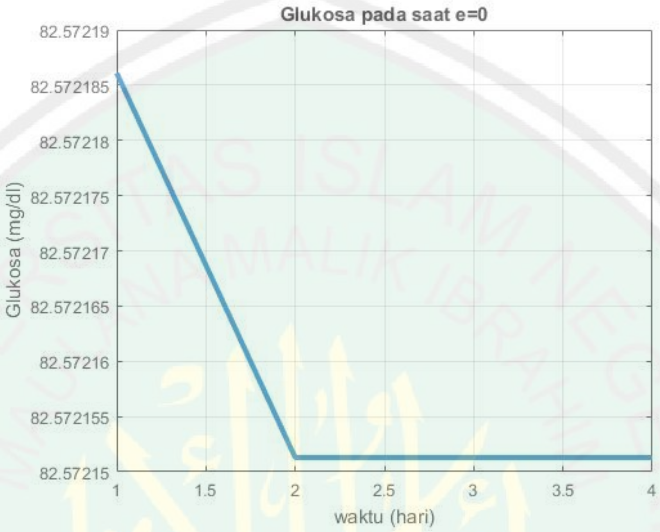
Karena $\left\| \boldsymbol{x}^{(1)} - \boldsymbol{x}^{(0)} \right\|_{\infty} = 0,118683823067052$ lebih besar daripada toleransi yang ditetapkan yaitu sebesar 10^{-12} maka iterasi dilanjutkan.

Untuk mencari iterasi kedua dan seterusnya dapat dilakukan dengan bantuan program Matlab yang disajikan pada Lampiran 4. Hasil iterasi yang telah dilakukan sampai iterasi keempat disajikan pada tabel berikut:

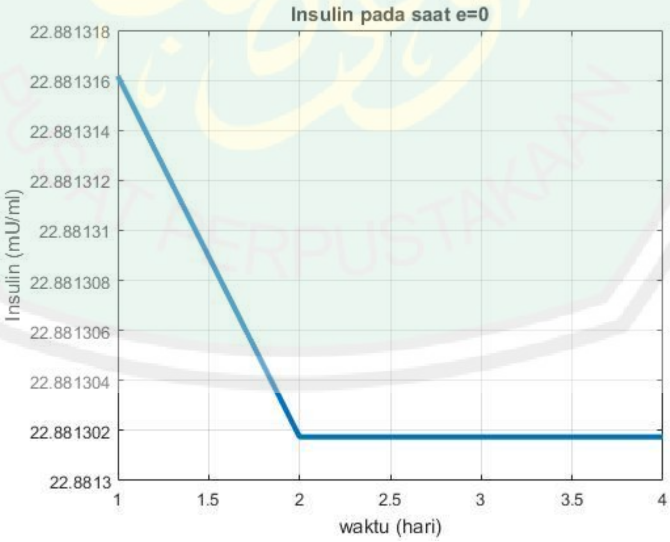
Tabel 3.4 Perhitungan Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton Sampai Iterasi Keempat Ketika $\varepsilon = 0$

K	x_1	x_2	x_3	$\left\|x^{(1)} - x^{(0)}\right\|_\infty$
0	82,6	23	900	
1	82,5721861017062510	22,8813161708324590	900,0000000000000	0,1186838291675407
2	82,5721512855143520	22,8813017474140670	900,0000000000000	0,000034816191899267324
3	82,5721512855106000	22,8813017474124720	900,0000000000000	0,000000000003751665644813329
4	82,5721512855106140	22,8813017474124760	900,0000000000000	0,000000000000014210854715202004

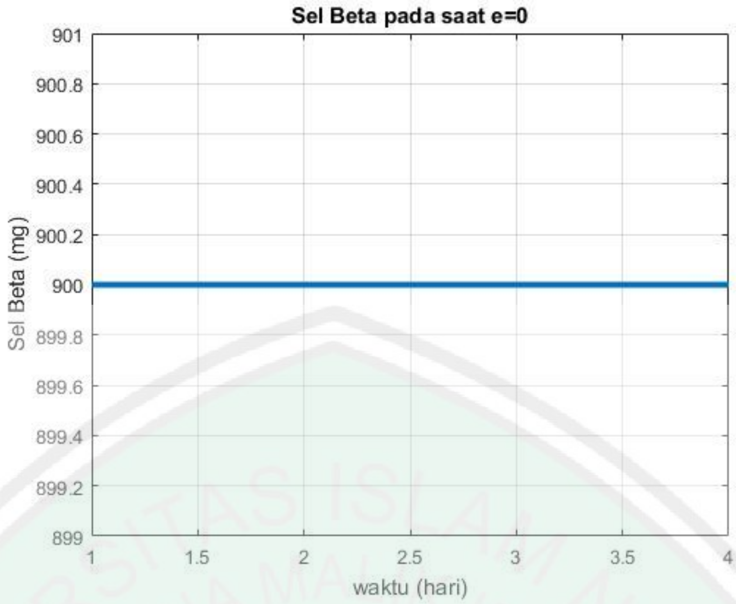
Karena pada iterasi keempat norma vektor maksimal adalah $1{,}421 \times 10^{-14}$ lebih kecil daripada 10^{-12} maka iterasi dihentikan. Berikut adalah grafik iterasi solusi numerik sistem persamaan glukosa, insulin, dan sel beta ketika $\varepsilon = 0$:



Gambar 3.4 Grafik Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton pada Variabel x_1 dengan Nilai Awal 82,6 Ketika $\varepsilon = 0$



Gambar 3.5 Grafik Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton pada Variabel x_2 dengan Nilai Awal 23 Ketika $\varepsilon = 0$



Gambar 3.6 Grafik Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton pada Variabel x_3 dengan Nilai Awal 900 Ketika $\varepsilon = 0$

Gambar 3.4, Gambar 3.5, dan Gambar 3.6 menunjukkan bahwa $G(t)$, $I(t)$, dan $\beta(t)$ stabil mulai hari ke-2. Kondisi glukosa, insulin, dan sel beta pada diabetes mellitus tanpa kecenderungan genetik menjadi stabil ketika $\big(G(t), I(t), \beta(t)\big) = (82{,}57, 22{,}88, 900)$.

3.1.2.3 Kondisi 3: Ketika $\varepsilon = 0,5$

Penyelesaian ketiga menggunakan $\varepsilon = 0{,}5$, yaitu diabetes mellitus dengan kecenderungan genetik (Boutayeb, dkk, 2014). Persamaan ketiga dari sistem persamaan (3.10) menjadi

$$\frac{dz}{dt} = 0{,}005x_3\left(1 - \frac{x_3}{900}\right) + 0{,}5(-0{,}06 + 0{,}00084x_1 - 0{,}0000024{x_1}^2)x_3 \qquad (3.15)$$

dan sistem persamaan glukosa, insulin, dan sel beta menjadi

$$\frac{dx_1}{dt} = 864 - 1{,}44x_1 - \frac{0{,}72x_1x_2}{0{,}01x_1 + 1}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 43{,}2x_3 \frac{{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2} - 432x_2 \qquad (3.16)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = 0{,}005x_3\left(1 - \frac{x_3}{900}\right) + 0{,}5(-0{,}06 + 0{,}00084x_1 - 0{,}0000024{x_1}^2)x_3.$$

Sistem persamaan (3.16) dituliskan dalam matriks yang memuat tiga variabel x_1, x_2, dan x_3 sebagai berikut:

$$\boldsymbol{F}(x_1, x_2, x_3) \quad = [f_1(x_1,x_2,x_3), f_2(x_1,x_2,x_3), f_3(x_1,x_2,x_3)]^T$$

$$\boldsymbol{F}(x_1, x_2, x_3) \quad = \begin{pmatrix} f_1(x_1,x_2,x_3) \\ f_2(x_1,x_2,x_3) \\ f_3(x_1,x_2,x_3) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 864 - 1{,}44x_1 - \dfrac{0{,}72x_1x_2}{0{,}01x_1 + 1} \\ 43{,}2x_3 \dfrac{{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2} - 432x_2 \\ 0{,}005x_3\left(1 - \dfrac{x_3}{900}\right) + 0{,}5(-0{,}06 + 0{,}00084x_1 - 0{,}0000024{x_1}^2)x_3 \end{pmatrix}$$

Matriks Jacobian dari matriks $\boldsymbol{F}(x_1, x_2, x_3)$ adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{J}\left({x_1}^{(0)}, {x_2}^{(0)}, {x_3}^{(0)}\right) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_3}^{(0)}} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_3}^{(0)}} \\ \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_3}^{(0)}} \end{pmatrix}$$

dengan

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \quad = -1{,}44 - \frac{0{,}72x_2}{0{,}01x_1 + 1} + \frac{0{,}0072x_1x_2}{(0{,}01x_1 + 1)^2}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \quad = -\frac{0{,}72x_1}{0{,}01x_1 + 1}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3} \quad = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{86{,}4x_3x_1}{{x_1}^2 + 20000} - \frac{86{,}4x_3{x_1}^3}{({x_1}^2 + 20000)^2}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = -432$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{43{,}2{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = 0{,}5(0{,}00084 - 0{,}0000048x_1)x_3$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = -0{,}025 - \frac{x_3}{90000} + 0{,}00042x_1 - 0{,}0000012{x_1}^2$$

dan nilai awal $\boldsymbol{x}^{(0)}\left({x_1}^{(0)}, {x_2}^{(0)}, {x_3}^{(0)}\right) = (82{,}6, 23, 900)^T$, maka

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)}) = \begin{pmatrix} 864 - 1{,}44x_1 - \dfrac{0{,}72x_1x_2}{0{,}01x_1 + 1} \\ 43{,}2x_3\dfrac{{x_1}^2}{20000 + {x_1}^2} - 432x_2 \\ 0{,}005x_3\left(1 - \dfrac{x_3}{900}\right) + 0{,}5(-0{,}06 + 0{,}00084x_1 - 0{,}0000024{x_1}^2)x_3 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)}) = \begin{pmatrix} 864 - 1{,}44 \times 82{,}6 - \dfrac{0{,}72 \times 82{,}6 \times 23}{0{,}01 \times 82{,}6 + 1} \\ 43{,}2 \times 900 \times \dfrac{82{,}6^2}{20000 + 82{,}6^2} - 432 \times 23 \\ 0{,}005z\left(1 - \dfrac{900}{900}\right) + 0{,}5(-0{,}06 + 0{,}00084 \times 82{,}6 - 0{,}0000024 \times 82{,}6^2) \times 900 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4{,}0436714 \\ -46{,}305248 \\ -3{,}1457808 \end{pmatrix}.$$

Nilai awal juga dimasukkan pada matriks Jacobian

$$\boldsymbol{J}\left({x_1}^{(0)}, {x_2}^{(0)}, {x_3}^{(0)}\right) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_1}{\partial {x_3}^{(0)}} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_2}{\partial {x_3}^{(0)}} \\ \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_1}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_2}^{(0)}} & \dfrac{\partial f_3}{\partial {x_3}^{(0)}} \end{pmatrix}$$

dengan

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1{}^{(0)}} = -1{,}44 - \frac{0{,}72x_2{}^{(0)}}{0{,}01x_1{}^{(0)} + 1} + \frac{0{,}0072x_1{}^{(0)}x_2{}^{(0)}}{(0{,}01x_1{}^{(0)} + 1)^2}$$

$$= -1{,}44 - \frac{0{,}72 \times 23}{0{,}01 \times 82{,}6 + 1} + \frac{0{,}0072 \times 82{,}6 \times 23}{(0{,}01 \times 82{,}6 + 1)^2}$$

$$= -6{,}406595451$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2{}^{(0)}} = -\frac{0{,}72x_1{}^{(0)}}{0{,}01x_1{}^{(0)} + 1}$$

$$= -\frac{0{,}72 \times 82{,}6}{0{,}01 \times 82{,}6 + 1}$$

$$= -32{,}56955093$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3{}^{(0)}} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1{}^{(0)}} = \frac{86{,}4x_3{}^{(0)}x_1{}^{(0)}}{x_1{}^{(0)^2} + 20000} - \frac{86{,}4x_3{}^{(0)}x_1{}^{(0)^3}}{\left(x_1{}^{(0)^2} + 20000\right)^2}$$

$$= \frac{86{,}4 \times 900 \times 82{,}6}{82{,}6^2 + 20000} - \frac{86{,}4 \times 900 \times 82{,}6^3}{(82{,}6^2 + 20000)^2}$$

$$= 178{,}5497998$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2{}^{(0)}} = -432$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3{}^{(0)}} = \frac{43{,}2x_1{}^{(0)^2}}{20000 + x_1{}^{(0)^2}}$$

$$= \frac{43{,}2 \times 82{,}6^2}{(20000 + 82{,}6^2)}$$

$$= 10{,}98854972$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1{}^{(0)}} = 0{,}5(0{,}00084 - 0{,}0000048x_1{}^{(0)})x_3{}^{(0)}$$

$$= 0{,}5(0{,}00084 - 0{,}0000048 \times 82{,}6) \times 900$$

$$= 0{,}199584000$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial {x_2}^{(0)}} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial {x_3}^{(0)}} = -0{,}025 - \frac{{x_3}^{(0)}}{90000} + 0{,}00042{x_1}^{(0)} - 0{,}0000012{x_1}^{(0)2}$$

$$= -0{,}025 - \frac{900}{90000} + 0{,}00042 \times 82{,}6 - 0{,}0000012 \times 82{,}6^2$$

$$= -0{,}008495312.$$

Hasil perhitungan elemen matriks Jacobian dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right) = \begin{pmatrix} -6{,}406595451 & -32{,}56955093 & 0 \\ 178{,}5497998 & -432 & 10{,}98854972 \\ 0{,}199584000 & 0 & -0{,}008495312 \end{pmatrix}$$

dan invers matriks Jacobian adalah:

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -0{,}02542515182 & 0{,}001916865225 & 2{,}469810057 \\ -0{,}02570226834 & -0{,}000377057088 & -0{,}4877172915 \\ -0{,}5973239714 & 0{,}04503373497 & -59{,}46156704 \end{pmatrix}.$$

Setelah diperoleh matriks $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})$ dan matriks Jacobian $\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)$, kemudian akan dicari $\boldsymbol{y}^{(0)}$ dengan menyelesaikan sistem persamaan linier.

$$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)\boldsymbol{y}^{(0)} = -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})$$

$$\boldsymbol{y}^{(0)} = \boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1}\left(-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})\right)$$

$$\begin{pmatrix} {y_1}^{(0)} \\ {y_2}^{(0)} \\ {y_3}^{(0)} \end{pmatrix} = \boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{x}^{(0)}\right)^{-1}\left(-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(0)})\right)$$

$$= -\begin{pmatrix} -6{,}406595451 & -32{,}56955093 & 0 \\ 178{,}5497998 & -432 & 10{,}98854972 \\ 0{,}199584000 & 0 & -0{,}008495312 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\times\begin{pmatrix}-4{,}0436714\\-46{,}305248\\-6{,}291561600\end{pmatrix}$$

$$=-\begin{pmatrix}-0{,}02542515182 & 0{,}001916865225 & 2{,}469810057\\-0{,}02570226834 & -0{,}000377057088 & -0{,}4877172915\\-0{,}5973239714 & 0{,}04503373497 & -59{,}46156704\end{pmatrix}$$

$$\times\begin{pmatrix}-4{,}0436714\\-46{,}305248\\-3{,}14578080\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}7{,}78570710143\\-1{,}655642934905\\-187{,}38313949648\end{pmatrix}.$$

Sehingga diperoleh nilai x_1, x_2, dan x_3 sebagai iterasi pertama $k=1$

$$\begin{pmatrix}{x_1}^{(1)}\\{x_2}^{(1)}\\{x_3}^{(1)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}{x_1}^{(0)}\\{x_2}^{(0)}\\{x_3}^{(0)}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}{y_1}^{(0)}\\{y_2}^{(0)}\\{y_3}^{(0)}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}82{,}6\\23\\900\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}7{,}78570710143\\-1{,}655642934905\\-187{,}38313949648\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}90{,}3857071017096\\21{,}3443570592926\\712{,}6168604740616\end{pmatrix}.$$

Selanjutnya mencari norma vektor maksimum pada iterasi pertama saat $k=1$, mengikuti persamaan (2.4) diperoleh:

$$\left\|\boldsymbol{x}^{(i+1)}-\boldsymbol{x}^{(i)}\right\|_\infty=\max_{0\le i\le n}\left|\boldsymbol{x}^{(i+1)}-\boldsymbol{x}^{(i)}\right|$$

$$=max\{|-7{,}78570710|,|1{,}655642934|,|187{,}383139496|\}$$

$$=187{,}38313949648.$$

Karena $\left\|\boldsymbol{x}^{(1)}-\boldsymbol{x}^{(0)}\right\|_\infty=187{,}38313949648$ lebih besar daripada toleransi yang ditetapkan yaitu sebesar 10^{-12} maka iterasi dilanjutkan.

Selanjutnya untuk mencari solusi numerik pada iterasi kedua $k = 2$, dimasukkan $\begin{pmatrix} x_1{}^{(1)} \\ x_2{}^{(1)} \\ x_3{}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 90{,}3857071017096 \\ 21{,}3443570592926 \\ 712{,}6168604740616 \end{pmatrix}$, sehingga

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(1)}) = (4{,}250904, -292{,}6630, -0{,}5704329)^T,$$

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(1)}) = \begin{pmatrix} 5{,}6798153 & -34{,}182036 & 0 \\ 140{,}26166 & -432 & 9{,}446279737 \\ 0{,}14471417 & 0 & -0{,}0047595 \end{pmatrix},$$ dan invers dari matriks Jacobian adalah:

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(1)})^{-1} = \begin{pmatrix} -21{,}312904 & 0{,}16863853 & 443{,}9174492 \\ -2{,}5713700 & -0{,}02802161 & -73{,}76298909 \\ -64{,}803150 & 5{,}12755461 & -7513{,}21895 \end{pmatrix}.$$

Setelah diperoleh matriks $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(1)})$ dan matriks Jacobian $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(1)})$, kemudian dicari $\boldsymbol{y}^{(1)}$ dengan menyelesaikan sistem persamaan linier.

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(1)})\boldsymbol{y}^{(1)} = -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(1)})$$

$$\boldsymbol{y}^{(1)} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^{(1)})^{-1}(-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^{(1)}))$$

$$\begin{pmatrix} y_1{}^{(1)} \\ y_2{}^{(1)} \\ y_3{}^{(1)} \end{pmatrix} = \boldsymbol{J}(x_1{}^{(1)}, x_2{}^{(1)}, x_3{}^{(1)})^{-1} \times (-\boldsymbol{F}(x_1{}^{(1)}, x_2{}^{(1)}, x_3{}^{(1)}))$$

$$= -\begin{pmatrix} 5{,}6798153 & -34{,}182036 & 0 \\ 140{,}26166 & -432 & 9{,}446279737 \\ 0{,}14471417 & 0 & -0{,}0047595 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -3{,}457666 \\ -379{,}51244 \\ -6{,}8892556 \end{pmatrix}$$

$$= -\begin{pmatrix} -21{,}312904 & 0{,}16863853 & 443{,}9174492 \\ -2{,}5713700 & -0{,}02802161 & -73{,}76298909 \\ -64{,}803150 & 5{,}12755461 & -7513{,}21895 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3{,}457666 \\ -379{,}51244 \\ -6{,}8892556 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3,116392810009232 \\ -0,393470764502094 \\ -25,096692974203197 \end{pmatrix}.$$

Sehingga diperoleh nilai x_1, x_2, dan x_3 sebagai iterasi kedua $k = 2$

$$\begin{pmatrix} x_1{}^{(2)} \\ x_2{}^{(2)} \\ x_3{}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1{}^{(1)} \\ x_2{}^{(1)} \\ x_3{}^{(1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1{}^{(1)} \\ y_2{}^{(1)} \\ y_3{}^{(1)} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 90,3857071017096 \\ 21,3443570592926 \\ 712,6168604740616 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3,116392810009232 \\ -0,393470764502094 \\ -25,096692974203197 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 93,5021028100092 \\ 20,9508892354979 \\ 687,5201670257968 \end{pmatrix}.$$

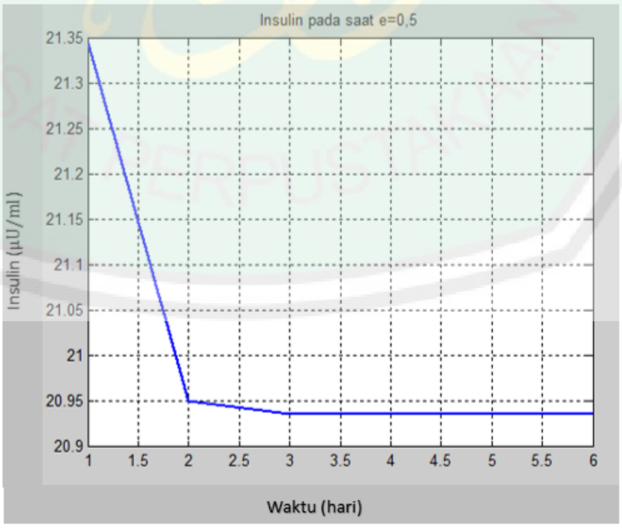
Untuk mencari iterasi ketiga dan seterusnya dapat dilakukan dengan bantuan program Matlab yang disajikan pada Lampiran 5. Hasil iterasi yang telah dilakukan sampai iterasi keenam disajikan pada tabel berikut:

Tabel 3.5 Perhitungan Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton Sampai Iterasi Keenam Ketika $\varepsilon = 0{,}5$

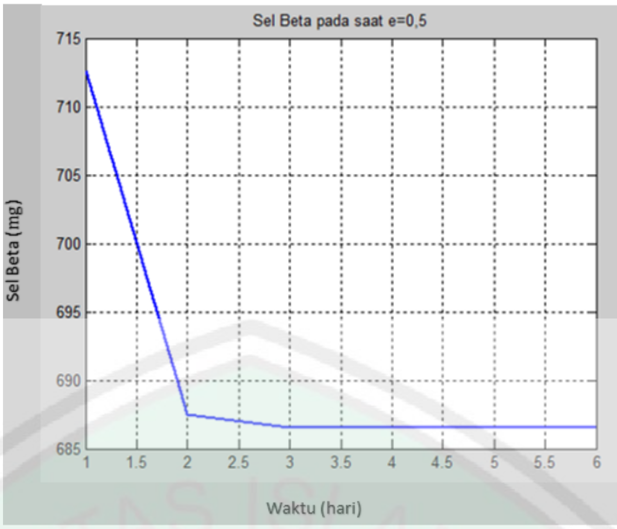
k	x_1	x_2	x_3	$\left\lVert x^{(1)} - x^{(0)} \right\rVert_\infty$
0	82,6	23	900	
1	90,385707101709642	21,344357059292580	712,61686047406147	1,6556429407074198
2	93,502102670923620	20,950892934690820	687,52016923682311	0,39346776582349818
3	93,677143778468803	20,936379851410830	686,52113996816900	0,014509442058251665
4	93,677561123328957	20.936346746624587	686,51876208906367	0,000033104786243853823
5	93,677561125694282	20,936346746433760	686,51876207551857	0,000000000019082690982941131
6	93,677561125694254	20,936346746433760	686,51876207551879	0,000000000000000000000000000

Tabel 3.5 menunjukkan bahwa iterasi yang dilakukan dengan menggunakan program Matlab berhenti sampai iterasi keenam. Iterasi solusi numerik berhenti ketika nilai kesalahan maksimum sebesar 0 lebih kecil daripada toleransi yang ditentukan yaitu 10^{-12}. Sehingga diperoleh titik tetap dengan menggunakan metode Newton yang mendekati nilai eksak. Berikut adalah grafik solusi numerik model matematika glukosa, insulin, dan sel beta ketika $\varepsilon = 0{,}5$:

Gambar 3.7 Grafik Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton pada Variabel x_1 dengan Nilai Awal 82,6 Ketika $\varepsilon = 0{,}5$



Gambar 3.8 Grafik Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton pada Variabel x_2 dengan Nilai Awal 23 Ketika $\varepsilon = 0{,}5$



Gambar 3.9 Grafik Iterasi Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton pada Variabel x_3 dengan Nilai Awal 900 Ketika $\varepsilon = 0{,}5$

Gambar 3.7, Gambar 3.8, dan Gambar 3.9 menunjukkan bahwa $G(t)$, $I(t)$, dan $\beta(t)$ stabil mulai hari ke-3. Kondisi glukosa, insulin, dan sel beta pada penderita penyakit diabetes mellitus dengan kecenderungan genetik menjadi stabil saat $\left(G(t), I(t), \beta(t)\right) = (93{,}6775, 20{,}94, 686{,}52)$.

3.1.3 Perbandingan Solusi Numerik dan Nilai Eksak

3.1.3.1 Kondisi 1: Ketika $\varepsilon = 1$

Berikut adalah tabel perbandingan hasil perhitungan nilai titik tetap menggunakan metode Newton dengan nilai eksak:

Tabel 3.6 Tabel Perbandingan Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton dan Nilai Eksak Ketika $\varepsilon = 1$

Variabel	Nilai Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton	Nilai Eksak	Selisih Solusi Numerik dan Nilai Eksak
x_1	99,999999999999986	100	0,000000000000014
x_2	19,999999999999996	20	0,000000000000004
x_3	599,99999999999989	600	0,00000000000011

Tabel 3.6 menunjukkan bahwa hasil perhitungan solusi numerik menggunakan metode Newton memiliki selisih yang sangat kecil sehingga hasilnya mendekati nilai eksak.

3.1.3.2 Kondisi 2: Ketika $\varepsilon = 0$

Berikut adalah tabel perbandingan hasil perhitungan nilai titik tetap menggunakan metode Newton dan nilai eksak:

Tabel 3.7 Tabel Perbandingan Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton dan Nilai Eksak Ketika $\varepsilon = 0$

Variabel	Nilai Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton	Nilai Eksak	Selisih Solusi Numerik dan Nilai Eksak
x_1	82,5721512855106140	82,5721861	0,000034810000000
x_2	22,8813017474124760	22,8813161	0,000014352587524
x_3	900,000000000000000	900	0,000000000000000

Tabel 3.7 menunjukkan bahwa hasil perhitungan solusi numerik menggunakan metode Newton memiliki selisih yang sangat kecil sehingga hasilnya mendekati nilai eksak.

3.1.3.3 Kondisi 3: Ketika $\varepsilon = 0,5$

Berikut adalah tabel perbandingan hasil perhitungan nilai titik tetap menggunakan metode Newton dengan nilai eksak:

Tabel 3.8 Tabel Perbandingan Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton dan Nilai Eksak Ketika $\varepsilon = 0,5$

Variabel	Nilai Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton	Nilai Eksak	Selisih Solusi Numerik dan Nilai Eksak
x_1	93,677561125694254	93,677561	0,000000125694254
x_2	20,936346746433760	20,936346	0,000000746433760
x_3	686,51876207551879	686,51876	0,000002075518790

Tabel 3.8 menunjukkan bahwa hasil perhitungan solusi numerik menggunakan metode Newton memiliki selisih yang sangat kecil sehingga hasilnya mendekati nilai eksak.

3.2 Pandangan Islam tentang Penyelesaian Numerik Model Matematika Menggunakan Metode Newton

Permasalahan yang diteliti adalah solusi numerik model matematika glukosa, insulin, dan sel beta pada penyakit diabetes mellitus. Allah Swt. berfirman dalam surat al-Baqarah ayat 26 berikut:

إِنَّ اللَّهَ لَا يَسْتَحْيِي أَنْ يَضْرِبَ مَثَلًا مَا بَعُوضَةً فَمَا فَوْقَهَا ۚ فَأَمَّا الَّذِينَ آمَنُوا فَيَعْلَمُونَ أَنَّهُ الْحَقُّ مِنْ رَبِّهِمْ ۖ وَأَمَّا الَّذِينَ كَفَرُوا فَيَقُولُونَ مَاذَا أَرَادَ اللَّهُ بِهَٰذَا مَثَلًا ۘ يُضِلُّ بِهِ كَثِيرًا وَيَهْدِي بِهِ كَثِيرًا ۚ وَمَا يُضِلُّ بِهِ إِلَّا الْفَاسِقِينَ

"Sesungguhnya Allah Swt. tidak segan membuat perumpamaan berupa nyamuk atau yang lebih rendah daripada itu. Adapun orang-orang yang beriman, maka mereka yakin bahwa perumpamaan itu benar dari Tuhan mereka, tetapi mereka yang kafir mengatakan: "Apakah maksud Allah Swt. menjadikan ini sebagai perumpamaan?" Dengan perumpamaan itu banyak orang yang disesatkan Allah Swt, dan dengan perumpamaan itu juga banyak orang yang diberi-Nya petunjuk. Dan tidak ada yang disesatkan Allah Swt. kecuali orang-orang yang fasik"(QS. al-Baqarah/2:26).

Permasalahan yang Allah Swt. gambarkan dalam surat al-Baqarah ayat 26 adalah perumpamaan-perumpamaan yang Allah Swt. ciptakan, sedangkan masalah pada penelitian ini adalah suatu penyakit diabetes mellitus. Selanjutnya perumpamaan itu dimodelkan dengan seekor nyamuk, sedangkan permasalahan dalam penelitian ini dimodelkan dengan suatu sistem persamaan. Pada surat al-Insyirah ayat 5 dan 6, Allah Swt. berfirman,

فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا(٥) إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا(٦)

“Maka sesungguhnya pada setiap kesulitan pasti ada kemudahan. Sesungguhnya pada setiap kesulitan pasti ada kemudahan”(QS. al-Insyirah/94: 5 dan 6).

Surat al-Insyirah ayat 5 dan 6 menjelaskan bahwa setiap permasalahan yang terjadi pasti memiliki solusi. Hadits Rasulullah Saw. yang lain juga menyebutkan hal yang sama mengenai setiap penyakit yang Allah Swt. berikan kepada hamba-Nya.

إِنَّ اللهَ لَمْ يَنْزِلْ دَاءً إِلاَّ أَنْزَلَ لَهُ شِفَاءً، عَلِمَهُ مَنْ عَلِمَهُ وَجَهِلَهُ مَنْ جَهِلَهُ

“Sesungguhnya Allah Swt. tidak menurunkan suatu penyakit melainkan menurunkan juga obatnya. Obat itu diketahui oleh orang yang dapat mengetahuinya dan tidak diketahui oleh orang yang tidak dapat mengetahuinya” (HR. Ahmad, Ibnu Majah, dan Al-Hakim).

لِكُلِّ دَاءٍ دَوَاءٌ، فَإِذَا أَصَابَ الدَّوَاءُ الدَّاءَ، بَرَأَ بِإِذْنِ اللهِ عَزَّ وَجَلَّ

“Setiap penyakit pasti memiliki obat. Jika obat sesuai dengan penyakitnya maka dia akan sembuh dengan seizin Allah Swt”(HR. Muslim).

Dari kedua hadits jelas bahwa Rasulullah Saw. mengabarkan kabar gembira kepada umatnya bahwa setiap penyakit yang ada di dunia ini pasti ada obatnya. Pada hadits yang lain, Rasulullah Saw. menyebutkan bahwa obat itu diketahui oleh orang yang dikehendaki oleh Allah Swt. Peranan iman seorang muslim terhadap Allah Swt. sebagai pemberi kesembuhan yang sesungguhnya terlihat pada kesabaran seseorang dalam menemukan obat dari penyakitnya tersebut.

Pada akhirnya hanya ada dua kondisi orang di dunia ini, yaitu jika orang tersebut beriman bahwa Allah Swt. pasti memberikan kesembuhan dengan memberi petunjuk agar menemukan obat dari penyakit yang diderita dan kedua adalah orang yang tidak beriman bahwa Allah Swt. memiliki kuasa memberikan kesembuhan kepada hamba-Nya maka akan berputus asa dalam menghadapi penyakit yang diderita dan menyerah untuk sembuh. Demikian juga dengan sistem persamaan glukosa, insulin, dan sel beta yang mempunyai solusi. Metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan solusi numerik dari sistem persamaan diferensial biasa nonlinier glukosa, insulin, dan sel beta salah satunya adalah metode Newton.

Selanjutnya meskipun segala penyakit di dunia ini ada obatnya, campur tangan Allah Swt. atas segala bentuk kesembuhan adalah bukti nyata dari keyakinan atas keimanan terhadap Allah Swt. Sehingga meskipun setelah berobat menjadikan seseorang sehat kembali, semua itu terjadi karena Allah Swt. yang menghendaki. Demikian juga dengan ketidaksembuhan yang terjadi setelah berobat tidak luput dari campur tangan Allah Swt.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan rumusan masalah dan hasil pembahasan, maka disimpulkan bahwa solusi numerik model matematika glukosa, insulin, dan sel beta pada penyakit diabetes mellitus adalah:

a. Ketika $\varepsilon = 1$ diperoleh kondisi glukosa stabil dengan nilai $99{,}99\ mg/dl$, insulin stabil dengan nilai $19{,}99\ mg/dl$, dan sel beta stabil dengan nilai $599{,}99\ mg/dl$ mulai saat $t = 3$ hari dengan toleransi kesalahan yang diperoleh sebesar $7{,}105 \times 10^{-15}$.

b. Ketika $\varepsilon = 0$ diperoleh kondisi glukosa stabil dengan nilai $82{,}57\ mg/dl$, insulin stabil dengan nilai $22{,}88\ mg/dl$, dan sel beta stabil dengan nilai $900\ mg/dl$ mulai saat $t = 2$ hari dengan toleransi kesalahan yang diperoleh sebesar $1{,}421 \times 10^{-14}$.

c. Ketika $\varepsilon = 0{,}5$ diperoleh kondisi glukosa stabil dengan nilai $93{,}68\ mg/dl$, insulin stabil dengan nilai $20{,}94\ mg/dl$, dan sel beta stabil dengan nilai $686{,}52\ mg/dl$ mulai saat $t = 3$ hari dengan toleransi kesalahan yang diperoleh sebesar 0.

4.2 Saran

Penelitian model matematika pada penyakit diabetes mellitus secara numerik dapat dikembangkan menjadi analisis nilai ε, sehingga kontekstual dengan penyakit diabetes mellitus.

DAFTAR RUJUKAN

Al-Bugha, M.D. 2007. *Al-Wafi Fi Syahr Al-Arba'in An-Nawawi*. Terjemahan Muzayin. Jakarta: Mizan.

Aliyah, I. 2007. *Analisis Model Matematika pada Pengaruh Sistem Imun Terhadap Bakteri Tuberkulosis*. Skripsi tidak Dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Al-Qarni, A. 2007. *Tafsir Muyassar*. Jakarta: Qisthi Press.

Baiduri. 2002. *Persamaan Diferensial dan Matematika Model*. Malang: UMM Press.

Baradero, M., Dayrit, M.W., dan Siswadi, Y. 2009. *Seri Asuhan Keperawatan: Klien Gangguan Endokrin*. Jakarta: Penerbit Buku Kedokteran.

Boutayeb, W., Lamlili, M., Boutayeb, A., dan Derouich, M. 2014. Mathematical Modelling and Simulation of β-Cell Mass, Insulin and Glucose Dynamics: Effect of Genetic Predisposition to Diabetes. *J. Biomedical Science and Engineering*, 7: 330-342.

Burden, R.L. 2005. *Numerical Analysis Nineth Edition.* Belmount: Thomson Brooks.

Campbell, N.A., Reece, J.B., dan Mitchell. 2004. *Biologi, Jilid III*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Chapra, C.S. dan Canale, P.R. 2010. *Numerical Methods for Engineers Sixth Edition.* New York: McGrow-Hill Company, Inc.

Epperson, J.F. 2013. *An Introduction to Numerical Methods and Analysis Second Edition.* Terjemahan Widiati Santoso. Jakarta: Erlangga.

Finizio, N. dan Ladas, G. 1988. *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern Edisi Kedua*. Terjemahan Widiati Santoso. Jakarta: EGC.

Hernandez, R.D., Lyles, D.J., Rubin, D.B., Voden, T.B., dan Wirkus, S.A. 2001. *A Model of ß-Cell Mass, Insulin, Glucose, and Receptor Dynamics with Applications to Diabetes*. Laporan Penelitian. New York: Universitas Cornell. (Online), (https://mtbi.asu.edu/research/archive/paper/model-%CE%B2-cell-mass-insulin-glucose-and-receptor-dynamics-applications-diabetes), diakses 4 Mei 2016.

Katsir, I. 2003. *Tafsir Ibnu Katsir*. Bogor: Pustaka Imam Syafi'i.

Kee, J.L. dan Hayes, E.R. 1996. *Pharmacology: A Nursing Process Approach*. Terjemahan Peter Anugrah. Jakarta: ECG.

Lanywati, E. 2011. *Diabetes Mellitus, Penyakit Kencing Manis*. Yogyakarta: Penerbit Kanisius.

Marks, D.B. dan Mark, A.D. 1996. *Biokimia Kedoteran Dasar Sebuah Pendekatan Klinis*. Jakarta: ECC.

Maulana, M. 2009. *Mengenal Diabetes Mellitus Panduan Praktis Mengenai Penyakit Kencing Manis.* Yogyakarta: Ar-Ruzz Media.

Marwan dan Said. 2009. *Persamaan Diferensial*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Nepton, S. 2013. Beta Cell Function and Failure. *Journal of Type 1 Diabetes*, 5: 115-126.

Quthb, S. 2008. *Tafsir fi Dzilalil Qur'an: Dibawah Naungan Al-Qur'an*. Jakarta: Robbani Press.

Remani, C. 2013. *Numerical Methods for Solving System of Nonlinear Equations.* Canada: Ontario.

Shihab, Q. 2000. *Tafsir Al-Mishbah*. Tanggerang: Lentera Hati.

Topp, B., Promislow, K., de Vries, G., Miura, R.M., dan Finegood, D.T. 2000. A Model of ß-Cell Mass, Insulin, and Glucose Kinetics: Pathways to Diabetes. *Journal of Theoretical Biology*, 206: 605-619.

Triatmodjo, B. 2002. *Metode Numerik.* Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.

Wahyuni, I.T.S. 2016. *Penerapan Metode Newton pada Model Matematika Interaksi Sistem Imun dengan Mycobacterium Tuberculosis.* Skripsi tidak Dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Program untuk Mencari Matriks Jacobian dengan Bantuan Maple.

$>restart;$

$>with(linalg):$

$>g := 864 - 1.44\cdot x - \dfrac{(0.72\cdot x\cdot y)}{0.01\cdot x + 1}:$

$>i := \dfrac{(43.2\cdot z\cdot x^2)}{20000 + x^2} - 432\cdot y:$

$>B := (-0.06 + 0.00084\cdot x - 0.0000024\cdot x^2)\cdot z : \#epsilon=1$

$>B1 := 0.01\cdot z\cdot\left(1 - \dfrac{z}{900}\right) : \#epsilon=0$

$>B2 := 0.005\,z\left(1 - \dfrac{1}{900}\,z\right) + 0.5\,(-0.0000024\,x^2 + 0.00084\,x - 0.06)\,z : \#epsilon=0.5$

$>$

$>J1 := jacobian([g, i, B], [x, y, z]);\ \#untuk\ epsilon=1$

$$J1 := \left[\left[-1.44 - \frac{0.72\,y}{0.01\,x+1} + \frac{0.0072\,x\,y}{(0.01\,x+1)^2}, -\frac{0.72\,x}{0.01\,x+1}, 0\right], \left[\frac{86.4\,z\,x}{x^2+20000} - \frac{86.4\,z\,x^3}{(x^2+20000)^2}, -432, \frac{43.2\,x^2}{x^2+20000}\right], \left[(0.00084 - 0.0000048\,x)\,z, 0, -0.06 + 0.00084\,x - 0.0000024\,x^2\right]\right]$$

$>J2 := jacobian([g, i, B1], [x, y, z]);\ \#untuk\ epsilon=0$

$$J2 := \begin{bmatrix} -1.44 - \dfrac{0.72\,y}{0.01\,x+1} + \dfrac{0.0072\,x\,y}{(0.01\,x+1)^2} & -\dfrac{0.72\,x}{0.01\,x+1} & 0 \\ \dfrac{86.4\,z\,x}{x^2+20000} - \dfrac{86.4\,z\,x^3}{(x^2+20000)^2} & -432 & \dfrac{43.2\,x^2}{x^2+20000} \\ 0 & 0 & 0.01 - 0.00002222222222\,z \end{bmatrix}$$

$>J3 := jacobian([g, i, B2], [x, y, z]);\ \#untuk\ epsilon=0,5$

$$J3 := \left[\left[-1.44 - \frac{0.72\,y}{0.01\,x+1} + \frac{0.0072\,x\,y}{(0.01\,x+1)^2}, -\frac{0.72\,x}{0.01\,x+1}, 0\right], \left[\frac{86.4\,z\,x}{x^2+20000} - \frac{86.4\,z\,x^3}{(x^2+20000)^2}, -432, \frac{43.2\,x^2}{x^2+20000}\right], \left[0.5\,(0.00084 - 0.0000048\,x)\,z, 0, -0.025 - 0.00001111111111\,z + 0.000420\,x - 0.00000120\,x^2\right]\right]$$

Lampiran 2. Program untuk Mencari Titik Tetap atau Nilai Eksak dengan Bantuan Maple

>*restart*;

>*with*(*linalg*) :

>$g := 864 - 1.44 \cdot x - \frac{(0.72 \cdot x \cdot y)}{0.01 \cdot x + 1}$;

$$g := 864 - 1.44\,x - \frac{0.72\,x\,y}{0.01\,x + 1}$$

>$i := \frac{(43.2 \cdot z \cdot x^2)}{20000 + x^2} - 432 \cdot y$;

$$i := \frac{43.2\,z\,x^2}{x^2 + 20000} - 432\,y$$

>$B := (-0.06 + 0.00084 \cdot x - 0.0000024 \cdot x^2) \cdot z$;

$$B := (-0.06 + 0.00084\,x - 0.0000024\,x^2)\,z$$

>$B1 := 0.01 \cdot z \cdot \left(1 - \frac{z}{900}\right)$;

$$B1 := 0.01\,z\left(1 - \frac{1}{900}\,z\right)$$

>$B2 := 0.005\,z\left(1 - \frac{1}{900}\,z\right) + 0.5\,(-0.0000024\,x^2 + 0.00084\,x - 0.06)\,z$;

$$B2 := 0.005\,z\left(1 - \frac{1}{900}\,z\right) + 0.5\,(-0.06 + 0.00084\,x - 0.0000024\,x^2)\,z$$

>*fixedpoint* := *solve*({*g*, *i*, *B*}, {*x*, *y*, *z*});

$fixedpoint := \{x = 600., y = 0., z = 0.\}, \{x = 250., y = 9.800000000, z = 129.3600000\}, \{x = 100., y = 20., z = 600.\}$

>*fixedpoint* := *solve*({*g*, *i*, *B1*}, {*x*, *y*, *z*});

$fixedpoint := \{x = 600., y = 0., z = 0.\}, \{x = 82.57215129, y = 22.88130175, z = 900.\}, \{x = -36.59949587 + 47.80344538\,I, y = -1.384733141 - 16.78200025\,I, z = 900.\}, \{x = -4009.373160, y = 89.88816455, z = 900.\}, \{x = -36.59949587 - 47.80344538\,I, y = -1.384733141 + 16.78200025\,I, z = 900.\}$

>*fixedpoint* := *solve*({*g*, *i*, *B2*}, {*x*, *y*, *z*});

$fixedpoint := \{x = 600., y = 0., z = 0.\}, \{x = 93.67756113, y = 20.93634675, z = 686.5187621\}, \{x = 271.2380635, y = 8.999396552, z = 114.4587906\}, \{x = 7.925394711 + 37.45155621\,I, y = 16.33137394 - 31.41705246\,I, z = -3611.441809 + 2703.112115\,I\}, \{x = -29.84048808, y = -29.61700969, z = -6948.279120\}, \{x = 7.925394711 - 37.45155621\,I, y = 16.33137394 + 31.41705246\,I, z = -3611.441809 - 2703.112115\,I\}$

Lampiran 3. Program untuk Memperoleh Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton Ketika $\varepsilon = 0$

```
clc, clear all
disp('Sistem Persamaan Non Linier')
disp('__________________________________________________________')
syms x1x2x3
f1= 864-(1.44*x1)-((0.72*x1*x2)/((0.01*x1)+1));
f2= ((43.2*x3*(x1^2))/(20000+(x1^2)))-432*x2;
f3= (-0.06+0.00084*x1-0.0000084*x1^2)*x3;
disp(['f1 = ',char(f1)])
disp(['f2 = ',char(f2)])
disp(['f3=  ',char(f3)])
M_Jaco= Jacobian([f1,f2,f3],[x1,x2,x3])
disp('__________________________________________________________')
disp('Solusi Hitungan Matlab')
[x1,x2,x3]=solve(f1,f2,f3,x1,x2,x3);
disp(['x1 = ',char(vpa(x1(1))),'  x2 = ',char(vpa(x2(1))),'  x3 =
',char(vpa(x3(1)))])
disp(['x1  =  ',char(vpa(x1(2,1))),'   x2  =  ',char(vpa(x2(2,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(2,1)))])
disp(['x1  =  ',char(vpa(x1(3,1))),'   x2  =  ',char(vpa(x2(3,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(3,1)))])
disp('__________________________________________________________')

f11=inline(char(f1));
f22=inline(char(f2));
f33=inline(char(f3));
disp('__________________________________________________________')
disp('==========================================================')
disp('Solusi Numerik dengan Metode Newton')
disp('-------------------------------------------------')
disp('  k     x1       x2       x3       ||x(k)-x(k-1)||')
disp('-------------------------------------------------')
x1=82.6;
x2=23;
x3=900;
error = 1; k = 0;
while error > 10^-12
    A = -inv(eval(M_Jaco))*[f11(x1,x2);f22(x1,x2,x3);f33(x1,x3)];
    a = x1; b  = x2; c=x3;
    B = [x1; x2; x3]+A;
    x1=B(1); x2=B(2); x3=B(3);
    error = min(abs([x1-a x2-b x1-c]));
    disp(sprintf('%3g         %8.30f          %8.30f          %8.30f
         %14.30f',k+1,x1,x2,x3,error))
    k = k+1;

%membuat grafik
    l(k)=k;
    n1(k)=x1;
    n2(k)=x2;
    n3(k)=x3;
end
disp(['banyak iterasi = ', num2str(k)])
disp(['(x1,x2,x3)                                                  =
','(',num2str(x1),',',num2str(x2),',',num2str(x3),')'])
```

```
figure(1)
plot(l,n1,'Linewidth',2)

figure(2)
plot(l,n2,'Linewidth',2)

figure(3)
plot(l,n3,'Linewidth',2)
```

Lampiran 4. Program untuk Memperoleh Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton Ketika $\varepsilon = 0$

```
clc, clear all
disp('Sistem Persamaan Non Linier')
disp('____________________________________________________________
____________________________________________')
syms x1x2x3
f1= 864-(1.44*x1)-((0.72*x1*x2)/((0.01*x1)+1));
f2= ((43.2*x3*(x1^2))/(20000+(x1^2)))-432*x2;
f3= 0.01*x3*(1-x3/900);
disp(['f1 = ',char(f1)])
disp(['f2 = ',char(f2)])
disp(['f3=  ',char(f3)])
M_Jaco= Jacobian([f1,f2,f3],[x1,x2,x3])
disp('____________________________________________________________
____________________________________________')
disp('Solusi Hitungan Matlab')
[x1,x2,x3]=solve(f1,f2,f3,x1,x2,x3)
disp(['x1 = ',char(vpa(x1(1))),'  x2 = ',char(vpa(x2(1))),'  x3 =
',char(vpa(x3(1)))])
disp(['x1  =  ',char(vpa(x1(2,1))),'   x2  =  ',char(vpa(x2(2,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(2,1)))])
disp(['x1  =  ',char(vpa(x1(3,1))),'   x2  =  ',char(vpa(x2(3,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(3,1)))])
disp(['x1  =  ',char(vpa(x1(4,1))),'   x2  =  ',char(vpa(x2(4,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(4,1)))])
disp(['x1  =  ',char(vpa(x1(5,1))),'   x2  =  ',char(vpa(x2(5,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(5,1)))])
%disp(['x1  =  ',char(vpa(x1(6,1))),'   x2  =  ',char(vpa(x2(6,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(6,1)))])
disp('____________________________________________________________
____________________________________________')

f11=inline(char(f1));
f22=inline(char(f2));
f33=inline(char(f3));
disp('____________________________________________________________
____________________________________________')
disp('============================================================
=======================================')
disp('Solusi Numerik dengan Metode Newton')
disp('---------------------------------------------------')
disp('  k      x1        x2        x3        ||x(k)-x(k-1)||')
disp('---------------------------------------------------')
x1=82.6;
x2=23;
x3=900;
error = 1; k = 0;
while error > 10^-12
    A = -inv(eval(M_Jaco))*[f11(x1,x2);f22(x1,x2,x3);f33(x3)];
    a = x1; b = x2; c = x3;
    B = [x1; x2; x3]+A;
    x1=B(1); x2=B(2); x3=B(3);
    error = min(abs([x1-a x2-b x3-c]));
    disp(sprintf('%3g          %8.30f          %8.30f          %8.30f
%14.30f',k+1,x1,x2,x3,error))
```

```
    k = k+1;

%membuat grafik
    l(k)=k;
    n1(k)=x1;
    n2(k)=x2;
    n3(k)=x3;
end
disp(['banyak iterasi = ', num2str(k)])
disp(['(x1,x2,x3)                                                    =
','(',num2str(x1),',',num2str(x2),',',num2str(x3),')'])

figure(1)
plot(l,n1,'Linewidth',6)
grid on
title('Glukosa pada saat e=0')


figure(2)
plot(l,n2,'Linewidth',6)
grid on
title('Insulin pada saat e=0')

figure(3)
plot(l,n3,'Linewidth',6)
grid on
title('Sel Beta pada saat e=0')
```

Lampiran 5. Program untuk Memperoleh Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton Ketika $\varepsilon = 0{,}5$

```
clc, clear all
disp('Sistem Persamaan Non Linier')
disp('____________________________________________________________
________________________________________')
syms x1 x2 x3
f1= 864-(1.44*x1)-((0.72*x1*x2)/((0.01*x1)+1));
f2= ((43.2*x3*(x1^2))/(20000+(x1^2)))-432*x2;
f3=(1-0.5)*0.01*x3*(1-x3/900)+0.5*(-0.06+0.00084*x1-
0.0000024*x1^2)*x3;
disp(['f1 = ',char(f1)])
disp(['f2 = ',char(f2)])
disp(['f3=  ',char(f3)])
M_Jaco= jacobian([f1,f2,f3],[x1,x2,x3])

disp('____________________________________________________________
________________________________________')
disp('Solusi Hitungan Matlab')
[x1,x2,x3]=solve(f1,f2,f3,x1,x2,x3);
disp(['x1 = ',char(vpa(x1(1))),'  x2 = ',char(vpa(x2(1))),'  x3 =
',char(vpa(x3(1)))])
disp(['x1 = ',char(vpa(x1(2,1))),'  x2 = ',char(vpa(x2(2,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(2,1)))])
disp(['x1 = ',char(vpa(x1(3,1))),'  x2 = ',char(vpa(x2(3,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(3,1)))])
disp(['x1 = ',char(vpa(x1(4,1))),'  x2 = ',char(vpa(x2(4,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(4,1)))])
disp(['x1 = ',char(vpa(x1(5,1))),'  x2 = ',char(vpa(x2(5,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(5,1)))])
disp(['x1 = ',char(vpa(x1(6,1))),'  x2 = ',char(vpa(x2(6,1))),'
x3 = ',char(vpa(x3(6,1)))])
disp('____________________________________________________________
________________________________________')

f11=inline(char(f1));
f22=inline(char(f2));
f33=inline(char(f3));
disp('____________________________________________________________
________________________________________')
disp('============================================================
========================================')
disp('Solusi Numerik dengan Metode Newton')
disp('-------------------------------------------------')
disp('  k     x1        x2        x3       ||x(k)-x(k-1)||')
disp('-------------------------------------------------')
x1=82.6;
x2=23;
x3=900;
error = 1; k = 0;
while error > 10^-12
    A = -inv(eval(M_Jaco))*[f11(x1,x2);f22(x1,x2,x3);f33(x1,x3)];
    a = x1; b  = x2; c=x3;
    B = [x1; x2; x3]+A;
    x1=B(1); x2=B(2); x3=B(3);
    error = min(abs([x1-a x2-b x1-c]));
```

```
    disp(sprintf('%3g %8.5f %8.5f %8.5f %14f',k+1,x1,x2,x3,error))
    k = k+1;

    %membuat grafik
    l(k)=k;
    n1(k)=x1;
    n2(k)=x2;
    n3(k)=x3;
end
disp(['banyak iterasi = ', num2str(k)])
disp(['(x1,x2,x3) =
',' (',num2str(x1),',',num2str(x2),',',num2str(x3),')'])

figure(1)
plot(l,n1,'Linewidth',2)
grid on
title('Glukosa pada saat e=0,5')

figure(2)
plot(l,n2,'Linewidth',2)
grid on
title('Insulin pada saat e=0,5')

figure(3)
plot(l,n3,'Linewidth',2)
grid on
title('Sel Beta pada saat e=0,5')
```

RIWAYAT HIDUP

Rika Saputri dilahirkan di Sigli pada tanggal 23 Februari 1995. Dia anak keempat dari lima bersaudara, pasangan bapak Syahrul Azwar dan ibu Kartina Zahari. Pendidikan dasarnya ditempuh di SD Negeri 3 Sigli yang ditamatkan pada tahun 2007. Pada tahun yang sama dia melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Swasta Unggul YPPU Sigli.

Kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas pada tahun 2010 di SMA Negeri 10 Fajar Harapan Banda Aceh dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2013. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SPMB-PTAIN tulis dengan mengambil Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi. Selama menjadi mahasiswa, aktif dalam Organsasi Intra Kampus yaitu Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) Integral Matematika pada periode 2014/2015, aktif dalam organisasi paguyuban mahasiswa Aceh di Malang yaitu Ikatan Pelajar, Pemuda, dan Mahasiswa Aceh (IPPMA) Malang sebagai anggota divisi keagamaan periode 2014/2015, ketua divisi Pemberdayaan Perempuan periode 2015/2016. Selain itu juga aktif sebagai asisten laboratorium mata kuliah pengantar ilmu komputer dan pemodelan matematika dalam rangka mengembangkan ilmu.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Rika Saputri
NIM : 13610063
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Solusi Numerik Model Matematika Glukosa, Insulin dan Sel Beta pada Penyakit Diabetes Mellitus Menggunakan Metode Newton
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si
Pembimbing II : H. Wahyu H. Irawan, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1.	20 Februari 2017	Konsultasi Masalah dan Konsultasi Bab III	1.	
2.	5 April 2017	Konsultasi Bab I		2.
3.	6 April 2017	Konsultasi Bab I dan Bab II	3.	
4.	7 April 2017	Konsultasi Keagamaan Bab I		4.
5.	10 April 2017	Konsultasi Keagamaan Bab II dan Bab III	5.	
6.	11 April 2017	ACC Bab I, Bab II dan Konsultasi Bab III		6.
7.	2 Juni 2017	Konsultasi Bab III	7.	
8.	13 Juni 2017	Revisi Bab III dan Konsultasi Bab IV		8.
9.	14 Juni 2017	Konsultasi Keagamaan	9.	
10.	14 Juni 2017	ACC Agama Keseluruhan		10

Malang, 15 Juni 2017
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001